CÁLCULO

AULA 17

PROF. DANIEL VIAIS NETO

INTRODUÇÃO

- **Hoje: Limites.**

LIMITES

NOTAÇÃO:

FUNÇÃO

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

x TENDE AO VALOR a, $x \neq a$

LIMITE DE $f(x)$ QUANDO x TENDE AO VALOR a, CASO O LIMITE EXISTA.

LIMITES

Objetivo: Observar como a função se comporta pontualmente.

Exemplo:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 6x}{x - 3}, x \neq 3$$

Vejamos o que acontece para os valores de x ao redor e muito próximos de $x = 3$.

LIMITES

$$f(x) = \frac{2x^2 - 6x}{x - 3}, x \neq 3$$

$\boldsymbol{x < 3}$

x	$f(x)$
2,99	5,98
2,999	5,998
2,9999	5,9998
2,99999	5,99998

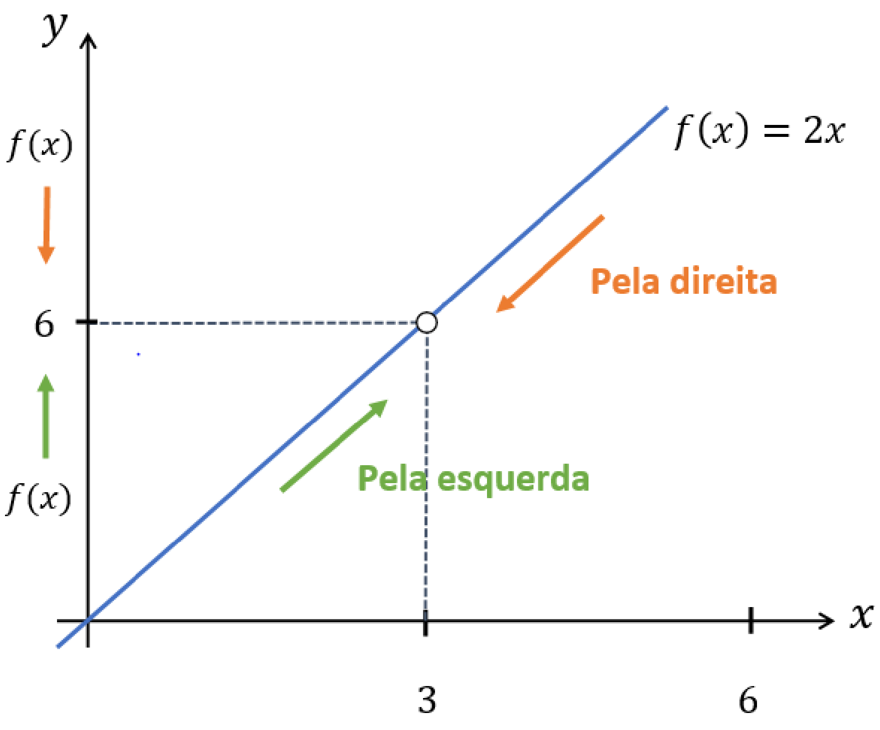
$\boldsymbol{x > 3}$

x	$f(x)$
3,01	6,02
3,001	6,002
3,0001	6,0002
3,00001	6,00002

Em ambos os casos, $f(x)$ está tendendo a 6, ou seja, $\lim_{x \to 3} \frac{2x^2 - 6x}{x - 3} = 6$.

LIMITES

$$f(x) = \frac{2x^2 - 6x}{x - 3}, x \neq 3$$



$x \to 3$ pela direita

$$\lim_{x \to 3^+} f(x)$$

$x \to 3$ pela esquerda

$$\lim_{x \to 3^-} f(x)$$

A função $f(x)$ não é definida em $x = 3$ e, ainda assim, possui limite quando $x \to 3$

LIMITES

Observação: o que nos interessa é o conjunto de valores que f pode assumir na vizinhança de a, não o valor particular de $f(a)$.

