

Construção e Análise de Algoritmos

lista de exercícios 15

1. Partição de conjuntos

- a) Você consegue pensar em outra estratégia gulosa para o problema da partição de conjuntos? (De preferência uma estratégia que encontre a solução ótima para o exemplo $\{7, 4, 9, 11, 23, 6, 12, 10\}$, que nós vimos na vídeo aula.)
- b) Encontre um contra-exemplo para a sua estratégia gulosa.
- c) Volte para o item (a), se quiser.

2. Postos de gasolina

Suponha que o seu carro pode rodar L quilômetros na estrada com um tanque cheio.

E suponha que você deseja fazer uma viagem bem longa.

Você terá que reabastecer o carro diversas vezes ao longo do caminho, mas gostaria de fazer o menor número de paradas possível.

Você pega um mapa e localiza os pontos da estrada onde existem postos de gasolina:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

E agora o seu problema é decidir aonde você vai fazer as suas paradas.

- a) Apresente uma estratégia gulosa para esse problema.
- b) Argumente que a sua estratégia encontra uma solução ótima.

3. Seleção de atividades 2

Considere a variante do problema da seleção de atividades onde nós assumimos que existe um grande número de salas disponíveis, de modo que todas as atividades podem ser alocadas em uma sala.

O problema, no entanto, consiste em fazer as coisas de modo que as atividades aconteçam no menor número de salas possível.

- a) Apresente um algoritmo guloso para esse problema.
- b) Argumente que o seu algoritmo encontra uma solução ótima para o problema.

4. Heurística Karmarkar-Karp

Karmarkar e Karp bolaram o seguinte método para o problema da partição de conjuntos. O método funciona em 2 etapas.

E a primeira etapa é baseada na seguinte operação:

(K): remover os dois maiores elementos do conjunto,
calcular a diferença k entre eles,
e adicionar o número k ao conjunto

A ideia aqui é que nós estamos decidindo colocar os dois maiores números em lados diferentes da partição, mas não estamos decidindo ainda quem vai para qual lado.

Quer dizer, essa decisão só será tomada mais adiante na execução do algoritmo.

Por exemplo, suponha que os dois maiores elementos do conjunto são 32 e 28.

Então, ao aplicar a operação (K), os números 32 e 28 são removidos e o número 4 é adicionado ao conjunto.

Mais adiante, se decidirmos colocar o número 4, digamos, no lado direito, isso corresponde à decisão de colocar o número 32 no lado direito e o número 28 no lado esquerdo.

Essa operação é repetida até que só haja um elemento no conjunto.

E aqui se encerra a primeira etapa.

A segunda etapa começa colocando o único número que sobrou no conjunto, digamos, no lado esquerdo da partição.

Como esse último número corresponde à diferença $n_i - n_j$ de outros dois números, essa decisão corresponde a colocar n_i no lado esquerdo e n_j no lado direito.

Mas os números n_i e n_j também podem corresponder a diferenças entre outros números.

Logo, a decisão de colocá-los no lado esquerdo e direito da partição, respectivamente, se propaga para trás e determina o lugar onde outros números devem ser colocados.

A segunda etapa consiste em construir a solução do problema a partir da decisão do último número.

a) Execute o método sobre o exemplo abaixo para entender direito como ele funciona

7, 4, 9, 11, 17, 6, 12, 10

b) Encontre um exemplo onde a heurística Karmarkar-Karp não encontra a solução ótima para o problema da partição.

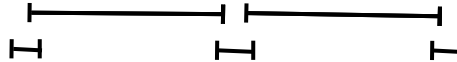
c) (Opcional) Implemente a heurística Karmarkar-Karp e veja que ela funciona surpreendentemente bem na prática (comparado com outras estratégias gulosas).

5. Seleção de atividades 3 (só para pensar)

Não é fácil agradar as pessoas.

Mas, todos ficaram satisfeitos por um tempo, no dept de Computação, com a estratégia gulosa do coordenador.

Um dia, no entanto, calhou de aparecer a seguinte demanda de atividades para o semestre



Como usual, a estratégia gulosa do coordenador encontrou a solução ótima para o problema.

Mas, como se pode ver, o laboratório passava quase o dia todo vazio.

As pessoas que transitavam pelo corredor não tardaram a notar o que estava acontecendo, e em breve começou a circular o boato de que naquele semestre o coordenador tinha feito besteira.

O boato chegou aos ouvidos do coordenador várias vezes, claro.

E a cada vez ele pensava resignado: “Ah, não é fácil agradar as pessoas ...”.

Mas, se não é fácil agradar as pessoas, não é tão difícil assim enganá-las.

Quer dizer, se as pessoas queriam ver o laboratório cheio o dia inteiro, então elas iam ver isso.

Pronto, aqui nós temos mais um problema de otimização.

Quer dizer, esse é basicamente o mesmo problema que nós estudamos na aula, mas a função de otimização foi trocada: ao invés de maximizar o número de atividades selecionadas, você deve maximizar o período de tempo em que o laboratório fica ocupado.

- Apresente uma estratégia gulosa para esse problema.
- Encontre um contra-exemplo para a sua estratégia gulosa.
- Volte para o item (a), se quiser.

(Ou demonstre que a sua estratégia encontra uma solução ótima.)