

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA INFORMAČNÝCH TECHNOLOGIÍ

Semestrální projekt
ELEKTRONIKA PRO INFORMAČNÍ TECHNOLOGIE
2023/2024

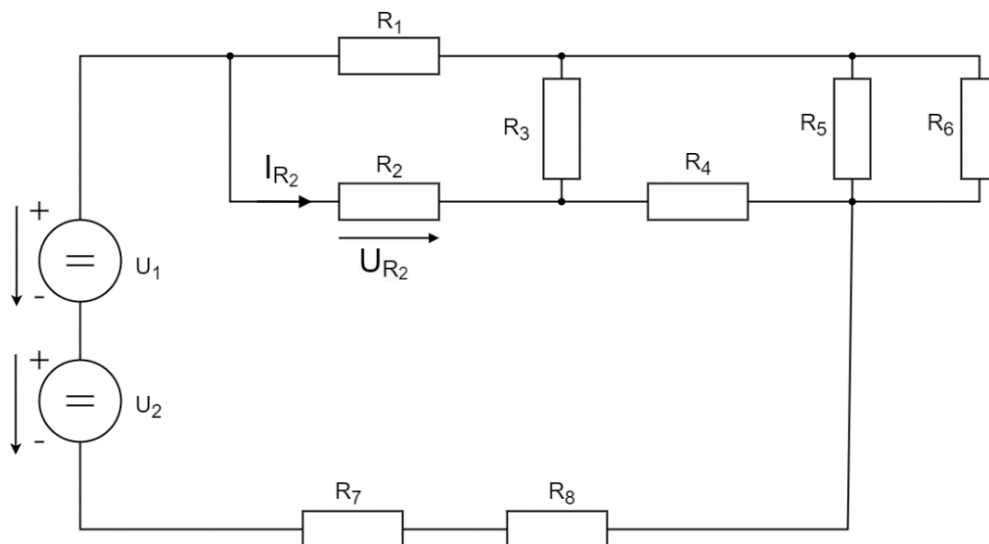
Obsah

1. Príklad.....	3
2. Príklad.....	8
3. Príklad.....	14
4. Príklad.....	17
5. Príklad.....	20
Tabuľka výsledkov.....	23

1. Príklad

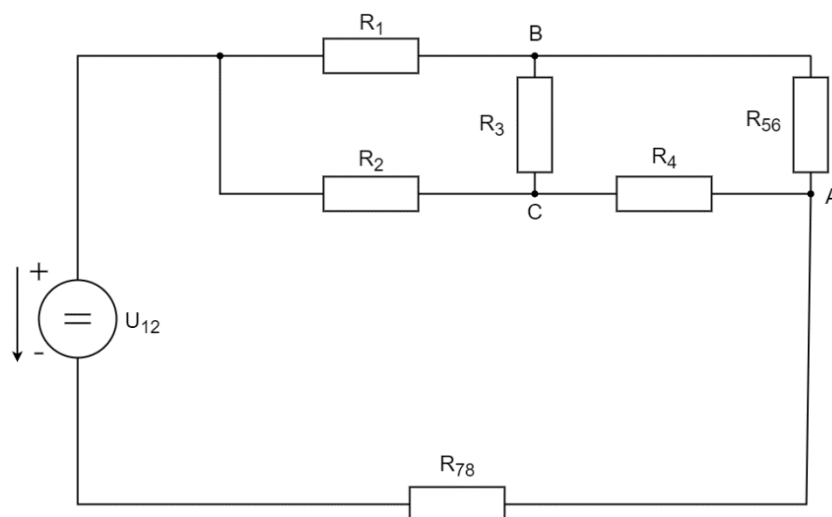
Stanovte napätí U_{R2} a prúd I_{R2} . Použite metodu postupného zjednodušování obvodu.

Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
H	135	80	680	600	260	310	575	870	355	265



Metódou zjednodušovania obvodu si najprv zistíme celkové napätie obvodu a následne postupným spätným skladaním získame hľadané hodnoty.

Sčítame sériovo zapojené zdroje napätia U_1 , U_2 (celkové napätie obvodu), sériovo zapojené rezistory R_7 , R_8 a spojíme paralelne zapojené rezistory R_5 , R_6 .

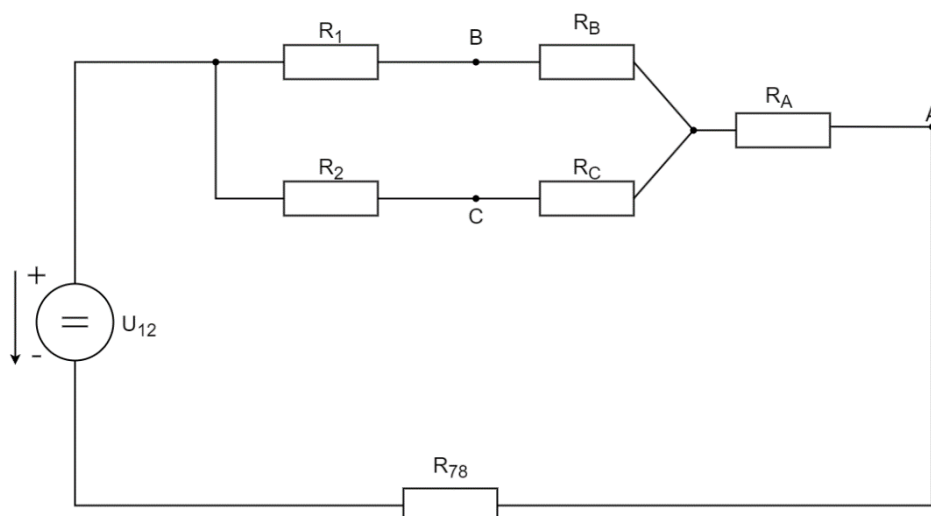


$$U_{12} = U_1 + U_2 = 215\text{V}$$

$$R_{78} = R_7 + R_8 = 620\ \Omega$$

$$R_{56} = \frac{R_5 \times R_6}{R_5 + R_6} = \frac{100050}{289}\ \Omega$$

Spravíme zapojenie hviezda pri rezistoroch R_{56} , R_3 , R_4 , ktoré sú v zapojení trojuholník.

