UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE

FACULTÉ D'INFORMATIQUE - MASTER 2 SII

RECHERCHE D'INFORMATION
INFORMATION RETRIEVAL

CHAPITRE 4: Modèles booléen, Vectoriel

13 octobre 2025

I. INTRODUCTION

L'objectif d'un modèle de RI est de formaliser le processus de recherche d'information. Un modèle est une abstraction d’un processus.

Un modèle de RI doit comporter au minimum les modules suivants :

- ✓ Un module de représentation des documents (indexation)
- ✓ Un module de représentation des requêtes
- ✓ Un module d’appariement entre un document et une requête (similarité)

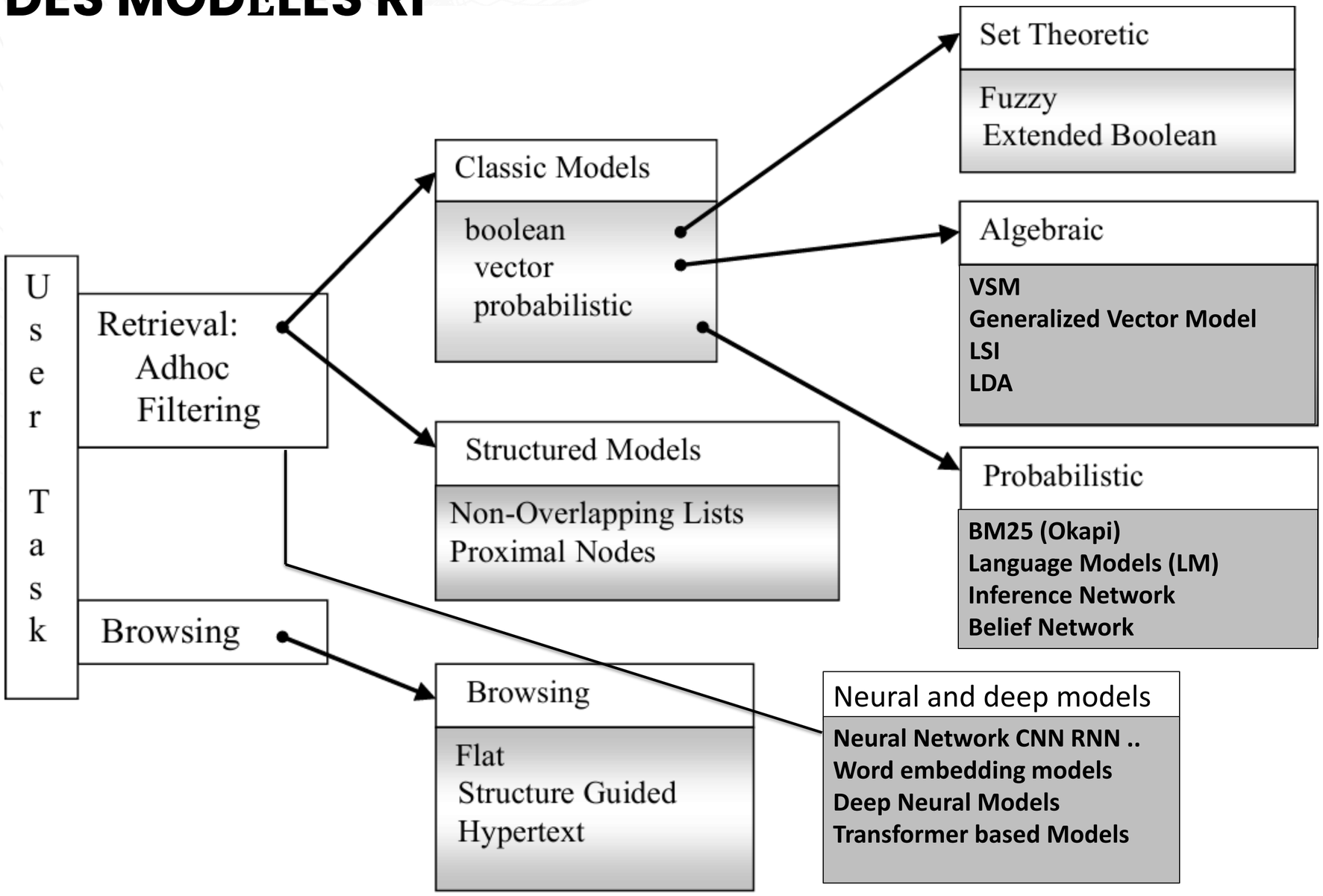
II. CLASSIFICATION DES MODÈLES RI

Set Theoretic Models Represent documents and queries as **sets of terms**; retrieval based on set operations.

Algebraic / Vector-Based Models Represent documents and queries as **vectors or matrices**; use algebraic similarity functions.

