Session 10:
Gemischte Modelle 1

Dominic Schmitz & Janina Esser

Verein für Diversität in der Linguistik

Gedankenexperiment

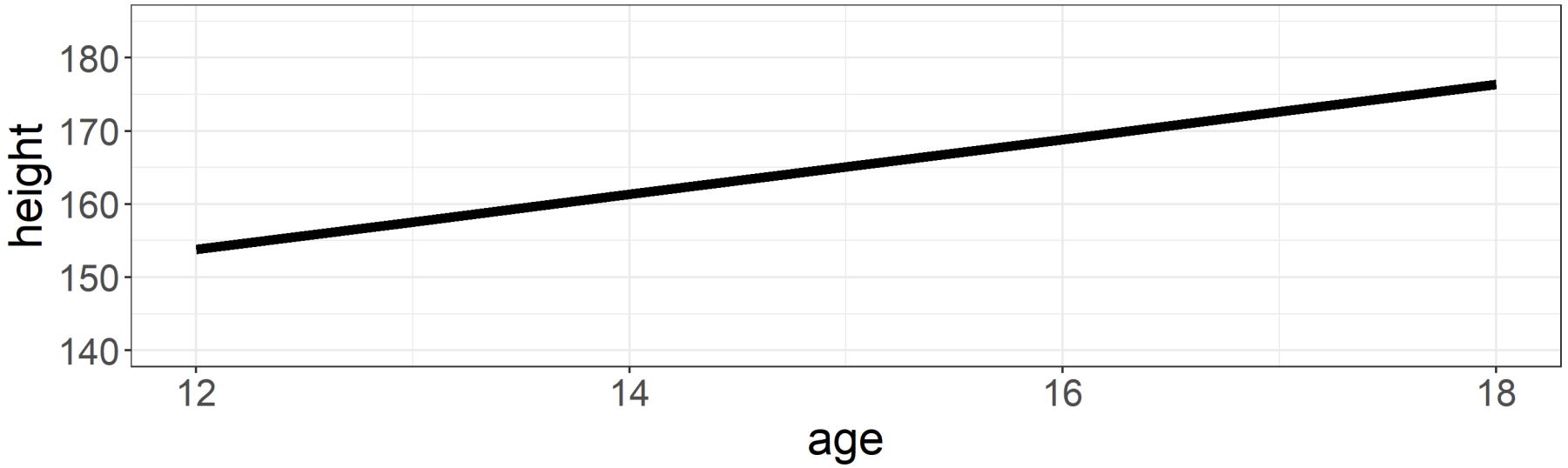
- Stell dir vor, dass du Elternteil von 6 Kindern bist
- Jedes Jahr misst du die Körpergröße deiner Kinder an ihren Geburtstagen

	Kate	Eve	Tess	Max	Neil	Jack
12	149.8	156.3	145.8	149.1	143.3	159.3
13	156.7	163.2	153.7	156.2	150.4	166.4
14	158.7	165.2	160.7	163.8	158.0	174
15	159.7	166.2	162.7	170.1	164.3	180.3
16	162.5	169.0	167.5	173.4	167.6	183.6
17	162.5	169.0	172.5	175.2	169.4	185.4
18	163.0	169.5	178.0	175.7	169.9	185.9

Gedankenexperiment

- Mit deinem Wissen über Simple Lineare Regression erstellst du ein Model:

```
lm(height ~ age, data_h)
```

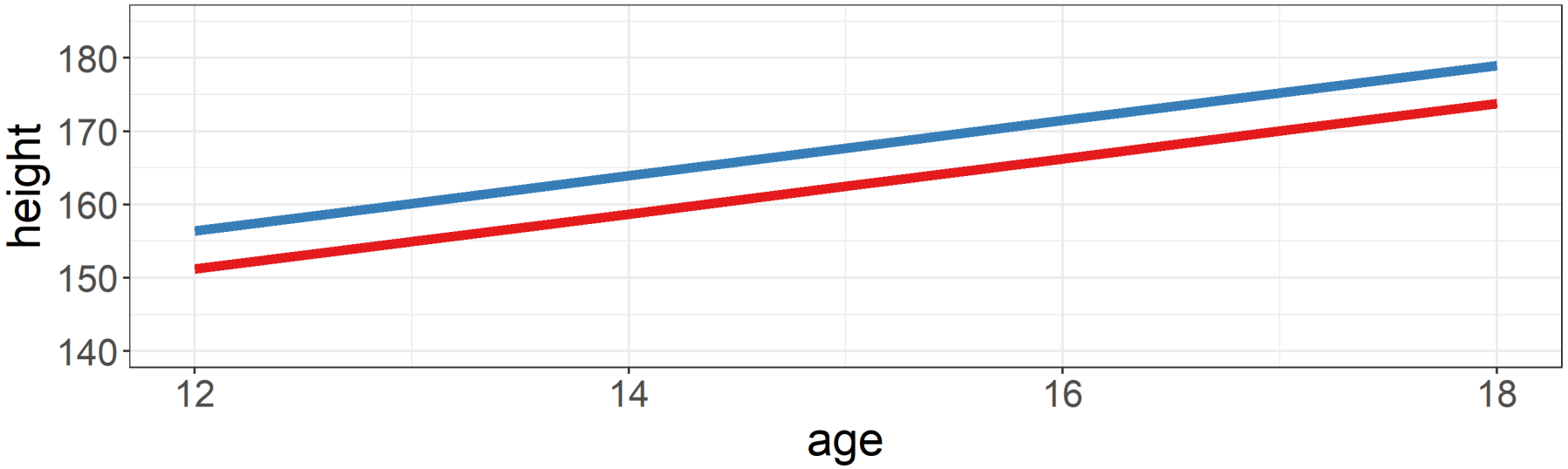


- Laut des Modells wachsen alle Kinder mit gleicher Geschwindigkeit (Steigung / Slope)

Gedankenexperiment

- Mit deinem Wissen über Multiple Lineare Regression erstellst du ein Model:

```
lm(height ~ age + bsex, data_h)
```



- Laut des Modells wachsen alle Kinder mit gleicher Geschwindigkeit (Steigung / Slope), aber Mädchen sind konsistent kleiner als Jungs (Achsenabschnitte / Intercepts)

Gedankenexperiment

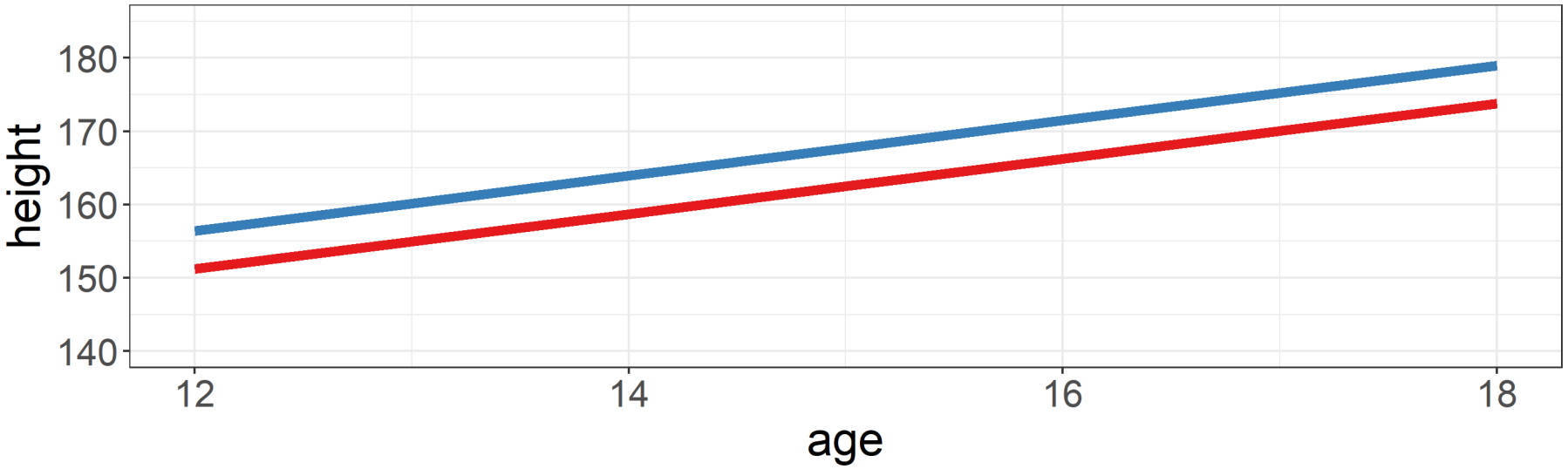
- Aber stimmt das?

