Universidade Federal do Ceará
Centro de Ciências
Departamento de Matemática
Disciplina: Cálculo II
Turma
Assunto: Lista de Exercícios para A.P.
Modalidade: Equipe
Curso:
Aluno(a):

1. Considere, no $\mathbb{R}^2$, a hipérbole equilátera unitária

$$x^2 - y^2 = 1.$$

Considere o setor hiperbólico situado no $1^{\underline{o}}$ quadrante de vértices $O = (0,0)$, $P_0 = (x_0, y_0)$ *e* $A = (1,0)$. Denote a medida da área do referido setor hiperbólico por S.

   (a) Expressar o valor de S em termos de x_0 *e* y_0.
   (b) Expressar x_0 *e* y_0 em função de S.

2. Em cada integral sguinte formular uma lei de recorrência ao índice de ordem anterior e avaliá-la para $n = 3$.

   (a) $I_n(x) = \int cos^n x dx, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \geq 0$
   (b) $I_n(x) = \int sen^n x dx, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \geq 0$
   (c) $I_n(x) = \int tg^n x dx, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \geq 0$
   (d) $I_n(x) = \int sec^n x dx, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \geq 0$
   (e) $I_n(x) = \int cotg^n x dx, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \geq 0$
   (f) $I_n(x) = \int cossec^n x dx, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \geq 0$
   (g) $I_n(x) = \int \frac{1}{(1+x^2)^n} dx, \quad n \in \mathbb{Z}$

3. Calcular, usando o Teorema Fundamental do Cálculo, a derivada de cada função seguinte:

(a) $f(x) = \int_0^x cos(t^2)dt, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

(b) $f(x) = \int_0^{senx} e^{t^2}dt, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

(c) $f(x) = \int_{-logx}^{e^x} e^{-t^2}dt, \quad \forall x > 0$

4. Calcular $\lim_{x \to 1} \frac{1}{x^2 - 1} \int_1^{x^2} log(t^2 + 1)dt.$

5. A partir da definição do número π como a medida numérica da área delimitada pelo círculo de raio 1, mostrar que o seu valor está no intervalo $(3, 4)$.

6. Deduzir a fórmula da área de uma elipse em termos das medidas dos seus semieixos.
Equação canônica da elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a > b > 0.$$

7. Determinar a posição do centro de massa de um semidisco circular de raio $a > 0$.

8. Determinar a posição do centro de massa de um segmento de círculo de raio $a > 0$.

9. Pesquisar para saber o que é um toro de revolução, esboçar seu gráfico ilustrativo e formular o cálculo do seu volume.

10. Estudar quanto à convergência as integrais imprórias a seguir:

(a) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha^2|x|}dx$, $\alpha \neq 0$.

(b) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + a^2}dx$, $a \neq 0$.

(c) $\int_1^{+\infty} \frac{x}{1 - e^x}dx$

11. Mostrar que as seguintes integrais imprópriasão convergentes:

(a) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}}dx$

(b) $\Gamma(n) = \displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-x} x^{n-1} dx,\ n \in \mathbb{N}.$
Determinar uma fórmula de recorrência à ordem anterior.