Probabilistic Models Rank documents by the **probability of being relevant** to a given query.

Neural and deep models Use **neural networks** to learn document–query relationships directly from data



III. MODÈLES DE BASE À ÉTUDIER

Dans ce chapitre nous allons étudier les modèles de base suivants :

- ✓ **Modèle booléen de base** — **Set Theoretic Model**
- ✓ **Modèle vectoriel** — **Algebraic Model**
- ✓ **Modèle booléen basé sur les ensembles flous** — **Set Theoretic Model**
- ✓ **Modèle booléen étendu** — **Set Theoretic Model**
- ✓ **Modèle booléen P-norme étendu** — **Set Theoretic Model**

III.1. MODÈLE BOOLÉEN – BOOLEAN MODEL

- ✓ Le premier modèle formel proposé dans le domaine de la RI
- ✓ Repose sur la théorie des ensembles et la logique booléenne pour décrire la relation entre document et requêtes

A. Module de représentation des documents

- Dans ce modèle, chaque document est représenté par un ensemble de termes.

- Un terme a un poids binaire: 1 s'il présent dans le document, 0 sinon.
- Aucune pondération (comme la fréquence ou le poids TF-IDF) n'est calculée.

Le modèle ne tient donc pas compte de la fréquence d'apparition d'un terme, ni de sa rareté dans la collection.

III.1. MODÈLE BOOLÉEN – BOOLEAN MODEL

A. Module de représentation des documents

- Chaque document est représenté comme un vecteur binaire dans un espace de termes. La valeur 1 ou 0 indique la présence ou l'absence de ce terme dans le document.

$$d_j = (w_{1j}, w_{2j}, \ldots, w_{nj}) \qquad w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } t_i \in d_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Exemple : d1 contient les termes : t1,t5,t7 est représenté par d1(1,0,0,0,1,0,1)

III.1. MODÈLE BOOLÉEN – BOOLEAN MODEL

B. Module de représentation de query

Une requête est un ensemble de mots exprimée sous forme logique combiné a

l'aide des opérateurs booléens : **AND (Λ), OR(V), NOT (¬)**

- **AND (Λ)** : intersection — le document contient **tous** les termes reliés par AND.
- **OR (V)** : union — le document contient **au moins un** des termes reliés par OR.
- **NOT (¬)** : négation — le document **ne contient pas** le terme indiqué.

Exemple: query = t1 Λ (t2 V ¬t3)

Interprétation :

- Le document doit inclure le terme t_1,
- et soit inclure t_2 soit ne pas contenir t_3.

III.1. MODÈLE BOOLÉEN – BOOLEAN MODEL

C. Module d'appariement / Matching

La similarité entre un document est une requête est calculée par une valeur exacte basée sur la présence ou l'absence des termes de la requête dans les documents, qui est soit 1 soit 0.

On note Appariement (q,d) par **RSV(q,d)** qui signifie « Retrieval Status Value » avec q: query et d: Document et Indique la pertinence du document *d* par rapport à la requête *q*.

1) **RSV(q,d) = 1** si en remplaçant les termes dans la requête par leurs poids dans le document (0 ou 1), puis en évaluant cette requête comme une expression logique, elle donnera 1
2) **RSV(q,d) = 0** sinon

III.1. MODÈLE BOOLÉEN – BOOLEAN MODEL

EXEMPLE

Soit l'ensemble des termes d'indexation
(document, web, information, recherche, image, contenu).

Documents :

- d_1 = (document web document web document)
- d_2 = (image contenu web)
- d_3 = (document recherche information)

Requêtes :

- q_1 = (document ∧ web) ∨ image
- q_2 = (document ∨ web) ∧ image
- q_3 = (web ∨ image) ∧ document

Représentation binaire des documents

Terme	d_1	d_2	d_3
document	1	0	1
web	1	1	0
information	0	0	1
recherche	0	0	1
image	0	1	0
contenu	0	1	0

III.1. MODÈLE BOOLÉEN – BOOLEAN MODEL

EXEMPLE : Évaluation des requêtes

Document	document	web	image	q_1 = (document ∧ web) ∨ image	q_2 = (document ∨ web) ∧ image	q_3 = (web ∨ image) ∧ document
d_1	1	1	0	(1∧1)∨0 = **1**	(1∨1)∧0 = **0**	(1∨0)∧1 = **1**
d_2	0	1	1	(0∧1)∨1 = **1**	(0∨1)∧1 = **1**	(1∨1)∧0 = **0**
d_3	1	0	0	(1∧0)∨0 = **0**	(1∨0)∧0 = **0**	(0∨0)∧1 = **0**

Pour q1 les d1 et d2 sont pertinent , pour q2 seulement le d2 est pertinent , pour q3 seul le d1 est pertinent

III.1. INCONVÉNIENT DU MODÈLE BOOLÉEN

- ✓ La sélection d'un document se fait sur la base d'une décision **binaire** (pertinent / non pertinent).
- ✓ Aucun **ordre de pertinence** n'est établi entre les documents sélectionnés.
- ✓ La **formulation des requêtes** est souvent difficile et pas toujours intuitive pour les utilisateurs.
- ✓ Dans le cas de **collections volumineuses**, le nombre de documents retournés peut être très important.