	Kate	Eve	Tess	Max	Neil	Jack
12	149.8	156.3	145.8	149.1	143.3	159.3
13	156.7	163.2	153.7	156.2	150.4	166.4
14	158.7	165.2	160.7	163.8	158.0	174
15	159.7	166.2	162.7	170.1	164.3	180.3
16	162.5	169.0	167.5	173.4	167.6	183.6
17	162.5	169.0	172.5	175.2	169.4	185.4
18	163.0	169.5	178.0	175.7	169.9	185.9

Gedankenexperiment

- Mit deinem Wissen über Multiple Lineare Regression erstellst du ein Model:

```
lm(height ~ age + bsex, data_h)
```

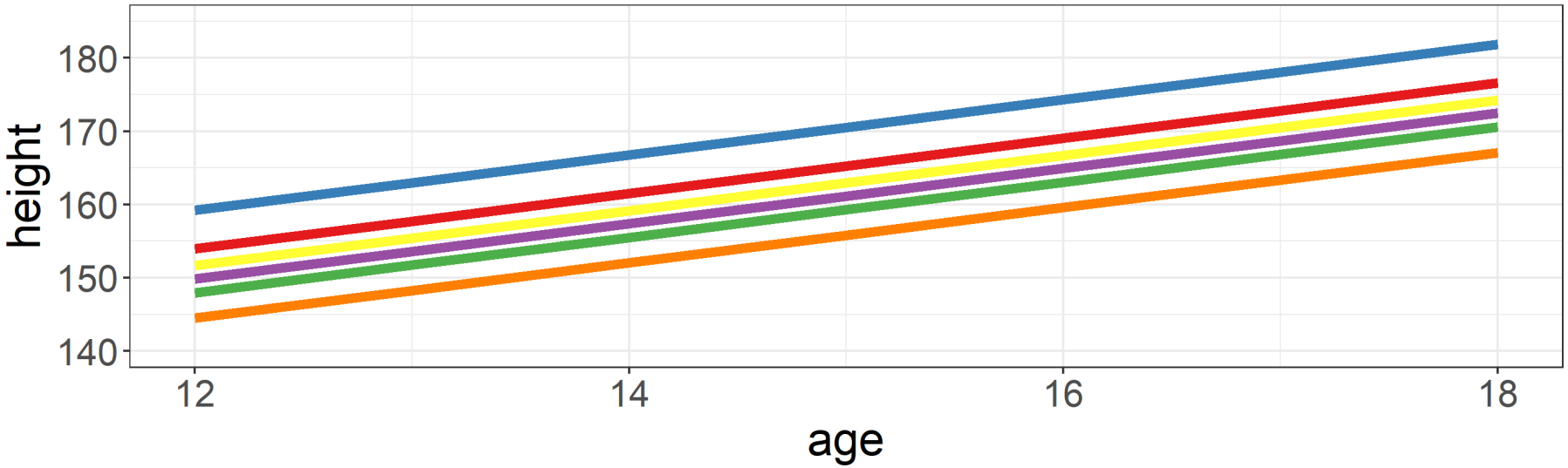


- **Frage**: Was müssen wir tun, damit das Modell realistischer wird?

Gedankenexperiment

- Mit deinem baldigen Wissen über Gemischte Modelle erstellst du ein Model:

```
lm(height ~ age + bsex + (1 | name), data_h)
```



- Laut des Modells startet jedes Kind mit einer eigenen Größe (Achsenabschnitte / Intercepts), während alle Kinder mit gleicher Geschwindigkeit (Steigung / Slope) wachsen

Gedankenexperiment

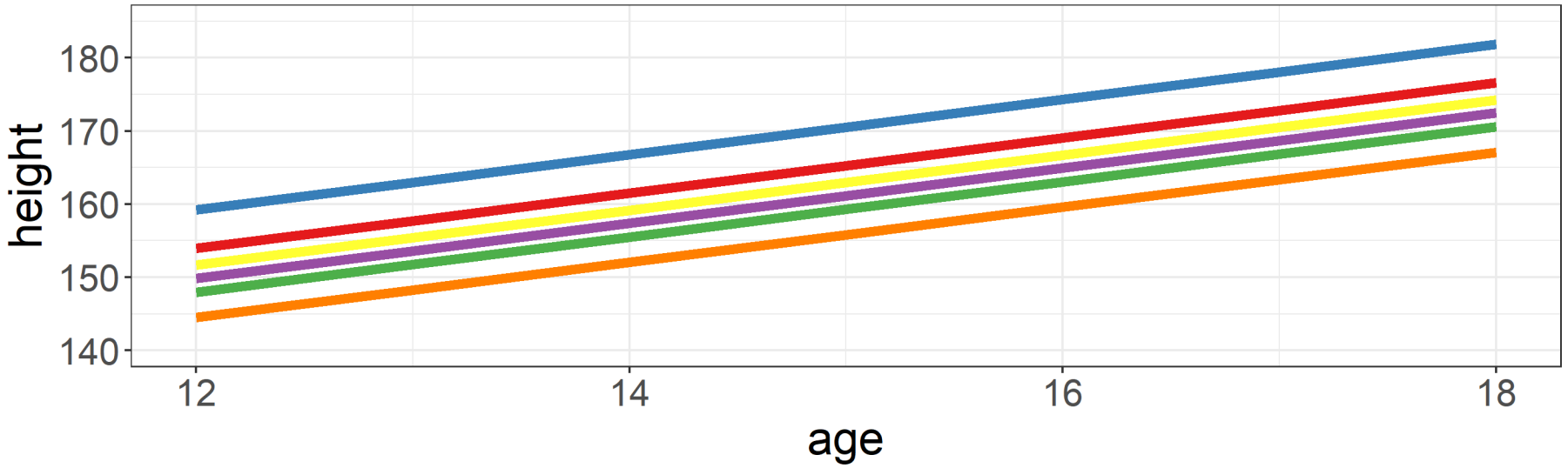
- Aber stimmt das?

	Kate		Tess	
12	149.8		145.8	
13	156.7	6.9	153.7	4.9
14	158.7	2.0	160.7	7.0
15	159.7	1.0	162.7	2.0
16	162.5	2.5	167.5	4.8
17	162.5	0.0	172.5	5.0
18	163.0	0.5	178.0	5.5

Gedankenexperiment

- Mit deinem baldigen Wissen über Gemischte Modelle erstellst du ein Model:

```
lm(height ~ age + bsex + (1 | name), data_h)
```

