
ESERCIZI SVOLTI

ALGORITMI E STRUTTURE DATI

LAUREA TRIENNALE IN SCIENZE INFORMATICHE

Perego Luca

Università degli studi di Milano-Bicocca

A.A. 2022/2023

Indice

DIVIDE ET IMPERA.....	4
Variante intero.....	4
Pseudocodice.....	4
Equazione di ricorrenza.....	4
Calcolo dei Tempi [Teorema dell'esperto].....	4
Variante booleano.....	5
Pseudocodice.....	5
Equazione di ricorrenza.....	5
Calcolo dei Tempi [Teorema dell'esperto].....	5
Caso particolare.....	6
Pseudocodice.....	6
Equazione di ricorrenza.....	6
Calcolo dei Tempi [Teorema dell'esperto].....	6
MERGESORT.....	7
Simulazione.....	7
QUICKSORT.....	8
Simulazione.....	8
HEAP.....	9
Build Heap [Max].....	9
HeapSort.....	10
PILE.....	11
Definizione.....	11
Procedure & Attributi.....	11
Esercizio.....	11
CODE.....	12
Definizione.....	12
Procedure & Attributi.....	12
Esercizio.....	12
LISTE SEMPLICI.....	13
Definizione.....	13
Esercizio.....	13
LISTE DOPPIAMENTE CONCATENATE.....	14
Definizione.....	14
Esercizio.....	14

BST.....	15
Costruzione del BST.....	15
Visite.....	16
Pre-order.....	16
In-order.....	16
Post-order.....	16
Eliminazione di nodi.....	16
Nodo con 0 figli.....	16
Nodo con 1 figlio.....	16
Nodo con 2 figli.....	16
GRAFI.....	17
Colori.....	17
Visita in Ampiezza [BFS].....	17
Visita in Profondità [DFS].....	18
TEORIA FONDAMENTALE.....	19
Teorema dell'esperto.....	19
Enunciato.....	19
Caratteristiche e Tempi degli Algoritmi di Ordinamento.....	19
SelectionSort.....	19
InsertionSort.....	19
MergeSort.....	19
QuickSort.....	20
CountingSort.....	20
HeapSort.....	20
Ricerca Dicotomica.....	21
Pseudocodice.....	21
Tempi di Calcolo.....	21
Pseudocodice delle Strutture Dati.....	22
Liste Semplici.....	22
List Insert.....	22
List Delete.....	22
Liste Doppiaemente Concatenate.....	23
DL List Insert.....	23
DL List Delete.....	23
Pile.....	24
Stack Search.....	24
Stack Delete.....	24
Stack Sorted Insert.....	25
Code.....	26
Queue Search.....	26
Queue Sorted Insert.....	26

DIVIDE ET IMPERA

Variante intero

Scrivere un algoritmo che utilizzi la tecnica Divide et Impera per risolvere il seguente problema: dati un vettore V e un intero x , determinare quante coppie consecutive di x sono presenti in V .

Scrivere quindi l'equazione di ricorrenza che esprime il tempo di calcolo di tale algoritmo e risolverla con un metodo a piacere.

Pseudocodice

```
function numeroCoppie(V, x, l, r) {  
    if ( V.length < 2) {  
        return 0  
    }  
  
    mid :=  $\frac{l+r}{2}$   
  
    left := numeroCoppie(V, x, l, mid)  
    right := numeroCoppie(V, x, mid+1, r)  
  
    if (V[mid] = V[mid+1]) {  
        return left + right + 1  
    } else {  
        return left + right  
    }  
}
```

Equazione di ricorrenza

$$T(n) = \theta(1) + 2T\left(\frac{n}{2}\right)$$

Calcolo dei Tempi [Teorema dell'esperto]

$$a = 2, b = 2$$

$$\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } f(n) = \theta(n^{\log_b a - \varepsilon}) \rightarrow T(n) = \theta(n^{\log_b a}) \text{ quindi } T(n) = \theta(n^{\log_2 2}) = \theta(n^1) = \theta(n)$$

Variante booleano

Scrivere un algoritmo che utilizzi la tecnica Divide et Impera per risolvere il seguente problema: dati due vettori V e W di uguale lunghezza e contenenti numeri interi, stabilire se esiste una posizione tale che $V[i] = W[i+1] = V[i+2]$

Scrivere quindi l'equazione di ricorrenza che esprime il tempo di calcolo di tale algoritmo e risolverla con un metodo a piacere.

Pseudocodice

```
function consecutivi(V, W, l, r) {  
    if ( W.length < 2) { // Vettori di uguale lunghezza, quello limitante è W  
        return false  
    }  
  
    mid :=  $\frac{l+r}{2}$   
  
    left := consecutivi(V, W, l, mid)  
    right := consecutivi(V, W, mid+1, r)  
  
    if (V[mid] = W[mid+1] = V[mid+2]) {  
        return true  
    } else {  
        return left or right  
    }  
}
```

Equazione di ricorrenza

$$\begin{aligned} & \theta(1) \\ T(n) = & \\ & 2T \cdot \left(\frac{n}{2}\right) + \theta(1) \end{aligned}$$

Calcolo dei Tempi [Teorema dell'esperto]

$$a = 2, b = 2$$

$$\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } f(n) = \theta(n^{\log_b a - \varepsilon}) \rightarrow T(n) = \theta(n^{\log_b a}) \text{ quindi } T(n) = \theta(n^{\log_2 2}) = \theta(n^1) = \theta(n)$$

Caso particolare

Scrivere un algoritmo che risolva il seguente problema, utilizzando la tecnica Divide et Impera: dato un vettore V contenente $n > 0$ valori interi, calcolare e restituire il valore:

$$(V[1] \cdot V[2]) + (V[2] \cdot V[3]) + \dots + (V[n-1] \cdot V[n])$$

Scrivere poi l'equazione di ricorrenza che esprima il tempo di calcolo dell'algoritmo e risolverla utilizzando un metodo a piacere.

