



Introdução ao Processamento de Dados Turma (2025.1)



Sistemas de Numeração

Tassio Sirqueira (IME/UERJ)

tassio.sirqueira@ime.uerj.br

Sistema de Numeração Binário

TABLE 86 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE			
DES	NOMBRES.	bres entiers au-dessous du double du	
• • • • •	0	plus haut degré. Car icy, c'est com-	$\begin{array}{r l} 100 & 4 \\ 10 & 2 \\ 1 & 1 \\ \hline 111 & 7 \end{array}$
• • • • •	1	me si on disoit, par exemple, que 111	& d'un.
• • • • •	2	ou 7 est la somme de quatre, de deux	
• • • • •	3	Et que 1101 ou 13 est la somme de huit, quatre	$\begin{array}{r l} 1000 & 8 \\ 100 & 4 \\ 1 & 1 \\ \hline 1101 & 13 \end{array}$
• • • • •	4	& un. Cette propriété sert aux Essayeurs pour	
• • • • •	5	peser toutes sortes de masses avec peu de poids,	
• • • • •	6	& pourroit servir dans les monnoyes pour don-	
• • • • •	7	ner plusieurs valeurs avec peu de pieces.	
• • • • •	8	Cette expression des Nombres étant établie, sert à	
• • • • •	9	faire tres-facilement toutes sortes d'operations.	
• • • • •	10		
• • • • •	11	Pour l'Addition	$\begin{array}{r l} 110 & 6 \\ 111 & 7 \\ \hline 1101 & 13 \end{array}$
• • • • •	12	par exemple. \supset	$\begin{array}{r l} 101 & 5 \\ 1011 & 11 \\ \hline 10000 & 16 \end{array}$
• • • • •	13		$\begin{array}{r l} 1110 & 14 \\ 10001 & 17 \\ \hline 11111 & 31 \end{array}$
• • • • •	14	Pour la Sou-	
• • • • •	15	straction.	$\begin{array}{r l} 1101 & 13 \\ 111 & 7 \\ \hline 110 & 6 \end{array}$

Explication de l'Arithmétique Binaire (Leibniz, 1703)

Sistemas Numéricos

- Um **sistema numérico** (ou sistema de numeração) é um sistema de escrita para expressar números.
- Notação matemática para representar números de um determinado conjunto, usando **dígitos** ou outros **símbolos** de maneira consistente (**algarismos**).

Sistemas Numéricos

0123456789

• I ⅴ ⅸ 0 7 Ⅴ Ⅷ 9

I II III IV V VI VII VIII IX X

০ ১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬ ৭ ৮ ৯

൦ ൧ ൨ ൩ ൪ ൫ ൬ ൭ ൮ ൯

๐ ๑ ๒ ๓ ๔ ๕ ๖ ๗ ๘ ๙

〇 一 二 三 四 五 六 七 八 九

Algarismos arábicos

Algarismos arábicos orientais

Algarismos romanos

Algarismos bengali-assameses

Algarismos malaiales

Algarismos tailandeses

Algarismos chineses

Sistemas Numéricos

Exemplo: sistema numérico Romano

- Desenvolvido na Roma antiga.
- Muito usado na Europa até a idade média.
- Números são representados por combinações de sete letras (símbolos) maiúsculas do alfabeto latino.



Símbolo:	I	V	X	L	C	D	M
Valor:	1	5	10	50	100	500	1000

Sistemas Numéricos

Números são construídos concatenando símbolos.

- $39 = XXX + IX = XXXIX$
- $246 = CC + XL + VI = CCXLVI$
- $789 = DCC + LXXX + IX = DCCLXXXIX$
- $2421 = MM + CD + XX + I = MMCDXXI$

