

09

Kollinearität

Dominic Schmitz & Janina Esser

Kollinearität und andere Probleme

- Bisher haben wir relativ naiv Modelle erstellt
 - Irgendeine Variable wird vorhergesagt
 - Irgendwelche Variablen sagen vorher
- Problem: **Potentielle Gefahren**
 1. Nicht-Normalverteilung der Variablen
 2. Kollinearität
 3. Interaktionen

Kollinearität und andere Probleme

- Bisher haben wir relativ naiv Modelle erstellt
 - Irgendeine Variable wird vorhergesagt
 - Irgendwelche Variablen sagen vorher
- Problem: **Potentielle Gefahren**
 1. **Nicht-Normalverteilung der Variablen**
 2. Kollinearität
 3. Interaktionen

Kollinearität und andere Probleme

- Bisher haben wir relativ naiv Modelle erstellt
 - Irgendeine Variable wird vorhergesagt
 - Irgendwelche Variablen sagen vorher
- Problem: **Potentielle Gefahren**
 1. **Nicht-Normalverteilung der Variablen**
 2. **Kollinearität**
 3. Interaktionen

Kollinearität

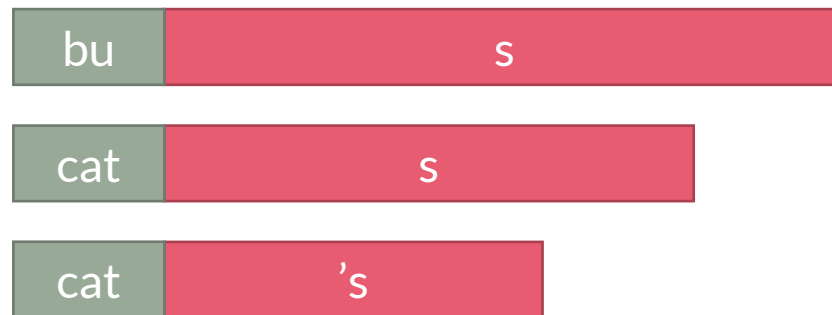
- Sind Variablen stark miteinander korreliert, liegt potenziell das Problem der **Kollinearität** vor
- Bedenkt man dieses nicht, so können
 - Koeffizienten **nicht mehr zuverlässig** berechnet werden
 - Werden womöglich **Effekte (nicht) signifikant**, die eigentlich (nicht) signifikant sind (Stichwort *overfitting*)
- Zur Vermeidung von Kollinearität gibt es einige Methoden (siehe z.B. Tomaschek et al., 2018)

Kollinearität

- Für die folgenden Beispiele werden wir Daten folgender Studie nutzen:

The duration of word-final /s/ differs across morphological categories in English: Evidence from pseudowords¹

- Wort-finales /s/ zeigt je nach Morphologie unterschiedliche Dauern



¹ Schmitz, D., Baer-Henney, D., & Plag, I. (2021). The duration of word-final /s/ differs across morphological categories in English: Evidence from pseudowords. *Phonetica*, 78(5-6), 571-616. doi: 10.1515/phon-2021-2013

Kollinearität

- Da wir mittlerweile wissen, dass man viele Variablen in ein volles Modell einbauen kann, schauen wir uns auch entsprechend viele Variablen an, nämlich:

ITEM, SPEAKER, GENDER, TYPEOFS, FOLSEG, SLIDENUMBER, TRANSCRIPTION, BASEDURLOG, BIPHONEPROBSUM, BIPHONEPROBSUMBIN, AGE, LOCATION, MONOMULTILINGUAL, SPEAKINGRATE, PAUSEDUR, PAUSEBIN, FOLTYPE, PREC

- Wir überprüfen jede dieser Variablen hinsichtlich ihrer Korrelation mit allen anderen Variablen