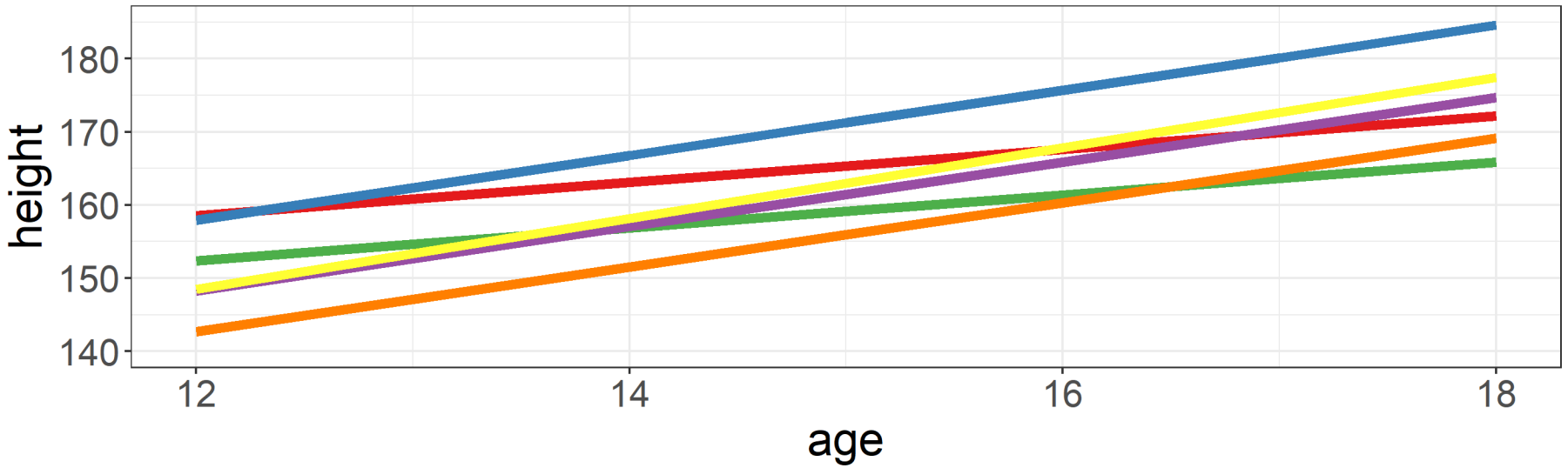


- **Frage**: Was müssen wir tun, damit das Modell realistischer wird?

Gedankenexperiment

- Mit deinem baldigen Wissen über Gemischte Modelle erstellst du ein Model:

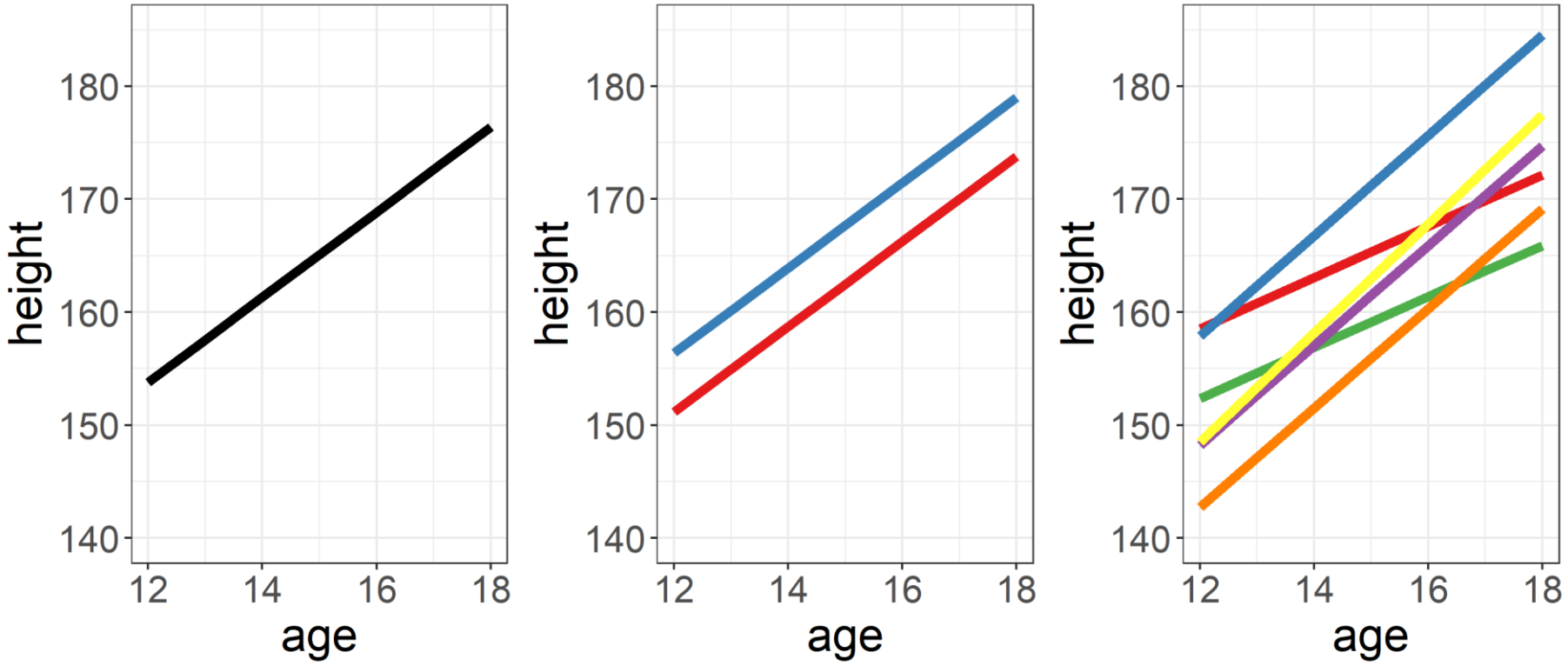
```
lm(height ~ age + bsex + (age | name), data_h)
```



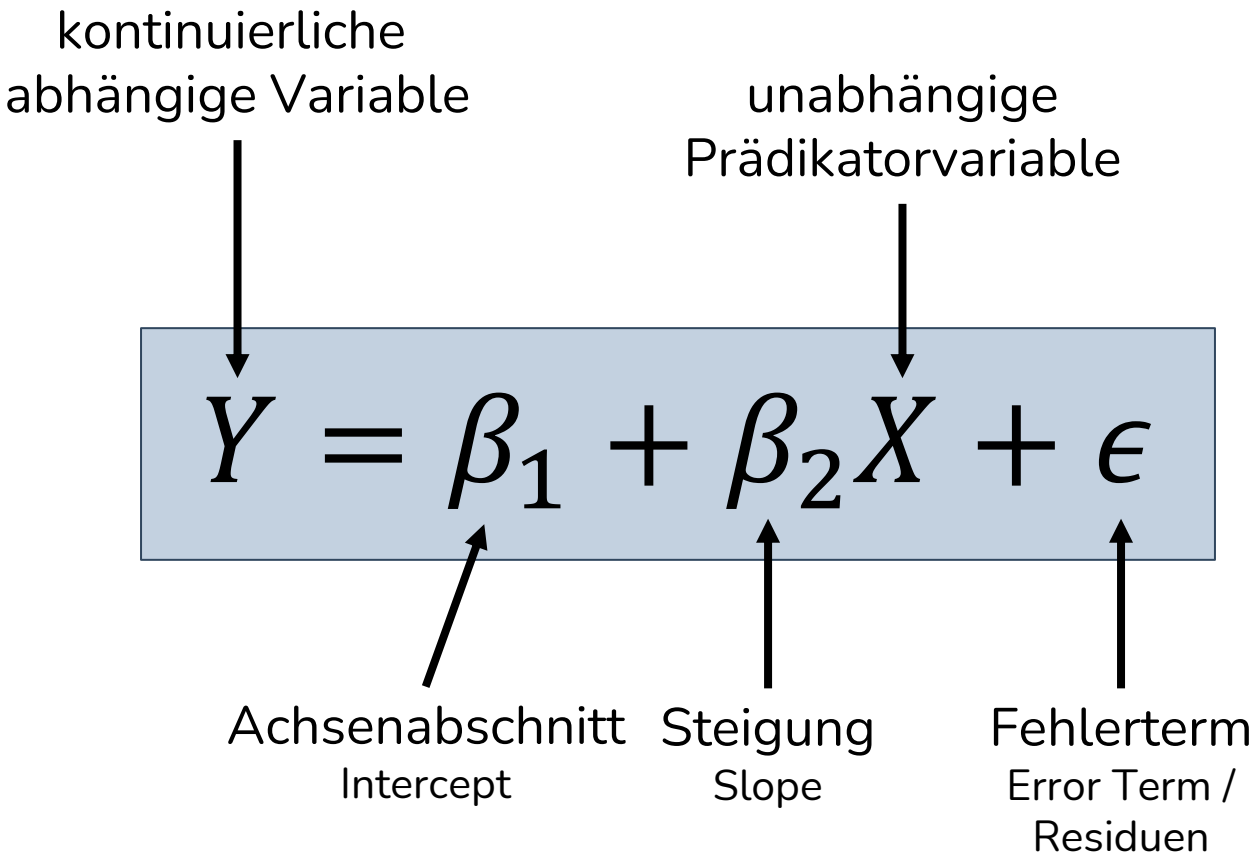
- Laut des Modells startet jedes Kind mit einer eigenen Größe (Achsenabschnitte / Intercepts) und wächst mit einer individuellen Geschwindigkeit (Steigung / Slopes)