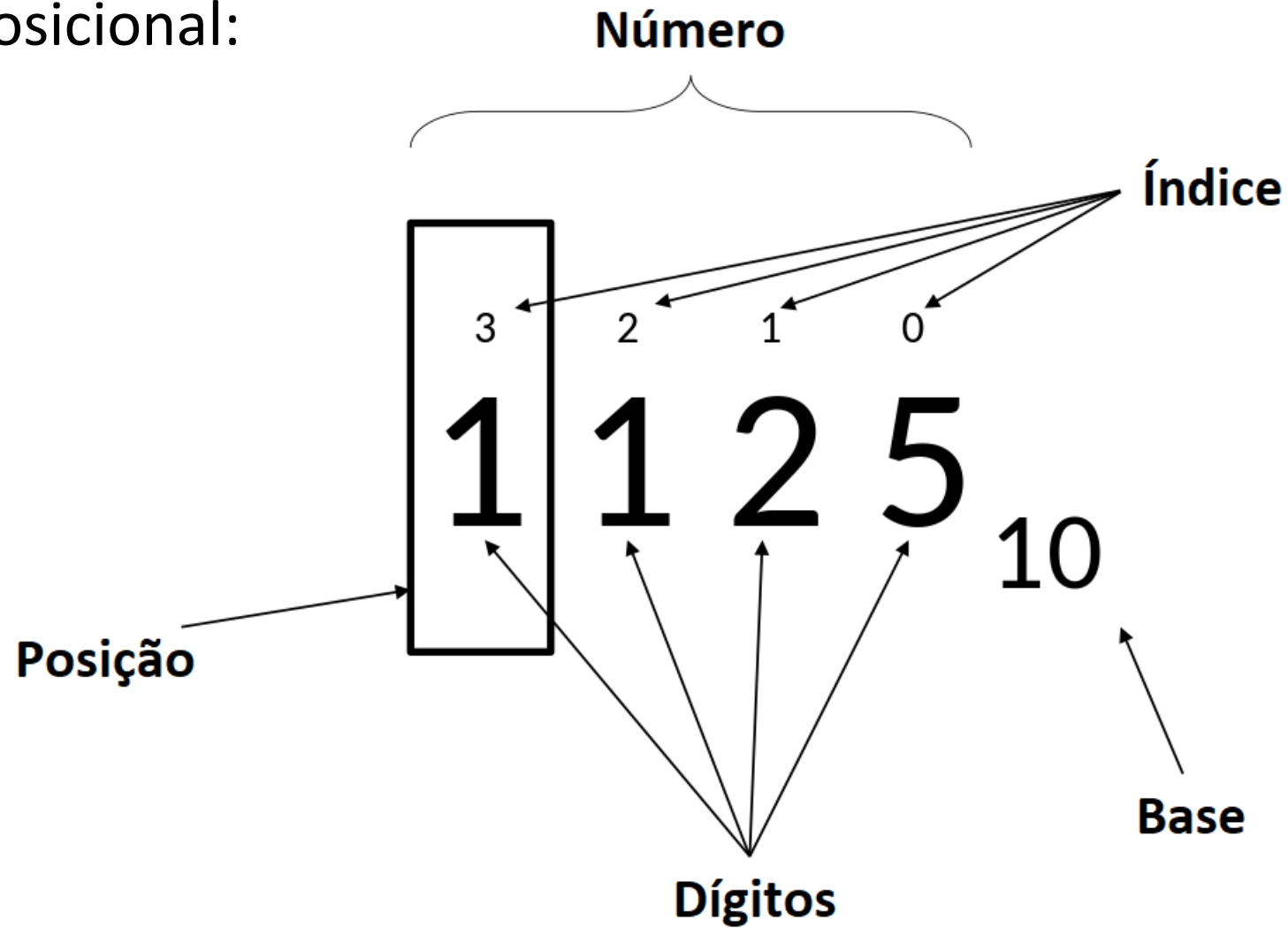
	Milhares	Centenas	Dezenas	Unidades
1	M	C	X	I
2	MM	CC	XX	II
3	MMM	CCC	XXX	III
4		CD	XL	IV
5		D	L	V
6		DC	LX	VI
7		DCC	LXX	VII
8		DCCC	LXXX	VIII
9		CM	XC	IX

Sistemas Numéricos

- O sistema de numeração mais usado atualmente é o **sistema de numeração Hindu-Arábico**.
- Desenvolvido por dois matemáticos indianos.
- **Aryabhata** desenvolveu a notação posicional no século V.
- **Brahmagupta** introduziu o símbolo zero no século VI.