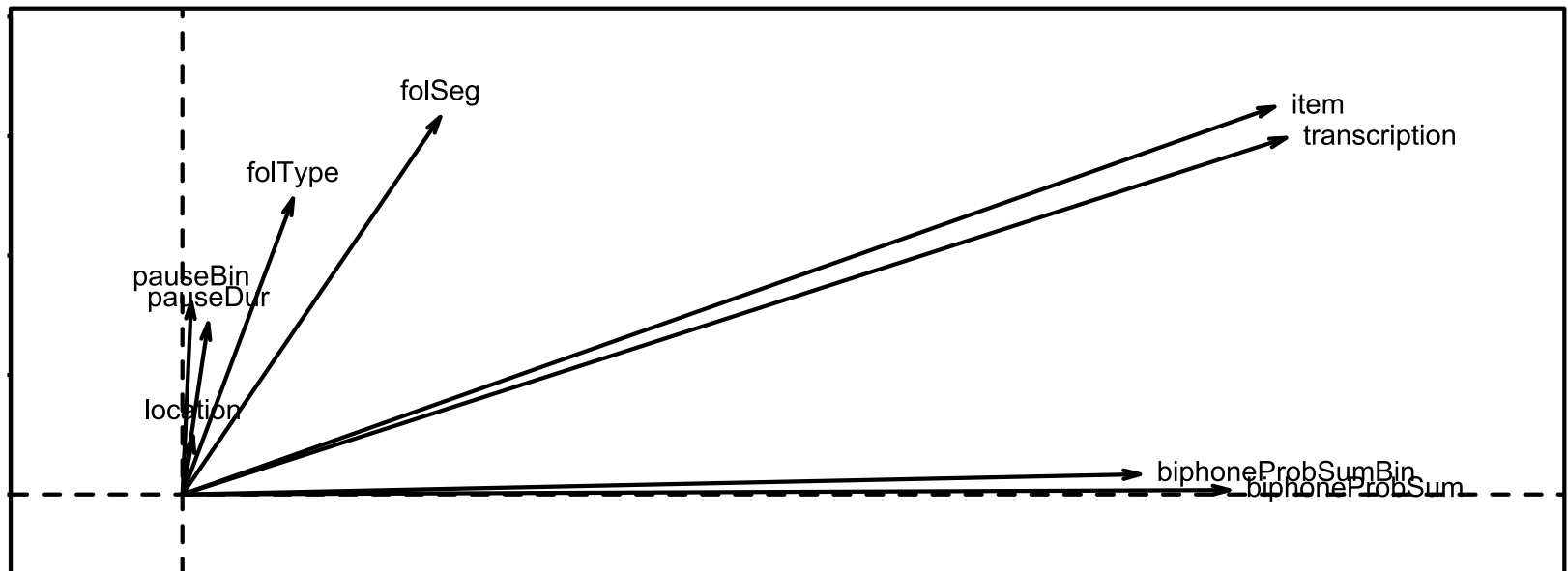
Kollinearität

- Dabei finden wir folgende starke Korrelationen, d.h. $-0.5 < r < 0.5$

Variable 1	Variable 2	Korrelation
ITEM	TRANSCRIPTION	0.82
ITEM	BIPHONEPROBSUM	0.62
ITEM	BIPHONEPROBSUMBIN	-0.55
SPEAKER	LOCATION	-0.57
FOLSEG	FOLTYPE	-0.86
TRANSCRIPTION	BIPHONEPROBSUM	0.73
BIPHONEPROBSUM	BIPHONEPROBSUMBIN	-0.69
PAUSEDUR	PAUSEBIN	0.89