Pseudocodice

```
function equazione (V, l, r) {  
    if (V.length < 2) {  
        return 0  
    }  
  
    mid :=  $\frac{l+r}{2}$   
  
    left := equazione (V, l, mid)  
    right := equazione (V, mid+1, r)  
  
    return left + right + (V[mid] * V[mid+1])  
}
```

Equazione di ricorrenza

$$\begin{aligned} & \theta(1) \\ T(n) = & \\ & 2T \cdot \left(\frac{n}{2}\right) + \theta(1) \end{aligned}$$

Calcolo dei Tempi [Teorema dell'esperto]

$$a = 2, b = 2$$

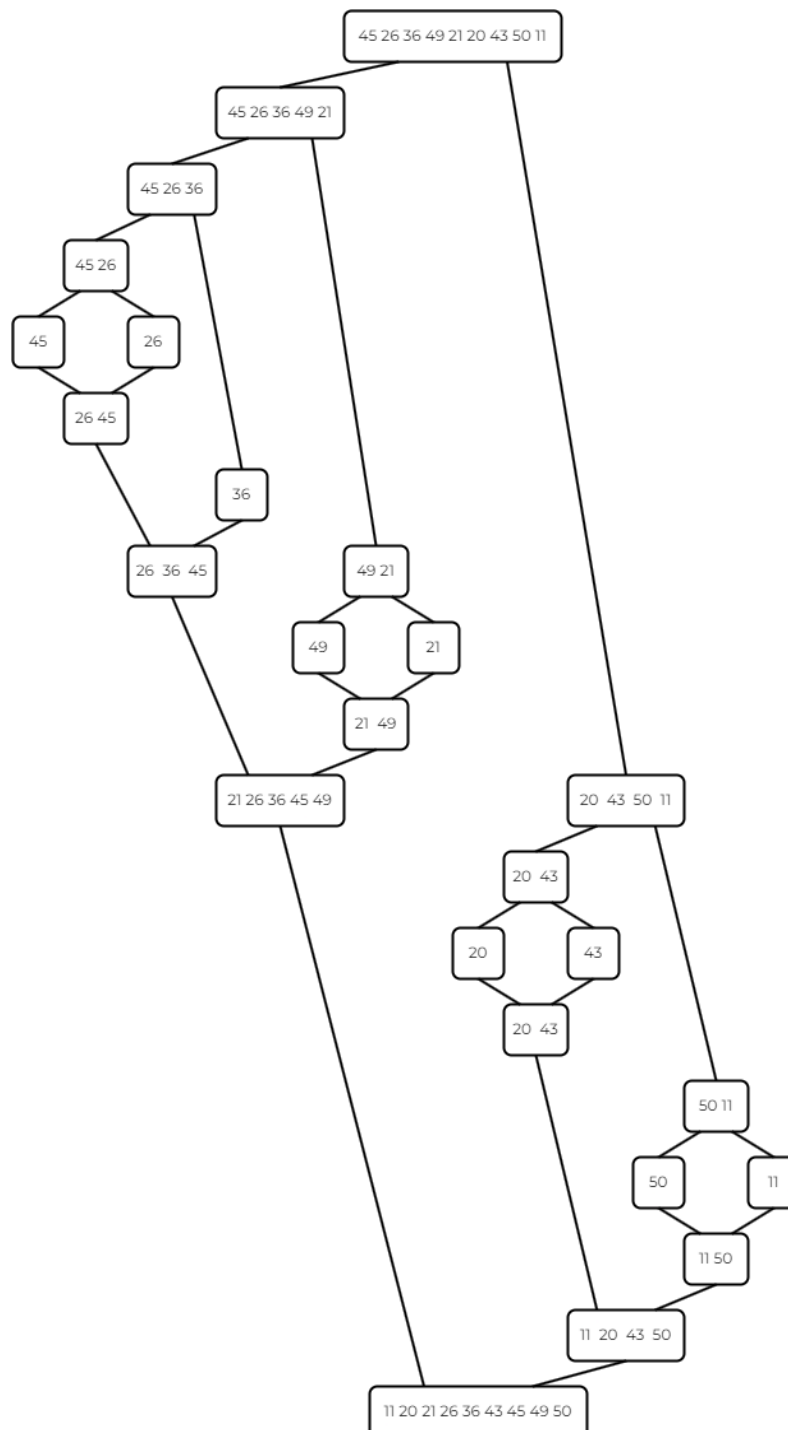
$$\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } f(n) = \theta(n^{\log_b a - \varepsilon}) \rightarrow T(n) = \theta(n^{\log_b a}) \text{ quindi } T(n) = \theta(n^{\log_2 2}) = \theta(n^1) = \theta(n)$$

MERGESORT

Simulare l'esecuzione dell'algoritmo MergeSort sul seguente array illustrando in modo chiaro tutti i passaggi di computazione eseguiti.

[45 26 36 49 21 20 43 50 11]

Simulazione



QUICKSORT

Simulare l'esecuzione del QuickSort sul seguente array indicando chiaramente la procedura Partition, gli scambi che avvengono e il pivot. La scelta su quale tipo di procedura partition usare è libera [Hoare o Lomuto].

[5 2 7 1 3 8 4 6]

Simulazione

● = elemento puntato **B** = pivot

Solitamente si sceglie il primo elemento del sottoarray come pivot.
puntatore $Sx \geq \text{Pivot}$ | puntatore $Dx < \text{Pivot}$.