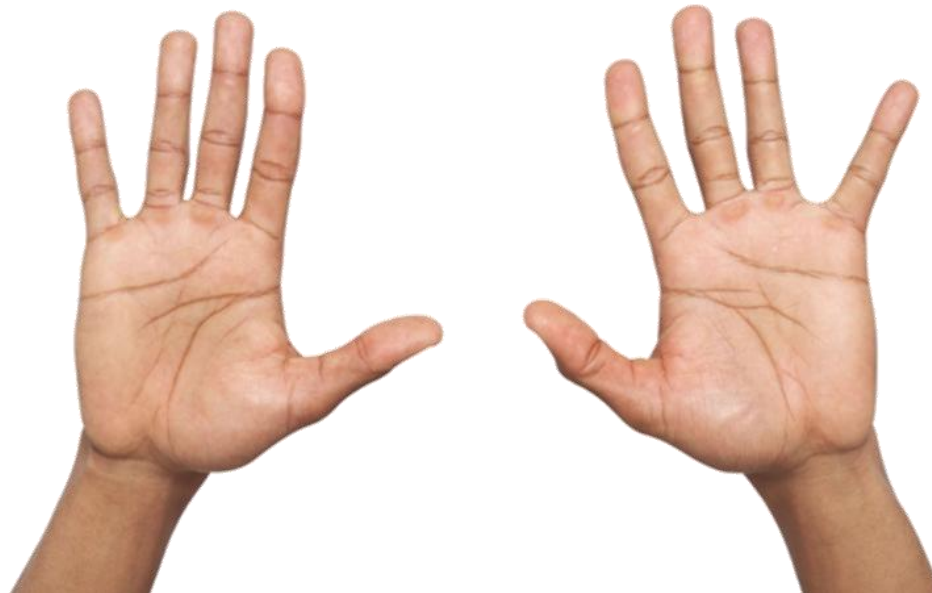
Sistemas Numéricos

Notação posicional:



Sistemas Numéricos

- O sistema de numeração Hindu-Arábico tem **base 10**.
- Dez símbolos são usados para representar os dígitos:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.
- Por que 10?



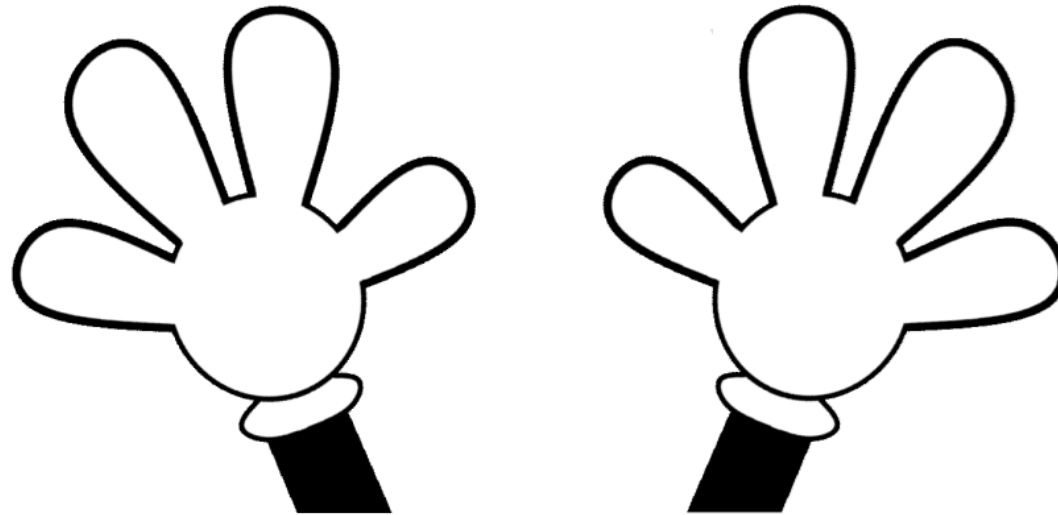
Sistemas Numéricos

- Como construímos números?
- Primeiro consideramos os dígitos da base.
- Vamos usando os dígitos em ordem até eles acabarem.
- Quando eles acabam, acrescentamos um novo dígito na próxima posição e recomeçamos...

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
...
19
20
21
...

Sistemas Numéricos

- E se os seres humanos tivessem apenas 8 dedos?
- Imagine que o conjunto de dígitos permitidos/disponíveis fosse apenas: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.



0
1
2
3
4
5
6
7
10
11
12
13
...
17
20
21
22
...

Sistemas Numéricos

- E se os seres humanos tivessem apenas 8 dedos?
- Imagine que o conjunto de dígitos permitidos/disponíveis fosse apenas: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.
- Repare que o número 10_8 (na base 8) corresponde ao número 8_{10} (na base 10).
- O número 12_8 corresponde ao número 10_{10} .

0
1
2
3
4
5
6
7
10
11
12
13
...
17
20
21
22
...

Sistemas Numéricos

- E para bases maiores do que 10?
- Temos que usar outros símbolos.
- O conjunto de dígitos disponíveis para a base 16 é:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F.
- Repare que o número F_{16} (na base 16) corresponde ao número 15_{10} (na base 10).
- O número 10_{16} corresponde ao número 16_{10} .
- O número $2A_{16}$ corresponde a que número na base 10?

0
1
2
...
9
A
B
C
D
E
F
10
11
...
1F
20
21
...

Sistemas Numéricos

- E para a base 2?
- Só podemos usar dois dígitos: 0 e 1.

Base: 2	10
0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15
10000	16
...	...

