UFC

Universidade Federal do Ceará

5ª lista de cálculo fundamental

Continuidade e Teoremas de Limites

1. Verifique se as funções são contínuas nos pontos indicados

(a)

$$C(x) = \begin{cases} x & \textit{se } 0 \leq x \leq 10 \\ 0,7x + 3 & \textit{se } x > 10 \end{cases} \qquad \textit{em } a = 10,$$

(b)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-2} & \textit{se } x \neq 2 \\ 3 & \textit{se } x = 2 \end{cases} \qquad \textit{em } a = 2,$$

(c)

$$f(x) = \begin{cases} 3 + x & \textit{se } x \leq 1 \\ 3 - x & \textit{se } x > 1 \end{cases} \qquad \textit{em } a = 1,$$

(d)

$$f(x) = \begin{cases} |x - 3| & \textit{se } x \neq 3 \\ 2 & \textit{se } x = 3 \end{cases} \qquad \textit{em } a = 3,$$

(e)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \textit{se } x \neq 2 \\ 3 & \textit{se } x = 2 \end{cases} \qquad \textit{em } a = 2,$$

(f)

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \textit{se } x \neq 1 \\ 5 & \textit{se } x = 1 \end{cases} \qquad \textit{em } a = 1,$$

(g) $f(x) = [x]$ em $x = 3$. Observação: A função maior inteiro $[x]$ é definida por o maior inteiro que é menor que ou igual a x (exemplo $[4] = 4, [4,8] = 4$ e $[\pi] = 3$).

2. Onde as funções abaixo são contínuas?:

(a) $\dfrac{x^3 + 2x^2 - 1}{5 - 3x}$.

(b) $\dfrac{x^3 + 1}{x^2 - 9}$.

(c) $f(x) = ln\ x + \sqrt{x^2 - 1}$

(d) $\dfrac{ln\ x + tg^{-1}\ x}{x^2 - 1}$

(e) $\dfrac{senx}{2 + cosx}$

(f)

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & se\ x \leq 1 \\ x^2 & se\ x > 1 \end{cases}$$

(g)

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & se\ x < 2 \\ 4 - x^2 & se\ x \geq 2 \end{cases}$$

(h)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & se\ x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & se\ x > 1 \end{cases}$$

3. Determine a continuidade ou descontinuidade das funções nos respectivos intervalos indicados:

(a) $1 - \sqrt{1 - x^2}$ em $[-1, 1]$

(b) $\sqrt{4 - x^2}$ em $[-2, 2]$.

(c) $\dfrac{2}{x + 5}$ em $(3, 7)$ e $[-6, 4]$

(d) $\dfrac{t}{t^2 - 1}$ em $(0, 1)$ e $[0, 1]$

(e) $\dfrac{|t - 1|}{t - 1}$ em $0[-1, 1]$

(f) $\sqrt{x^2 - 9}$ em $[-3, 3]$.

Teoremas de limite

4. Teorema do sanduíche.

(a)

$$\lim_{x \to 0} x^2 sen\frac{1}{x}$$

(b)

$$\lim_{x \to 0} x^2 cos\ 20\pi x$$

(c) $4x - 9 \leq f(x) \leq x^2 - 4x + 7$ para $x \leq 0$, encontre

$$\lim_{x \to 1} f(x)$$

(d) Dado $|g(x) - 2| \leq 3(x - 1)^2$ encontre o

$$\lim_{x \to 1} g(x)$$

(e)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{sen\ x}{x}$$

(f)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2 - cos\ x}{x+3}$$

5. Use o Teorema do Valor Intermediário para mostrar que existe uma raiz da equação dada no intervalo especificado.

(a) $x^4 + x - 3 = 0$ em $(1, 2)$

(b) $e^x = 3 - 2x$ em $(0, 1)$.

(c) $x^3 + x + 3 = 0$ em $(-2, -1)$

(d) $x^3 - 4x^2 + x + 3 = 0$ em $(-2, -1)$

(e) $\sqrt[3]{x} = 1 - x$ em (0,1)

6. Verifique o Teorema do Valor Intermediário se $N = k$, isto é ache um número c no intervalo $[a, b]$ especificado tal que $f(c) = N$.

(a) $f(x) = 4 + 3x - x^2$; $[a, b] = [2, 5]$;$N = 1$

(b) $f(x) = 2 + x - x^2$; $[a, b] = [0, 3]$;$N = 1$

(c) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$; $[a, b] = [-9/2, 3]$;$N = 3$

(d) $f(x) = \dfrac{4}{x+2}$; $[a, b] = [-3, 1]$;$N = 1/2$

7. Usando o limite fundamental,

$$\lim_{x\to 0} \frac{sen\ x}{x} = 1,$$

calcule os seguintes limites:

(a)

$$\lim_{x\to 0} \frac{sen\ 119x}{sen\ 127x}$$

(b)

$$\lim_{t\to 0} \frac{1 - cos\ t}{t}$$

(c)

$$\lim_{x\to 0} \frac{1 - cos\ x}{sen\ x}$$