<p>Partizione 0</p> <p>[5 2 7 1 3 8 4 6] [5 2 7 1 3 8 4 6]</p> <p>[4 2 7 1 3 8 5 6] [4 2 7 1 3 8 5 6] [4 2 7 1 3 8 5 6]</p> <p>[4 2 5 1 3 8 7 6] [4 2 5 1 3 8 7 6] [4 2 5 1 3 8 7 6]</p> <p>[4 2 3 1 5 8 7 6] [4 2 3 1 5 8 7 6] [4 2 3 1 5 8 7 6]</p> <p>Partizione 1 [L]</p> <p>[4 2 3 1]</p> <p>[1 2 3 4] [1 2 3 4] [1 2 3 4] [1 2 3 4]</p> <p>Partizione 2 [L]</p> <p>[1, 2, 3] [1, 2, 3] [1, 2, 3]</p> <p>Partizione 3 [L]</p> <p>[1, 2] [1, 2]</p>	<p>Partizione 4 [L]</p> <p>[1]</p> <p>Partizione 4 [R]</p> <p>[2]</p> <p>Partizione 4</p> <p>[1 2]</p> <p>Partizione 3 [R]</p> <p>[3]</p> <p>Partizione 3</p> <p>[1 2 3]</p> <p>Partizione 2 [R]</p> <p>[4]</p> <p>Partizione 2</p> <p>[1 2 3 4]</p> <p>Partizione 1 [R]</p> <p>[5 8 7 6] [5 8 7 6] [5 8 7 6] [5 8 7 6]</p> <p>Partizione 5 [L]</p> <p>[5]</p>	<p>Partizione 5 [R]</p> <p>[8 7 6]</p> <p>[6 7 8] [6 7 8] [6 7 8]</p> <p>Partizione 6 [L]</p> <p>[6 7] [6 7]</p> <p>Partizione 7 [L]</p> <p>[6]</p> <p>Partizione 7 [R]</p> <p>[7]</p> <p>Partizione 7</p> <p>[6 7]</p> <p>Partizione 6 [R]</p> <p>[8]</p> <p>Partizione 6</p> <p>[6 7 8]</p> <p>Partizione 5</p> <p>[5 6 7 8]</p> <p>Partizione 1</p> <p>[1 2 3 4 5 6 7 8]</p>
---	--	---

HEAP

Build Heap [Max]

Simulare l'esecuzione della funzione BuildHeap sul seguente array:

[63, 41, 51, 67, 45, 46, 11, 70, 62]

Riporta lo stato dell'array dopo ogni operazione di scambio tra gli elementi e illustrando i passaggi. L'array può essere rappresentato in forma di albero se lo si ritiene opportuno, indicando gli indici degli elementi.

Nodo = i

Figlio sx = $2i$

Figlio dx = $2i+1$

[63, 41, 51, 67, 45, 46, 11, 70, 62]
[63, 41, 51, 67, 45, 46, 11, 70, 62]
[63, 41, 51, 67, 45, 46, 11, 70, 62]
[63, 41, 51, 67, 45, 46, 11, 70, 62]
[63, 41, 51, 67, 45, 46, 11, 70, 62]
[63, 41, 51, 67, 45, 46, 11, 70, 62]

Scambio

[63, 41, 51, 70, 45, 46, 11, 67, 62]
[63, 41, 51, 70, 45, 46, 11, 67, 62]
[63, 41, 51, 70, 45, 46, 11, 67, 62]
[63, 41, 51, 70, 45, 46, 11, 67, 62]
[63, 41, 51, 70, 45, 46, 11, 67, 62]
[63, 41, 51, 70, 45, 46, 11, 67, 62]
[63, 41, 51, 70, 45, 46, 11, 67, 62]
[63, 41, 51, 70, 45, 46, 11, 67, 62]

Scambio

[63, 70, 51, 41, 45, 46, 11, 67, 62]
[63, 70, 51, 41, 45, 46, 11, 67, 62]

Scambio

[63, 70, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]
[63, 70, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]
[63, 70, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]
[63, 70, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]
[63, 70, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]
[63, 70, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]
[63, 70, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]

[63, 70, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]
[63, 70, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]

Scambio

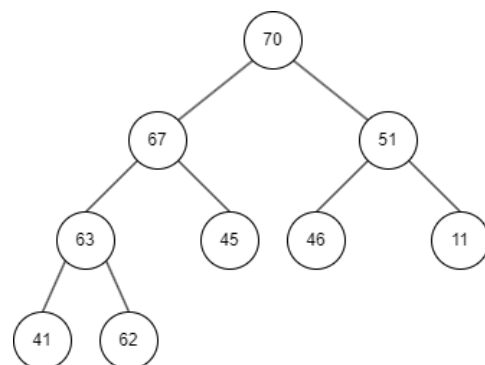
[70, 63, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]
[70, 63, 51, 67, 45, 46, 11, 41, 62]

Scambio

[70, 67, 51, 63, 45, 46, 11, 41, 62]
[70, 67, 51, 63, 45, 46, 11, 41, 62]
[70, 67, 51, 63, 45, 46, 11, 41, 62]
[70, 67, 51, 63, 45, 46, 11, 41, 62]
[70, 67, 51, 63, 45, 46, 11, 41, 62]

Max Heap Costruito

[70, 67, 51, 63, 45, 46, 11, 41, 62]



HeapSort

Simulare l'esecuzione dell'algoritmo HeapSort sul seguente array:

[7, 1, 3, 2, 9, 8]

Illustra i vari passaggi, mostrando lo stato dell'array dopo ogni operazione di scambio. In particolare, si mostrino gli effetti della funzione BuildHeap utilizzata per formare un heap e successivamente si mostrino gli scambi effettuati dall'algoritmo di ordinamento stesso.