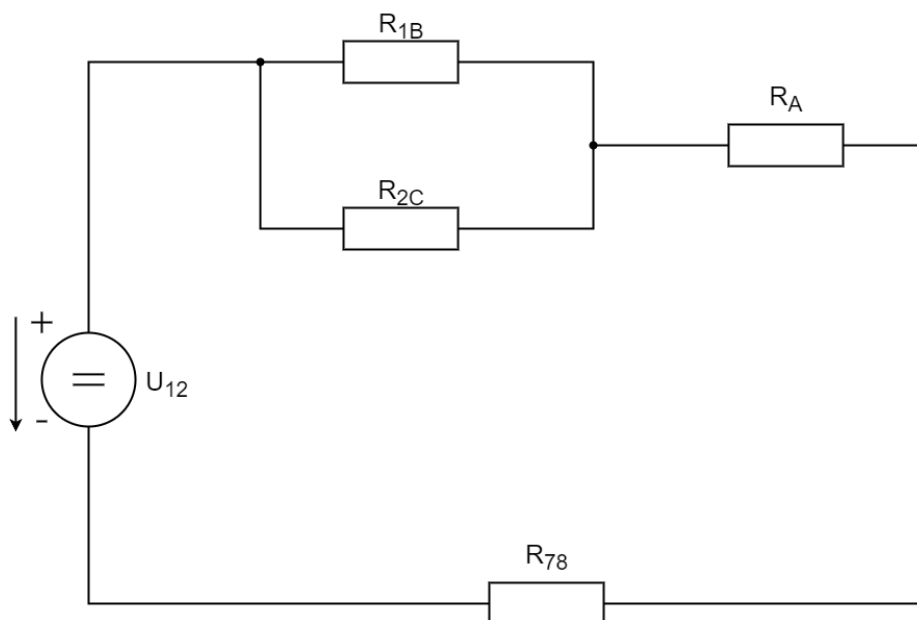


$$R_A = \frac{R_{56} \times R_4}{R_{56} + R_4 + R_3} = \frac{516925}{4413} \Omega$$

$$R_B = \frac{R_{56} \times R_3}{R_{56} + R_4 + R_3} = \frac{433550}{4413} \Omega$$

$$R_C = \frac{R_3 \times R_4}{R_{56} + R_4 + R_3} = \frac{1164670}{13239} \Omega$$

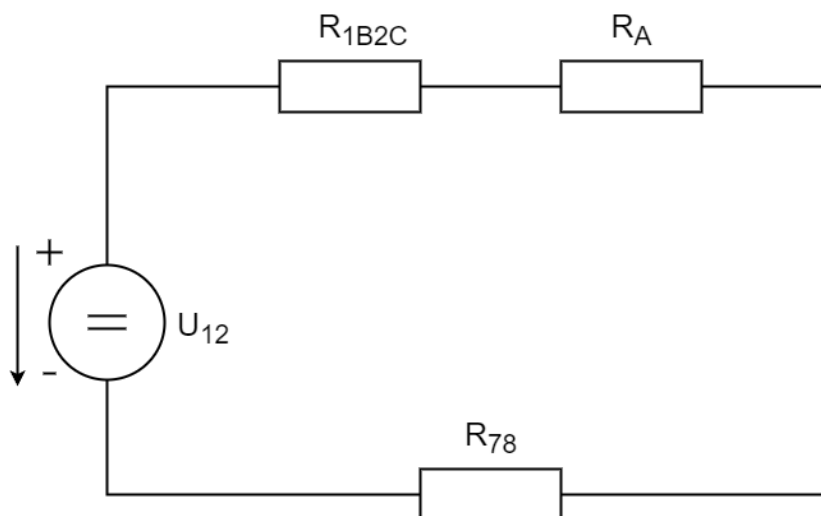
Sčítame sériovo zapojené rezistory R_1 , R_B a R_2 , R_C .



$$R_{1B} = R_1 + R_B = \frac{3434390}{4413} \Omega$$

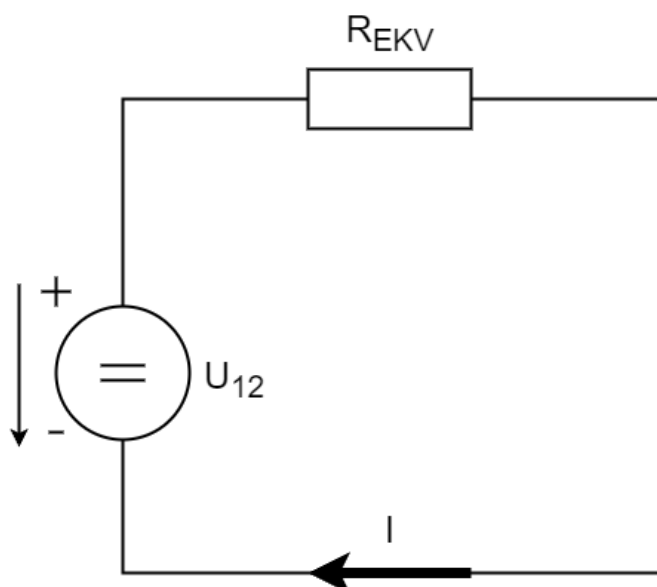
$$R_{2C} = R_2 + R_C = \frac{9108070}{13239} \Omega$$

Spojíme paralelne zapojené rezistory R_{1B} a R_{2C} .



$$R_{1B2C} = \frac{R_{1B} \times R_{2C}}{R_{1B} + R_{2C}} = \frac{1564033226365}{4283090106} \Omega$$