Sistemas Numéricos

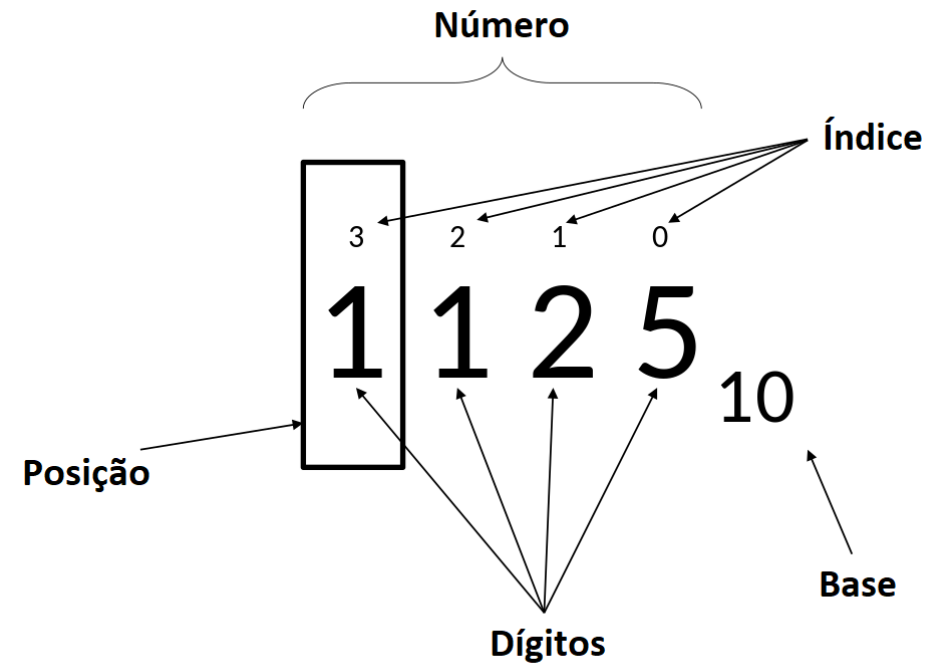
- Qual a regra geral?
- Por exemplo, no sistema decimal (base 10), o número 4327_{10} significa: $(4 \times 10^3) + (3 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (7 \times 10^0)$.
- O número binário 1010_2 (base 2) equivale ao número 10_{10} no sistema decimal: $(1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 10_{10}$
- O número 201_8 (base 8) equivale ao número 129_{10} no sistema decimal: $(2 \times 8^2) + (0 \times 8^1) + (1 \times 8^0) = 129_{10}$
- O número $2A_{16}$ (base 16) equivale ao número 42_{10} no sistema decimal: $(2 \times 16^1) + (10 \times 16^0) = 42_{10}$

Sistemas Numéricos

Qual é a regra geral?

$$(a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0)_b = \sum_{k=0}^n a_k b^k$$

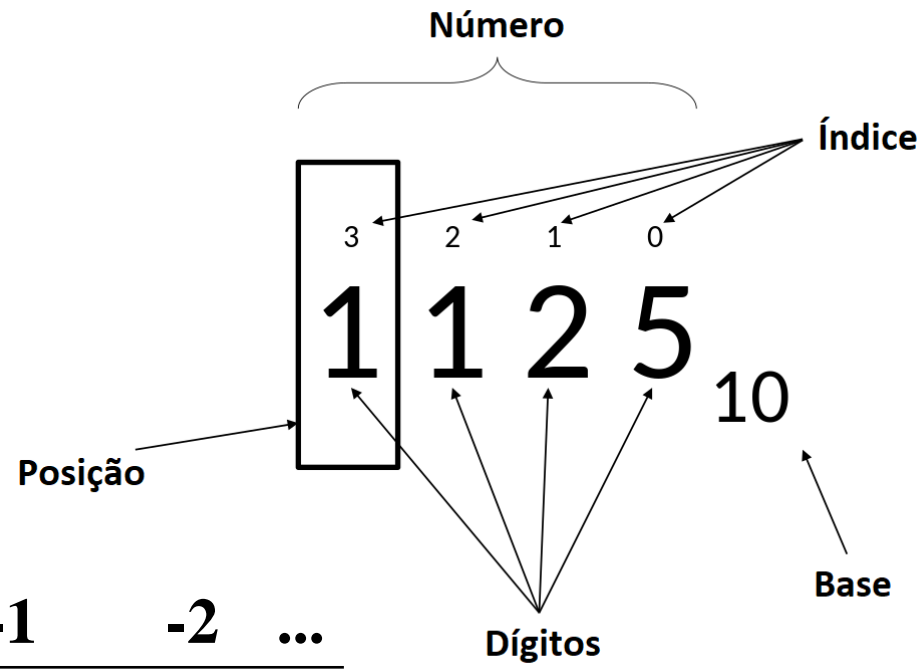
Posição	3	2	1	0
Peso	b^3	b^2	b^1	b^0
Dígito	a_3	a_2	a_1	a_0
Peso decimal	1000	100	10	1
Dígito decimal	1	1	2	5