Gedankenexperiment

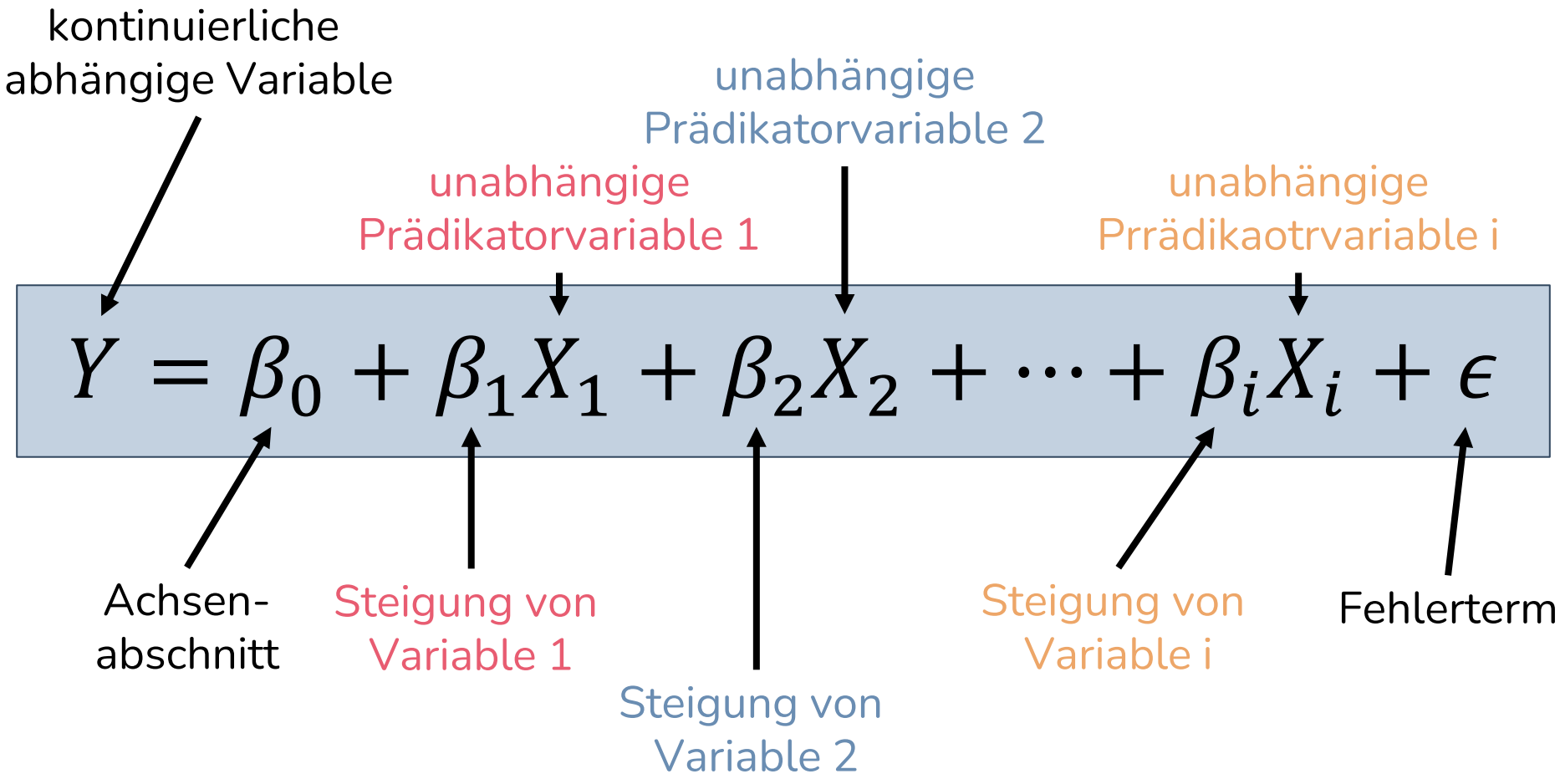
- Offenbar sind Gemischte Modelle besser darin als Simple oder Multiple Lineare Modelle, die Realität (der Daten) zu erfassen



