

Project wavelets

Matthias Baeten & Bob Vergauwen

13 januari 2016

1 Ruisreductie

1.1 Academisch voorbeeld zonder ruis

Bij wijze van opwarming starten we met de wavelet decompositie van de functie $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \exp(x)$. Dit is een gladde functie die bovendien analytisch is. Voor onze analyse werden de de exponentiële functie equidistant bemonsterd op het interval $[0, 1]$ met 256 punten. Deze data werd nadien geanalyseerd met behulp van 3 verschillende wavelet transformaties, de haar wavelet, de daubechie wavelet van orde 4 en de daubechie wavelet van orde 45. Elk van deze transformaties werd uitgevoerd tot niveau 4, dit maakt dus dat het signaal zal worden opgesplitst ten opzichte van 5 verschillende basissen. De resultaten van dit experiment zijn samen gevat in Figuur 1. In de linker kolom van de figuur zijn de coëfficiënten van de transformatie uitgezet. In de rechter kolom is telkens de benadering van de exponentiële functie in elke basis uitgezet. Hierbij is de onderste curve de benadering in W_1 , die daar boven de benadering in W_2 en zo voort. De bovenste grafiek is dan de benadering van de exponentiële functie in de ruimte V_4 .

Wat meteen opvalt is dat de coëfficiënten van de lage frequenties (links in de coëfficiënten vector) het grootst zijn. Dit is volledig volgens de verwachting, de exponentiële functie is een gladde functie en bevat dus voornamelijk lage frequenties. Een tweede bemerking is dat voor de hogere orde wavelets de coëfficiënten aan de randen groter worden. Dit is het gevolg van het breder worden van de wavelet, hierdoor zal het eind effect verstrekt worden.

Vervolgens kunnen we zien naar de kwaliteit van de benaderingen in de opeen volgende vector ruimtes, zoals gegeven in de rechter kolom. Hier is het duidelijk dat een hogere orde benadering niet meteen een snellere convergentie geeft. Dit is opnieuw het gevolg van het bredere karakter van de hogere orde wavelets. Over het algemeen is de beste benadering bekomen door de daubechie wavelet van orde 2. Het eind effect is het kleinste voor de haar wavelet.

1.2 Academisch voorbeeld met ruis

In een tweede test word er ruis toegevoegd aan de gladde functie exponentiële functie. Deze ruis is witte ruis met een standaard afwijking van 0.1. Om de invloed van de ruis op de wavelet coëfficiënten duidelijk te maken zijn de coëfficiënten weergegeven in figuur 2. De invloed van de witte ruis in het tijddomein geeft een verstoring van witte ruis op de coëfficiënten van de verschillende wavelet transformaties. De verstoring kan makkelijk

worden verwijderd aan de hand van een threshold waarde te gebruiken. Deze methode is besproken in de opgaven en zal dus niet verder worden toegelicht. Enkel de resultaten en toepassingen zullen worden besproken.

De fout als functie van de threshold waarden is weergegeven in figuur 3 tot 5. Uit deze drie figuren is het duidelijk dat er een fundamenteel verschil optreedt tussen de zachte threshold functie en de twee andere. De verklaring hiervoor is dat de zachte threshold functie elke waarden zal wijzigen, zelfs de waarden ver boven de threshold. Om dit te illustreren zijn de drie threshold functies weergegeven in Figuur 7.

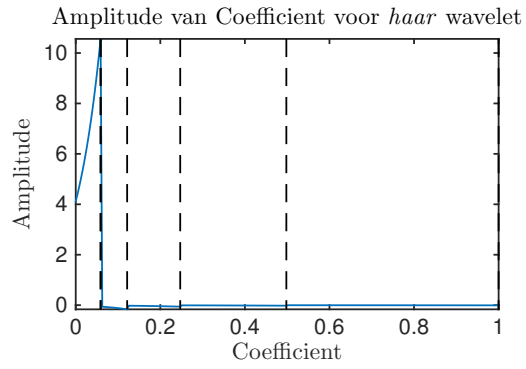
Om dit deel af te sluiten is in figuur 6 de optimale ruis reductie weergegeven. Deze reducties maakt gebruik van daubechie wavelet van orde 2 en, een threshold waarden van 0.4 en de zachte threshold functie.

