Lista de Exercícios 1

Nome:

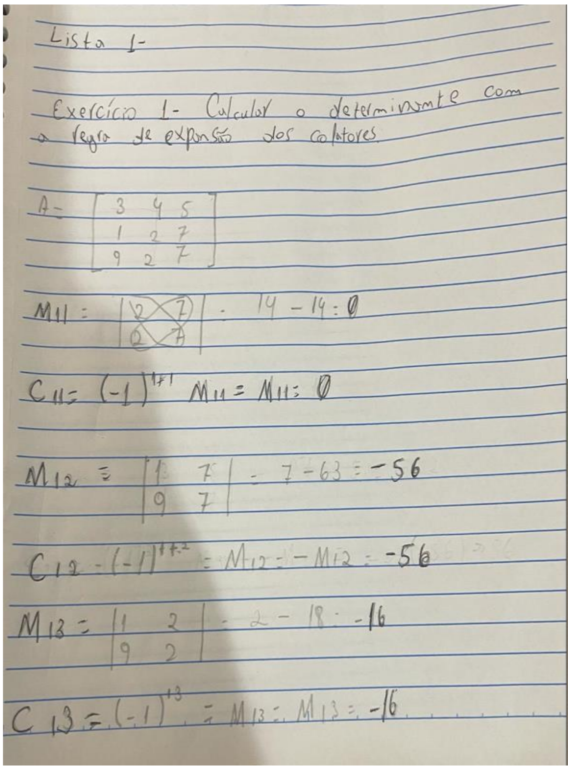
RM:

Considere a matriz 3 x 3 composta pelos algarismos do seu RM, acrescidos dos números 9, 2, 7, denominada matriz A:

3	4	5
1	2	7
9	2	7

Onde r1 é o primeiro algarismo do seu RM, r2 é o segundo algarismo, e assim por diante.

1. Calcule o determinante da matriz A usando a técnica da expansão dos cofatores.



Lista 1-

Exercício 1- Calcular o determinante com a regra de expansão dos cofatores.

$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 7 \\ 9 & 2 & 7 \end{bmatrix}$

$M_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 14 - 14 = 0$

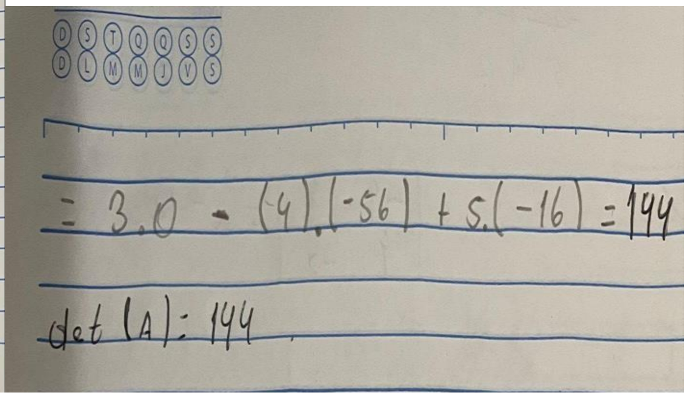
$C_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = M_{11} = 0$

$M_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 9 & 7 \end{vmatrix} = 7 - 63 = -56$

$C_{12} = (-1)^{1+2} = M_{12} = -M_{12} = -56$

$M_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 18 = -16$

$C_{13} = (-1)^{1+3} = M_{13} = M_{13} = -16$

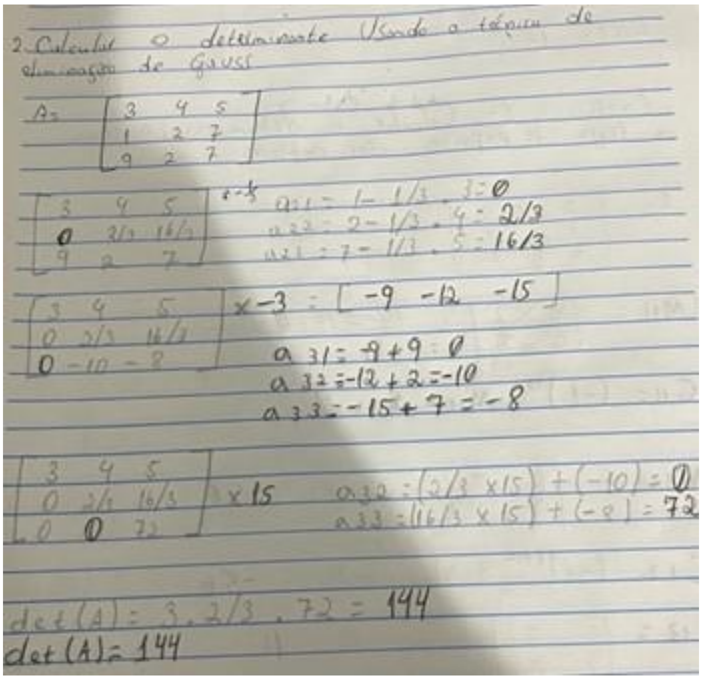


$= 3.0 - (4).(-56) + 5.(-16) = 144$

$\det(A) = 144$

Det(A) = 144

2. Calcule o determinante da matriz A usando a técnica da eliminação de Gauss.



2. Calcular o determinante usando a técnica de eliminação de Gauss

$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 7 \\ 9 & 2 & 7 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2/3 & 16/3 \\ 9 & 2 & 7 \end{bmatrix} \times -\frac{1}{3}$