Sistemas Numéricos

Qual é a regra geral?

$$(a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0 . c_1 c_2 c_3 \cdots)_b = \sum_{k=0}^n a_k b^k + \sum_{k=1}^{\infty} c_k b^{-k}$$



Posição	3	2	1	0	-1	-2	...
Peso	b^3	b^2	b^1	b^0	b^{-1}	b^{-2}	...
Dígito	a_3	a_2	a_1	a_0	c_1	c_2	...
Peso decimal	1000	100	10	1	0.1	0.01	...
Dígito decimal	1	1	2	5	0	0	...

Sistemas Numéricos

Exemplos:

10 (decimal)	2 (binário)	8 (octal)	16 (hexadecimal)
0	0	0	0
3	11	3	3
10	1010	12	A
15	1111	17	F
301	100101101	455	12D
1379	10101100011	2543	563
42685	1010011010111101	123275	A6BD

Conversão entre bases

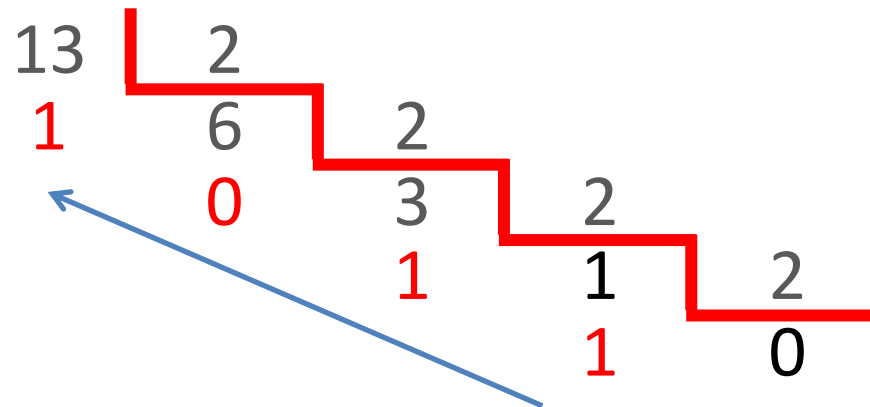
- Para converter um número de qualquer base para a base decimal, basta usar a regra mencionada anteriormente.

$$(a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0)_b = \sum_{k=0}^n a_k b^k .$$

- $10000_2: (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 16_{10}$
- $1771_8: (1 \times 8^3) + (7 \times 8^2) + (7 \times 8^1) + (1 \times 8^0) = 1017_{10}$
- $3F9_{16}: (3 \times 16^2) + (15 \times 16^1) + (9 \times 16^0) = 1017_{10}$

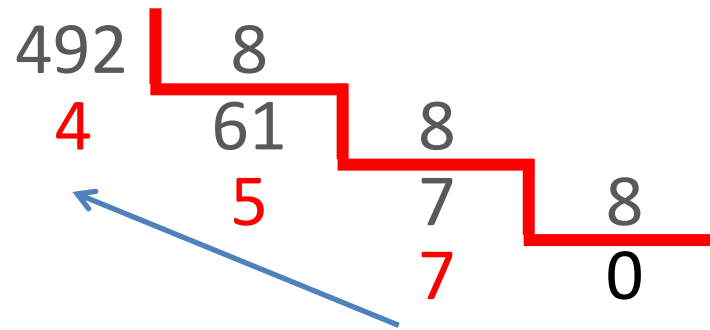
Conversão entre bases

- Para converter um número da base decimal para qualquer outra base: **divisões sucessivas.**
- Para converter o decimal 13_{10} em binário: 1101_2



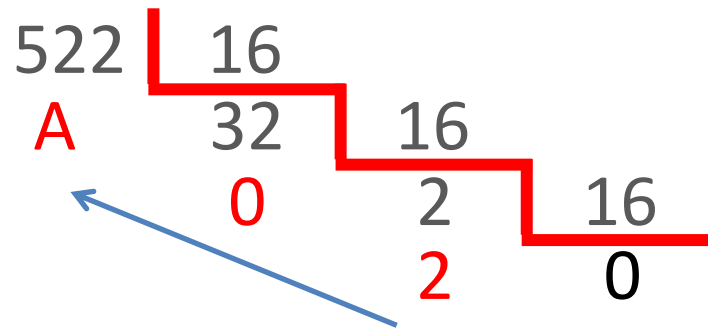
Conversão entre bases

- Para converter um número da base decimal para qualquer outra base: **divisões sucessivas.**
- Para converter o decimal 492_{10} em octal: 754_8



Conversão entre bases

- Para converter um número da base decimal para qualquer outra base: **divisões sucessivas.**
- Para converter o decimal 522_{10} em hexadecimal: $20A_{16}$



Conversão entre bases

- Conversão entre binário e octal: **tabela de conversão**.