Se lo si ritiene opportuno, l'array può essere rappresentato sotto forma di albero, indicando chiaramente gli indici degli elementi.

A = {}			
BuildHeap	Scambio	BuildHeap	Scambio
[7, 1, 3, 2, 9, 8]	[9, 7, 8, 2, 1, 3]	[1, 7, 3, 2]	[3, 2, 1]
[7, 1, 3, 2, 9, 8]	[9, 7, 8, 2, 1, 3]	[1, 7, 3, 2]	[3, 2, 1]
[7, 1, 3, 2, 9, 8]	[9, 7, 8, 2, 1, 3]	[1, 7, 3, 2]	[3, 2, 1]
[7, 1, 3, 2, 9, 8]	[9, 7, 8, 2, 1, 3]	[1, 7, 3, 2]	[3, 2, 1]
Scambio	A = {9}	Scambio	A = {9, 8, 7, 3}
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	Nuovo Heap	[7, 1, 3, 2]	Nuovo Heap
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	[3, 7, 8, 2, 1]	[7, 1, 3, 2]	[1, 2]
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	BuildHeap	Scambio	BuildHeap
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	[3, 7, 8, 2, 1]	[7, 2, 3, 1]	[1, 2]
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	[3, 7, 8, 2, 1]	[7, 2, 3, 1]	[1, 2]
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	[3, 7, 8, 2, 1]	[7, 2, 3, 1]	Scambio
Scambio	Scambio	A = {9, 8, 7}	[2, 1]
[7, 9, 8, 2, 1, 3]	[8, 7, 3, 2, 1]	Nuovo Heap	[2, 1]
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	[8, 7, 3, 2, 1]	[1, 2, 3]	[2, 1]
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	[8, 7, 3, 2, 1]	BuildHeap	A = {9, 8, 7, 3, 2}
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	[8, 7, 3, 2, 1]	[1, 2, 3]	Heap.size < 2
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	A = {9, 8}	[1, 2, 3]	A = {9, 8, 7, 3, 2, 1}
[7, 1, 8, 2, 9, 3]	Nuovo Heap	[1, 2, 3]	
	[1, 7, 3, 2]		

PILE

Definizione

Struttura dati che implementa la politica di gestione LIFO (Last In First Out)

Procedure & Attributi

	Array	Lista
Push	$\theta(1)$	$\theta(1)$
Pop	$\theta(1)$	$\theta(1)$
StackEmpty	$\theta(1)$	$\theta(1)$
Top	$\theta(1)$	$\theta(1)$

Esercizio

Scrivere un algoritmo iterativo che risolva il seguente problema, valutandone poi i tempi di esecuzione nel caso migliore e peggiore, specificando quando questi si verificano.

Siano date 2 pile P e Q contenenti numeri naturali ordinati in ordine non crescente (l'elemento in cima è il più grande) ed una pila vuota R.

Inserire nella pila R tutti i numeri presenti in P e Q in modo che appaiano in ordine non crescente.

```
Function transferPila (P, Q, R) {  
    while (!stackEmpty(P) and !stackEmpty(Q)) {  
        if (P.top != NIL and P.top ≥ Q.top) {  
            push(T, P.pop)  
        }  
        if (Q.top != NIL and Q.top ≥ P.top) {  
            push(T, Q.pop)  
        }  
    }  
  
    while (!T.stackempty) {  
        push(R, T.pop)  
    }  
}
```

CODE

Definizione

Struttura dati che implementa la politica di gestione FIFO (First In First Out)

Procedure & Attributi

	Array	Lista
Enqueue	$\theta(1)$	$\theta(1)$
Dequeue	$\theta(1)$	$\theta(1)$
QueueEmpty	$\theta(1)$	$\theta(1)$
Top	$\theta(1)$	$\theta(1)$

Esercizio

Si considerino due code C1 e C2 contenenti lo stesso numero di valori interi.

Fornire un algoritmo iterativo che, dati C1, C2 e un valore x in input, restituisce una coda C3 contenente tutti i valori diversi da x alternando tra elementi di C1 e di C2.

Valutare poi i tempi di calcolo nel caso migliore e peggiore.

```
function listaAlternata (C1, C2, x) {
    isC1Last := false

    While (!queueEmpty(C1) and !queueEmpty(C2)) {

        if (C1.top != x) {
            if (!isC1Last) {
                enqueue(C3, dequeue(C1))
                isC1Last := true
            }
        } else dequeue(C1)

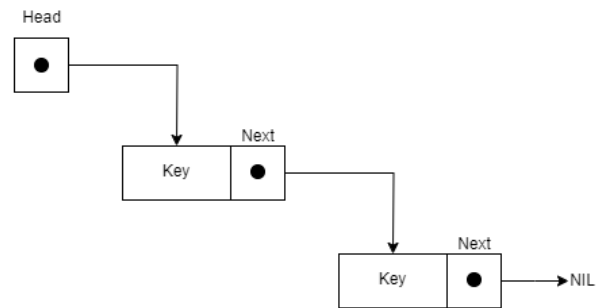
        if (C2.top != x) {
            if (isC1Last) {
                enqueue(C3, dequeue(C2))
                isC1Last := false
            }
        } else dequeue(C2)

        isC1Last := isC1Last and queueEmpty(C1)
    }
}
```

LISTE SEMPLICI

Definizione

Struttura dati dinamica in cui ogni elemento punta al successivo



Esercizio

Scrivere un algoritmo che risolva il seguente problema e valutare i tempi di esecuzione nel caso migliore e peggiore.