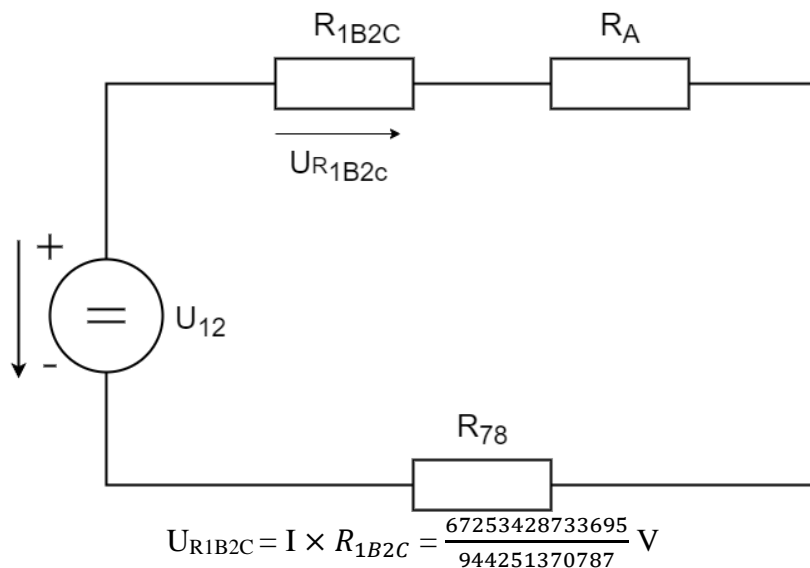
Sčítame sériové zapojené rezistory R_{1B2C} , R_A , R_{78} a tým získame celkový odpor obvodu (R_{EKV}). Pomocou celkového odporu a celkového napätia vypočítame celkový prúd Obvodu.



$$R_{EKV} = R_{1B2C} + R_A + R_{78} = \frac{1069851995}{970562} \Omega$$

$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}} = \frac{41734166}{213970399} \text{ A}$$

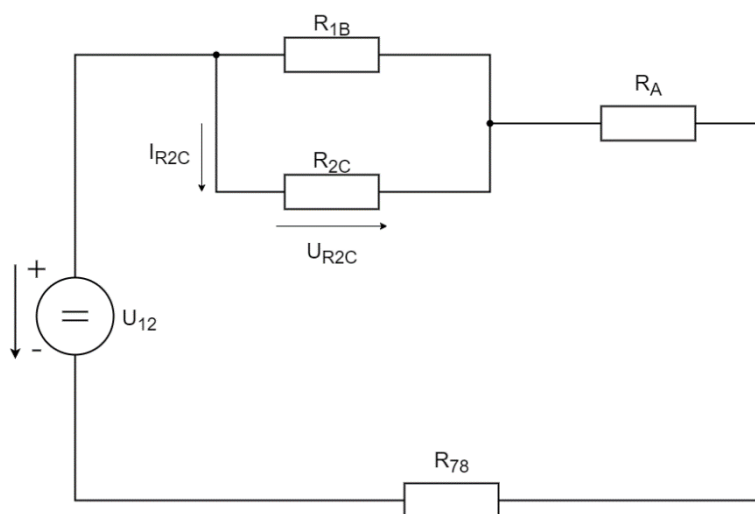
Keďže rezistor R_{EKV} vznikol sériovým zapojením rezistorov, prúd na rezistoroch je rovnaký, a tak pomocou Ohmového zákona si vypočítame napätie pri rezistore R_{1B2C} .



Keďže rezistor R_{1B2C} vznikol paralelným zapojením rezistorov R_{1B} a R_{2C} , tak pre prúdy na týchto rezistoroch platí:

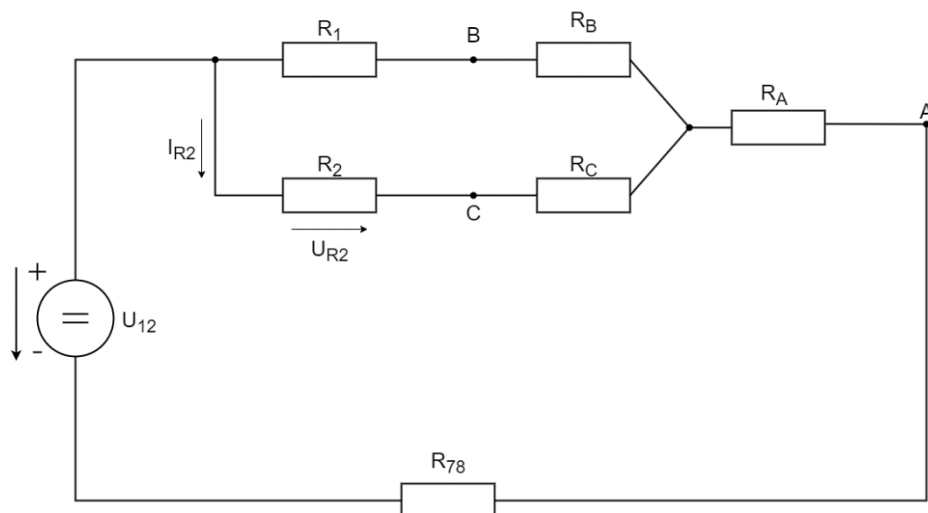
$$U_{R1B2C} = U_{R1B} = U_{R2C} = \frac{67253428733695}{944251370787} \text{ V}$$

Vypočítame prúd I_{R2C} .



$$I_{R2C} = \frac{U_{R2C}}{R_{2C}} = \frac{44303631}{427940798} \text{ A}$$

Prúd, ktorý prechádza medzi rezistormi I_{R2} a I_{R2} je rovnaký ako prúd I_{R2C} . Pomocou Ohmového zákona si vypočítame hľadané napätie U_{R2} .



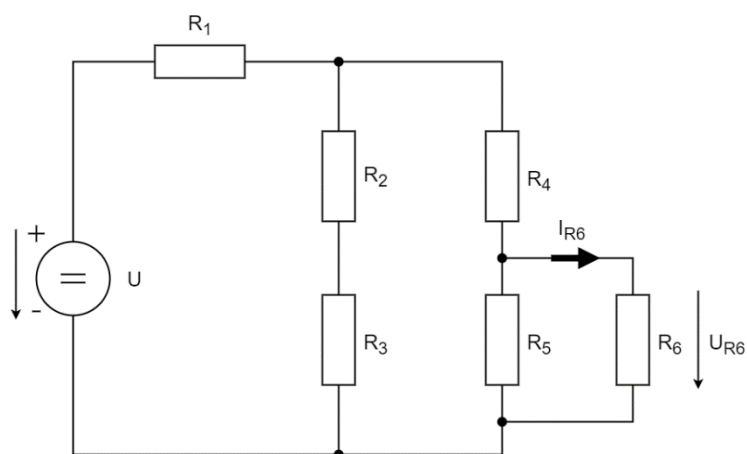
$$I_{R2C} = I_{R2} = I_{RC} = \frac{44303631}{427940798} \text{ V} = 0.1035274767 \text{ A}$$

$$U_{R2} = I_{R2} \times R_2 = \frac{13291089300}{213970399} \text{ V} = 62.11648603 \text{ V}$$