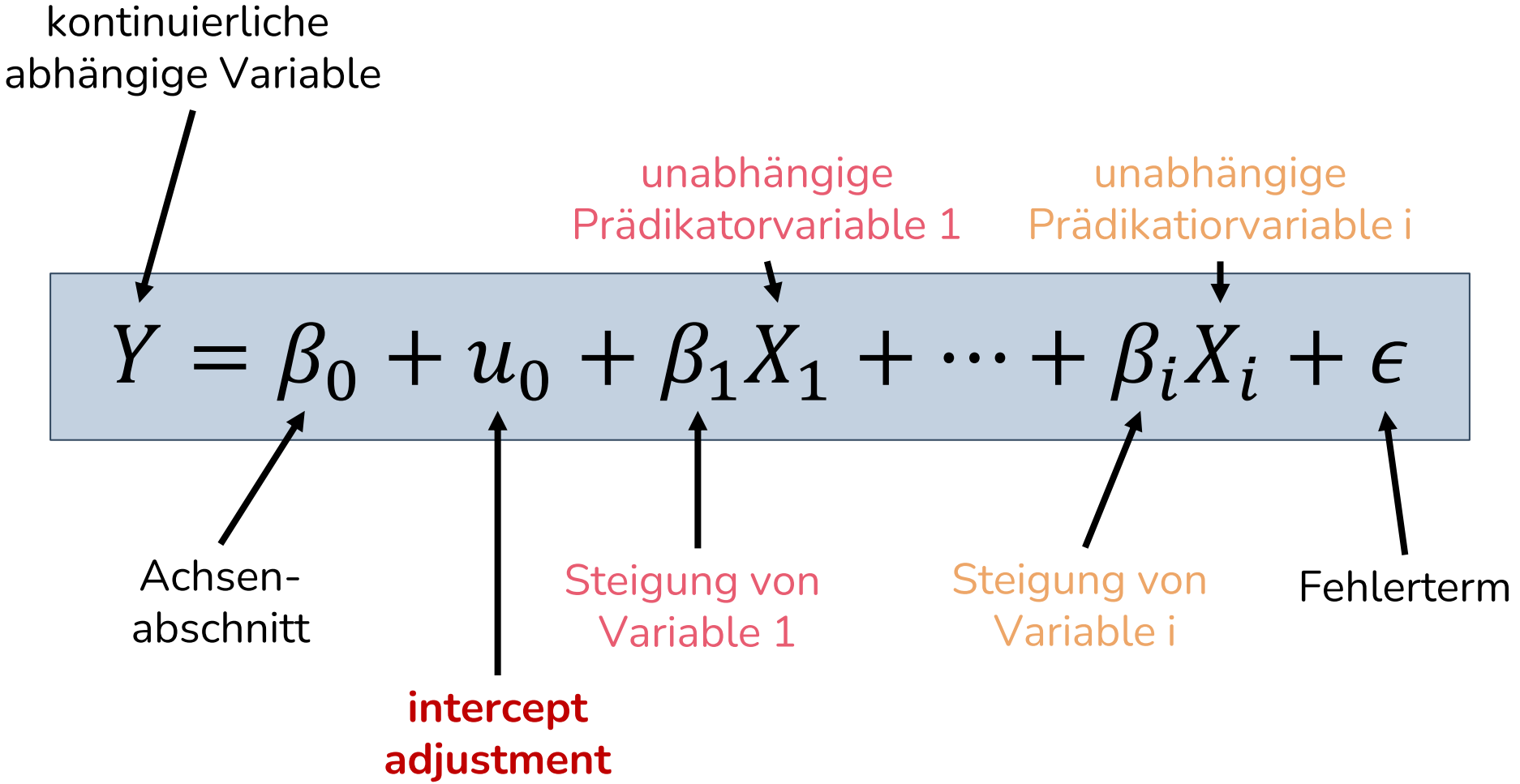
Einfache Lineare Regression



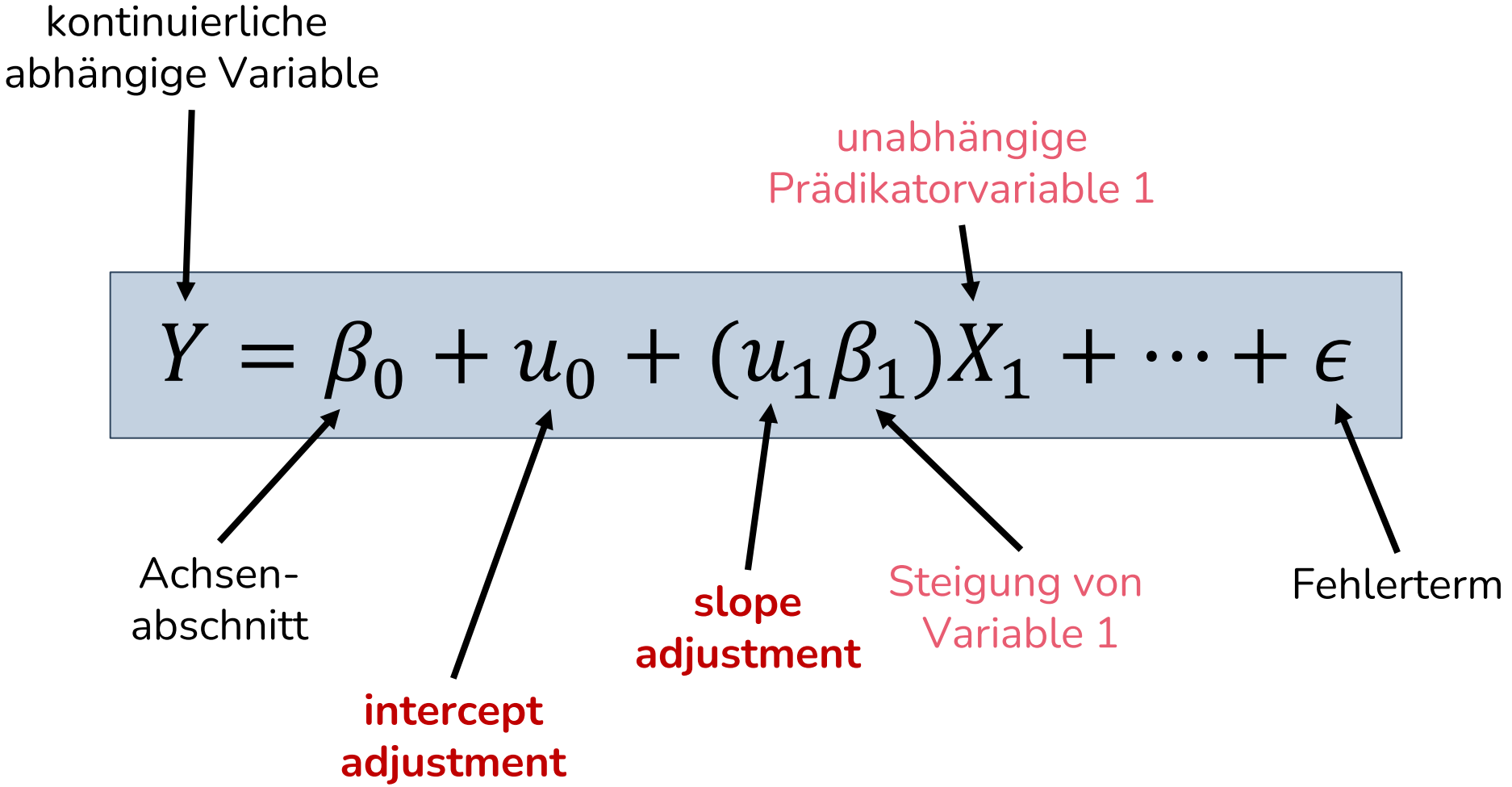
Multiple Lineare Regression: Formel



Random Intercept Formula



Random Slope Formula

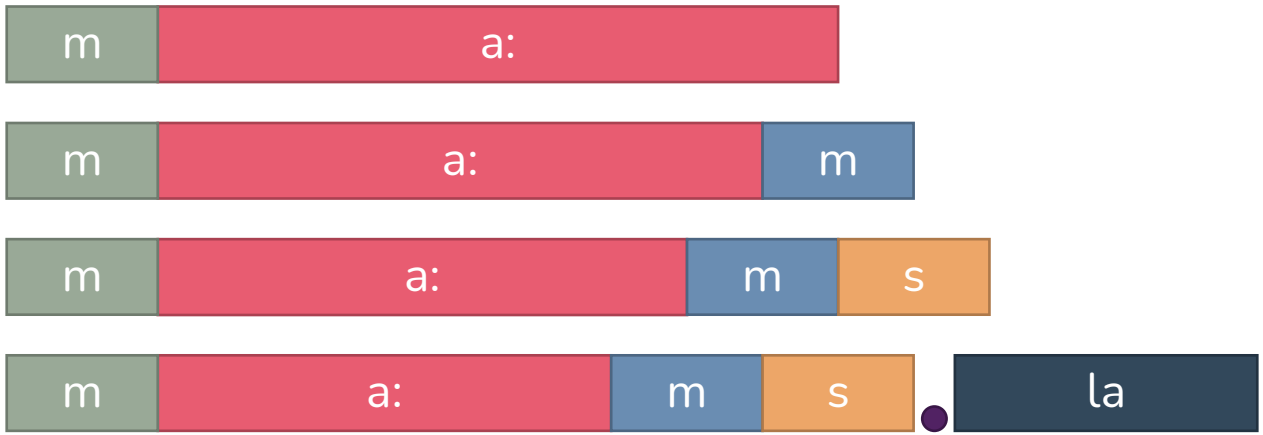


Beispieldaten

- Für die folgenden Beispiele werden wir Daten folgender Studie nutzen:

Compensatory Vowel Shortening in German[1]

- Stressed Vowels sind kürzer je nachdem wie viele Konsonanten ihnen folgen:



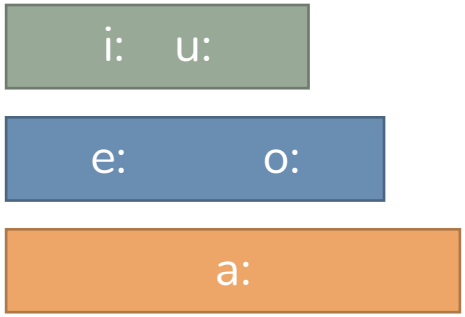
[1] Schmitz, D., Cho, H.-E., & Niemann, H. (2018). Vowel shortening in German as a function of syllable structure. Proceedings 13. Phonetik Und Phonologie Tagung (P&P13), 181–184.