$a_{21} = 1 - 1/3 \cdot 3 = 0$
$a_{22} = 2 - 1/3 \cdot 4 = 2/3$
$a_{23} = 7 - 1/3 \cdot 5 = 16/3$

$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2/3 & 16/3 \\ 0 & -10 & -8 \end{bmatrix} \times -3 = [-9 \;\; -12 \;\; -15]$

$a_{31} = -9 + 9 = 0$
$a_{32} = -12 + 2 = -10$
$a_{33} = -15 + 7 = -8$

$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2/3 & 16/3 \\ 0 & 0 & 72 \end{bmatrix} \times 15$

$a_{32} = (2/3 \times 15) + (-10) = 0$
$a_{33} = (16/3 \times 15) + (-8) = 72$

$\det(A) = 3 \cdot 2/3 \cdot 72 = 144$

$\det(A) = 144$

Det(A) = 144

3.Elabore um código Python para calcular o determinante da matriz A (adapte do código disponibilizado pelo professor e inclua na resposta o código e o resultado).

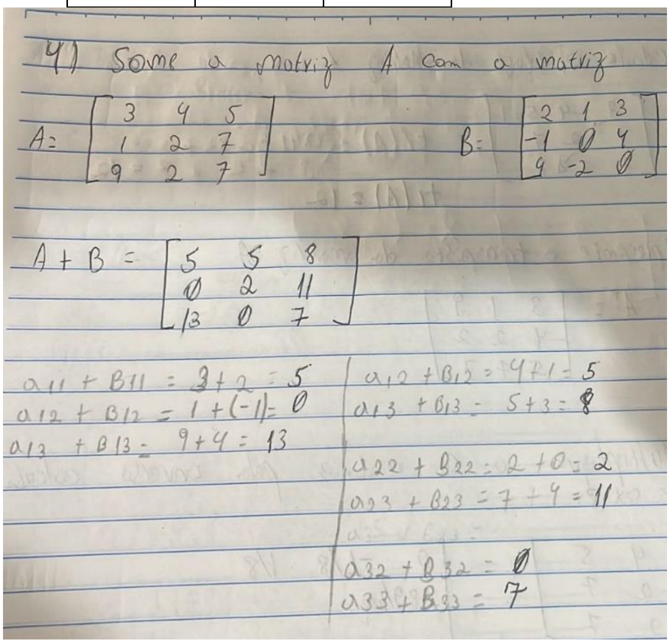
In [6]:
```python
# matrix determinant
from numpy import array
from numpy.linalg import det
import numpy as np
# define matrix
A = array([
[3, 4, 5],
[1, 2, 7],
[9, 2, 7]])
print(A)
# calculate determinant
B = det(A)
print(int(B))
```

```
[[3 4 5]
 [1 2 7]
 [9 2 7]]
144
```

4.Some a matriz A com a matriz:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

5	5	8
0	2	11
13	0	7



4) Some a matriz A com a matriz

$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 7 \\ 9 & 2 & 7 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

$A + B = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 8 \\ 0 & 2 & 11 \\ 13 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

$a_{11} + B_{11} = 3 + 2 = 5$
$a_{12} + B_{12} = 1 + (-1) = 0$
$a_{13} + B_{13} = 9 + 4 = 13$

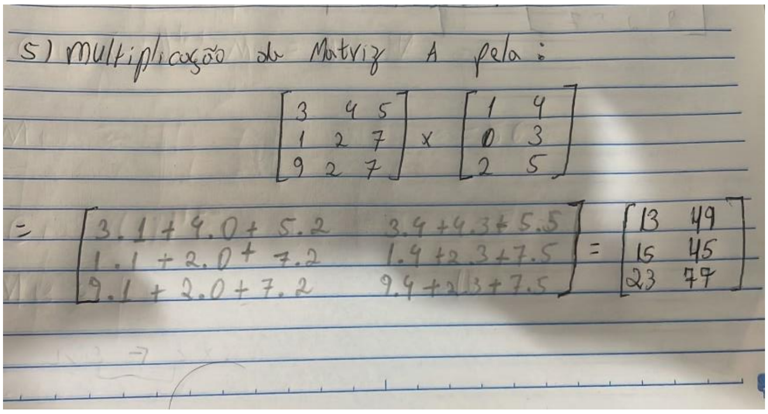
$a_{12} + B_{12} = 4 + 1 = 5$
$a_{13} + B_{13} = 5 + 3 = 8$