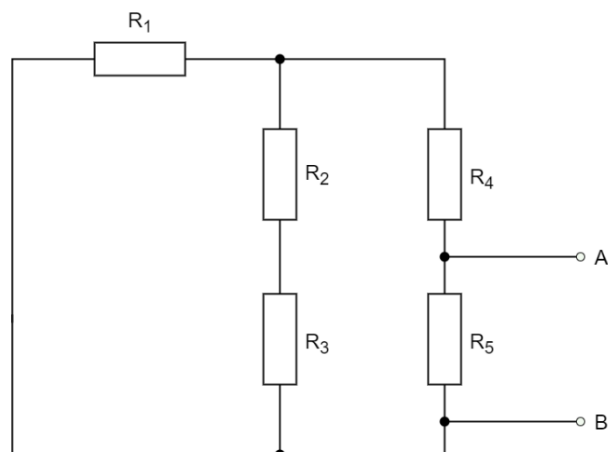
2. Príklad

Stanovte napätí U_{R6} a prúd I_{R6} . Použijte metodu Théveninovy vety.

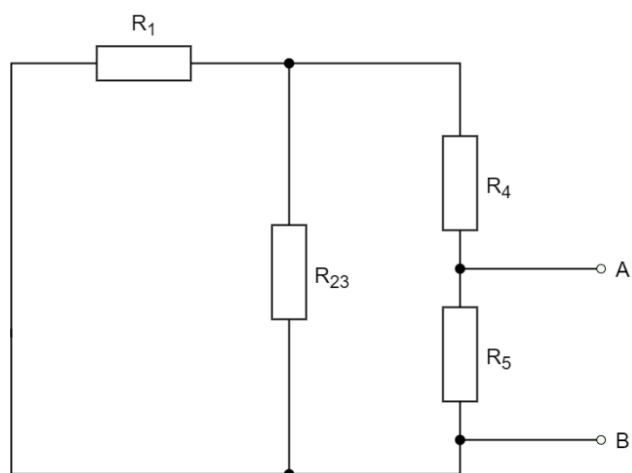
Sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
H	220	190	360	580	205	560	250



Prepojíme zdroj napätia U a rezistor R_6 nahradíme svorkami A a B. Postupným zjednodušovaním obvodu si vypočítame hodnotu rezistora R_i .

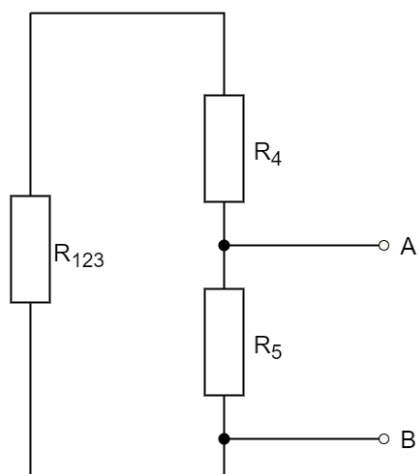


Sčítame sériovo zapojené rezistory R_2 a R_3 .



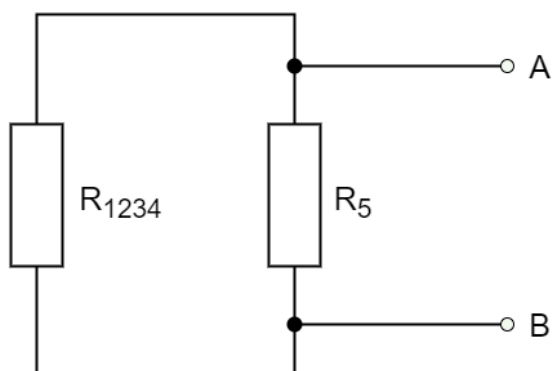
$$R_{23} = R_2 + R_3 = 940 \, \Omega$$

Spojíme paralelne zapojené rezistory R_{23} a R_1 .



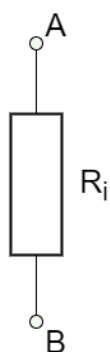
$$R_{123} = \frac{R_1 \times R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{17860}{113} \, \Omega$$

Sčítame sériovo zapojené rezistory R_{132} a R_4 .



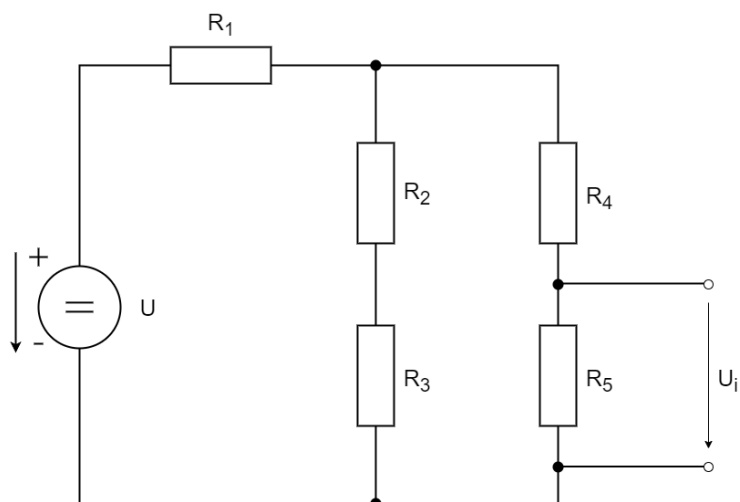
$$R_{1234} = R_{123} + R_4 = \frac{41025}{113} \Omega$$

Spojíme paralelne zapojené rezistory R_{1234} , R_5 a tým dostaneme rezistor R_i .

