Universidade Federal do Ceará

Nome: **Matricula:**
Curso: **Nota:**

3ª PROVA DE MATEMÁTICA DISCRETA

1) (3 Pontos) Seja m um inteiro positivo fixo ($m > 0$) e sejam a, b, c, d dois inteiros quaisquer. Subsistem as seguintes propriedades:

(a) Se $a \equiv b(mod.m)$ e se $c \equiv d(mod.m)$, então $a + c \equiv b + d(mod.m)$ e $ac \equiv bd(mod.m)$

(b) Se $a \equiv b(mod.m)$, então $a + c \equiv b + c(mod.m)$ e $ac \equiv bc(mod.m)$

(c) Se $a \equiv b(mod.m)$, então $a^n \equiv b^n(mod.m)$ para todo inteiro positivo n

2) (1 Ponto) Mostrar que se $a \equiv b(mod.m)$, implica $-a \equiv -b(mod.m)$

3) (1,5 Pontos) Achar o menor inteiro positivo que represente a soma:

(a) $5 + 3 + 2 + 1 + 8(mod.6)$

(b) $2 + 3 - 1 + 7 - 2(mod.5)$

4) (2 Pontos) Mostre que $2^{67} + 3^{34}$ é múltiplo de 17. **Sugestão** Use o fato que se p é um primo e $p \nmid a$ então $a^{p-1} \equiv 1(mod.p.)$

5) (3 Pontos) Resolver as congruências lineares.(Lembre-se: Primeiro verificar se existe solução. Depois dizer quantas soluções incongruentes e por fim, encontar uma solução particular e indicar todas as soluções):

(a) $18x \equiv 30(mod.42)$

(b) $21x \equiv 15(mod.39)$

6) (3 Pontos)Verifique se as relações abaixo são relações de equivalência.

(a) $R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid a \equiv b(mod.m)\}$, $m > 1$.

(b) $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x - y = 3k\}$.

(d) $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x \geq y\}$.

Bons Estudos!