Octal	0	1	2	3	4	5	6	7
Binário	000	001	010	011	100	101	110	111

- Para converter 472_8 em binário, substituir: 4_8 por 100_2 ; 7_8 por 111_2 ; 2_8 por 010_2 .
- Desta forma, obtemos o número binário 100111010_2 .

Conversão entre bases

- Conversão entre binário e hexadecimal: **tabela de conversão.**

Hexadecimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Binário	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

- Para converter $3A6_{16}$ em binário, substituir: 3_{16} por 0011_2 ; A_{16} por 1010_2 ; 6_{16} por 0110_2 .
- Desta forma, obtemos o número binário 001110100110_2 .

Aritmética binária

$$1010 + 101 = ?$$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ + 0101 \\ \hline 1111 \end{array}$$

$$1010 + 1111 = ?$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 1010 \\ + 1111 \\ \hline 11001 \end{array}$$

Aritmética octal

$$717 + 1 = ?$$

$$\begin{array}{r} 717 \\ + 001 \\ \hline 721 \end{array}$$

$$717 + 171 = ?$$

$$\begin{array}{r} 1 1 1 \\ 7 1 7 \\ + 1 7 1 \\ \hline 1 1 1 0 \end{array}$$

Aritmética hexadecimal

$$1FF + 1 = ?$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline 2 \end{array}$$

$$E17 + 1F1 = ?$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

Números binários

- 1 bit: um número binário com uma posição (0 ou 1).
- 1 byte: um número binário com 8 posições (8 bits).

0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Números binários

- 1 bit: um número binário com uma posição (0 ou 1).
- 1 byte: um número binário com 8 posições (8 bits).

1	1	1	1	1	1	1	1
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Números binários

- 1 bit: um número binário com uma posição (0 ou 1).
- 1 byte: um número binário com 8 posições (8 bits).

1	0	1	1	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Números binários

- 1 bit: um número binário com uma posição (0 ou 1).
- 1 byte: um número binário com 8 posições (8 bits).
- 1 Kilobyte (KB): 2^{10} (1.024) bytes.
- 1 Megabyte (MB): 2^{20} (1.048.576) bytes.
- 1 Gigabyte (GB): 2^{30} (1.073.741.824) bytes.
- 1 Terabyte (TB): 2^{40} (1.099.511.627.776) bytes.
- 1 Petabyte (PB): 2^{50} (1.125.899.906.842.624) bytes.

Números binários negativos

Sinal e Magnitude (S + M)

- Utiliza um bit para representar o sinal, o bit mais à esquerda
- Valor positivo é indicado por um 0; valor negativo é indicado por um 1.

0	0	0	0	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 $= +10_{10}$

1	0	0	0	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 $= -10_{10}$

Números binários negativos

Complemento de 1

- Invertem-se todos os bits de um número para representar o seu complementar (negativo ou positivo).
- Quando o bit mais à esquerda é 0, o valor é positivo; se for 1, então é negativo.

0	1	1	0	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 = $+100_{10}$

1	0	0	1	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

 = -100_{10}

Números binários negativos

Complemento de 1

- Invertem-se todos os bits de um número para representar o seu complementar (negativo ou positivo).
- Quando o bit mais à esquerda é 0, o valor é positivo; se for 1, então é negativo.
- Problema: o número 0 (zero) pode ter duas representações:

$$0_{10} = 00000000_2 = 11111111_2$$

Números binários negativos

Complemento de 2

- Para determinar o complemento (negativo ou positivo) de um número, invertem-se todos os seus bits e soma-se uma unidade.
- O bit da esquerda indica o sinal: 0 para positivo; 1 para negativo.
- Exemplo:

$$101_{10} = 01100101_2 \text{ (com 8 bits)}$$

Invertendo todos os bits:

$$10011010_2$$

Somando uma unidade

$$10011010_2 + 1_2 = 10011011_2 = -101_{10}$$

Números binários negativos

Complemento de 2

- Para determinar o complemento (negativo ou positivo) de um número, invertem-se todos os seus bits e soma-se uma unidade.
- O bit da esquerda indica o sinal: 0 para positivo; 1 para negativo.

$$-13_{10} = ?_2$$

$$13_{10} = 00001101_2 \text{ (8 bits)}$$

$$-13_{10} = 11110010_2 + 1$$

$$-13_{10} = 11110011_2$$

Números binários negativos

Complemento de 2

Pode-se somar números da mesma forma que com números sem sinal.