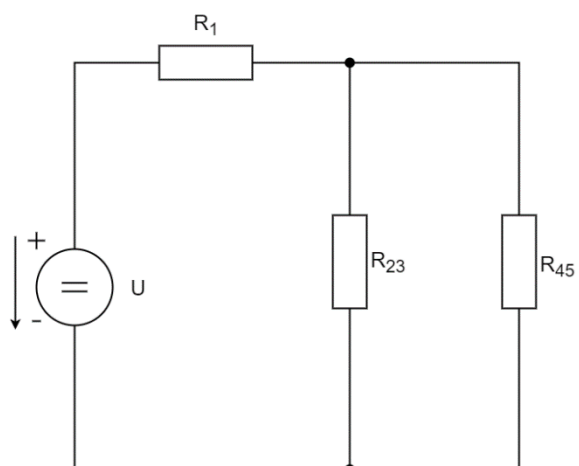


$$R_i = R_{12345} = \frac{R_5 \times R_{1234}}{R_5 + R_{1234}} = \frac{4594800}{20861} \Omega$$

Hľadáme napätie U_i , ktoré je rovné napätiu na rezistore R_5 .



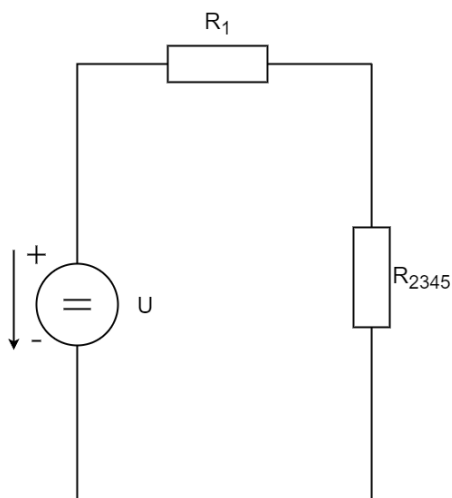
Sčítame sériovo zapojené rezistory R_2 , R_3 a R_4 , R_5 .



$$R_{45} = R_4 + R_5 = 765 \, \Omega$$

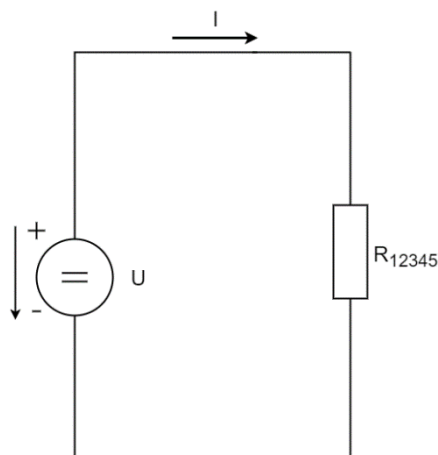
$$R_{23} = R_2 + R_3 = 940 \, \Omega$$

Spojíme paralelne zapojené rezistory R_{23} a R_{45} .



$$R_{2345} = \frac{R_{23} \times R_{45}}{R_{23} + R_{45}} = \frac{143820}{341} \, \Omega$$

Sčítame sériovo zapojené prúdy R_{12345} a R_5 a následne určíme celkový prúd tohto obvodu.



$$R_{12345} = R_1 + R_{2345} = \frac{208610}{341} \Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{12345}} = \frac{7502}{20861} \text{ A}$$

Následne spätným skladaním sa dostaneme ku hľadanému napätiu U_i .

Keďže prúdy pri sériovom zapojení sú rovnaké tak prúd na rezistore R_{2345} je rovný celkovému prúdu tohto obvodu. Pomocou ohmového zákona si vypočítame napätie na rezistore R_{2345} .

$$U_{R2345} = I \times R_{2345} = \frac{3164040}{20861} \text{ V}$$

Keďže rezistory R_{23} a R_{45} sú v paralelnom zapojení, tak pre nich platí:

$$U_{R2345} = U_{R23} = U_{R45}$$

Pomocou Ohmového zákona si vypočítame prúd na rezistore R_{45} .

$$I_{R45} = \frac{U_{R45}}{R_{45}} = \frac{4136}{20861} \text{ A}$$

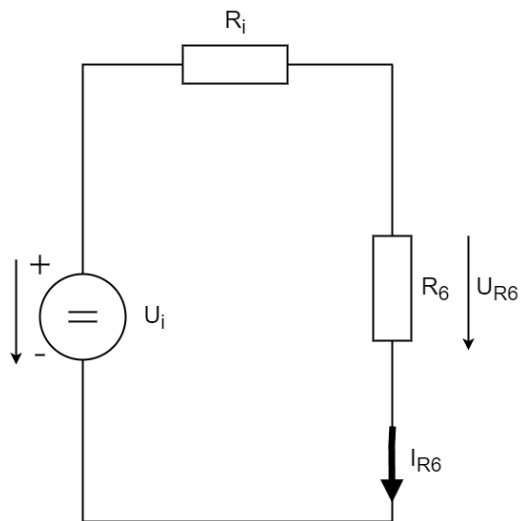
Keďže rezistory R_4 a R_5 sú v sériovom zapojení tak pre ich prúdy platí:

$$I_{R45} = I_{R4} = I_{R5}$$

Pomocou Ohmového zákona vypočítame U_i , ktoré je rovné U_5 .

$$U_i = U_{R5} = I_{R5} \times R_5 = \frac{2316160}{20861} \text{ V} = 111.0282345$$

Získané hodnoty R_i , U_i dosadíme do ekvivalentního obvodu a pomocí Ohmového zákona vypočítáme hledané hodnoty.



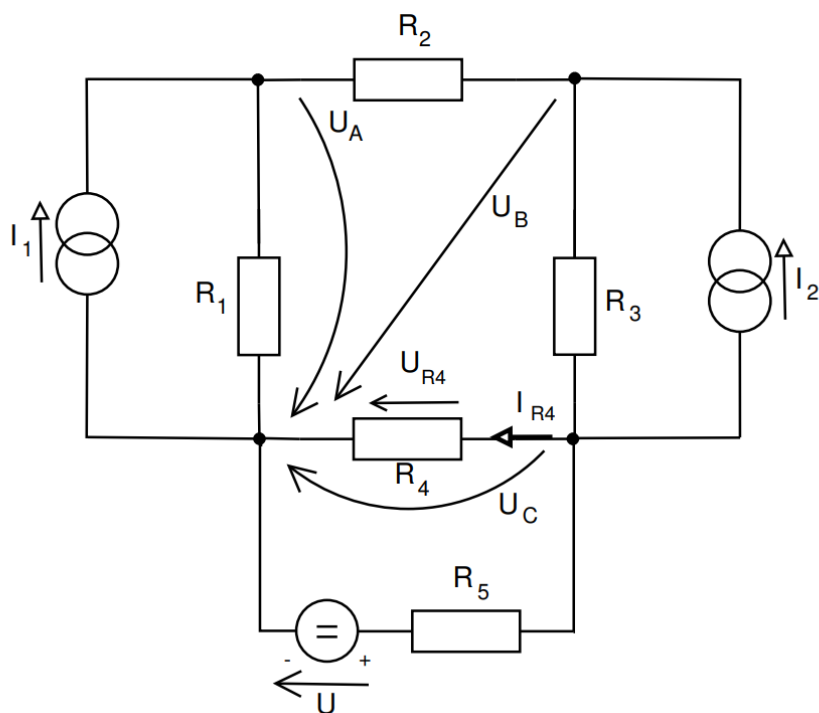
$$I_{R6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} = \frac{231616}{981005} = 0.2361007334 \text{ A}$$