Siano L1 e L2 due liste semplici contenenti numeri interi ordinati in ordine crescente, con campi key e next per indicarne il valore e il successivo. Creare una lista L3 contenente tutti gli elementi di L1 e L2 in ordine decrescente.

```
function listaDecrescente (L1, L2) {

    while (L1.head != NIL or L2.head != NIL) {

        if (L1.head ≥ L2.head) {
            listInsert(L1, L3)
        }

        if (L2.head ≥ L1.head) {
            listInsert(L2, L3)
        }

    }

    while (L1.head != NIL) {
        listInsert(L1, L3)
    }

    while (L2.head != NIL) {
        listInser(L2, L3)
    }

}
```

```
function listInsert (k, L) {

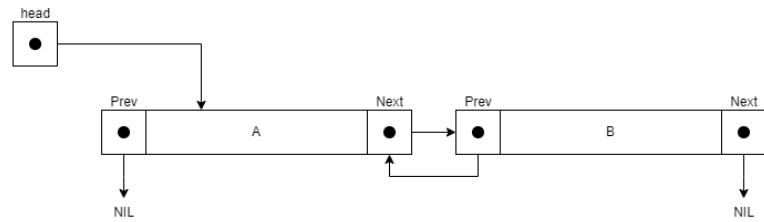
    k.next = L.head
    L.head = k

}
```

LISTE DOPPIAMENTE CONCATENATE

Definizione

Struttura dati dinamica in cui ogni elemento punta al successivo e al predecessore.



Esercizio

???

BST

Costruire un albero binario di ricerca inserendo successivamente i seguenti valori:

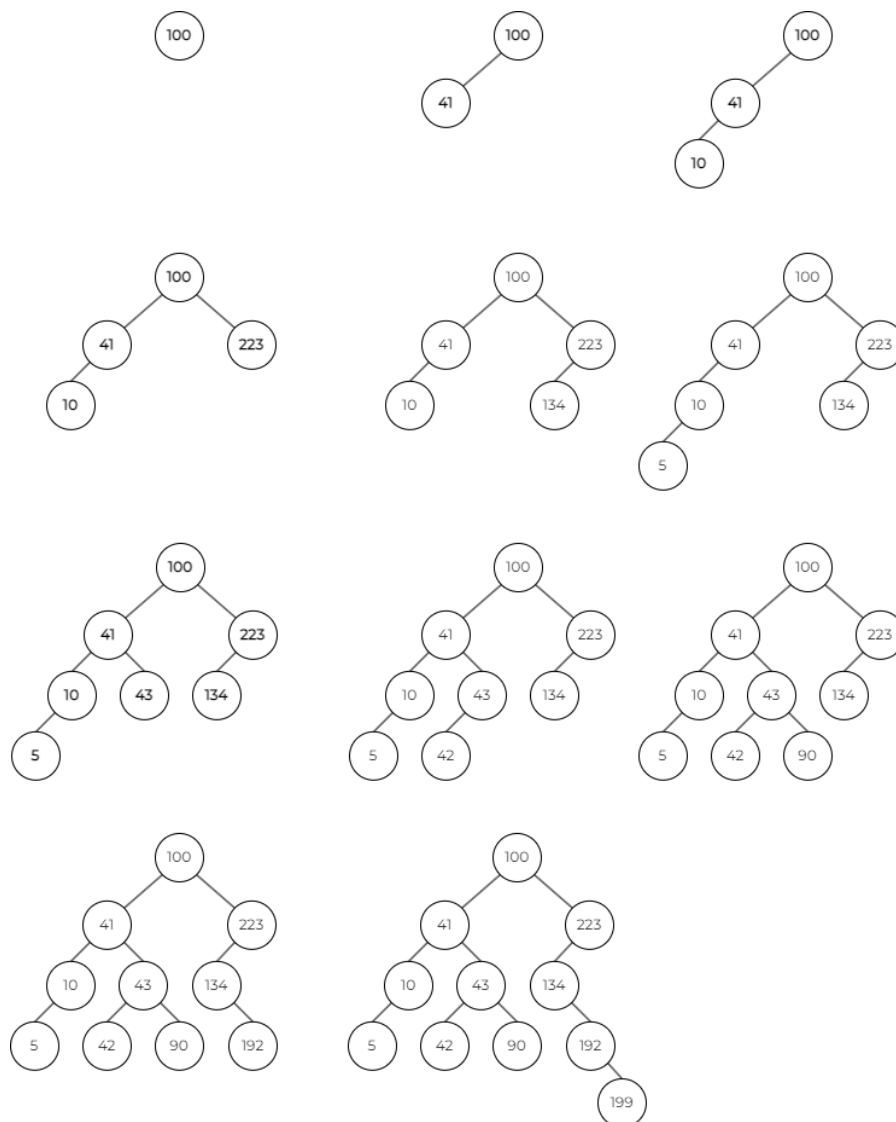
[100, 41, 10, 223, 134, 5, 43, 42, 90, 192]

Disegnare l'albero ottenuto dopo ogni inserimento.

Successivamente indicare la sequenza di interi effettuando la visita usando le 3 tecniche: pre-order, in-order, post-order.

Infine eliminare dall'albero i nodi con le chiavi 42, 10 e 100, mostrando i passaggi di eliminazione per ogni chiave, inoltre spiegare brevemente ogni processo di eliminazione.