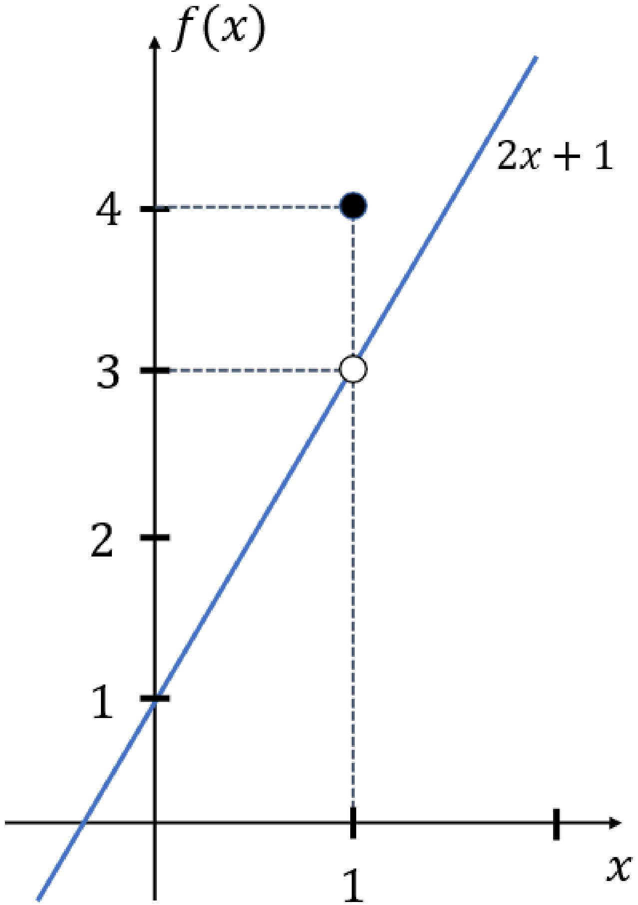
Exemplo:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, x \neq 1 \\ 4, \quad x = 1 \end{cases}$$

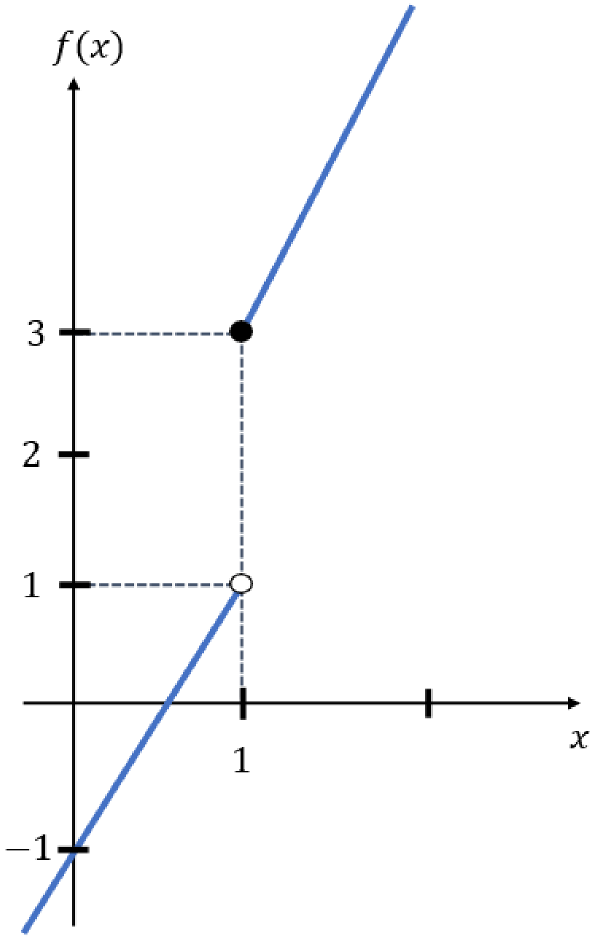
$f(1) = ?$

$\lim_{x \to 1} f(x) = ?$

$\lim_{x \to 1} (2x+1) = 3 \neq f(1)$



LIMITES



Observação: Há casos em que mesmo que a função $f(x)$ seja definida e um ponto a, não necessariamente existe um limite quando $x \rightarrow a$.

Exemplo:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, x \geq 1 \\ 2x - 1, x < 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = ?$$

$$\lim_{x \to 1^-} (2x - 1) = 1$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = ?$$

$$\lim_{x \to 1^+} (2x + 1) = 3$$

Portanto, $\lim_{x \to 1} f(x)$ **não existe**.