Tussenliggende waarden bepalen ...Iets met de basis wavelet bepalen in het punt en zo kan je het doen. Ik denk dat dit iets te maken heeft met een wavelet interpolatie.

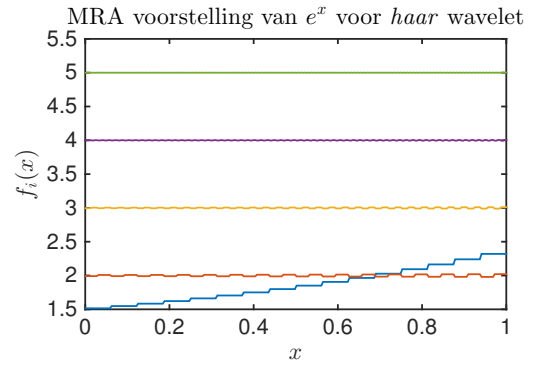
1.3 Moving on to images

1.3.1 Task 1.4

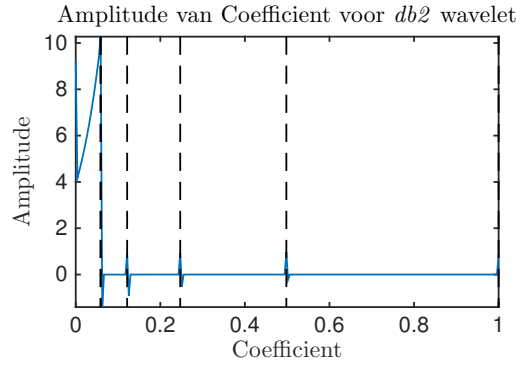
2 Inpainting



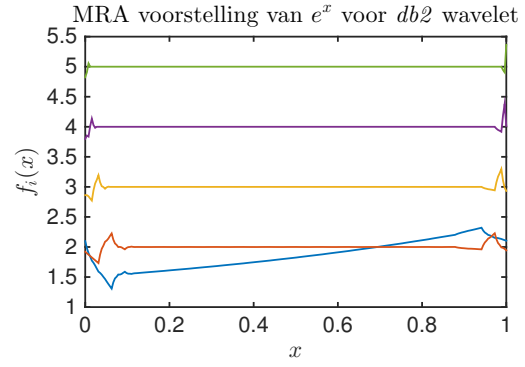
(a) Met tekst beschadiging



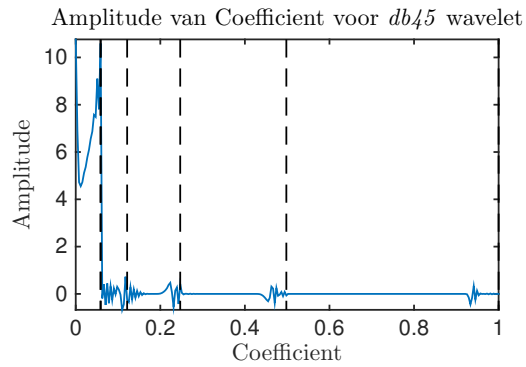