Beispieldaten

- Für die folgenden Beispiele werden wir Daten folgender Studie nutzen:

Compensatory Vowel Shortening in German[1]

- Unabhängig von diesem Vowel Shortening gilt, dass offene Vokale länger sind als halb-offene Vokale, und halb-offene Vokale sind länger als geschlossene Vokale:

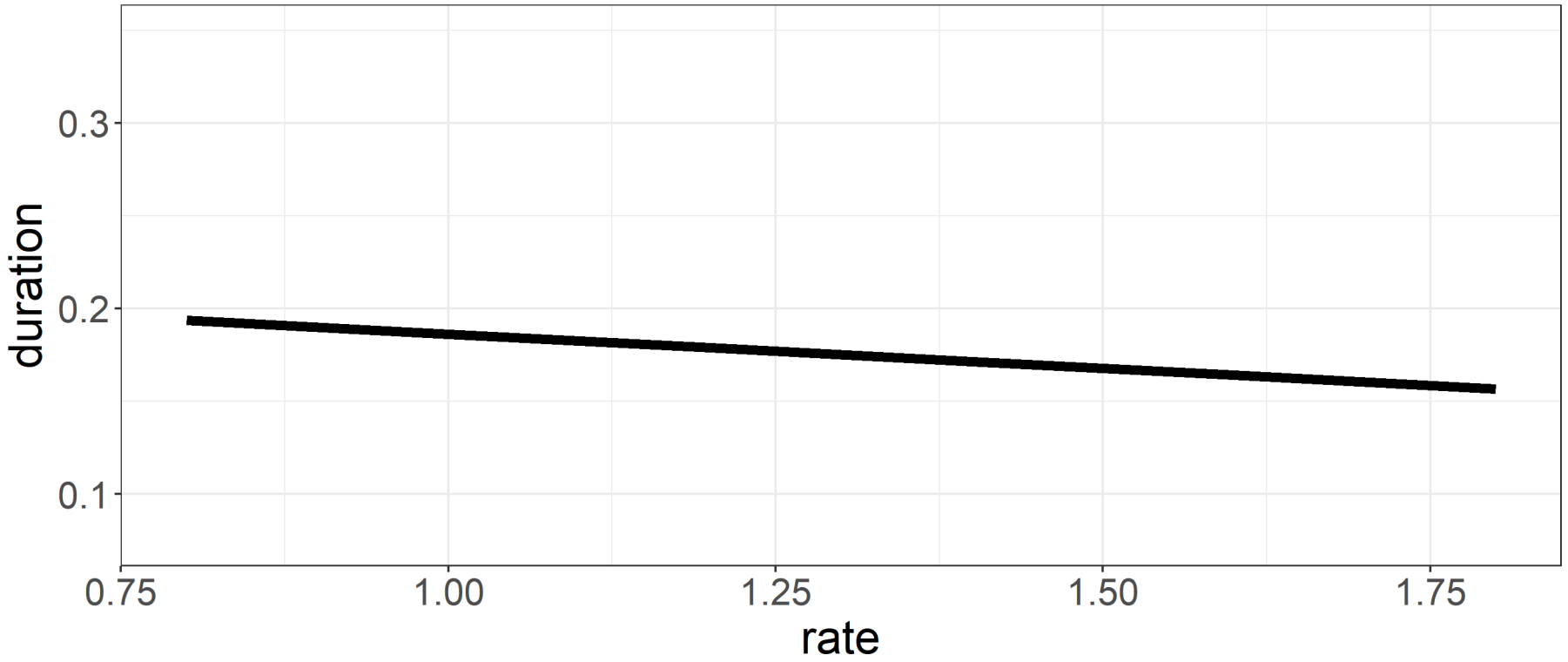


[1] Schmitz, D., Cho, H.-E., & Niemann, H. (2018). Vowel shortening in German as a function of syllable structure. Proceedings 13. Phonetik Und Phonologie Tagung (P&P13), 181–184.

Beispieldaten

- Bisher haben wir Vokaldauer mit Simpler Linearer Regression...

