第三周作业

软件学院 1754060 张[illegible]

3.4 由原 $G(s)$ 知该系统为一阶系统

调节时间 t_s 与时间 T 成正比

因此目标系统的传递函数为 $\dfrac{10}{\frac{0.2}{10}s+1}$

由框图 $\Phi(s) = K \cdot \dfrac{G(s)}{1+G(s)K_H}$

有 $$\frac{K \cdot \frac{10}{0.2s+1}}{1+\frac{10}{0.2s+1}K_H} = \frac{10}{\frac{0.2}{10}s+1}$$

比较系数得 $$\begin{cases} \dfrac{0.2}{K} = 0.02 \\ \dfrac{1}{K} + 10\dfrac{K_H}{K} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = 10 \\ K_H = 0.9 \end{cases}$$

3.5 如图，该系统为欠阻尼情况

且 $t_p = 0.1$，$\sigma\% = \dfrac{1.3-1.0}{1.0} \times 100\% = 30\%$

$$\begin{cases} \text{峰值时间 } t_p = \dfrac{\pi}{\omega_d} \\ \text{超调量 } \sigma = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.3 \\ \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \end{cases}$$

解得：$$\begin{cases} \zeta = \dfrac{-\ln 0.3}{\sqrt{\pi^2+\ln^2 0.3}} \approx 0.358 \\ \omega_n = \dfrac{\pi}{t_p\sqrt{1-\zeta^2}} \approx 33.65 \text{ rad/s} \end{cases}$$

开环传函 $$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s} = \frac{1132.3}{s^2+24.1s}$$

3.13

令 $1+G(s)=0$，特征方程为 $s^3+as^2+(2+k)s+(k+1)=0$

因系统以 $w=2\,rad/s$ 持续振荡

必有虚根 $s=\pm j2$

$\mp j8-4a\pm j2(2+k)+(k+1)=0$

$\begin{cases} 8+4+2k=0 \text{ 或 } -8+4+2k=0 \\ -4a+k+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=-6 \\ a=-\frac{5}{4} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} k=2 \\ a=\frac{3}{4} \end{cases}$

由于系统产生振荡，列劳斯表得

s^3	1	$2+k$
s^2	a	$k+1$
s^1	$\frac{a(2+k)-(k+1)}{a}$	
s^0	$k+1$	

1° 代入 $\begin{cases} k=-6 \\ a=-\frac{5}{4} \end{cases}$ 未有全0行

2° 代入 $\begin{cases} k=2 \\ a=\frac{3}{4} \end{cases}$，第三行有全零行，用 s^2 构建辅助多项式 $as^2+(k+1)s=0$

导数为 $2as+(k+1)$

新劳斯表为

s^3	1	$2+k$
s^2	a	$k+1$
s^1	$2a$	
s^0	$k+1$	

第一列符号相同 系统临界稳定

综上．$k=2$，$a=\frac{3}{4}$

3.14

特征方程 $1+G(s)=0$，即 $0.025s^3+0.35s^2+s+K=0$

(1) 根据劳斯判据

$$\begin{array}{lll} s^3 & 0.025 & 1 \\ s^2 & 0.35 & K \\ s^1 & \dfrac{0.35-0.025K}{0.35} & \\ s^0 & K & \end{array}$$

$$\begin{cases} \dfrac{0.35-0.025K}{0.35} > 0 \\ K > 0 \end{cases} \Longrightarrow 0 < K < 14$$

(2) 令 $s = z-1$ 代入特征方程化简得

$0.025z^3+0.275z^2+0.375z+K+0.675=0$

新劳斯表

$$\begin{array}{lll} z^3 & 0.025 & 0.375 \\ z^2 & 0.275 & K+0.675 \\ z & \dfrac{0.275\cdot 0.375-0.025(K+0.675)}{0.275} & \\ z^0 & K+0.675 & \end{array}$$

$$\begin{cases} 0.275\cdot 0.375-0.025(K+0.675) > 0 \\ K+0.675 > 0 \end{cases} \Longrightarrow 0 < K < 3.45$$

3.19 由稳态误差终值定理

$$e_{ss}(\infty) = \lim_{s\to 0} s\left[E_r(s) + E_n(s)\right]$$

$$E_r(s) = R(s)\,\Phi_{er}(s) = \frac{1}{H(s)} \cdot \frac{1}{1+G(s)H(s)} R(s) = \frac{4s+1}{s(4s+5)}$$

$$E_n(s) = N(s)\,\Phi_{en}(s) = \frac{-G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)} N(s) = -\frac{1}{s(12s^2+7s+5)}$$

$$e_{ss}(\infty) = \lim_{s\to 0}\frac{4s+1}{4s+5} + \lim_{s\to 0}\left(-\frac{1}{12s^2+7s+5}\right)$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 0$$

综上在给定与扰动作用下稳态误差终值为 0