(b) Na de reconstructie



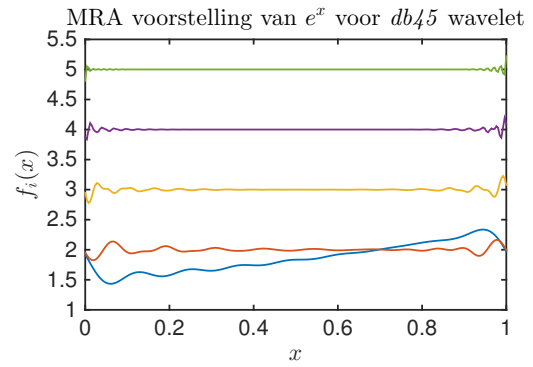
(c) Met tekst beschadiging



(d) Na de reconstructie

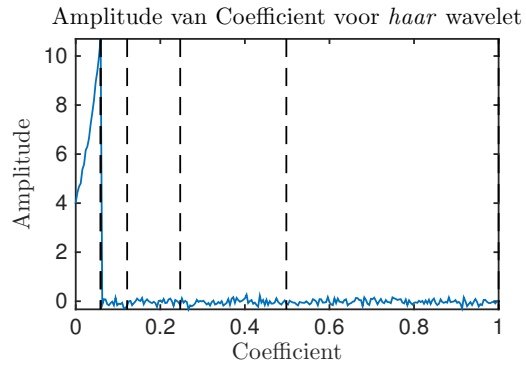


(e) Met tekst beschadiging

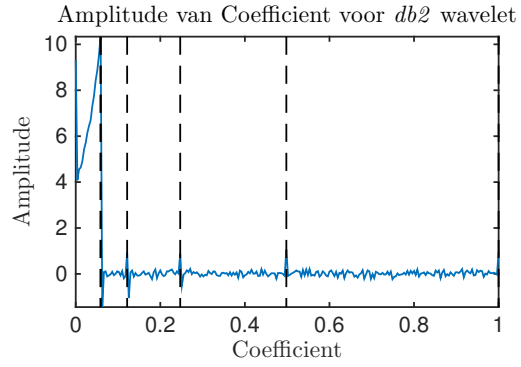


(f) Na de reconstructie

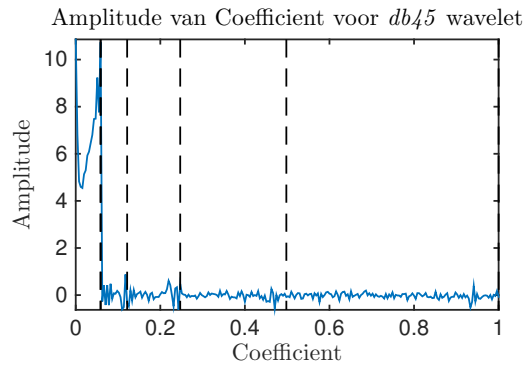
Figuur 1: Pictures of lena



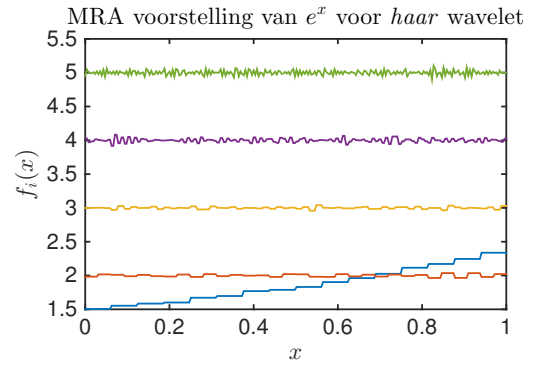