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

Origine :

- Proposé par *Gérard Salton* dans le système SMART (1970).
- Basé sur les principes de l'algèbre vectorielle.

Idée clé :

- Représenter documents et requêtes comme des vecteurs dans un espace de termes.
- Mesurer leur proximité géométriquement pour estimer la pertinence.

Pourquoi :

Le modèle booléen est trop rigide : il répond par **oui/non**.

- Le modèle vectoriel introduit une notion de degré de similarité.
- Il permet de classer les documents selon leur pertinence par rapport à une requête.
- On passe d'une recherche exacte à une recherche graduelle (ranking).

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

A. Module de représentation des documents

- Chaque document est représenté sous forme de vecteur de poids dans l'espace vectoriel engendré par tous les termes de la collection de documents.

$$T = \langle t_1, t_2, \ldots, t_M \rangle$$

$$d_j = (w_{1j}, w_{2j}, \ldots, w_{Mj})$$

où :

- M = nombre total de termes dans la collection
- w_{ij} = poids du terme t_i dans le document d_j

- Chaque terme est pondéré selon une formule de pondération. La plus fréquemment utilisé

$$w_{ij} = TF_{ij} \times IDF_i$$

- Donc une collection est représentée par un fichier inverse avec pondération (vu dans le chapitre précédent)

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

B. Module de représentation de query

- Les requêtes sont aussi représentées sous forme de vecteurs dans l'espace vectoriel engendré par tous les termes de la collection de documents.

- On note $\mathbf{Wiq}$ le poids du terme dans la requête **q**

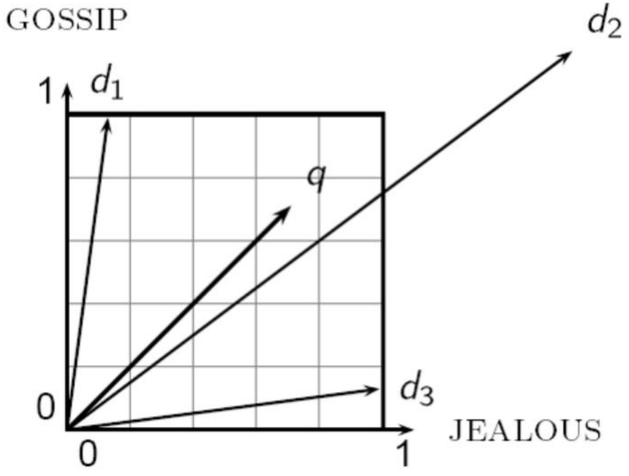
- Chaque terme est pondéré par $\mathbf{Wiq}$ =1 s'il existe dans la requête, 0 sinon.

- Donc, une requête $q = (w_{1q}, w_{2q}, \ldots, w_{Mq})$ avec M le nombre de termes dans la collection.

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

C. Module d'appariement / Matching

- La pertinence dans le modèle vectoriel d'un document par rapport à une requête est mesurée à travers une similarité vectorielle.
- Chaque document et chaque requête sont représentés sous forme de vecteurs dans un espace de termes.



- La similarité dépend de l'angle entre ces vecteurs.
- Plus l'orientation du vecteur document est proche de celle du vecteur requête, plus le document est jugé pertinent.
- La similarité est mesurée par le cosinus de l'angle θ.

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

C. Module d'appariement / Matching

Pourquoi le cosinus entre les vecteurs (requête et document)

Rappel algébrique:

- Le cosinus mesure la **proportion de direction commune** entre deux vecteurs

$$\cos(\theta) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \, \|\vec{v}\|} \qquad \cos(\theta) = \frac{u_1 v_1 + u_2 v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}\,\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

- Le Produit scalaire : u1v1 + u2v2
mesure à quel point les deux vecteurs vont dans la même direction.

- **Les normes $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$** servent à neutraliser la taille des vecteurs (on compare juste leur orientation).

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

C. Module d'appariement / Matching

Donc la formue de similarité entre document et requête s'adopte commet suit dans le modèle vectoriel :

$$\mathrm{Sim}(q, d_j) = \cos(\theta) = \frac{q \cdot d_j}{\|q\| \, \|d_j\|}$$

Pourquoi normaliser les vecteurs ?

- Les documents longs ont plus de termes et donc des poids plus grands.
- Pour éviter ce biais, on divise par la norme du vecteur.
- Ainsi, la similarité dépend uniquement de la direction, pas de la longueur.

