

2º Lista de Exercícios - Lógica para Computação

Alexandre M. Arruda

1. Classificar as fórmulas a seguir de acordo com sua satisfazibilidade, validade, falsificabilidade ou insatisfazibilidade:
 - (a) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$
 - (b) $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$
 - (c) $\neg\neg p \rightarrow p$
 - (d) $p \rightarrow \neg\neg p$
 - (e) $\neg(p \vee q \rightarrow p)$
 - (f) $\neg(p \rightarrow p \vee q)$
 - (g) $((p \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow q)) \rightarrow (p \vee r \rightarrow q)$
2. Sem usar o Teorema da Dedução, apresentar demonstrações para as seguintes fórmulas usando o método da axiomatização:
 - (a) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$
 - (b) $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
3. Repetir o exercício anterior, usando o Teorema da Dedução, e comparar a complexidade das provas.
4. Mostrar que:
 - (a) Se há uma dedução para $\Gamma, A \vdash B$, então obtemos uma dedução para $\Gamma \vdash A \rightarrow B$.
 - (b) Se há uma dedução para $\Gamma \vdash A \rightarrow B$, então obtemos uma dedução para $\Gamma, A \vdash B$.
 - (c) Concluir o teorema da dedução.
5. Provar os seguintes teoremas, usando o Teorema da Dedução se for conveniente:
 - (a) $\vdash (\neg p \rightarrow q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow p)$
 - (b) $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
 - (c) $\vdash (\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q)$
 - (d) $\vdash (p \wedge \neg p) \rightarrow q$

- (e) $\vdash \neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
- (f) $\vdash (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(p \vee q)$
- (g) $\vdash \neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
- (h) $\vdash (\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$
- (i) $\vdash p \rightarrow \neg\neg p$
- (j) $\vdash \neg(p \wedge \neg p)$
- (k) $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow \neg(p \wedge \neg q)$
- (l) $\vdash \neg(p \wedge \neg q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
- (m) $\vdash (p \wedge q) \rightarrow \neg(p \rightarrow \neg q)$
- (n) $\vdash \neg(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$
- (o) $\vdash (p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$
- (p) $p \vdash \neg(\neg p \wedge q)$
- (q) $\neg(p \wedge \neg q), p \vdash q$
- (r) $\neg p \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow \neg p$
- (s) $\neg p \vdash \neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
- (t) $\neg p \vdash p \rightarrow q$

6. Prove todos os itens da questão anterior usando Dedução Natural e Tableaux Analíticos.