(a) Met tekst beschadiging



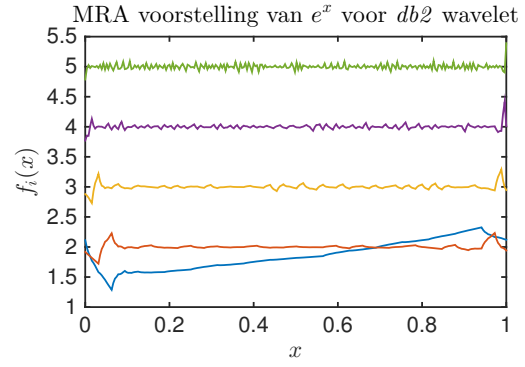
(c) Met tekst beschadiging



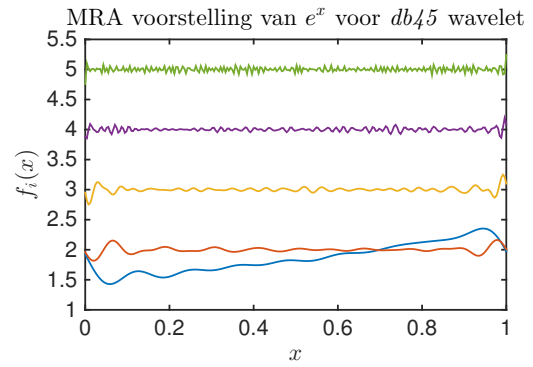
(e) Met tekst beschadiging



(b) Na de reconstructie

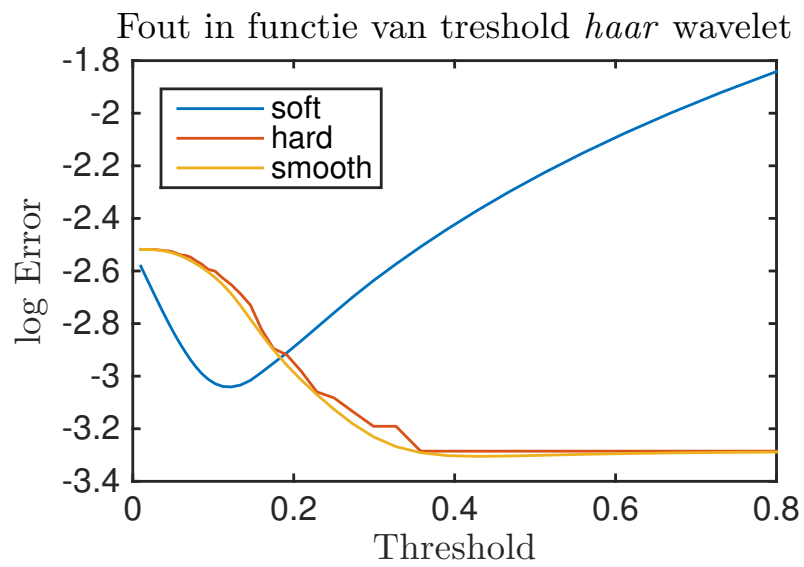


(d) Na de reconstructie

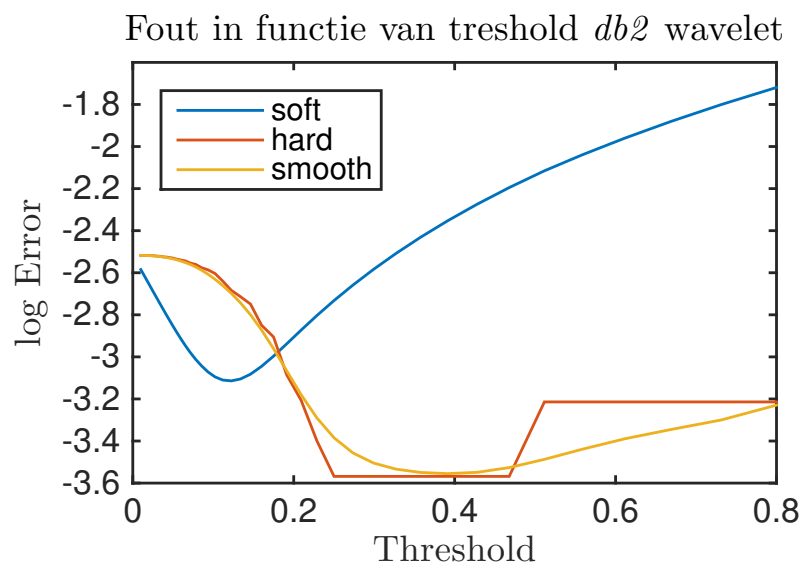


(f) Na de reconstructie

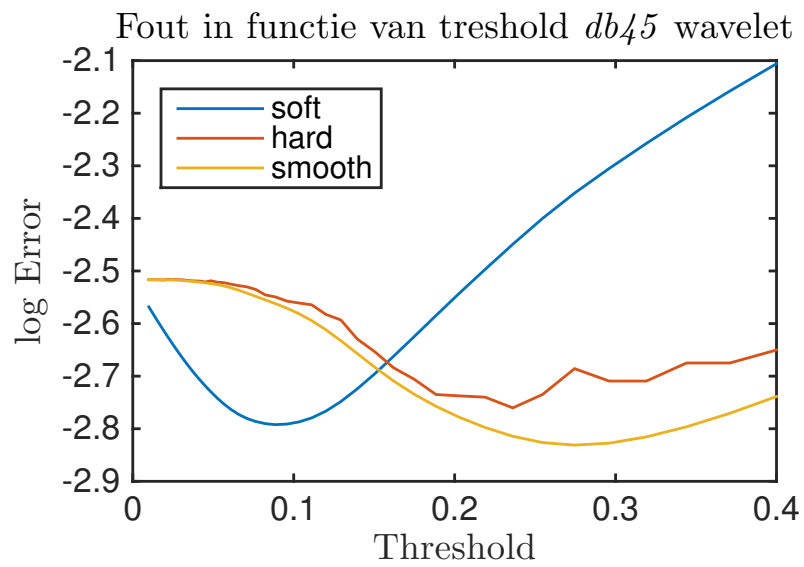
Figuur 2: Pictures of lena