Avec :

$$q \cdot d_j = \sum_i w_{iq} \times w_{ij}$$

$$\|q\| = \sqrt{\sum_i w_{iq}^2}, \quad \|d_j\| = \sqrt{\sum_i w_{ij}^2}$$

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

MESURES DE SIMILARITÉ VECTORIELLE

La similarité entre un document et une requête est calculée selon l'une des formules suivantes :

Produit interne

$$RSV(d_j, q) = \sum w_{ij} * w_{iq}$$

Coef. de Dice

$$RSV(d_j, q) = \frac{2 * \sum w_{ij} * w_{iq}}{\sum {w_{ij}}^2 + \sum {w_{iq}}^2}$$

Mesure du cosinus

$$RSV(d_j, q) = \frac{\sum w_{ij} * w_{iq}}{\sqrt{\sum {w_{ij}}^2 * \sum {w_{iq}}^2}}$$

Mesure du Jaccard

$$RSV(d_j, q) = \frac{\sum w_{ij} * w_{iq}}{\sum {w_{ij}}^2 + \sum {w_{iq}}^2 - \sum w_{ij} * w_{iq}}$$

$(w_{i,j})$ poids du terme *i* dans le document *j*

$(w_{i,q})$ poids du terme *i* dans la requête *q*.

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

Soit la collection de 3 documents suivants :
D1 : { langage de programmation python est très utilisé pour le traitement de texte }
D2 : { le langage JAVA est basé sur le langage C++ }
D3 : { un langage de programmation est un langage utilisé pour traduire un algorithme en un programme }
stopwords: { de, est, très, pour, le, un, en }

La requête **q : { langage python java }**

1. Donner le fichier inverse de la collection avec la formule : poids(ti, dj)=(freq(ti,dj)/max(freq(dj))*log(N/ni +1)
2. Calculer la similarité entre chaque document et la requête q par les quatre formules du modèle vectoriel.

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

Données (rappel)

Documents (après suppression des stopwords) :

- D1 = { langage, programmation, python, utilisé, traitement, texte }
- D2 = { langage, JAVA, basé, langage, C++ }
- D3 = { langage, programmation, langage, utilisé, traduire, algorithme, programme }

Requête : q={langage, python, java) on prend `java` ≡ `JAVA`)

Nombre de documents $N = 3$.

Les poids (déjà calculés)

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE :

Terme	D1	D2	D3
langage	0.301	0.301	0.301
programmation	0.398	0	0.199
python	0.602	0	0
utilisé	0.398	0	0.199
traitement	0.602	0	0
texte	0.602	0	0
JAVA	0	0.301	0
basé	0	0.301	0
C++	0	0.301	0
traduire	0	0	0.301
algorithme	0	0	0.301
programme	0	0	0.301

Produit interne $$RSV(d_j, q) = \sum w_{ij} * w_{iq}$$

Coef. de Dice $$RSV(d_j, q) = \frac{2 * \sum w_{ij} * w_{iq}}{\sum {w_{ij}}^2 + \sum {w_{iq}}^2}$$

Mesure du cosinus $$RSV(d_j, q) = \frac{\sum w_{ij} * w_{iq}}{\sqrt{\sum {w_{ij}}^2 * \sum {w_{iq}}^2}}$$

Mesure du Jaccard $$RSV(d_j, q) = \frac{\sum w_{ij} * w_{iq}}{\sum {w_{ij}}^2 + \sum {w_{iq}}^2 - \sum w_{ij} * w_{iq}}$$

$(w_{i,j})$ poids du terme *i* dans le document *j*
$(w_{i,q})$ poids du terme *i* dans la requête *q*.

Indice: Requête q={langage, python, java }

Réaliser une représentation vecteur query binaire

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

1) Vocabulaire (ordre des dimensions)

On reprend le vocabulaire utilisé pour la collection (même ordre que précédemment)

2) Requête q={langage, python, java } — représentation vecteur binaire

Règle : $w_{i,q} = 1$ si le terme t_i appartient à la requête, sinon 0.

Donc le **vecteur requête** (même ordre que le vocabulaire) est :

$$q = (1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

On retient généralement seulement les composantes non nulles : q contient les dimensions « langage, python, JAVA ».