Costruzione del BST



Visite

Pre-order

Ordine: padre → sinistra → destra

BST Pre-order: [100, 41, 10, 5, 43, 42, 90, 223, 134, 192, 199]

In-order

Ordine: sinistra → padre → destra

BST In-order: [5, 10, 41, 42, 43, 90, 100, 134, 192, 199, 223]

Post-order

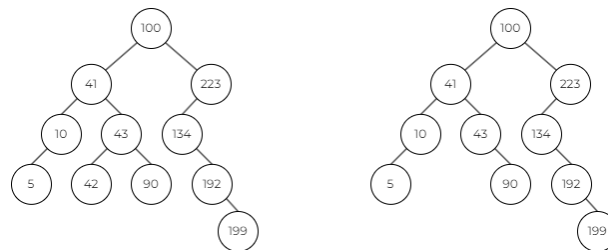
Ordine: sinistra → destra → padre

BST Post-order: [5, 10, 42, 90, 43, 41, 199, 192, 134, 223, 100]

Eliminazione di nodi

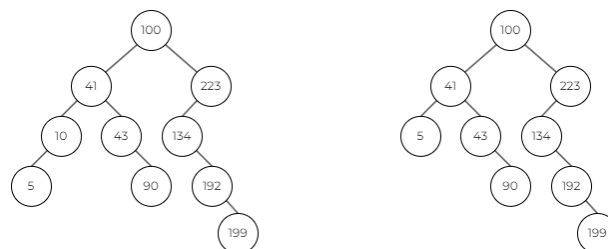
Nodo con 0 figli

Il nodo con key 42 non ha figli, quindi può essere rimosso.



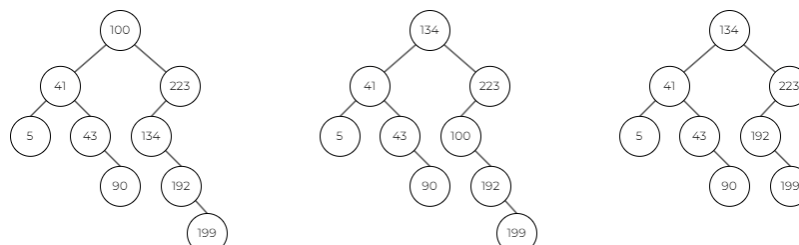
Nodo con 1 figlio

Il nodo con key 10 ha 1 figlio, quindi bisogna eseguire l'operazione di contrazione del nodo.



Nodo con 2 figli

Il nodo con key 100 ha 2 figli, quindi va sostituito con il minimo del sottoalbero destro e poi eliminato effettuando una contrazione se necessaria.



GRAFI

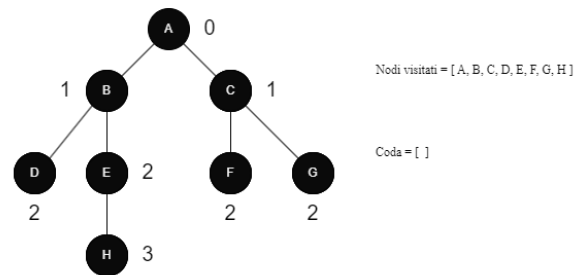
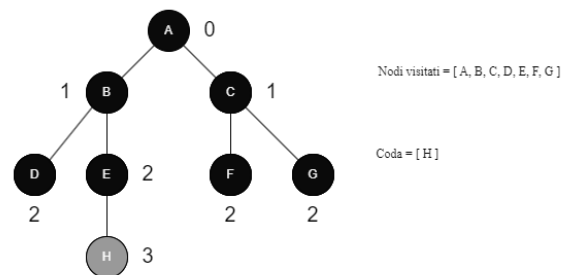
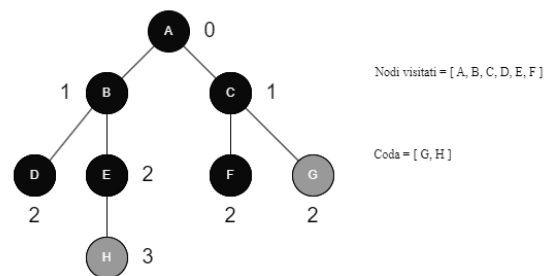
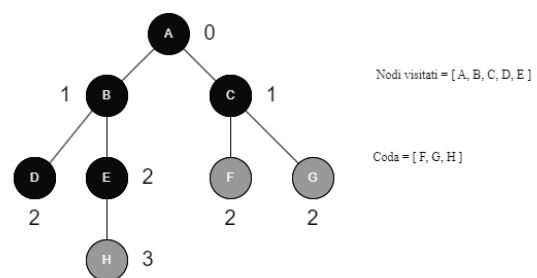
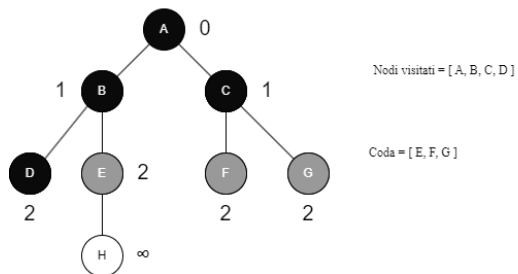
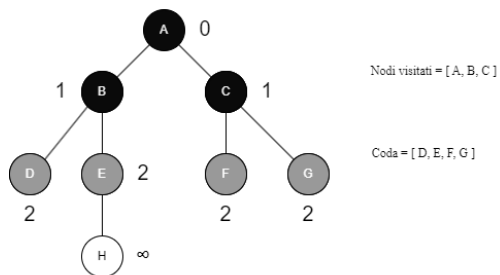
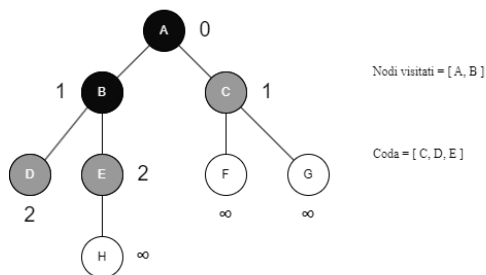
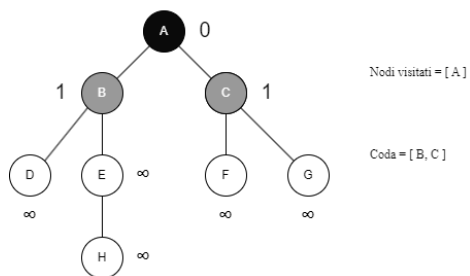
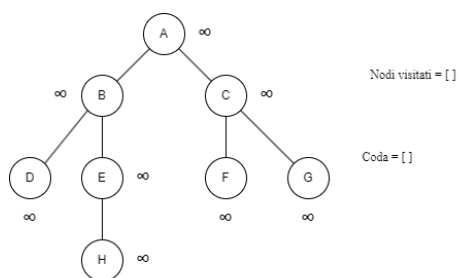
Colori