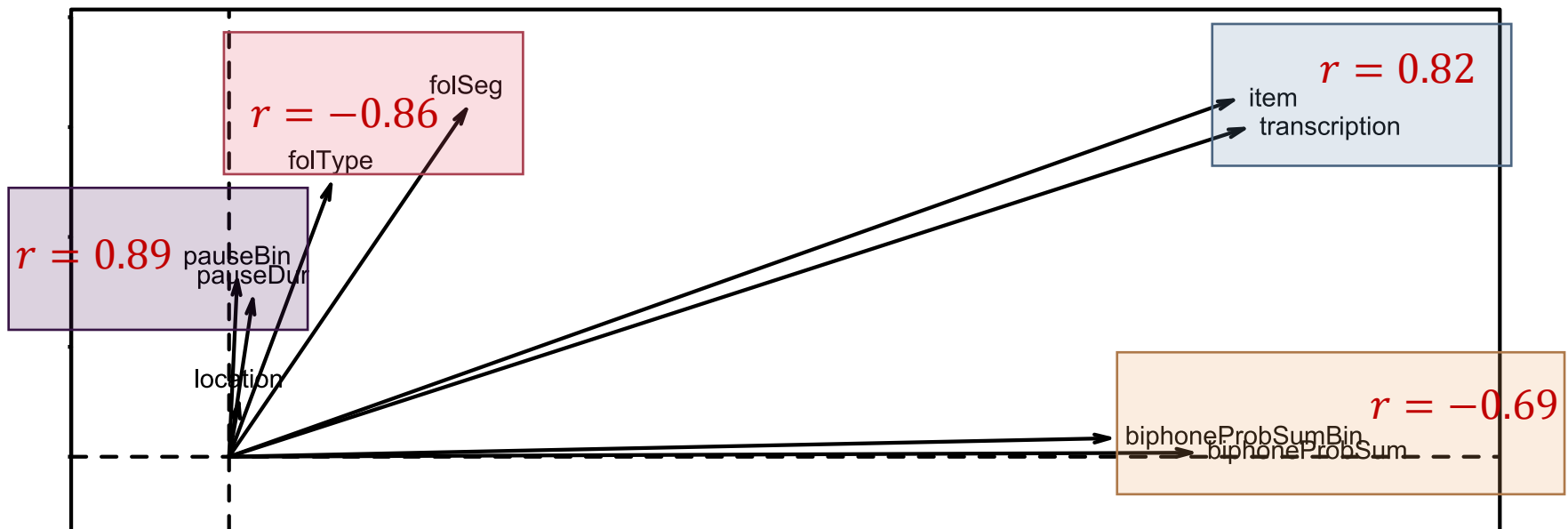
Kollinearität

- Schauen wir uns die stark korrelierten Variablen und ihre Effekte an, finden wir folgendes Bild:



Kollinearität

- Schauen wir uns die stark korrelierten Variablen und ihre Effekte an, finden wir folgendes Bild:



Kollinearität

- Nun haben wir u.a. folgende Möglichkeit
 1. **Vergleich und Ausschluss**: Die stark korrelierten Variablen in einfache Modelle einsetzen und diese vergleichen. Die Variable mit der größeren Vorhersagekraft wird behalten.
Potentielles Problem: Der Verlust von Variablen kann einen Verlust an Vorhersagekraft verursachen.
 2. **Principal Component Analysis**: Ein Verfahren mit welchem aus ursprünglich korrelierten Variablen neue, nicht korrelierte Variablen erstellt werden.
Potentielles Problem: Kompliziert in jeglicher Hinsicht.
- Eine „perfekte“ Lösung gibt es leider nicht – daher schauen wir uns diese beiden Möglichkeiten an.

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:
 1. ITEM VS. TRANSCRIPTION | ITEM VS. BIPHONEPROBSUM | ITEM VS. BIPHONEPROBSUMBIN
 2. TRANSCRIPTION VS. BIPHONEPROBSUM
 3. BIPHONEPROBSUM VS. BIPHONEPROBSUMBIN
 4. SPEAKER VS. LOCATION
 5. FOLSEG VS. FOLTYPE
 6. PAUSEDUR VS. PAUSEBIN

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:
 1. ITEM VS. TRANSCRIPTION | ITEM VS. BIPHONEPROBSUM | ITEM VS. BIPHONEPROBSUMBIN
 2. TRANSCRIPTION VS. BIPHONEPROBSUM
 3. BIPHONEPROBSUM VS. BIPHONEPROBSUMBIN
 4. SPEAKER VS. LOCATION
 5. FOLSEG VS. FOLTYPE
 6. PAUSEDUR VS. PAUSEBIN

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:
 1. ITEM VS. TRANSCRIPTION | ITEM VS. BIPHONEPROBSUM | ITEM VS. BIPHONEPROBSUMBIN
 2. TRANSCRIPTION VS. BIPHONEPROBSUM
 3. BIPHONEPROBSUM VS. BIPHONEPROBSUMBIN
 4. SPEAKER VS. LOCATION
 5. FOLSEG VS. FOLTYPE
 6. PAUSEDUR VS. PAUSEBIN