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

3) Calcul de Similarité entre la query q et chaque document

- **Produit interne**

•$\mathrm{RSV}(\mathrm{D1}, \mathrm{q}) = 0.301_{(langage)} + 0.602_{(python)} + 0_{(JAVA)} = 0.903$

•$\mathrm{RSV}(D2, q) = 0.301_{(langage)} + 0_{(JAVA)} + 0_{(python)} = 0.602$

•$\mathrm{RSV}(\mathrm{D3},\mathrm{q}) = 0.301_{(langage)} + 0 + 0 = 0.301$

Classement : **D1 > D2 > D3**

III.2. MODÈLE VECTORIEL - VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

3) Calcul de Similarité entre la query q et chaque document

- **Mesure de Cosinus**

Norme de la requête $\sqrt{\sum_i w_{i,q}^2} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3} = 1.732$

Document D1 : $\sqrt{\sum_{i=1}^{8} w_{i,1}^2} = \sqrt{0.301^2 + 0.398^2 + 0.602^2 + 0.398^2 + 0.602^2 + 0.602^2}$

$$= \sqrt{1.4946} = 1.223$$

$$RSV(\mathrm{D1}, \mathrm{q}) = \frac{0.903}{1.223 \times 1.732} = 0.426$$

III.2. MODÈLE VECTORIEL - VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

3) Calcul de Similarité entre la query q et chaque document

- **Mesure de Cosinus**

Norme de la requête $\sqrt{\sum_i w_{i,q}^2} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3} = 1.732$

Document D2 : $\sqrt{\sum_{i=1}^{8} w_{i,2}^2} = \sqrt{0.301^2 + 0.301^2 + 0.301^2 + 0.301^2}$

$$= \sqrt{0.3624} = 0.602$$

$$RSV(\mathrm{D2}, \mathrm{q}) = \frac{0.602}{0.602 \times 1.732} = 0.577$$

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

3) Calcul de Similarité entre la query q et chaque document

- **Mesure de Cosinus**

Norme de la requête $\sqrt{\sum_i w_{i,q}^2} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3} = 1.732$

Document D3 : $\sqrt{\sum_{i=1}^{8} w_{i,3}^2} = \sqrt{0.301^2 + 0.199^2 + 0.199^2 + 0.301^2 + 0.301^2 + 0.301^2}$

$$= \sqrt{0.4416} = 0.665$$

$$RSV(D, 3q) = \frac{0.301}{0.665 \times 1.732} = 0.262$$

Classement : **D2 > D1 > D3**

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

3) Calcul de Similarité entre la query q et chaque document

- **Coef de Dice** $\sum_i w_{i,q}^2 = 1^2 + 1^2 + 1^2 = 3.$

Document D1 :

Somme des carrés (document) :

$$\sum_i w_{i,1}^2 = 0.301^2 + 0.398^2 + 0.602^2 + 0.398^2 + 0.602^2 + 0.602^2 = 1.494621$$

$$\sum_i w_{i,1} \cdot w_{i,q} = 0.903.$$

Donc :

$$\text{Dice}(D1, q) = \frac{2 \times 0.903}{1.494621 + 3} = \frac{1.806}{4.494621} \approx 0.4018$$

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

3) Calcul de Similarité entre la query q et chaque document

- **Coef de Dice** $\sum_i w_{i,q}^2 = 1^2 + 1^2 + 1^2 = 3.$

Document D2 :

Somme des carrés (document) :

$$\sum_i w_{i,2}^2 = 0.301^2 + 0.301^2 + 0.301^2 + 0.301^2 = 0.362404$$

$$\sum_i w_{i,2} \cdot w_{i,q} = 0.602.$$

Donc :

$$\text{Dice}(D2, q) = \frac{2 \times 0.602}{0.362404 + 3} = \frac{1.204}{3.362404} \approx 0.3581$$

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

3) Calcul de Similarité entre la query q et chaque document

- **Coef de Dice** $\sum_i w_{i,q}^2 = 1^2 + 1^2 + 1^2 = 3.$

Document D3 :

$$\sum_i w_{i,3}^2 = 0.301^2 + 0.199^2 + 0.199^2 + 0.301^2 + 0.301^2 + 0.301^2 = 0.441606$$

$$\sum_i w_{i,3} \cdot w_{i,q} = 0.301.$$

Donc :

$$\text{Dice}(D, 3q) = \frac{2 \times 0.301}{0.441606 + 3} = \frac{0.602}{3.441606} \approx 0.1749$$

Classement D1 > D2 > D3

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

3) Calcul de Similarité entre la query q et chaque document

- **Mesure de Jaccard**

Document D1 : $\sum_i w_{i,1}^2 = 0.301^2 + 0.398^2 + 0.602^2 + 0.398^2 + 0.602^2 + 0.602^2 = 1.494621$

$$\sum_i w_{i,1} \cdot w_{i,q} = 0.903$$

$$\text{Jaccard}(D, 1q) = \frac{0.903}{1.494621 + 3 - 0.903} = \frac{0.903}{3.591621} \approx 0.25142$$

Document D2 : $\sum_i w_{i,2}^2 = 0.301^2 + 0.301^2 + 0.301^2 + 0.301^2 = 0.362404$

$$\sum_i w_{i,2} \cdot w_{i,q} = 0.602$$

$$\text{Jaccard}(D, 2q) = \frac{0.602}{0.362404 + 3 - 0.602} = \frac{0.602}{2.760404} \approx 0.21808$$