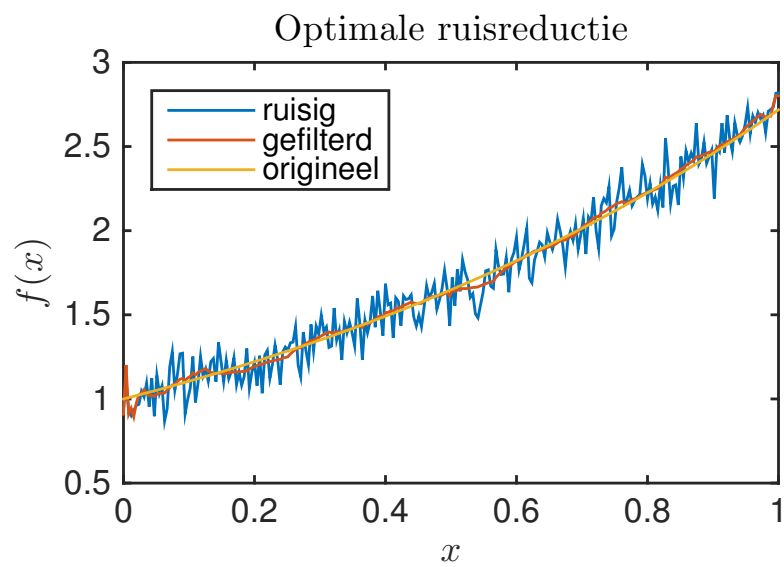
Figuur 3



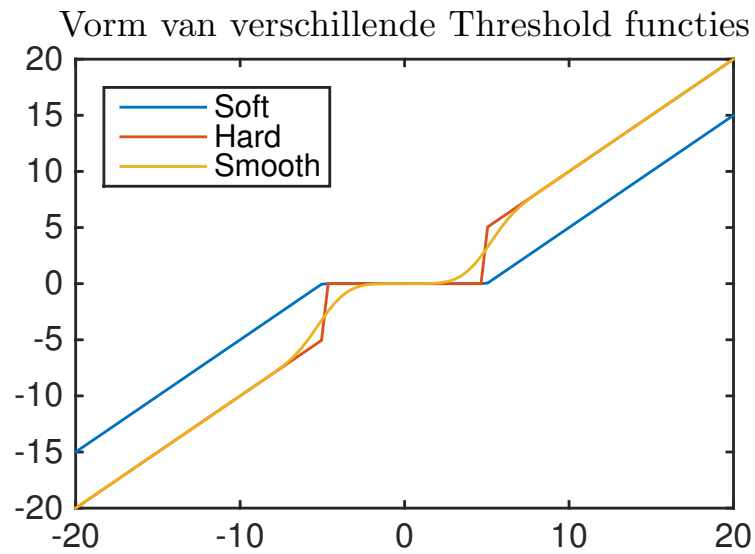
Figuur 4



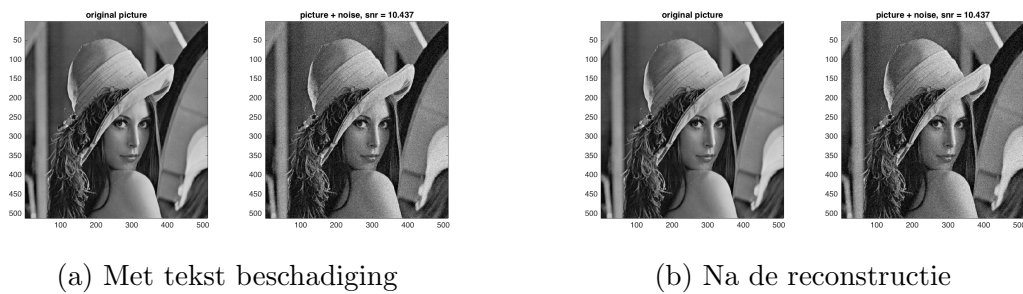
Figuur 5



Figuur 6



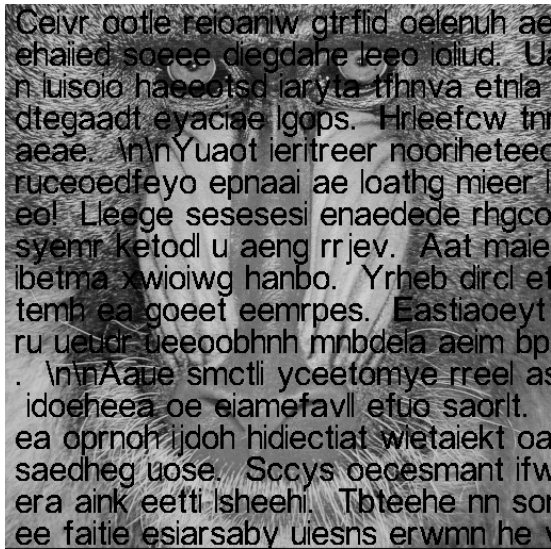
Figuur 7



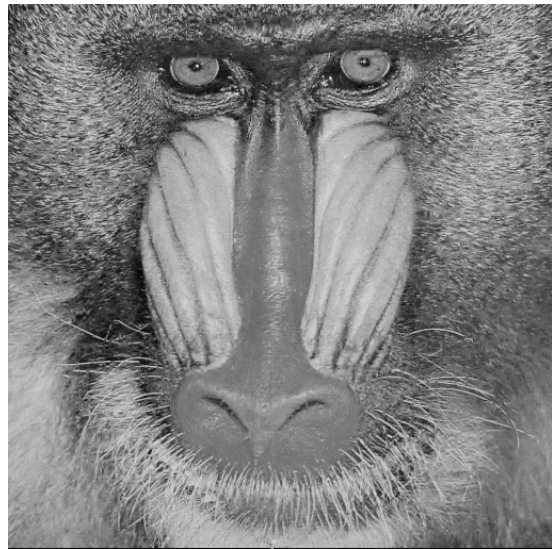
Figuur 8: Pictures of lena



Figuur 9: Pictures of lena



(a) Met tekst beschadiging

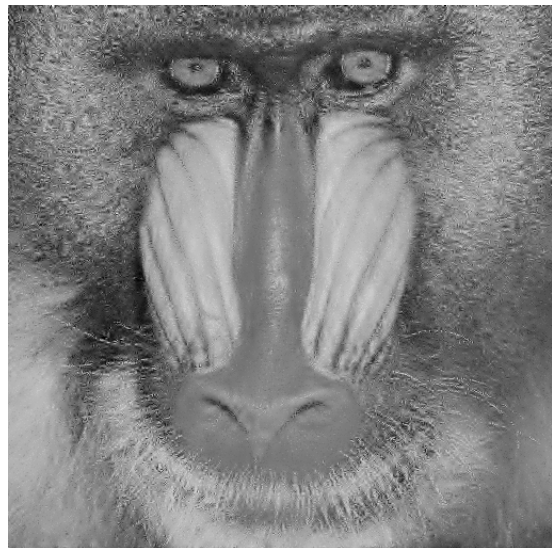


(b) Na de reconstructie

Figuur 10: Pictures of lena



(a) Met random beschadiging (70 procent)

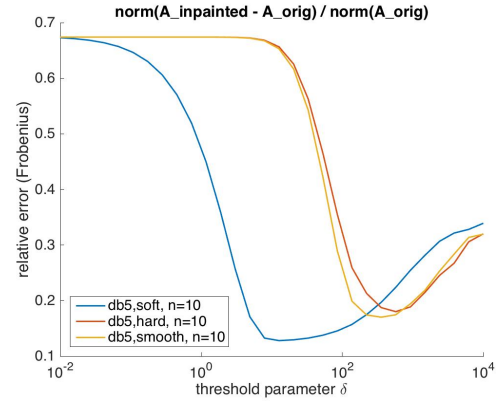


(b) Na de reconstructie

Figuur 11: Pictures of lena



(a) tekstbeschadigde figuur.



(b) Voor verschillende waarden van de threshold parameter δ is de figuur ingepaint met telkens 50 iteraties. De relatieve fout t.o.v. de onbeschadigde figuur is telkens berekent.