$$U_{R6} = I_{R6} \times R_6 = 59.02518336 \text{ V}$$

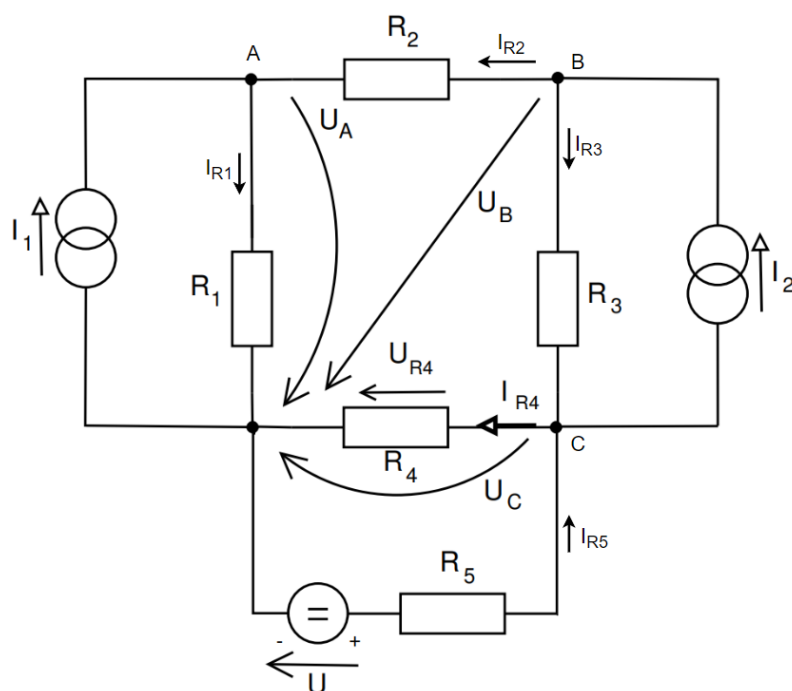
3. Príklad

Stanovte napätí U_{R4} a prúd I_{R4} . Použite metodu uzlových napätí (U_A , U_B , U_C).

Sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
B	150	0.7	0.8	49	45	61	34	34



Označíme si smery prúdov a uzly, s ktorými budeme počítať.



Zostavíme rovnice podľa 1. Kirchhoffového zákona pre všetky uzly.

$$\text{A: } I_1 + I_{R2} - I_{R1} = 0$$

$$\text{B: } I_2 - I_{R2} - I_{R3} = 0$$

$$\text{C: } I_{R5} + I_{R3} - I_2 - I_{R4} = 0$$

Vyjadríme si prúdy.

$$I_{R1} = \frac{U_A}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{U_B - U_A}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{U_B - U_C}{R_3}$$

$$I_{R4} = \frac{U_C}{R_4}$$

$$I_{R5} = \frac{U - U_C}{R_5}$$

Dosadíme prúdy vyjadrené prúdy do rovníc.

$$\text{A: } I_1 + \frac{U_B - U_A}{R_2} - \frac{U_A}{R_1} = 0$$

$$\text{B: } I_2 - \frac{U_B - U_A}{R_2} - \frac{U_B - U_C}{R_3} = 0$$

$$\text{C: } \frac{U - U_C}{R_5} + \frac{U_B - U_C}{R_3} - I_2 - \frac{U_C}{R_4} = 0$$

Upravíme rovnice.

$$\text{A: } -U_A R_1 - U_A R_2 + U_B R_1 = -I_1 R_2 R_1$$

$$\text{B: } U_A R_3 - U_B R_3 - U_B R_2 + U_C R_2 = -I_2 R_2 R_3$$

$$\text{C: } U_B R_5 R_4 - U_C R_3 R_4 - U_C R_5 R_4 - U_C R_5 R_3 = -U R_3 R_4 + I_2 R_5 R_3 R_4$$

Dosadíme hodnoty a získame 3 rovnice s 3 neznámymi (U_A , U_B , U_C).

$$\text{A: } -94U_A + 49U_B = -1543.5$$

$$\text{B: } 61U_A - 106U_B + 45U_C = -2196$$

$$\text{C: } 1156U_B - 5304U_C = -254687.2$$

Pomocou Cramerovho pravidla vypočítame hodnotu napätia U_C .

$$D = \begin{vmatrix} -94 & 49 & 0 \\ 61 & -106 & 45 \\ 0 & 1156 & -5304 \end{vmatrix} = -32105520$$

$$D_{UC} = \begin{vmatrix} -94 & 49 & -1543.5 \\ 61 & -106 & -2196 \\ 0 & 1156 & -254687.2 \end{vmatrix} = -2123910810$$

$$U_C = \frac{D_{UC}}{D} = \frac{22757}{344} \text{ V} = 66.15406977$$

Pomocou Ohmového zákona vypočítame prúd I_{R4} a napätie U_{R4} .