$a_{22} + B_{22} = 2 + 0 = 2$
$a_{23} + B_{23} = 7 + 4 = 11$

$a_{32} + B_{32} = 0$
$a_{33} + B_{33} = 7$

5.Multiplique a matriz A pela matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$



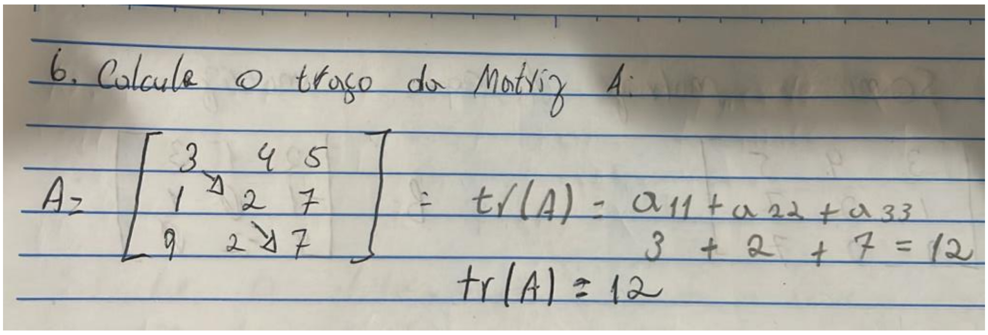
5) multiplicação da Matriz A pela:

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 7 \\ 9 & 2 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3.1 + 4.0 + 5.2 & 3.4 + 4.3 + 5.5 \\ 1.1 + 2.0 + 7.2 & 1.4 + 2.3 + 7.5 \\ 9.1 + 2.0 + 7.2 & 9.4 + 2.3 + 7.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 49 \\ 15 & 45 \\ 23 & 77 \end{bmatrix}$$

13	49
15	45
23	77

6. Calcule o traço da matriz A.



6. Calcule o traço da Matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 7 \\ 9 & 2 & 7 \end{bmatrix} = tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33}$$

$$3 + 2 + 7 = 12$$

$$tr(A) = 12$$

tr(A) = 12

7. Apresente a transposta da matriz A.

AT =

3	1	9
4	2	2
5	7	7

8. Caso sua matriz seja invertível (determinante diferente de zero), elabore um código Python para calcular a inversa (adapte do código disponibilizado pelo professor e inclua na resposta o código e o resultado).

```
# invert matrix
from numpy import array
from numpy.linalg import inv
# define matrix
A = array([
[3, 4, 5],
[1, 2, 7],
[9, 2, 7]])

# invert matrix
B = inv(A)
print(B.round(3))

[[ 0.    -0.125  0.125]
 [ 0.389 -0.167 -0.111]
 [-0.111  0.208  0.014]]
```

9. Multiplique a sua matriz pela inversa calculada no exercício 8.

9.- Multiplique a sua matriz pela inversa calculada no ex. 8

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 7 \\ 9 & 2 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1/8 & 1/8 \\ 389/1000 & -167/1000 & -111/1000 \\ -111/1000 & 26/125 & 7/500 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1001/1000 & -3/1000 & 1/1000 \\ 1/1000 & 997/1000 & 1/1000 \\ 1/1000 & -3/1000 & 1001/1000 \end{bmatrix}$$

Cálculo

3 . 0 + 4 . (389/1000) + 5 . (-111/1000)
3 . (-1/8) + 4 . (-167/1000) + 5 . (26/125)
3 . (1/8) + 4 . (-111/1000) + 5 . (7/500)

1 . 0 + 2 . (389/1000) + 7 . (-111/1000)
1 . (-1/8) + 2 . (-167/1000) + 7 . (26/125)
1 . (1/8) + 2 . (-111/1000) + 7 . (7/500)

9 . 0 + 2 . (389/1000) + 7 . (-111/1000)
9 . (-1/8) + 2 . (-167/1000) + 7 . (26/125)
9 . (1/8) + 2 . (-111/1000) + 7 . (7/500)

1001 / 1000	-3/1000	1/1000
1/1000	997/1000	1/1000
1/1000	(-3/1000)	1001/1000

10. Considere dois vetores **x** e **y**, onde **x** corresponde à primeira linha da matriz A e **y** corresponde à segunda linha da matriz A. Calcule o produto escalar dos vetores **x** e **y**.

x * y = (3 * 9) + (4 * 2) + (5 * 7) = 70