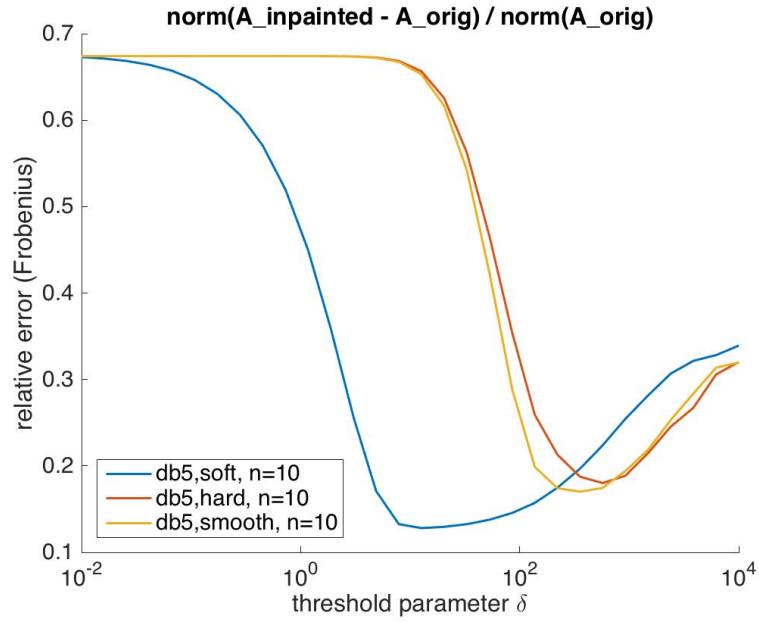


(c) figuur 12a ingepaint met 'db5' wavelets. Soft thresholding is gebruikt met parameter $\delta = 10$. Hier is het goed gelukt, de blauwe curve bereikt zijn minimum rond $\delta = 10$.

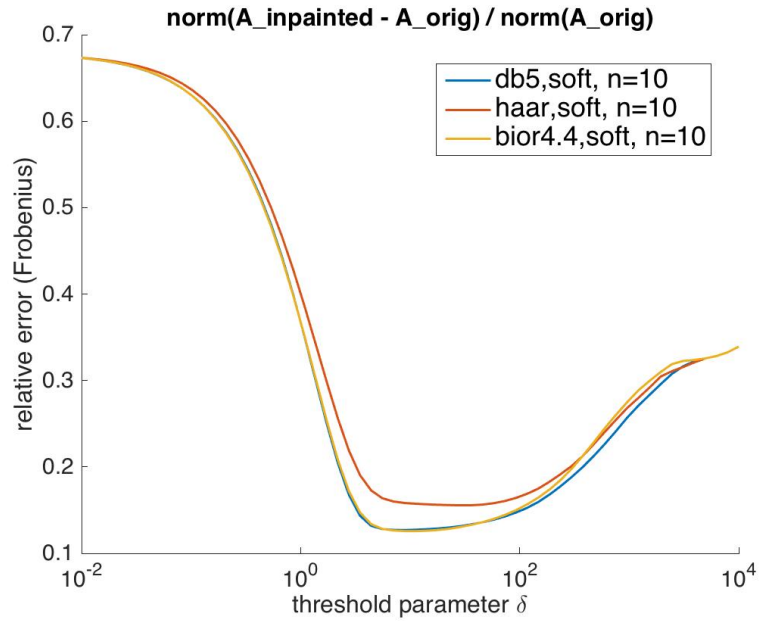


(d) figuur 12a ingepaint met 'db5' wavelets. Hard thresholding is gebruikt met parameter $\delta = 10$. Hier is het mislukt. De reden hiervoor is dat de rode curve voor $\delta = 10$ totaal niet het minimum bereikt.