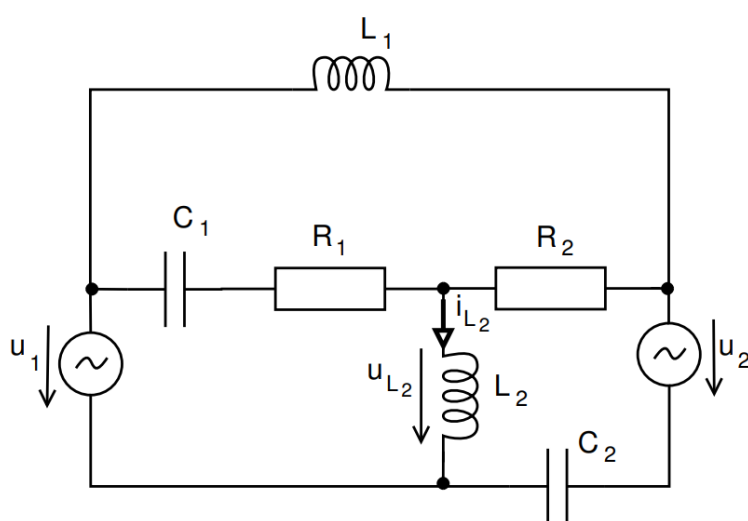
$$I_{R4} = \frac{U_C}{R_4} = \frac{22757}{11696} \text{ A} = 1.945707934 \text{ A}$$

$$U_{R4} = I_{R4} \times R_4 = \frac{22757}{344} \text{ V} = 66.15406977 \text{ V}$$

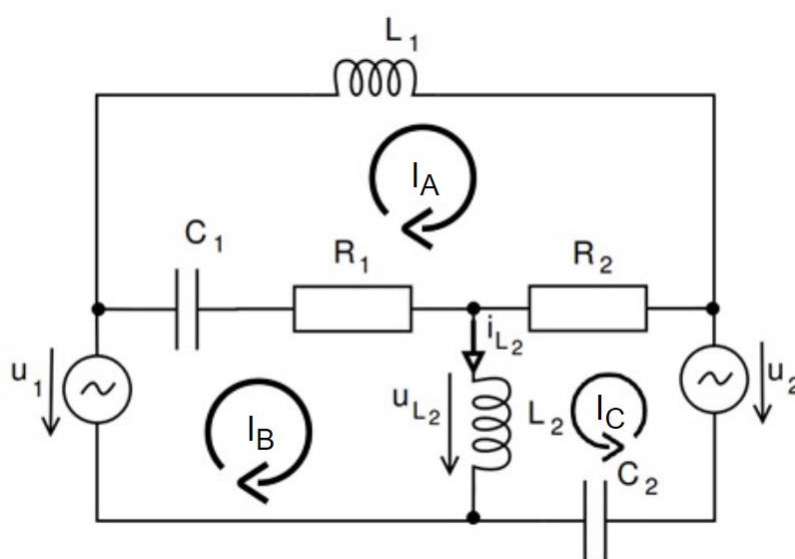
4. Příklad

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$. Ve vztahu pro napětí $u_{L2} = U_{L2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L2})$ určete $|U_{L2}|$ a φ_{L2} . Použijte metodu smyčkových proudů. Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \pi / 2\omega$).

Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [H]	L_2 [H]	C_1 [F]	C_2 [F]	f [Hz]
H	5	6	10	10	160×10^{-3}	75×10^{-3}	155×10^{-6}	70×10^{-6}	95



Označíme jednotlivé smyčky a určíme ich směry.



Vypočítame si uhlovú rýchlosť a impedancie jednotlivých cievok a kondenzátorov.

$$\omega = 2\pi f = 596.9026042 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$Z_{L1} = j\omega L_1 = 95.50441667j \, \Omega$$

$$Z_{L2} = j\omega L_2 = 44.76769531j \, \Omega$$

$$Z_{C1} = \frac{-j}{\omega C_1} = -10.8084851j \, \Omega$$

$$Z_{C2} = \frac{-j}{\omega C_2} = -23.93307415j \, \Omega$$

Zostavíme rovnice pre jednotlivé smyčky podľa 2. Kirchhoffového zákona

$$\text{A: } Z_{L1} \times I_A + Z_{C1} \times (I_A - I_B) + R_1 \times (I_A - I_B) + R_2 \times (I_A + I_C) = 0$$

$$\text{B: } Z_{C1} \times (I_B - I_A) + R_1 \times (I_B - I_A) + Z_{L2} \times (I_B + I_C) - U_1 = 0$$

$$\text{C: } R_2 \times (I_C + I_A) + Z_{L2} \times (I_C + I_B) + Z_{C2} \times I_C - U_2 = 0$$

Rovnice upravíme a dostaneme 3 rovnice s 3 neznámymi (I_A , I_B , I_C).

$$\text{A: } I_A \times (Z_{L1} + Z_{C1} + R_1 + R_2) - I_B \times (Z_{C1} + R_1) + I_C \times R_2 = 0$$

$$\text{B: } -I_A \times (Z_{C1} + R_1) + I_B \times (Z_{C1} + R_1 + Z_{L2}) + I_C \times (Z_{L2}) = U_1$$

$$\text{C: } I_A \times (R_2) + I_B \times (Z_{L2}) + I_C \times (R_2 + Z_{L2} + Z_{C2}) = U_2$$

Pomocou Cramerovho pravidla vypočítame hodnoty I_B a I_C .

$$D = \begin{vmatrix} 20 + 84.69593157j & -10 + 10.8084851j & 10 \\ -10 + 10.8084851j & 10 + 33.95921021j & 44.76769531j \\ 10 & 44.76769531j & 10 + 20.83462116j \end{vmatrix}$$

$$= -33488.76034 + 119409.48093j$$

$$D_{IB} = \begin{vmatrix} 20 + 84.69593157j & 0 & 10 \\ -10 + 10.8084851j & 5 & 44.76769531j \\ 10 & 6 & 10 + 20.83462116j \end{vmatrix}$$

$$= 13826.81171 + 1594.64436j$$

$$D_{IC} = \begin{vmatrix} 20 + 84.69593157j & -10 + 10.8084851j & 0 \\ -10 + 10.8084851j & 10 + 33.95921021j & 5 \\ 10 & 44.76769531j & 6 \end{vmatrix}$$

$$= 2501.90672 + 6517.53405j$$

$$I_B = \frac{D_{IB}}{D} = -0.01772 - 0.11082j \text{ A}$$

$$I_C = \frac{D_{IC}}{D} = 0.04515 - 0.03361j \text{ A}$$

Zo získaných hodnôt vypočítame okamžité napätie u_{L2} .

$$u_{L2} = (I_C + I_B) \times Z_{L2} = 6.46579 + 1.22797j \text{ V}$$

Vypočítame $|U_{L2}|$ (amplitúda napätia na cievke).