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

1. ITEM vs. TRANSCRIPTION | ITEM vs. BIPHONEPROBSUM | ITEM vs. BIPHONEPROBSUMBIN

2. TRANSCRIPTION vs. BIPHONEPROBSUM

3. BIPHONEPROBSUM vs. BIPHONEPROBSUMBIN

4. SPEAKER vs. LOCATION

5. FOLSEG vs. FOLTYPE

6. PAUSEDUR vs. PAUSEBIN

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

1. ITEM vs. TRANSCRIPTION | ITEM vs. BIPHONEPROBSUM | ITEM vs. BIPHONEPROBSUMBIN
 2. TRANSCRIPTION vs. BIPHONEPROBSUM
 3. BIPHONEPROBSUM vs. BIPHONEPROBSUMBIN
 4. SPEAKER vs. LOCATION
 5. FOLSEG vs. FOLTYPE
 6. PAUSEDUR vs. PAUSEBIN
-
- zuerst, dadurch fallen dann potentiell weg

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

1. BIPHONEPROBSUM vs. BIPHONEPROBSUMBIN

- **Potentielle Ergebnisse:**

- signifikanter Unterschied, d.h. bedeutend verschiedener Fit der beiden Modelle
= wir behalten die bessere Variable und schließen die andere aus
- kein signifikanter Unterschied, d.h. beide Variablen modellieren /s/ Dauer gleich gut
= wir überlegen, welche Variable konzeptionell besser ist/hören auf den AIC-Wert

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

1. BIPHONEPROBSUM vs. BIPHONEPROBSUMBIN

- **Ergebnis:**
 - kein signifikanter Unterschied, d.h. beide Variablen modellieren /s/ Dauer gleich gut
= wir entscheiden uns für **biphoneProbSumBin**, da die Interpretation konzeptionell einfacher ist

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

1. ITEM vs. TRANSCRIPTION | ~~ITEM vs. BIPHONEPROBSUM~~ | ITEM vs. BIPHONEPROBSUMBIN

~~2. TRANSCRIPTION vs. BIPHONEPROBSUM~~

~~3. BIPHONEPROBSUM vs. BIPHONEPROBSUMBIN~~

4. SPEAKER VS. LOCATION

5. FOLSEG VS. FOLTYPE

6. PAUSEDUR VS. PAUSEBIN

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

2. ITEM vs. TRANSCRIPTION

- **Ergebnis:**
 - signifikanter Unterschied, d.h. bedeutend verschiedener Fit der beiden Modelle
= **item** modelliert die Dauer von /s/ besser, also behalten wir die Variable

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

1. **ITEM** vs. TRANSCRIPTION | ~~ITEM vs. BIPHONEPROBSUM~~ **ITEM** vs. **BIPHONEPROBSUMBIN**

~~2. TRANSCRIPTION vs. BIPHONEPROBSUM~~

~~3. BIPHONEPROBSUM vs.~~ **BIPHONEPROBSUMBIN**

4. SPEAKER VS. LOCATION

5. FOLSEG VS. FOLTYPE

6. PAUSEDUR VS. PAUSEBIN

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

3. ITEM vs. BIPHONEPROBSUMBIN

- **Ergebnis:**
 - kein signifikanter Unterschied, d.h. beide Variablen modellieren /s/ Dauer gleich gut
= wir entscheiden uns für **biphoneProbSumBin**, da die Interpretation konzeptionell einfacher ist

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

1. ~~ITEM~~ vs. ~~TRANSCRIPTION~~ | ~~ITEM~~ vs. ~~BIPHONEPROBSUM~~ | ~~ITEM~~ vs. ~~BIPHONEPROBSUMBIN~~

2. ~~TRANSCRIPTION~~ vs. ~~BIPHONEPROBSUM~~

3. ~~BIPHONEPROBSUM~~ vs. ~~BIPHONEPROBSUMBIN~~

4. SPEAKER vs. LOCATION

5. FOLSEG vs. FOLTYPE

6. PAUSEDUR vs. PAUSEBIN

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:
 - 4. SPEAKER VS. LOCATION
 - **Ergebnis:**
 - kein signifikanter Unterschied, d.h. beide Variablen modellieren /s/ Dauer gleich gut
= wir entscheiden uns für **location**, da die Interpretation konzeptionell einfacher ist