Figuur 12: Effect van threshold parameter en threshold techniek bij inpainting

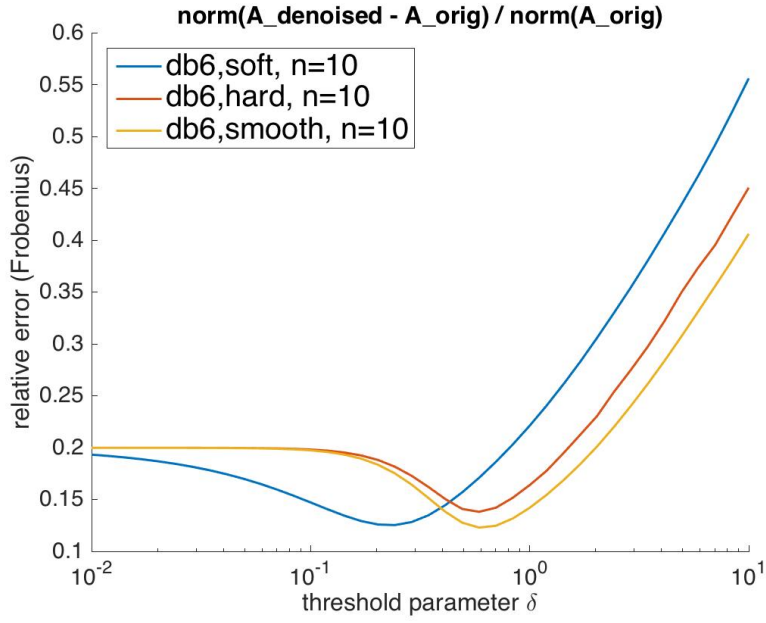


(a) Voor verschillende waarden van de threshold parameter δ is de figuur ingepaint met telkens 50 iteraties. De relatieve fout t.o.v. de onbeschadigde figuur is telkens berekend. verschillende threshold technieken zijn gebruikt.(dezelfde figuur als vorige pagina)

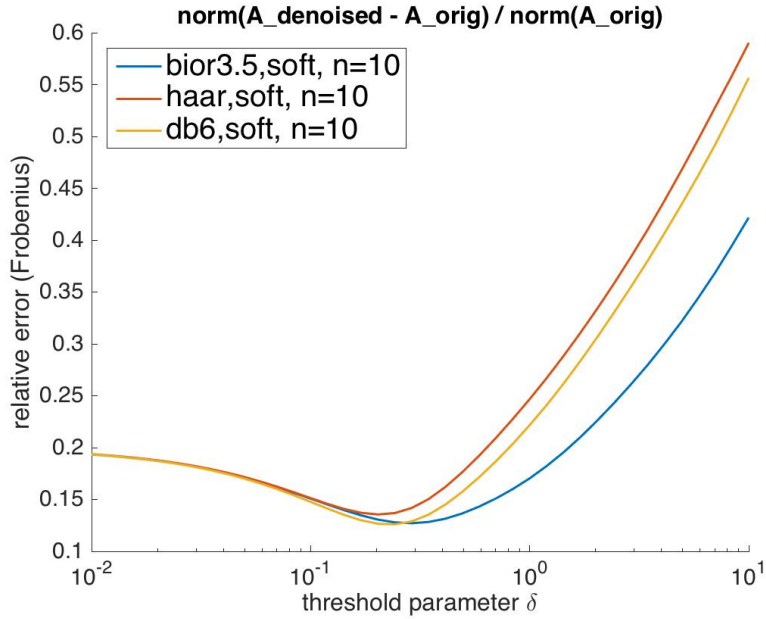


(b) Voor verschillende waarden van de threshold parameter δ is de figuur ingepaint met telkens 50 iteraties. De relatieve fout t.o.v. de onbeschadigde figuur is telkens berekend.verschillende soorten wavelets zijn gebruikt.

Figuur 13: plots error vs δ



(a) Voor verschillende waarden van de threshold parameter δ is een noisy figuur gedenoised. De relatieve fout t.o.v. de originele figuur(zonder noise) is telkens berekent. verschillende threshold technieken zijn gebruikt. De onbewerkte noisy figuur heeft een relatieve fout van 0.2. Conclusie: opletten met de waarde van de threshold parameter.



(b) Voor verschillende waarden van de threshold parameter δ is een noisy figuur gedenoised. De relatieve fout t.o.v. de originele figuur(zonder noise) is telkens berekent. De onbewerkte noisy figuur heeft een relatieve fout van 0.2.verschillende soorten wavelets zijn gebruikt. Conclusie: opletten met de waarde van de threshold parameter..

Figuur 14: plots error vs δ