$$|U_{L2}| = \sqrt{\operatorname{Re}(U_{L2})^2 + \operatorname{Im}(U_{L2})^2} = 6.58136 \text{ V}$$

Vypočítame fázový posun φ_{L2} .

$$\varphi_{L2} = \arctan \frac{\operatorname{Im}(U_{L2})}{\operatorname{Re}(U_{L2})} = 10.75343^\circ$$

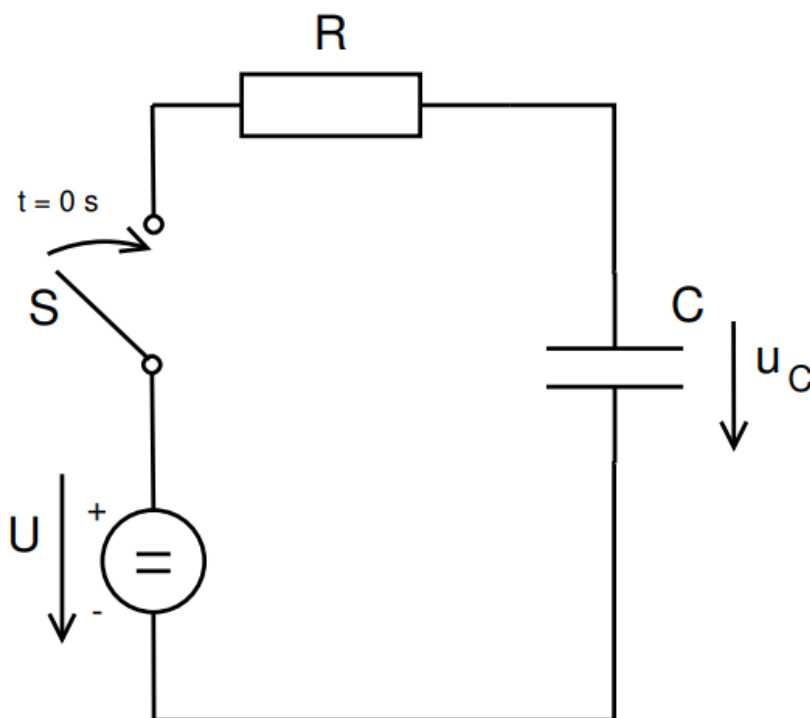
5. Příklad

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[s]$ sepne spínač S. Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů.

Vypočítejte analytické řešení

$u_c = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Sk.	U [V]	C [F]	R [Ω]	$u_c(0)$ [V]
H	18	2	200	3



Ohmov zákon:

$$i = \frac{u_R}{R}$$

2. Kirchhoffov zákon:

$$U_R + u_c = U$$

Axiom:

$$u_c' = \frac{1}{C} * i$$

Počiatočná podmienka:

$$u_c(0) = u_{CP}$$

Dosadíme Ohmov a 2. Kirchhoffov zákon do počiatočnej podmienky.

$$u_c' = \frac{1}{C} * \frac{1}{R} * u_R$$

$$u_R = U - u_c$$

$$u_c' = \frac{(U - u_c)}{RC}$$

Obyčajná diferenciálna rovnica 1. stupňa:

$$u_c' + \frac{1}{RC} * u_c = \frac{U}{RC}$$

Charakteristická rovnica:

$$\lambda + \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{RC}$$

Očakávané riešenie:

$$u_c(t) = K(t) * e^{\lambda t}$$

Po dosadení charakteristickej rovnice do očakávaného riešenia:

$$u_c(t) = K(t) * e^{-\frac{1}{RC}t}$$

Zderivujeme $u_c(t)$:

$$u_c'(t) = K'(t) * e^{-\frac{1}{RC}t} + K(t) * e^{-\frac{1}{RC}t} * -\frac{1}{RC}$$

Dosadíme $u_c'(t)$, $u_c(t)$ do obyčajnej diferenciálnej rovnice 1. stupňa:

$$K'(t) * e^{-\frac{1}{RC}t} - \frac{1}{RC} * K(t) * e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{1}{RC} * K(t) * e^{-\frac{1}{RC}t} = \frac{U}{RC}$$

$$K'(t) * e^{-\frac{1}{RC}t} = \frac{U}{RC}$$

Hľadáme $K(t)$:

$$K'(t) * e^{-\frac{1}{RC}t} = \frac{U}{RC} / * e^{\frac{1}{RC}t}$$

$$K'(t) = \frac{U}{RC} * e^{\frac{1}{RC}t} / \int$$

$$K(t) = \frac{U}{RC} * RC * e^{\frac{1}{RC}t} + k$$

$$K(t) = U * e^{\frac{1}{RC}t} + k$$

Dosadíme $K(t)$ do očakávaného riešenia:

$$u_c(t) = (U * e^{\frac{1}{RC}t} + k) * e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$u_c(t) = U + k * e^{-\frac{1}{RC}t}$$

Dosadíme do počiatočnej podmienky $u_c(0) = u_{CP}$; $t = 0$

$$u_{CP} = U + k e^0$$

$$k = u_{CP} - U$$

Analytické riešenie:

$$u_c(t) = U + (u_{CP} - U) * e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$u_c(t) = 18 + 15 * e^{-\frac{t}{400}} V$$

Skúška:

$$u_c(0) = u_{CP} = 3 V$$

$$u_c(0) = U + (u_{CP} - U) * e^{-\frac{0}{RC}}$$

$$3 = 18 + (3 - 18) * e^0$$

$$3 = 18 - 15 * 1$$

$$3 = 3$$

Tabuľka výsledkov

Úloha	Skupina	Výsledky
1.	H	$U_{R2} = 62.116 \text{ V}$ $I_{R2} = 0.1035 \text{ A}$
2.	H	$U_{R6} = 59.0252 \text{ V}$ $I_{R6} = 0.2361 \text{ A}$
3.	B	$U_{R4} = 66.1541 \text{ V}$ $I_{R4} = 1.9457 \text{ A}$
4.	H	$ U_{L2} = 6.5814 \text{ V}$ $\varphi_{L2} = 10.7534^\circ$
5.	H	$u_C(t) = 18 + 15 * e^{-\frac{t}{400}} \text{ V}$ 