

Construção e Análise de Algoritmos

Segunda avaliação remota

Parte assíncrona (entrega até as 23:59 de quarta-feira, dia 02/09)

Objetos voadores não-identificados

Um grupo de pesquisadores de uma famosa agência espacial está trabalhando em um sofisticado sistema para a detecção de objetos voadores não-identificados.

A ideia consiste em monitorar continuamente o campo visual do céu utilizando câmeras ultra sensíveis, capazes de registrar a menor movimentação de fontes luminosas minúsculas, mesmo que elas estejam a uma grande distância.

O projeto parecia um sucesso, os equipamentos foram instalados em um deserto longe da cidade, e havia grande expectativa de que finalmente a gente ia encontrar os ETs.

Mas, quando os primeiros dados foram produzidos, houve um certo constrangimento.

Quer dizer, ninguém tinha pensado nos vagalumes ...

No início eles ainda tentaram bloquear a área para impedir o acesso dos bichinhos.

Mas o diabo é que as câmeras eram ultra sensíveis ...

Bastava que um único inseto passasse em frente às câmeras a quilômetros de distância, para que o sistema focasse imediatamente a atenção sobre ele e passasse a monitorar todos os seus movimentos.

No final das contas, até que se aprendeu bastante coisa nova sobre os hábitos noturnos dos vagalumes.

Mas, ET que é bom, nada ...

Os pesquisadores já estavam trancados no laboratório há uma semana, tentando resolver o problema, e a pressão do público era grande.

A notícia tinha saído no jornal e todo mundo queria saber.

Os mais exaltados falavam que a agência estava querendo esconder os ETs.

E havia receio de que, se as fotos fossem divulgadas, as pessoas iriam querer exterminar os vagalumes.

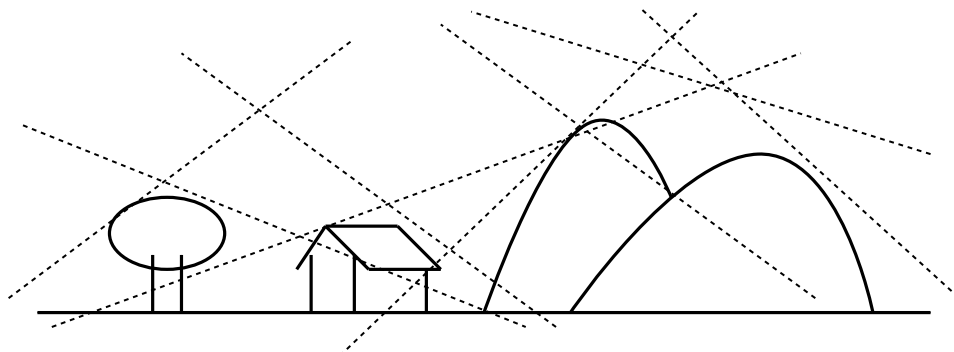
Depois de muito debate, os pesquisadores concluíram resignados que a solução ia ter que ser meia boca mesmo.

Quer dizer, a ideia seria tentar manter o sistema focado no céu.

O problema é que não dá pra saber o que é céu no escuro.

À noite, céu, mato e montanha, tudo é preto.

Depois de mais algumas horas pensando, um dos pesquisadores apresentou o seguinte esquema e disse que tinha a solução.



A coisa parecia sofisticada, e todos prestaram a maior atenção.

A ideia é que as linhas estavam fazendo um recorte do solo, contornando os objetos que estavam no chão, de modo que qualquer porção da imagem que estivesse acima de todas as linhas certamente era céu.

Quando ele terminou de falar, todo mundo viu que a ideia era a maior besteira.

Mas, como ninguém tinha coisa melhor na cabeça, todos ficaram calados.

Alguém ainda tentou argumentar que, pelo que ele via no esquema, ia sobrar muito pouca coisa do céu.

Mas o dono da ideia retrucou que a situação era urgente, e que o momento exigia decisões difíceis.

O argumento convenceu os últimos indecisos, e eles passaram à fase de implementação.

Todos concordavam que a solução tinha que parecer difícil.

Quer dizer, era preciso complicar as coisas.

E o primeiro passo nessa direção foi especificar as linhas por meio de equações da forma

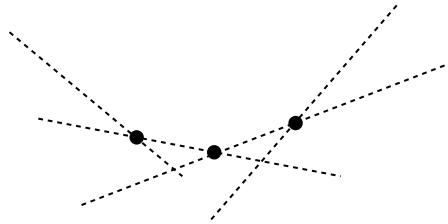
$$y = \alpha_k \cdot x + \beta_k \quad , \text{ para } k = 1, 2, \dots, n.$$

A solução do problema era dada pela subcoleção de pontos de interseção (x_o, y_o) entre duas linhas, que satisfazem a seguinte condição:

- *nenhuma linha assume um valor maior do que y_o no ponto x_o*

A partir dessa subcoleção de pontos, era possível produzir um recorte com a garantia de que daí pra cima tudo o que havia era céu.

O seguinte esquema simplificado circulou internamente para que todos os pesquisadores entendessem a solução proposta, mas não foi divulgado ao público.



Uma vez que o problema foi definido, uma especificação foi elaborada em jargão extremamente técnico, as equações foram colocadas fora de ordem, e o problema foi passado para o setor de algoritmos da agência espacial.

Os pesquisadores também prepararam um comunicado para a imprensa, apresentando o primeiro esquema e dizendo que, por meio das mais avançadas técnicas computacionais, o céu ia ser completamente esquadrinhado e os ETs seriam encontrados, ou então a hipótese da vida extra-terrestre seria descartada de uma vez por todas.

Imagine que você trabalha no setor de algoritmos da agência espacial, e que agora o problema é seu.

Quer dizer,

- a) Apresente um algoritmo de divisão e conquista que resolve esse problema em tempo assintoticamente menor do que $\Theta(n^2)$.
- b) Apresente a análise de complexidade do seu algoritmo, no pior caso, para justificar a sua resposta no item anterior.
- c) Apresente um argumento que demonstra a corretude do seu algoritmo.