EXERCÍCIO 1

Dado o gráfico de uma função $f(x)$ qualquer, calcule intuitivamente os seguintes limites:

a) $\lim_{x \to 0} f(x)$ 2

b) $\lim_{x \to 1} f(x)$ 8

c) $\lim_{x \to 3} f(x)$ 1

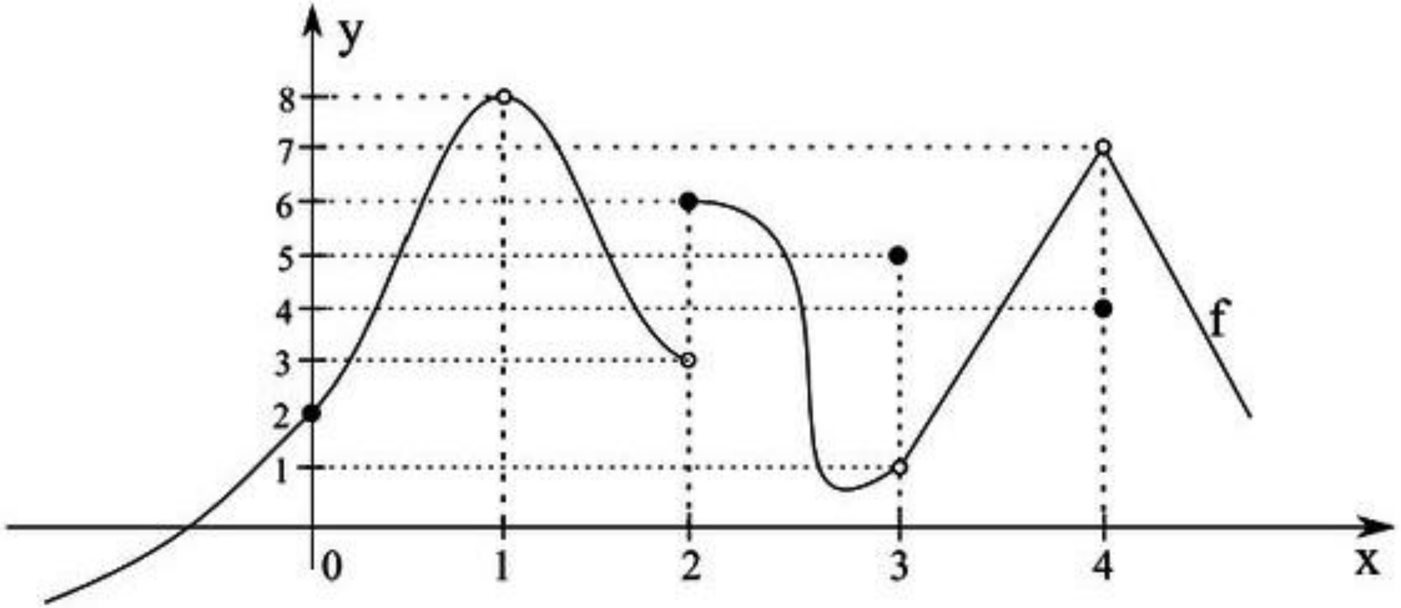
d) $\lim_{x \to 4} f(x)$ 7

e) $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ 3

x tende ao valor 2 pela esquerda

f) $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ 6

x tende ao valor 2 pela direita



EXERCÍCIO 2

Dado o gráfico de uma função $f(x)$ qualquer, calcule intuitivamente os seguintes limites:

