LISTA 1

MATEMÁTICA DISCRETA – CC2 E ES2

- **DEMONSTRAÇÃO DIRETA, DEMONSTRAÇÃO POR CONTRAPOSIÇÃO E DEMONSTRAÇÃO POR ABSURDO.**

OBSERVAÇÃO: ***O curso de CC2 e ES2 devem resolver os exercícios que estão com marca de texto amarela e estudar os exemplos apresentados na sala de aula para CC2 (14/08, 16/08 e 21/08) e para ES (15/08, 20/08 e 22/08).***

Essas estrelas que existem do lado de alguns exercícios, são os exercícios selecionados que o autor resolve no final do livro texto (https://cbcc2011.files.wordpress.com/2013/04/fundamento-matemc3a1ticos-para-a-cic3aancia-da-computac3a7c3a3o1.pdf) - 3ª edição do livro disponível online.

★3. Prove que se $n = 25$, 100 ou 169 então n é um quadrado perfeito e é a soma de dois quadrados perfeitos.

4. Prove que se n é um inteiro par, $4 \leq n \leq 12$, então n é a soma de dois números primos.

5. Forneça uma demonstração direta de que a soma de inteiros pares é par.

6. Prove por contradição que a soma de inteiros pares é par.

★7. Prove que a soma de dois inteiros ímpares é par.

8. Prove que a soma de um inteiro par e um inteiro ímpar é ímpar.

9. Prove que o produto de quaisquer dois inteiros consecutivos é par.

10. Prove que a soma de um inteiro e do seu quadrado é par.

★11. Prove que o quadrado de um número par é divisível por 4.

12. Prove que para qualquer inteiro n, o número

$$3(n^2 + 2n + 3) - 2n^2$$

é um quadrado perfeito.

13. Prove por contradição que se qualquer número x é positivo, então $x + 1$ também é positivo.

★14. Sejam x e y números positivos, prove que $x < y$ se, e somente se, $x^2 < y^2$.

15. Prove que se $x^2 + 2x - 3 = 0$, então $x \neq 2$.

16. Prove que se x é inteiro par e primo, então $x = 2$.

★17. Prove que se dois inteiros são ambos divisíveis por um inteiro n, então a sua soma é divisível por n.

18. Prove que se o produto de dois inteiros não é divisível por um inteiro n, então nenhum dos inteiros é divisível por n.

19. Prove que a soma de três inteiros consecutivos é divisível por 3.

★20. Prove que o quadrado de um inteiro ímpar pode ser escrito como $8k + 1$ para algum inteiro k.

25. Prove que $\sqrt{3}$ não é um número racional.

26. Prove que $\sqrt{5}$ não é um número racional.

27. Prove que $\sqrt[3]{2}$ não é um número racional.

★28. Prove ou apresente um contra-exemplo: O produto de quaisquer três inteiros consecutivos é par.

29. Prove ou apresente um contra-exemplo: A soma de quaisquer três inteiros consecutivos é par.

30. Prove ou apresente um contra-exemplo: O produto de um inteiro pelo seu quadrado é par.

★31. Prove ou apresente um contra-exemplo: A soma de um inteiro com o seu cubo é par.

32. Prove ou apresente um contra-exemplo: Para um inteiro positivo x, $x + \frac{1}{x} \geq 2$.

33. Prove ou apresente um contra-exemplo: Para todo número primo n, $n + 4$ é primo.

34. Prove ou apresente um contra-exemplo: O produto do dois números irracionais é irracional.

★35. Prove ou apresente um contra-exemplo: A soma de dois números racionais é racional.