Bianco: vertice non scoperto

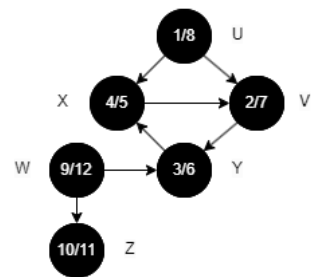
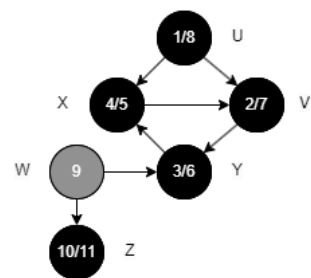
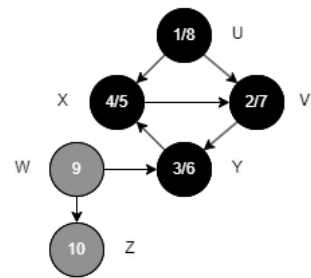
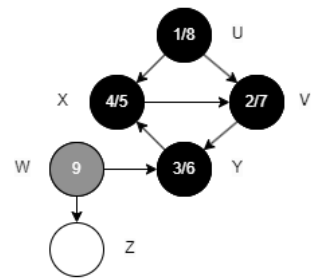
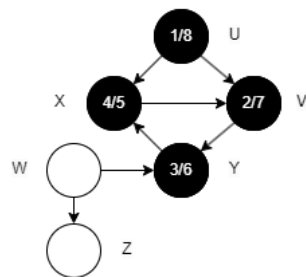
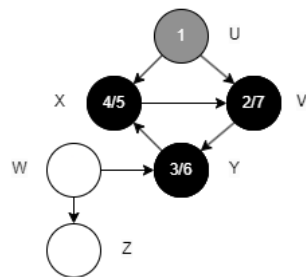
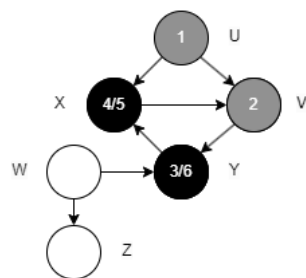
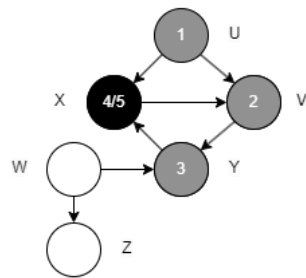
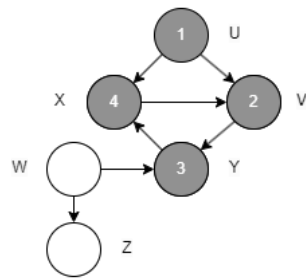
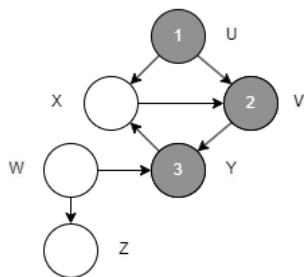
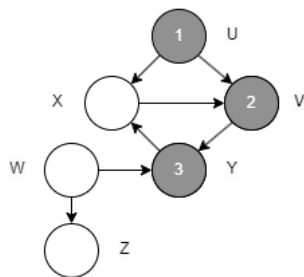
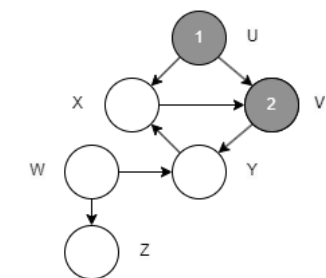
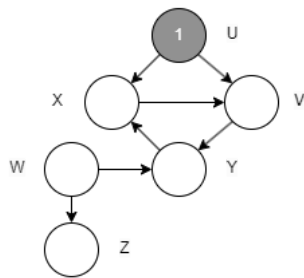
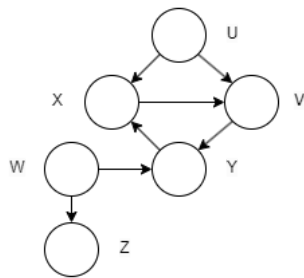
Grigio: vertice scoperto

Nero: vertice la cui lista di adiacenza è stata visitata (tutti i vicini almeno grigi)

Visita in Ampiezza [BFS]



Visita in Profondità [DFS]



TEORIA FONDAMENTALE

Teorema dell'esperto

Enunciato

Sia $T(n) = a \cdot T\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)$ $a \geq 1, b > 1, f(n)$ asin. pos.