$$\begin{array}{rcl} & 11110011_2 & = -13_{10} \\ + & 00011010_2 & = 26_{10} \\ \hline (1)00001101_2 & = 13_{10} \end{array}$$

Números binários negativos

Complemento de 2

Pode-se somar números da mesma forma que com números sem sinal.

$$\begin{array}{rcl} & 11110011_2 & = -13_{10} \\ + & 00011010_2 & = 26_{10} \\ \hline & 00001101_2 & = 13_{10} \end{array}$$

Codificação de textos

ASCII: *American Standard Code for Information Interchange*

- Padrão de codificação de caracteres para comunicação eletrônica.
- Representam texto em computadores, equipamentos de telecomunicações e outros dispositivos.
- A maioria dos esquemas de codificação de caracteres modernos é baseada em ASCII, embora eles suportem muitos caracteres adicionais.
- <https://pt.wikipedia.org/wiki/ASCII>

Codificação de textos

Tabela ASCII

Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char
0	0	[NULL]	32	20	[SPACE]	64	40	@	96	60	`
1	1	[START OF HEADING]	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	2	[START OF TEXT]	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	3	[END OF TEXT]	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	4	[END OF TRANSMISSION]	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	5	[ENQUIRY]	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	6	[ACKNOWLEDGE]	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	7	[BELL]	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	8	[BACKSPACE]	40	28	(72	48	H	104	68	h
9	9	[HORIZONTAL TAB]	41	29)	73	49	I	105	69	i
10	A	[LINE FEED]	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	B	[VERTICAL TAB]	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	C	[FORM FEED]	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	D	[CARRIAGE RETURN]	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	E	[SHIFT OUT]	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	F	[SHIFT IN]	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	[DATA LINK ESCAPE]	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	[DEVICE CONTROL 1]	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	[DEVICE CONTROL 2]	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	[DEVICE CONTROL 3]	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	[DEVICE CONTROL 4]	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	[NEGATIVE ACKNOWLEDGE]	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	[SYNCHRONOUS IDLE]	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	[ENG OF TRANS. BLOCK]	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	[CANCEL]	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	[END OF MEDIUM]	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	[SUBSTITUTE]	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	[ESCAPE]	59	3B	;	91	5B	[123	7B	{
28	1C	[FILE SEPARATOR]	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	[GROUP SEPARATOR]	61	3D	=	93	5D]	125	7D	}
30	1E	[RECORD SEPARATOR]	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	[UNIT SEPARATOR]	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	[DEL]

Codificação de imagens

- Uma imagem digital é uma matriz de pixels.
- Uma imagem digital colorida é composta por três matrizes: uma para cada cor primária no modelo RGB (*Red* – vermelho; *Green* – verde; *Blue* – azul).
- Há vários tipos de codificação, mas uma das mais comuns é a imagem de 24 bits: um byte para cada cor.
- Valor 0_{10} : intensidade mínima da cor.
- Valor 255_{10} : intensidade máxima da cor.