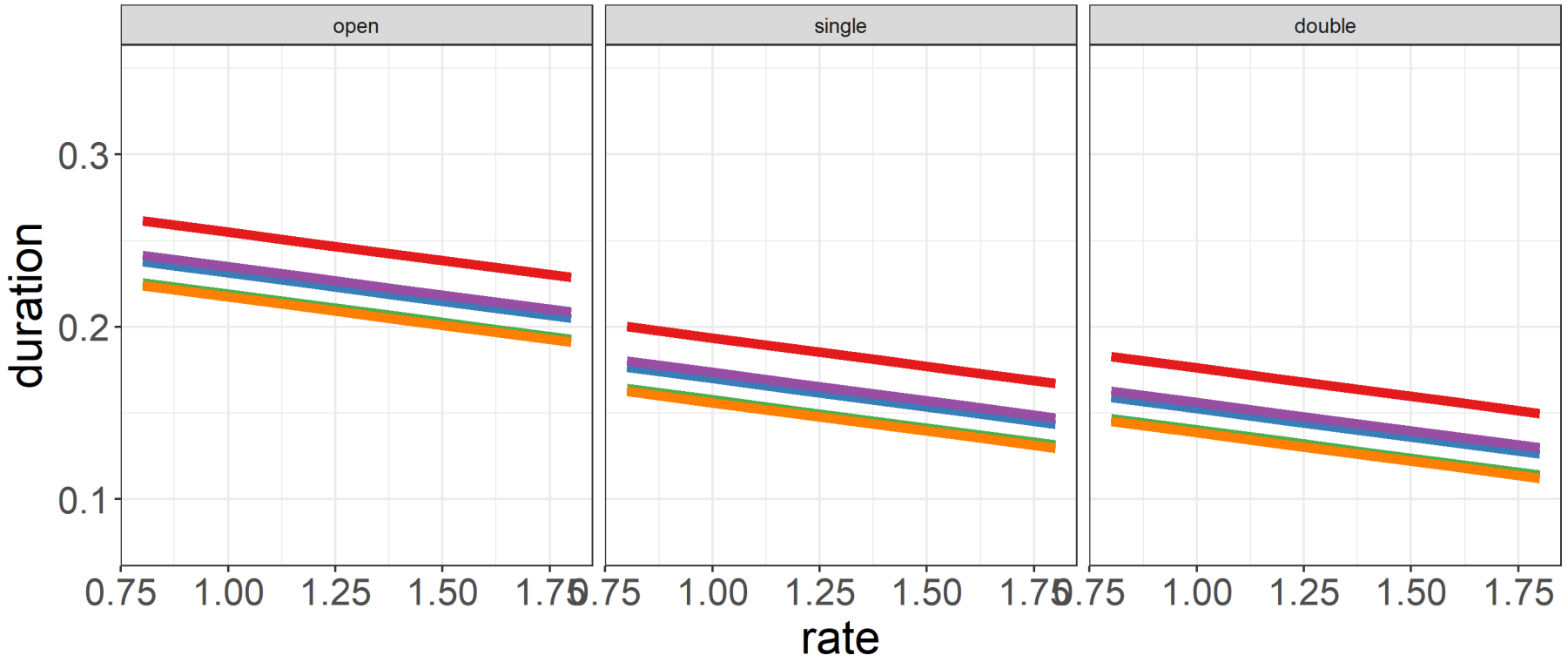
```
lm(duration ~ rate, data_v)
```



Beispieldaten

- ... und Multipler Linearer Regression gemodellt

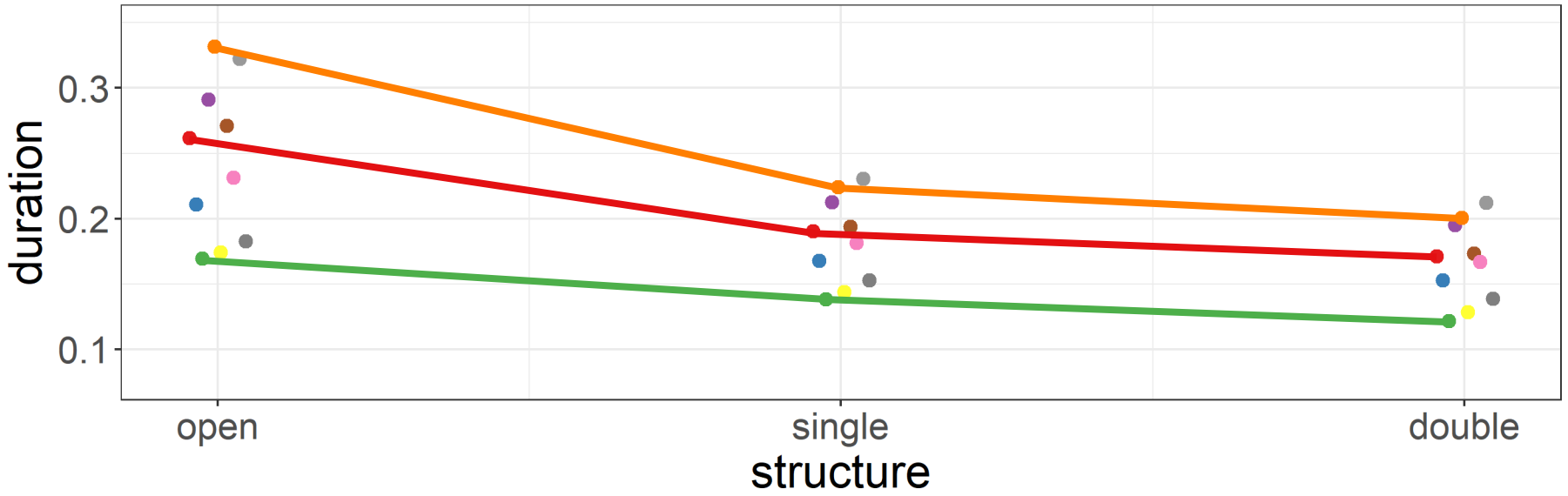
```
lm(duration ~ rate + structure + vowel, data_v)
```



Beispieldaten

- Mittlerweile wissen wir aber, dass Gemischte Modelle besser geeignet sind, zum Beispiel:

```
lmer(duration ~ rate + structure + vowel +
     (structure | speaker), data_v)
```



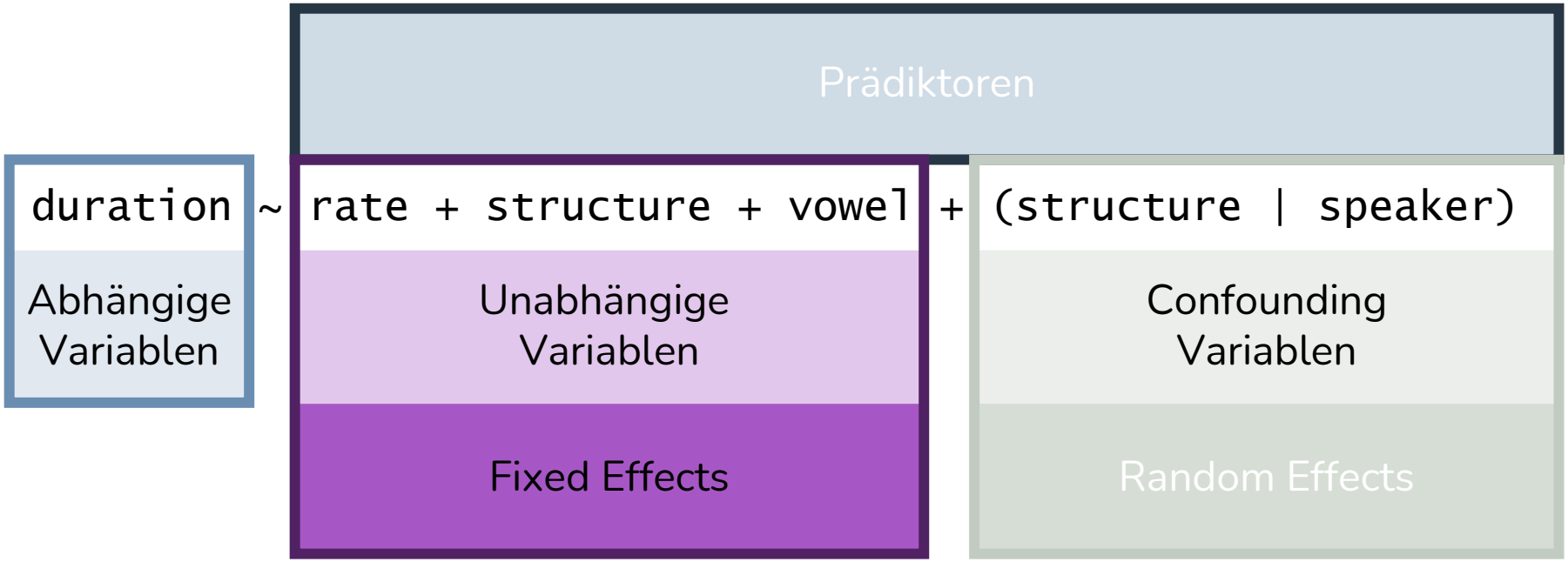
Fixed & Random Effects

- In Gemischten Modellen arbeiten wir mit zwei Arten von Prädikatoren:

1. **Fixed Effects**
    - erklärende Variablen
    - Variablen, die im Mittelpunkt stehen
    - wiederholbar
2. **Random Effects**
    - Ursprung chaotischer Variation in den Daten
    - zufällig, nicht wiederholbar

Fixed & Random Effects

- Das vorherige Modell zu Vokaldauern:



Fixed & Random Effects

- Wenn wir also Daten anhand Gemischter Modelle analysieren möchten, müssen wir nicht nur entscheiden, welche Variablen wir sinnvoller Weise nutzen sollten…
- sondern auch, welche Variablen sich als Fixed Effects eignen und welche Variablen eher Random Effects entsprechen

Fixed & Random Effects

- Typische Beispiele für Fixed Effects sind Variablen, für welche es Vorhersagen durch vorherige Studien und Literatur gibt, z.B.
  - Frequenz — frequenter = kürzere Dauer, kürzere RT
  - Neighourboods — denser = kürzere Dauer
  - gemessene Dauern — lange Base = lange Affix
  - Wortlänge — mehr Buchstabend = höhere RT
  - Videospielfrequenz — frequenter = kürzere RT
  - ...

Fixed & Random Effects

- Typische Beispiele für Random Effects sind Variablen, für welche es keine klaren Vorhersagen gibt, z.B.
  - subject — alle TN sind unterschiedlich
  - items — alle Wörter sind unterschiedlich
  - item order — Priming? wer weiß
  - …

Fixed & Random Effects

- Zurück zum Beispiel der Vokaldauern; hier haben wir folgende Variablen:
  - speech rate — höher = kürzere Dauer
  - structure — komplexer = kürzere Dauer
  - vowel — offener = längere Dauer
  - speaker — ???
  - word — ???

Fixed & Random Effects

- Zurück zum Beispiel der Vokaldauern; hier haben wir folgende Variablen:

• speech rate	höher = kürzere Dauer	**fixed effects**
• structure	komplexer = kürzere Dauer	
• vowel	offener = längere Dauer	
• speaker	???	**random effects**
• word	???	