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

~~1. ITEM vs. TRANSCRIPTION~~ | ~~ITEM vs. BIPHONEPROBSUM~~ | ~~ITEM vs. BIPHONEPROBSUMBIN~~

~~2. TRANSCRIPTION vs. BIPHONEPROBSUM~~

~~3. BIPHONEPROBSUM vs. BIPHONEPROBSUMBIN~~

~~4. SPEAKER vs. LOCATION~~

5. FOLSEG vs. FOLTYPE

6. PAUSEDUR vs. PAUSEBIN

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:
 - 4. FOLSEG VS. FOLTYPE
 - **Ergebnis:**
 - kein signifikanter Unterschied, d.h. beide Variablen modellieren /s/ Dauer gleich gut
= wir entscheiden uns für **folType**, da die Interpretation konzeptionell einfacher ist

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

~~1. ITEM vs. TRANSCRIPTION~~ | ~~ITEM vs. BIPHONEPROBSUM~~ | ~~ITEM vs. BIPHONEPROBSUMBIN~~

~~2. TRANSCRIPTION vs. BIPHONEPROBSUM~~

~~3. BIPHONEPROBSUM vs. BIPHONEPROBSUMBIN~~

~~4. SPEAKER vs. LOCATION~~

~~5. FOLSEG vs. FOLTYPE~~

6. PAUSEDUR vs PAUSEBIN

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:
 - 4. PAUSEDUR VS. PAUSEBIN
 - **Ergebnis:**
 - kein signifikanter Unterschied, d.h. beide Variablen modellieren /s/ Dauer gleich gut
= wir entscheiden uns für **pauseBin**, da die Interpretation konzeptionell einfacher ist

1. Vergleich und Ausschluss

- Anhand der gefundenen Korrelationen müssen wir folgende Vergleiche vornehmen:

~~1. ITEM vs. TRANSCRIPTION~~ | ~~ITEM vs. BIPHONEPROBSUM~~ | ~~ITEM vs. BIPHONEPROBSUMBIN~~

~~2. TRANSCRIPTION vs. BIPHONEPROBSUM~~

~~3. BIPHONEPROBSUM vs. BIPHONEPROBSUMBIN~~

~~4. SPEAKER vs. LOCATION~~

~~5. FOLSEG vs. FOLTYPE~~

~~6. PAUSEDUR vs. PAUSEBIN~~

1. Vergleich und Ausschluss

- Es bleiben abschließend folgende Variablen zur Erstellung eines vollen Modells übrig:
 1. BIPHONEPROBSUMBIN
 2. LOCATION
 3. FOLTYPE
 4. PAUSEBIN
- Zusätzlich bleiben natürlich noch die Variablen im Spiel, welche keine starken Korrelationen vorgewiesen haben:
 - GENDER, TYPEOFS, SLIDENUMBER, BASEDUR, AGE, MONOMULTILINGUAL, SPEAKINGRATE, PREC

1. Vergleich und Ausschluss

- Das volle Modell enthält also folgende Variablen:
BIPHONEPROBSUMBIN, LOCATION, FOLTYPE, PAUSEBIN, GENDER, TYPEOFS, SLIDENUMBER, BASEDURLOG, AGE, MONOMULTILINGUAL, SPEAKINGRATE, PREC
- Das finale Modell (nach step) enthält folgende Variablen
BIPHONEPROBSUMBIN, LOCATION, PAUSEBIN, GENDER, TYPEOFS, BASEDURLOG, MONOMULTILINGUAL, SPEAKINGRATE
- Keine dieser Variablen sind kollinear, d.h. die Berechnung der Koeffizienten sowie die Signifikanzlevel der einzelnen Variablen sind als verlässlich einzustufen
- Allerdings haben wir auf dem Weg zum finalen Modell **knapp die Hälfte unserer Variablen verloren...**

2. Principal Component Analysis

- Principal Component Analysis – **PCA** – beschreibt ein Verfahren mit welchem aus ursprünglich korrelierten Variablen neue, nicht korrelierte Variablen erstellt werden
- Wir schauen uns dieses Verfahren anhand fiktiver Daten an
- Hierzu erstellen wir zunächst ein Data Frame mit den problematischen Variablen:

var1, var2, var3, var4, var5, var6, var7, var8, var9
- Jede dieser Variablen ist mit mindestens einer der anderen Variablen stark korreliert

2. Principal Component Analysis

- Nun nutzen wir die PCA-Funktion, die standardmäßig in R vorhanden ist:

```
pca <- princomp(df, cor=TRUE, score=TRUE)
```

2. Principal Component Analysis

- Danach können wir uns die s.g. **Eigenwerte** der neu erstellen Variablen anschauen:

```
> library("factoextra")
```

```
> get_eigenvalue(pca)
```

	eigenvalue	variance.percent	cumulative.variance.percent
Dim.1	2.71706780	30.1896422	30.18964
...			