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

EXEMPLE PRATIQUE

3) Calcul de Similarité entre la query q et chaque document

- **Mesure de Jaccard**

Document D3 : $\sum_i w_{i,3}^2 = 0.301^2 + 0.199^2 + 0.199^2 + 0.301^2 + 0.301^2 + 0.301^2 = 0.441606$

$$\sum_i w_{i,3} \cdot w_{i,q} = 0.301$$

$$\text{Jaccard}(D3, q) = \frac{0.301}{0.441606 + 3 - 0.301} = \frac{0.301}{3.140606} \approx 0.09584$$

Classement D1 > D2 > D3

III.2. MODÈLE VECTORIEL – VECTOR SPACE MODEL (VSM)

AVANTAGES DU MODÈLE VECTORIEL

- ✓ La pondération améliore les résultats de recherche
- ✓ La mesure de similarité permet d'ordonner les documents selon leur pertinence vis à vis de la requête
- ✓ Simple à programmer

INCONVÉNIENTS DU MODÈLE VECTORIEL

- La représentation vectorielle suppose l'indépendance entre termes
- Le sens des termes n'est pas pris en compte

III.3. MODÈLE BOOLÉEN BASÉ SUR LES ENSEMBLES FLOUS

Origine et Principe

- Ce modèle est une extension du modèle booléen classique.
- Introduit la notion de degré d'appartenance au lieu d'une valeur binaire (0 ou 1).
- Un document peut être partiellement pertinent pour une requête.
- Ce modèle relie la logique booléenne à la théorie des ensembles flous (fuzzy sets) de Zadeh, 1965.

III.3. MODÈLE BOOLÉEN BASÉ SUR LES ENSEMBLES FLOUS

A. Module de représentation des documents

- Chaque document est représenté comme un ensemble de termes avec des poids flous, qui mesure à quel point le terme caractérise le document.

$$d_j = \{(t_1, w_{1j}), (t_2, w_{2j}), \ldots, (t_M, w_{Mj})\}$$

où :

- t_i : terme de la collection
- $w_{ij} \in [0, 1]$: degré d'appartenance du terme t_i au document d_j

- Ces poids proviennent souvent du **TF-IDF** ou d'autres mesures de pondération

III.3. MODÈLE BOOLÉEN BASÉ SUR LES ENSEMBLES FLOUS

B. Représentation des requêtes

Une requête reste booléenne mais appliquée à des valeurs floues. Ex: $q = t_1 \wedge (t_2 \vee \neg t_3)$

C. Calcul de la similarité floue

Le degré de pertinence RSV entre la requête et un document entre un document et une requête est calculée selon les formules suivantes :

$$RSV(d_j, t_i) = w_{ij}$$

$$RSV(d_j, t_1 \wedge t_2) = \min(RSV(d_j, t_1), RSV(d_j, t_2))$$

$$RSV(d_j, t_1 \vee t_2) = \max(RSV(d_j, t_1), RSV(d_j, t_2))$$

$$RSV(d_j, \neg t_i) = 1 - RSV(d_j, t_i)$$

III.3. MODÈLE BOOLÉEN BASÉ SUR LES ENSEMBLES FLOUS

Exemple pratique

Supposons un document d_1 avec les poids suivants (issus d'un calcul TF*IDF ou donnés) :

- $RSV(d_1, t_1) = 0.8$
- $RSV(d_1, t_2) = 0.4$
- $RSV(d_1, t_3) = 0.6$

Conjonction (ET) RSV(d1,t1∧t2)= min(0.8,0.4)=0.4

Disjonction (OU) RSV(d1,t1∨t2)= max(0.8,0.4)=0.8

Négation (NON) $RSV(d_1, \neg t_3) = 1 - 0.6 = 0.4$

- Le document est **pertinent à 0.4** pour la requête $t_1 \wedge t_2$.
- Il est **pertinent à 0.8** pour la requête $t_1 \vee t_2$.
- Il est **peu pertinent (0.4)** pour la requête $\neg t_3$.

III.3. MODÈLE BOOLÉEN BASÉ SUR LES ENSEMBLES FLOUS

AVANTAGES

✓ Représente la pertinence graduelle, plus réaliste.

✓ Supporte les combinaisons complexes de termes (ET/OU/NON).

✓ Plus flexible que le modèle booléen strict.

INCONVÉNIENTS

- Ne repose pas sur une base probabiliste.
- Les résultats peuvent dépendre de la pondération choisie (TF-IDF, fréquence…).
- Peut être moins précis que le modèle vectoriel pour les requêtes longues.