Codificação de imagens



Codificação de imagens



Vermelho

Codificação de imagens



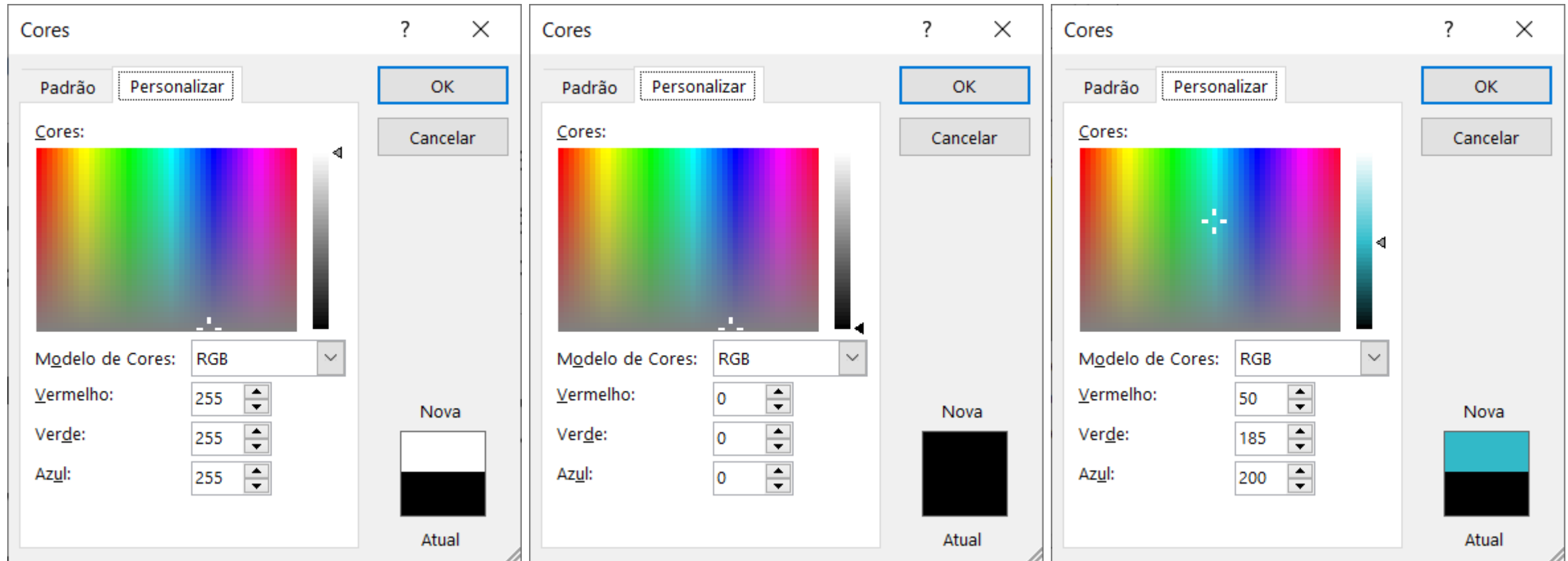
Verde

Codificação de imagens

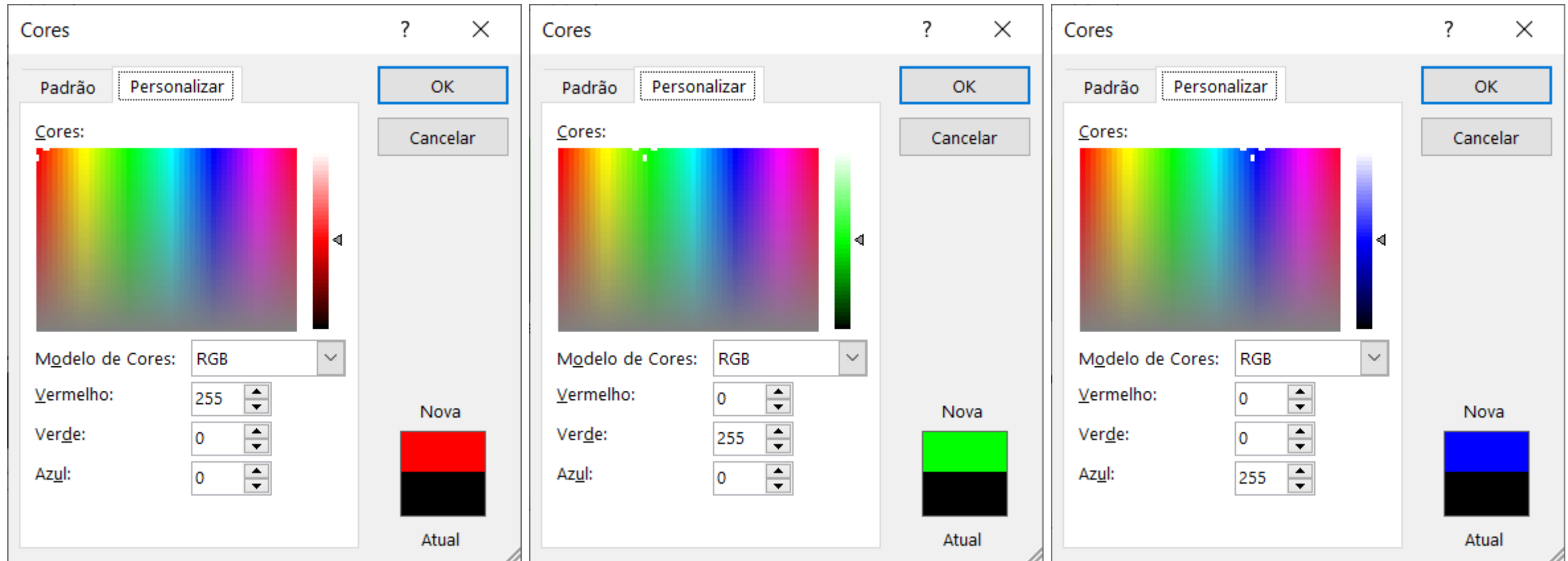


Azul

Codificação de imagens



Codificação de imagens





Introdução ao Processamento de Dados Turma (2025.1)



Sistemas de Numeração

Tassio Sirqueira (IME/UERJ)

tassio.sirqueira@ime.uerj.br