2. Principal Component Analysis

- Je höher der **Eigenwert** einer erstellten Variable ist, desto mehr **Varianz** kann sie in den ursprünglichen Daten **erklären**

	eigenvalue	variance.percent	cumulative.variance.percent
Dim.1	2.717	30.190	30.190
Dim.2	2.621	29.125	59.315
Dim.3	2.429	26.991	86.306
Dim.4	0.368	4.083	90.389
Dim.5	0.367	3.741	94.13
Dim.6	0.280	3.110	97.24
Dim.7	0.090	1.000	98.24
Dim.8	0.081	0.899	99.139
Dim.9	0.077	0.861	100.000

2. Principal Component Analysis

- Schließlich müssen wir entscheiden, welche neu erstellen Variablen wir behalten und nutzen möchten. Hierzu gibt es einige Richtlinien, an welchen man sich orientieren kann:
 1. Der **Eigenwert** einer Variable muss **mindestens 1** betragen, da eine Variable mit Eigenwert 1 mindestens sich selbst erklären kann.
 2. Die ‚**cumulative variance explained**‘ der neuen Variablen sollte **mindestens 70 %** betragen
 3. Es sollte **keine großen Unterschiede zwischen den Eigenwerten** der neuen Variablen geben
 4. Neue Variablen sind nur hilfreich, wenn sie auch **interpretierbar** sind

2. Principal Component Analysis

- Je höher der Eigenwert einer erstellten Variable ist, desto mehr Varianz kann sie in den ursprünglichen Daten erklären

	eigenvalue	variance.percent	cumulative.variance.percent
Dim.1	2.717	30.190	30.190
Dim.2	2.621	29.125	59.315
Dim.3	2.429	26.991	86.306
Dim.4	0.368	4.083	90.389
Dim.5	0.367	3.741	94.13
Dim.6	0.280	3.110	97.24
Dim.7	0.090	1.000	98.24
Dim.8	0.081	0.899	99.139
Dim.9	0.077	0.861	100.000

2. Principal Component Analysis

- Je höher der Eigenwert einer erstellten Variable ist, desto mehr Varianz kann sie in den ursprünglichen Daten erklären.

	eigenvalue	Eigenwert ≥ 1	cumulative.variance.percent
Dim.1	2.717	30.190	30.190
Dim.2	2.621	29.125	59.315
Dim.3	2.429	26.991	86.306
Dim.4	0.368	4.083	90.389
Dim.5	keine großen Sprünge	3.741	94.13
Dim.6	0.280	3.110	97.24
Dim.7	0.090	1.000	98.24
Dim.8	0.081	0.899	99.139
Dim.9	0.077	0.861	100.000

2. Principal Component Analysis

- Je höher der Eigenwert einer erstellten Variable ist, desto mehr Varianz kann sie in den ursprünglichen Daten erklären.

	eigenvalue	Eigenwert ≥ 1	cumulative.variance.percent
Dim.1	2.717	30.190	30.190
Dim.2	2.621	29.125	59.315
Dim.3	2.429	26.991	86.306
Dim.4	0.368	4.082	90.389
Dim.5	keine großen Sprünge	3.74	94.13
Dim.6	0.280	3.110	97.24
Dim.7	0.090	1.000	98.24
Dim.8	0.081	0.899	99.139
Dim.9	0.077	0.861	100.000

cumulative variance explained $\geq 70\%$

2. Principal Component Analysis

- Wir behalten also PCA Components 1, 2 und 3 als neue Variablen:

```
pcframe <- as.data.frame(pca$scores)[1:3]
```


2. Principal Component Analysis

- Doch was bedeuten die neuen Variablen? Das stellen wir anhand ihrer s.g.