a) $\lim_{x \to 1^-} f(x)$ -∞

b) $\lim_{x \to 1^+} f(x)$ -1/2

c) $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ +∞

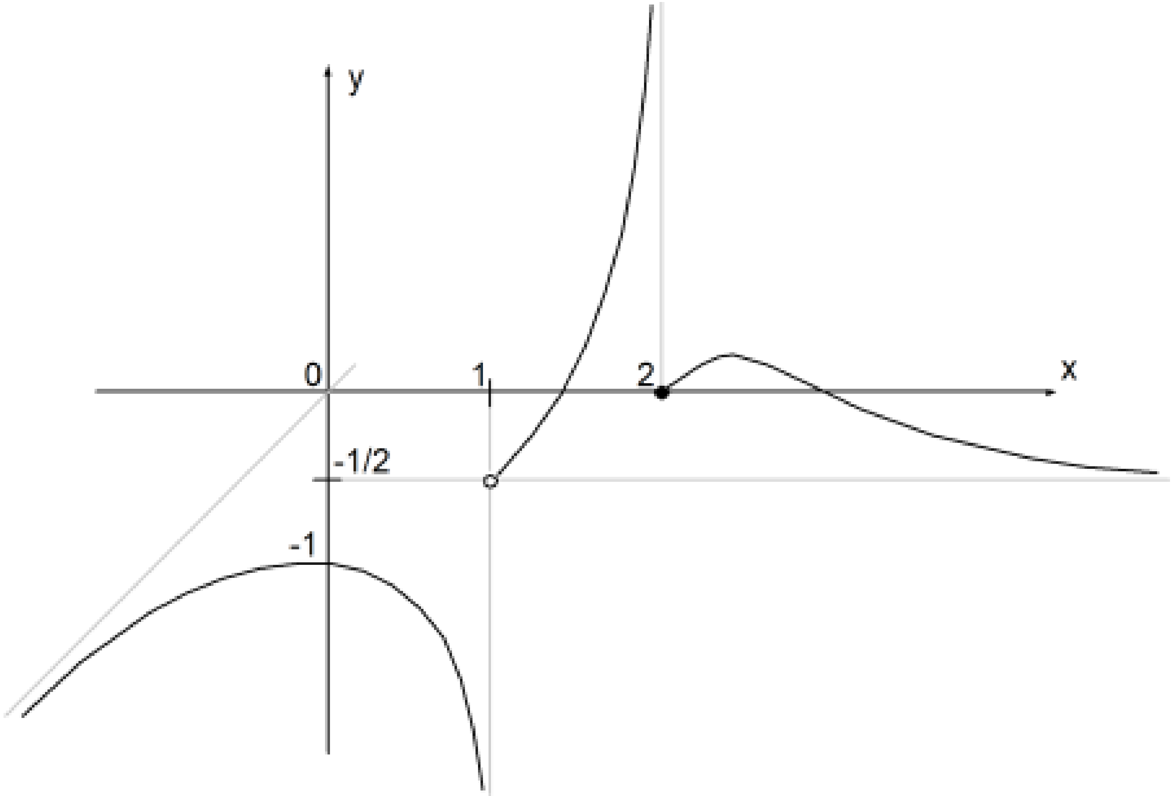
d) $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ 0

e) $\lim_{x \to 0^-} f(x)$ -1

f) $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ -1

g) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ -1/2

h) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ -∞

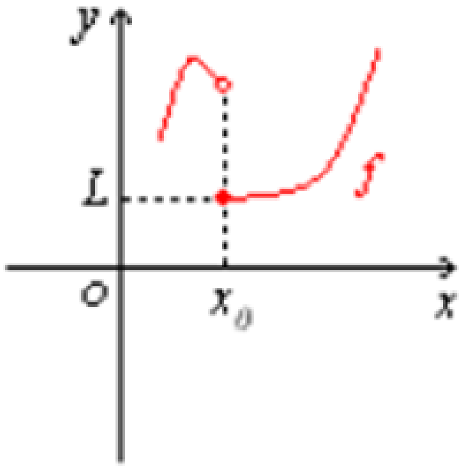


CONTINUIDADE

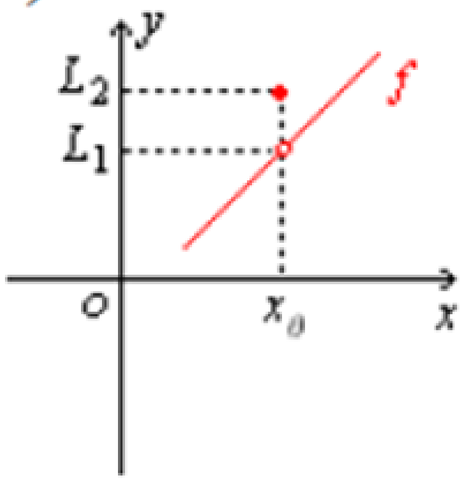
Definição. Seja x_o um ponto do domínio de uma função f. Dizemos que f é **contínua** no ponto x_o se $\lim_{x \to x_o} f(x) = f(x_o)$.

Exemplo: Algumas funções que não são contínuas no ponto x_o.

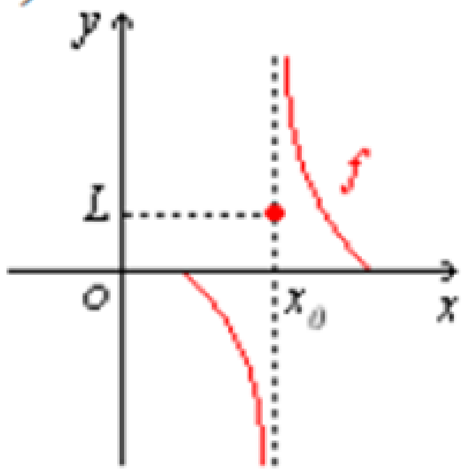
a)



b)



c)




FIM