

 <p>Universidade Federal do Ceará Centro de Ciências Departamento de Computação</p>	<p>1ª Avaliação Parcial Construção e Análise de Algoritmos (ck0183/ck0203) - 2021.1 Profa. Ana Karolinna Maia karolmaia@ufc.br</p> <p>Aluno: Matrícula:</p>	<p>Nota</p>
--	---	-------------

- A prova deve ser escrita a mão (no papel) e fotografada/escaneada para enviar para correção em um único arquivo no formato PDF.
- O upload do arquivo deve ser feito pelo SIGAA.
- Nas questões para as quais a solução é um algoritmo, escreva-o em pseudocódigo. Respostas escritas em linguagens de programação não serão aceitas.

Questão 1 (4,0 pontos). Considere o algoritmo abaixo que recebe um vetor $A[1..n]$ de números inteiros.

Algoritmo 1: $X(A, i, j)$

```

1 se  $A[i] > A[j]$  então
2   Troca  $A[i] \leftrightarrow A[j]$ 
3 se  $i + 1 \geq j$  então
4   Retorna
5  $k \leftarrow \lfloor (j - i + 1)/3 \rfloor$ 
6  $X(A, i, j - k)$ 
7  $X(A, i + k, j)$ 
8  $X(A, i, j - k)$ 

```

- Simule a execução do Algoritmo X no vetor $\langle 15, 42, 21, 50, 33, 65, 40, 43, 20 \rangle$, com os valores iniciais de $i = 1$ e $j = 9$.
- Descreva sucintamente a funcionalidade do Algoritmo X .
- Apresente uma recorrência para o pior caso de tempo de execução do algoritmo, mostrando um limite assintótico para a mesma. Esse algoritmo é o mais eficiente possível para a realização da tarefa? Explique por que.

Questão 2 (3,0 pontos). Assuma que o Algoritmo Particiona visto em sala, utilizado como subrotina do Algoritmo Mediana, funciona corretamente. Isto é, Particiona recebe um vetor $A[p..r]$ e um elemento $pivot \in A[p..r]$ e retorna o vetor A reorganizado de forma que todos os elementos posicionados antes do $pivot$ são menores do que ele e os elementos em índices superior à posição do $pivot$ são maiores do que ele. Prove que o algoritmo abaixo retorna corretamente a mediana de um vetor de n elementos, para os valores iniciais de $p = 1$ e $r = n$.

Algoritmo 2: Mediana(A, p, r)

```
1 se  $p = r = \lceil \frac{n}{2} \rceil$  então
2   └─ Retorna  $A[p]$ 
3  $pivot \leftarrow A[r]$ 
4  $q \leftarrow \text{Particiona}(A, p, r, pivot)$ 
5 se  $q = \lceil \frac{n}{2} \rceil$  então
6   └─ Retorna  $A[q]$ 
7 se  $q > \lceil \frac{n}{2} \rceil$  então
8   └─ Mediana( $A, p, q - 1$ )
9 se  $q < \lceil \frac{n}{2} \rceil$  então
10  └─ Mediana( $A, q + 1, r$ )
```

Questão 3 (3,0 pontos). Sejam $X[1...n]$ e $Y[1...m]$ dois vetores ordenados. Elabore um algoritmo para encontrar o k -ésimo menor elemento da união de X com Y . Descreva um algoritmo para este problema que execute em tempo $O(\log k)$.