Gemischte Modelle in R

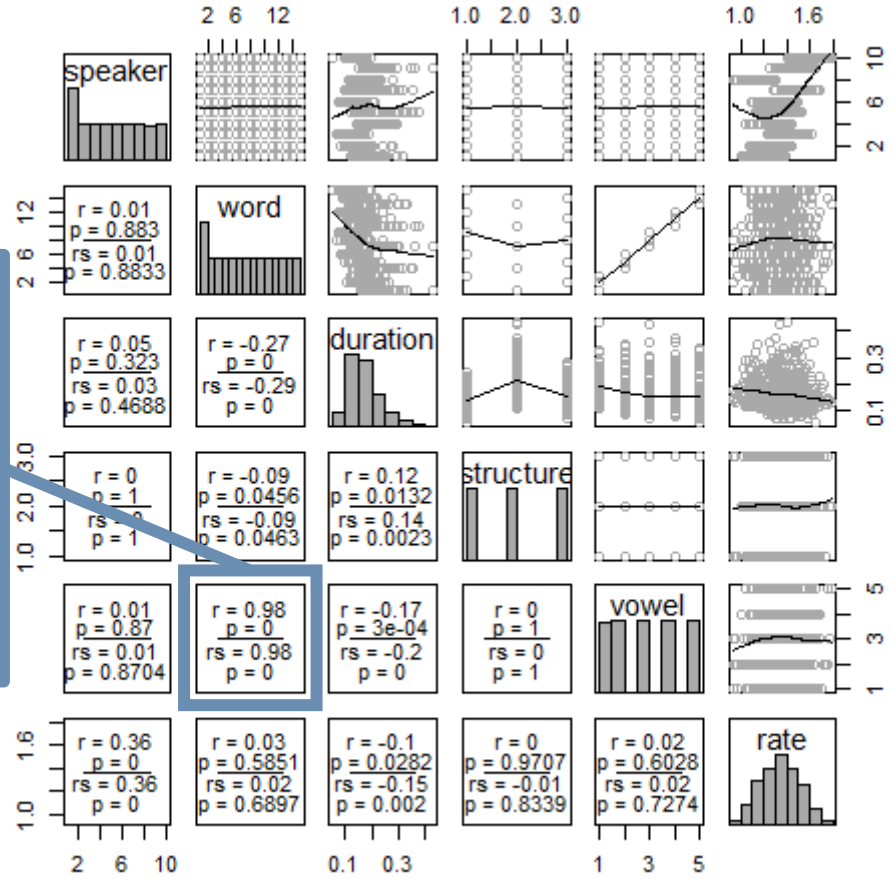
- Wie wir bereits festgestellt haben, bedeuten mehr Variablen auch mehr Arbeitsschritte
- Typische Schritte sind
    1. Verteilung der abhängigen Variable überprüfen
    2. Check der Korrelationen wegen Kollinearität
    3. „volles“ Modell erstellen
    4. „bestes“ Modell finden
    5. Annahmen überprüfen
    6. Modell interpretieren

Gemischte Modelle in R

- Wie wir bereits festgestellt haben, bedeuten mehr Variablen auch mehr Arbeitsschritte
- Typische Schritte sind
    1. Verteilung der abhängigen Variable überprüfen ✓
    2. Check der Korrelationen wegen Kollinearität
    3. „volles“ Modell erstellen
    4. „bestes“ Modell finden
    5. Annahmen überprüfen
    6. Modell interpretieren

Check der Korrelationen

kein Problem, da es sich hierbei um einen festen Effekt und bei der anderen um eine Variable mit zufälligem Effekt handelt



Gemischte Modelle in R

- Wie wir bereits festgestellt haben, bedeuten mehr Variablen auch mehr Arbeitsschritte
- Typische Schritte sind
    1. Verteilung der abhängigen Variable überprüfen ✓
    2. Check der Korrelationen wegen Kollinearität ✓
    3. „volles“ Modell erstellen
    4. „bestes“ Modell finden
    5. Annahmen überprüfen
    6. Modell interpretieren

„Volles“ Modell erstellen

- Erstellung eines vollen Modells:

```
library(lme4)

mdl = lmer(durationLog ~ structure + vowel + rate +
                         (structure | speaker),
                         data_v)
```

Gemischte Modelle in R

- Wie wir bereits festgestellt haben, bedeuten mehr Variablen auch mehr Arbeitsschritte
- Typische Schritte sind
    1. Verteilung der abhängigen Variable überprüfen ✓
    2. Check der Korrelationen wegen Kollinearität ✓
    3. „volles“ Modell erstellen ✓
    4. „bestes“ Modell finden
    5. Annahmen überprüfen
    6. Modell interpretieren

„Bestes“ Modell finden

- Finden des „besten“ Modells

```
step(mdl)

...

...

...

Model found:

durationLog ~ structure + vowel + (structure | speaker)
```

Gemischte Modelle in R

- Wie wir bereits festgestellt haben, bedeuten mehr Variablen auch mehr Arbeitsschritte
- Typische Schritte sind
    1. Verteilung der abhängigen Variable überprüfen ✓
    2. Check der Korrelationen wegen Kollinearität ✓
    3. „volles“ Modell erstellen ✓
    4. „bestes“ Modell finden ✓
    5. Annahmen überprüfen
    6. Modell interpretieren

Assumptions überprüfen

- Multiple Lineare Regression folgt den gleichen Annahmen, denen auch Einfache und Multiple Lineare Regression folgen
  - Linearität
  - Homoskedastizität
  - Normalität
  - Unabhängigkeit

- **Hinweis**: Die SfL Datensätze sind i.d.R. zu klein um Gemischte Modelle zu erstellen, die allen Annahmen entsprechen.

Gemischte Modelle in R

- Wie wir bereits festgestellt haben, bedeuten mehr Variablen auch mehr Arbeitsschritte
- Typische Schritte sind
    1. Verteilung der abhängigen Variable überprüfen ✓
    2. Check der Korrelationen wegen Kollinearität ✓
    3. „volles“ Modell erstellen ✓
    4. „bestes“ Modell finden ✓
    5. Annahmen überprüfen ✓
    6. Modell interpretieren

Interpretation des Modells

- Generell sind wir an zwei Dingen interessiert:
    1. die *p*-Werte der einzelnen Prädikatoren
    2. die Effekte der einzelnen Prädikatoren

Interpretation des Modells

1. Mit der `anova()` Funktion erhalten wir *p*-Werte

```
Type III Analysis of Variance Table with Satterthwaite's method
          Sum Sq Mean Sq NumDF  DenDF F value    Pr(>F)
structure 3.6769 1.83845     2  11.76 100.222 4.111e-08 ***
vowel     3.6894 0.92234     4 423.03  50.281 < 2.2e-16 ***
```

Interpretation des Modells

1. Mit der `summary()` Funktion können wir einen Blick auf die einzelnen Effekte der Prädikatoren werfen

```
Fixed effects:
                 Estimate Std. Error       df t value Pr(>|t|)
(Intercept)      -1.83695    0.07645  9.54001 -24.029 7.41e-10 ***
structureopen     0.43271    0.03064  9.03857  14.125 1.82e-07 ***
structuresingle   0.12182    0.01797 18.54869   6.777 2.04e-06 ***
vowele           -0.15059    0.02031 423.07910  -7.414 6.73e-13 ***
voweli           -0.24876    0.02031 423.07910 -12.248  < 2e-16 ***
vowelo           -0.13248    0.02031 423.07910  -6.523 1.98e-10 ***
vowelu           -0.24566    0.02031 423.07910 -12.095  < 2e-16 ***
```

Interpretation des Modells

Der s.g. „Tukey-Contrast“ zeigt uns die Unterschiede innerhalb eines kategorischen Prädikators

```
                      Estimate  Std. Error z value  Pr(>|z|)
open - double == 0     0.43271    0.03064  14.125   <1e-10 ***
single - double == 0   0.12182    0.01797   6.777   <1e-10 ***
single - open == 0    -0.31089    0.02832 -10.979   <1e-10 ***
```

Interpretation des Modells

Der s.g. „Tukey-Contrast“ zeigt uns die Unterschiede innerhalb eines kategorischen Prädikators

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(>|z|)	
e - a == 0	-0.150590	0.020311	-7.414	< 1e-05	***
i - a == 0	-0.248762	0.020311	-12.248	< 1e-05	***
o - a == 0	-0.132478	0.020311	-6.523	< 1e-05	***
u - a == 0	-0.245664	0.020311	-12.095	< 1e-05	***
i - e == 0	-0.098171	0.020190	-4.862	1.22e-05	***
o - e == 0	0.018113	0.020190	0.897	0.898	
u - e == 0	-0.095074	0.020190	-4.709	2.10e-05	***
o - i == 0	0.116284	0.020190	5.759	< 1e-05	***
u - i == 0	0.003098	0.020190	0.153	1.000	
u - o == 0	-0.113186	0.020190	-5.606	< 1e-05	***