1. se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $f(n) = O(n^{\log_b a - \varepsilon})$ allora $T(n) = \theta(n^{\log_b a})$
2. se $f(n) = \theta(n^{\log_b a})$ allora $T(n) = \theta(n^{\log_b a} \cdot \log n)$
3. se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon})$ e se $\exists c < 1$ t.c. $a \cdot f\left(\frac{n}{b}\right) \leq c \cdot f(n)$
 $\forall n > n_0$ allora $T(n) = \theta(f(n))$

Caratteristiche e Tempi degli Algoritmi di Ordinamento

SelectionSort

Caso migliore e caso peggiore sono asintoticamente uguali. $T(n) = \theta(n^2)$

Stable:  In-Place: 

InsertionSort

Caso migliore: il vettore è già ordinato $T(n) = \Omega(n)$

Caso peggiore: il vettore è ordinato in senso opposto $T(n) = O(n^2)$

Stable:  In-Place: 

MergeSort

$a = 2$ Numero di volte che viene chiamato il metodo ricorsivo
 $b = 2$ Numero di porzioni in cui viene diviso l'array [$\text{mid} = \text{l+r} / 2$]
 $f(n) = \theta(n)$ Righe di codice che non c'entrano con la ricorsione

quindi applico il secondo caso del teorema dell'esperto:

$$\theta(n) = \theta(n^{\log_2 2}) \rightarrow \theta(n) = \theta(n) \rightarrow T(n) = \theta(n^{\log_2 2} \cdot \log n) \rightarrow T(n) = \theta(n \cdot \log n)$$

Stable:  In-Place: 

QuickSort

Caso migliore: i due sottovettori hanno dimensione $\frac{n}{2}$

$$T(n) = \theta(n \cdot \log n) \rightarrow T(n \cdot \log n) = \Omega(n \cdot \log n)$$

Caso peggiore: il primo sottovettore ha lunghezza $n-1$ e il secondo ha lunghezza 1

$$T(n) = \theta(n^2) \rightarrow T(n^2) = O(n^2)$$

Stable:  In-Place: 

CountingSort

Caso migliore e caso peggiore sono asintoticamente uguali.

$$T(n, k) = \theta(n + k) \quad \text{con } k = O(n) \rightarrow T(n) = \theta(n)$$

Stable:  In-Place: 

HeapSort

Caso migliore e caso peggiore sono asintoticamente uguali.

$$T(n) = O(n) + O(n \log n) = O(n \log n)$$

Stable:  In-Place: 

Ricerca Dicotomica

Algoritmo che, dato un vettore ordinato V e un elemento x, restituisce la posizione di quest'ultimo.

Pseudocodice

```
Ricerca_Dicotomica (V, x, l, r) {  
    if (r < l) {  
        return false  
    }  
    if (l = r) {  
        return r  
    }  
  
    mid := floor( $\frac{l+r}{2}$ )  
  
    if (x > V[mid]) {  
        return Ricerca_Dicotomica(V, x, mid+1, r)  
    } else {  
        return Ricerca_Dicotomica(V, x, l, mid)  
    }  
}
```

Tempi di Calcolo

Caso migliore e caso peggiore sono asintoticamente uguali.

$$T(n) = \Theta(\log_2 n)$$

Pseudocodice delle Strutture Dati

Liste Semplici

List Insert

```
function listInsert (L, k) {  
    k.next = L.head  
    L.head = k  
}
```

List Delete

```
listDelete (L, x) {  
    if (L.head = x) {  
        L.head = x.next  
    } else {  
        y := L.head  
        while (y.next != x) {  
            y = y.next  
        }  
        y.next = x.next  
    }  
}
```

Liste Doppiaemente Concatenate

DL List Insert

```
DLListInsert (L, k) {  
  
    x.prev := NIL  
    x.next := L.head  
  
    if (L.head != NIL) {  
        L.head.prev := x  
    }  
  
    L.head := x  
  
}
```

DL List Delete

```
DLListDelete (L, x) {  
  
    if (x.prev != NIL) {  
        x.prev.next := x.next  
    } else {  
        L.head := x.next  
    }  
  
}
```

Pile

Stack Search

```
function stackSearch (S, k) {  
  
    found := false  
    S2 := stack vuoto  
  
    while (!stackEmpty(S) and !found) {  
  
        x := pop(S)  
        push (S2, x)  
  
        if (x = k) {  
            found := true  
        }  
    }  
  
    while (!stackEmpty(S2)) {  
        x := pop(S2)  
        push(S, x)  
    }  
    return found  
}
```

Stack Delete

```
function stackDelete (S, k) {  
  
    found := false  
    S2 := stack vuoto  
  
    while (!stackEmpty(S) and !found) {  
  
        x := pop(S)  
  
        if (x = k) {  
            found := true  
        } else {  
            push(S2, x)  
        }  
    }  
    while (!stackEmpty(S2)) {  
        x := pop(S2)  
        push(S, x)  
    }  
    return found  
}
```


Stack Sorted Insert

```
function stackSortedInsert (S, k) {  
  
    S2 := stack vuoto  
  
    while (!stackEmpty(S) and top(S) < k) {  
        x := pop(S)  
        push(S2, x)  
    }  
  
    push(S2, k)  
  
    while (!stackEmpty(S2)) {  
        x := pop(S2)  
        push(S, x)  
    }  
}
```

Code

Queue Search

```
QueueSearch (Q, k) {  
  
    found := false  
    Q2 := coda vuota  
  
    while (!queueEmpty(Q)) {  
        x := dequeue(Q)  
        Enqueue(Q, x)  
  
        if (x = k) {  
            found := true  
        }  
    }  
  
    while (!queueEmpty(Q2)) {  
        enqueue(Q, dequeue(Q2))  
    }  
}
```

Queue Sorted Insert

```
QueueSortedInsert(Q, k) {  
  
    Q2 := coda vuota  
  
    while (!queueEmpty(Q) and head(Q) < k) {  
        enqueue(Q2, dequeue(Q))  
    }  
    enqueue(Q2, k)  
  
    while (!queueEmpty(Q) {  
        enqueue(Q2, dequeue(Q))  
    }  
    while (!queueEmpty(Q2) {  
        enqueue(Q, dequeue(Q2))  
    }  
}
```