III.4. MODÈLE BOOLÉEN ÉTENDU (Extended Boolean Model)

Origine et Principe

- Extension du modèle booléen classique.
- Introduit une notion de degré de correspondance entre document et requête.
- On conserve la structure logique des requêtes (ET, OU, NON) mais on remplace les opérateurs booléens par des fonctions continues.
- Le score de similarité (RSV) est calculé par des formules continues plutôt que par des règles binaires.

III.4. MODÈLE BOOLÉEN ÉTENDU (Extended Boolean Model)

A. Modules de représentation des documents et requêtes

- Un document est un ensemble de termes. Chaque terme à un poids qui mesure à quel point le terme caractérise le document.

$$d_j = (w_{1j}, w_{2j}, \ldots, w_{mj})$$

B. Modules d'appariement

Le but est de calculer une valeur de similarité graduelle entre un document et la requête : RSV(dj,q) ∈ [0,1]

III.4. MODÈLE BOOLÉEN ÉTENDU (Extended Boolean Model)

B. Modules d'appariement

Le but est de calculer une valeur de similarité graduelle entre un document et la requête **par les formules de similarité suivant**: RSV(dj,q) ∈ [0,1]

$$RSV(d_j, t_i) = w_{ij}$$

$$RSV(d_j, t_1 \wedge t_2) = 1 - \sqrt{\frac{(1 - w_{1j})^2 + (1 - w_{2j})^2}{2}}$$

$$RSV(d_j, t_1 \vee t_2) = \sqrt{\frac{(w_{1j})^2 + (w_{2j})^2}{2}}$$

$$RSV(d_j, \neg t_i) = 1 - w_{ij}$$

III.4. MODÈLE BOOLÉEN ÉTENDU (Extended Boolean Model)

Exemple pratique

Données :

Terme	Poids dans D_1	Poids dans D_2	Poids dans D_3
t_1 = "data"	0.8	0.2	0.9
t_2 = "mining"	0.7	0.9	0.3

Requête : $q = t_1 \wedge t_2$

Calcul :

$$RSV(D_1, q) = 1 - \sqrt{\frac{(1-0.8)^2 + (1-0.7)^2}{2}} = 0.86$$

$$RSV(D_2, q) = 1 - \sqrt{\frac{(1-0.2)^2 + (1-0.9)^2}{2}} = 0.57$$

$$RSV(D_3, q) = 1 - \sqrt{\frac{(1-0.9)^2 + (1-0.3)^2}{2}} = 0.71$$

Classement de pertinence: D1>D3>D2

III.4. MODÈLE BOOLÉEN ÉTENDU (Extended Boolean Model)

AVANTAGES

- ✓ Supprime la rigidité du modèle booléen classique.
- ✓ Permet de classer les documents par degré de pertinence.
- ✓ Conserve la logique explicite des requêtes.
- ✓ Bonne base de transition vers les modèles vectoriels et flous.

INCONVÉNIENTS

- Plus complexe à interpréter pour l'utilisateur.
- Nécessite une pondération fiable des termes.
- Moins performant que les modèles probabilistes modernes.

III.4. MODÈLE BOOLÉEN P-NORME ETENDU – Sans pondération

- Généralisation du modèle booléen étendu pour m termes de la requête
- Chaque document et requête sont représentés comme des vecteurs de *m* dimensions (un poids par terme).
- On mesure leur proximité (ou similarité) en utilisant la norme p pour calculer une “distance” entre ces vecteurs.
- Introduit un paramètre p pour ajuster la souplesse du modèle
- Permet de pondérer les termes dans les documents et les requêtes
- Combine les avantages du modèle booléen et du modèle vectoriel

III.4. MODÈLE BOOLÉEN P-NORME ETENDU – Sans pondération

Considérons : – un document dj (w1j,w2j,… wtj) et q (t1 , t2 , ..tm) : une requête composée de m termes , l'appariement RSV est basé sur les formules suivantes:

$$RSV_{OR}(q,d_j) = \left(\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(w_{ij})^p\right)^{1/p} \qquad RSV_{AND}(q,d_j) = 1 - \left(\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(1-w_{ij})^p\right)^{1/p}$$

$$RSV_{NOT}(q,d_j) = 1 - RSV(q,d_j)$$

La requête sert seulement à choisir quels termes et quels opérateurs on combine.

III.4. MODÈLE BOOLÉEN P-NORME ETENDU – Sans pondération

CAS PARTICULIERS DU PARAMÈTRE P

Le paramètre p dans le modèle contrôle la “forme” de la norme utilisée pour combiner les poids des termes dans un document. Autrement dit, il ajuste la souplesse ou la rigidité du score RSV.