Loadings fest:

```
> pca$loadings[,1:3]
```

Loadings:

	Comp.1	Comp.2	Comp.3
var1	0.316	0.168	0.414
var2	-0.376	-0.185	-0.435
var3	-0.353	-0.191	-0.417
var4		-0.474	0.260
var5		0.517	-0.301
var6		0.498	-0.285
var7	-0.433	0.222	0.273
var8	0.465	0.251	-0.279
var9	0.458	0.221	-0.272

Die Loadings einer Principal Component stellen ihre **Korrelation** mit den ursprünglichen Variablen dar. Je höher die Korrelation, desto mehr der ursprünglichen Variable ist in einer Component enthalten.

2. Principal Component Analysis

- Doch was bedeuten die neuen Variablen? Das stellen wir anhand ihrer s.g. Loadings fest:

```
> pca$loadings[,1:3]
```

Loadings:

	Comp.1	Comp.2	Comp.3
var1	0.316	0.168	0.414
var2	-0.376	-0.185	-0.435
var3	-0.353	-0.191	-0.417
var4		-0.474	0.260
var5		0.517	-0.301
var6		0.498	-0.285
var7	-0.433	0.222	0.273
var8	0.465	0.251	-0.279
var9	0.458	0.221	-0.272

Unsere drei Components spiegeln die ursprünglichen Variablen gut wider:

Comp.1 umfasst die Effekte von var7, var8 und var9

Comp.2 umfasst die Effekte von var4, var5 und var6

Comp.3 umfasst die Effekte von var1, var2 und var3

2. Principal Component Analysis

- Doch was bedeuten die neuen Variablen? Das stellen wir anhand ihrer s.g. Loadings fest:

```
> pca$loadings[,1:3]
```

Loadings:

	Comp.1	Comp.2	Comp.3
var1	0.316	0.168	0.414
var2	-0.376	-0.185	-0.435
var3	-0.353	-0.191	-0.417
var4		-0.474	0.260
var5		0.517	-0.301
var6		0.498	-0.285
var7	-0.433	0.222	0.273
var8	0.465	0.251	-0.279
var9	0.458	0.221	-0.272

Linguistisches Beispiel:

Nehmen wir an, dass

var7 = speech rate

var8 = phon.

neighbourhood

var9 = orth.

neighbourhood

Comp.1 zeigt uns, dass der Effekt von **var7** in die entgegengesetzte Richtung zu den Effekten von **var8** und **var9** geht

2. Principal Component Analysis

- Doch was bedeuten die neuen Variablen? Das stellen wir anhand ihrer s.g. Loadings fest:

```
> pca$loadings[,1:3]
```

Loadings:

	Comp.1	Comp.2	Comp.3
var1	0.316	0.168	0.414
var2	-0.376	-0.185	-0.435
var3	-0.353	-0.191	-0.417
var4		-0.474	0.260
var5		0.517	-0.301
var6		0.498	-0.285
var7	-0.433	0.222	0.273
var8	0.465	0.251	-0.279
var9	0.458	0.221	-0.272

Linguistisches Beispiel:

Je nach **Vorzeichen** des Koeffizienten von Comp.1 in einer Regressionsanalyse finden wir daher:

1. positiv: höhere speech rate = niedrigerer Wert der abhängigen Variable
2. negativ: höhere speech rate = höherer Wert der abhängigen Variable

Ja, PCAs sind kompliziert...

Kollinearität und andere Probleme

- Bisher haben wir relativ naiv Modelle erstellt
 - Irgendeine Variable wird vorhergesagt
 - Irgendwelche Variablen sagen vorher
- Problem: **Potentielle Gefahren**
 1. **Nicht-Normalverteilung der Variablen**
 2. **Kollinearität**
 3. Interaktionen

Kollinearität und andere Probleme

- Bisher haben wir relativ naiv Modelle erstellt
 - Irgendeine Variable wird vorhergesagt
 - Irgendwelche Variablen sagen vorher
- Problem: **Potentielle Gefahren**
 1. **Nicht-Normalverteilung der Variablen**
 2. **Kollinearität**
 3. Interaktionen → siehe gemischte Modelle