POR OTRO LADO:

$$|x_i - p_i| \leq \|x-p\|$$

$$|x_j - p_j| \leq \|x-p\|$$

$$|x_k - p_k| \leq \|x-p\|$$

ENTONCES:

$$|R_p(x-p)| \underset{\|x-p\|<r}{\leq} \frac{1}{6}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} M \cdot \|x-p\|^3\right)$$

$$\frac{|R_p(x-p)|}{\|x-p\|^2} \underset{\|x-p\|<r}{\leq} \frac{1}{6} \cdot \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \underbrace{M \cdot \frac{\|x-p\|^{\cancel{3}}}{\cancel{\|x-p\|^2}}}_{\xrightarrow{x \to p} 0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to p} \frac{R_p(x-p)}{\|x-p\|^2} = 0$$

TAMBIEN SE PUEDE DEMOSTRAR PARA ORDEN K HACIENDO L'HOSPITAL K VECES

CRITERIO DE LA SEGUNDA DERIVADA.

SEA $f: I \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f \in C^2(I)$, I INTERVALO ABIERTO

$a \in I$ Y $f'(a) = 0$

ENTONCES SI:

$f''(a) > 0 \Rightarrow f$ TIENE EN a UN MÍNIMO LOCAL ESTRICTO

$f''(a) < 0 \Rightarrow f$ TIENE EN a UN MÁXIMO LOCAL ESTRICTO

$f''(a) = 0 \Rightarrow$ DEPENDE DE f

DEM:

DADO $x \in I$, POR TAYLOR EXISTE c ENTRE x Y a TAL QUE:

$$f(x) = f(a) + \cancel{\underbrace{f'(a)}_{=0}(x-a)} + f''(c)\frac{(x-a)^2}{2}$$

$$f(x) - f(a) = f''(c)\frac{(x-a)^2}{2} \quad \circledast$$

SI $f''(a) < 0$, COMO f'' CONTINUA POR SER f C^2 EXISTE $r > 0$ TAL QUE $B_r(a) \subseteq I$

Y $\forall y \in B_r(a)$ VALE QUE $f''(y) < 0$

ESTE C ES UN Y EN PARTICULAR

SI TOMO $x \in B_r(a)$ ENTONCES COMO c ESTÁ ENTRE x Y $a \Rightarrow c \in B_r(a)$

POR LO TANTO $f''(c) < 0$

$$\Rightarrow \circledast = f(x) - f(a) = \underbrace{f''(c)}_{<0}\underbrace{\frac{(x-a)^2}{2}}_{>0 \text{ si } x \neq a}$$

$$f(x) - f(a) < 0$$

$$f(x) < f(a) \quad \forall x \in B_r(a)$$

$\Rightarrow a$ ES UN MÁXIMO LOCAL ESTRICTO

EL CASO DE $f''(a) > 0$ ES ANÁLOGO:

$$\rightsquigarrow \quad f(x) - f(a) = \underbrace{f''(c)}_{>0}\underbrace{\frac{(x-a)^2}{2}}_{>0 \text{ si } x \neq a}$$

$$f(x) - f(a) > 0$$

$$f(x) > f(a) \quad \forall x \in B_r(a)$$

$\Rightarrow a$ ES UN MÍNIMO LOCAL ESTRICTO