1) Si p=1 , la RSV devient une somme linéaire : Modèle vectorielle

Pour **OR** :

$$\mathrm{RSV}_{OR}(q, d_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} w_{i,j}$$

Pour le **AND :**

$$\mathrm{RSV}_{AND}(q, d_j) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (1 - w_{i,j}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} w_{i,j}$$

Donc, lorsque $p = 1$, les deux opérateurs AND et OR produisent la même formule. Ce score correspond simplement à la moyenne des poids des termes de la requête dans le document comme dans le modèle vectoriel classique.

III.4. MODÈLE BOOLÉEN P-NORME ETENDU – Sans pondération

CAS PARTICULIERS DU PARAMÈTRE P

2) Si p=2 , Distance euclidienne

- On prend la racine carrée de la moyenne des carrés des poids
- C'est une distance euclidienne dans un espace à m dimensions
- Plus sensible aux poids élevés ou faibles

3) Si p= ∞ , Maximum / Minimum → modèle booléen flou

- Le score dépend uniquement du terme le plus fort (OR) ou du terme le plus faible (AND)
- C'est l'équivalent du modèle booléen flou

III.4. MODÈLE BOOLÉEN P-NORME ETENDU –avec pondération

- Dans ce modèle, chaque terme de la requête peut avoir un poids qi donné par l'utilisateur. **Exemple de requête pondérée :**

  q=(t1,0.6)Λ((t2,0.3)V¬(t3,0.7)) q1=0.6,q2=0.3,q3=0.7

  Cela permet de dire que certains termes sont plus importants que d'autres pour la recherche.

- **Formules p-norme pondérées pour calculer RSV**

$$RSV_{OR}(q,d_j) = \left(\frac{\sum_{i=1}^{m}(q_i \cdot w_{ij})^p}{\sum_{i=1}^{m} q_i^p}\right)^{1/p} \qquad RSV_{AND}(q,d_j) = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{m}(q_i \cdot (1-w_{ij}))^p}{\sum_{i=1}^{m} q_i^p}\right)^{1/p}$$

$$RSV_{NOT}(q,d_j) = 1 - RSV(q,d_j)$$

Exercice

Soit l'ensemble des termes d'indexation

T= (document, web, information, recherche, image, contenu).

Soit : **d1=(document 1, web 0,5)**

Soient : **q1 = (document OU web)**

q2= (web ET document)

q3= ((web OU document) ET image)

Questions :

Calculer la similarité entre d1 et chaque requête par :

1. le modèle booléen basé sur les ensembles flous
2. le modèle booléen étendu
3. le modèle p_norme avec p=2

Réponse

- Ensemble des termes d'indexation :

T=(document,web,information,recherche,image,contenu)

- Document :

d1=(document=1,web=0.5,information=0,recherche=0,image=0,contenu=0)

1. Modèle booléen flou

Requête	Formule	Calcul	RSV
q1 = document OU web	RSV=max(**W**document,**W**web)	max(1, 0.5)	1
q2 = web ET document	RSV=min(**W**document, **W**web)	min(1, 0.5)	0.5
q3 = (web OU document) ET image	RSV=min(max(**W**document, **W**web), **W**image)	min(max(1,0.5),0)	0

Réponse

2. Modèle booléen étendu

Requête	Formule	Calcul	RSV
q1 = document OU web	$RSV_{OR} = \frac{w_{document} + w_{web}}{2}$	(1+0.5)/2	0.75
q2 = web ET document	$RSV_{AND} = 1 - \frac{(1-w_{document}) + (1-w_{web})}{2}$	1 - ((1-1)+(1-0.5))/2	0.75
q3 = (web OU document) ET image	OR partie : $(1 + 0.5)/2 = 0.75$ AND avec image : $1 - \frac{(1-0.75)+(1-0)}{2}$	1 - 0.625	0.375

Réponse

3. Modèle p-norme pondéré (p=2)

Requête	Formule	Calcul	RSV
q1 = document OU web	$RSV_{OR}(d_j, q) = \left(\frac{w_{document}^2 + w_{web}^2}{2} \right)^{1/2}$	$\sqrt{(1^2 + 0.5^2)/2} = \sqrt{0.625/2} = \sqrt{0.625} \approx 0.79$	**0.79**
q2 = web ET document	$RSV_{AND}(d_j, q) = 1 - \left(\frac{(1-w_{document})^2 + (1-w_{web})^2}{2} \right)^{1/2}$	$1 - \sqrt{(0^2 + 0.5^2)/2} = 1 - 0.354 = 0.646$	**0.65**
q3 = (web OU document) ET image	OR partiel : $\sqrt{(1^2 + 0.5^2)/2} = 0.79$ AND avec image : $1 - \left(\frac{(1-0.79)^2 + (1-0)^2}{2} \right)^{1/2}$	$1 - \sqrt{(0.21^2 + 1^2)/2} = 1 - 0.72 = 0.28$	**0.28**