

CÁLCULO

AULA 19

PROF. DANIEL VIAIS NETO

INTRODUÇÃO

- Sejam bem-vindos!
- Hoje: Derivada.

$$F(\text{cow}) = \text{milk}$$

$$F'(\text{cow}) = \text{cheese}$$

DERIVADA DE UMA FUNÇÃO

Definição. A derivada de uma função $y = f(x)$ é a função denotada por $f'(x)$, tal que seu valor em qualquer $x \in D(f)$ é dado por:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \text{ se esse limite existir.}$$

REGRAS DE DERIVADA

1. $y = c \rightarrow y' = 0$

2. $y = x \rightarrow y' = 1$

3. $y = c.u \rightarrow y' = c.u'$

4. $y = u + v \rightarrow y' = u' + v'$

5. $y = u.v \rightarrow y' = u'v + uv'$ (regra do produto)

6. $y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ (regra do quociente)

7. $y = u^\alpha (\alpha \neq 0) \rightarrow y' = \alpha.u^{\alpha-1}.u'$ (regra do tombo)



c, α são CONSTANTES

$u = u(x)$

$v = v(x)$

EXEMPLOS

a) $f(x) = 2$

$$f'(x) = 0$$

b) $f(x) = \sqrt{5} \cdot \log(5 + \pi^{2,3})$

$$f'(x) = 0$$

c) $f(t) = t$

$$f'(t) = 1$$

1. $y = c \rightarrow y' = 0$

2. $y = x \rightarrow y' = 1$

EXEMPLOS

$$3. y = c \cdot u \rightarrow y' = c \cdot u'$$

$$d) f(x) = 5x$$

$$f'(x) = 5 \cdot 1 = 5$$

$$e) f(x) = -\frac{1}{2}x$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2}$$

$$4. y = u + v \rightarrow y' = u' + v'$$

$$f) f(x) = 2x + 5$$

$$f'(x) = 2 \cdot 1 + 0 = 2$$

EXEMPLOS

$$5. y = u \cdot v \rightarrow y' = u'v + uv'$$

$$g) f(x) = (3x + 1) \cdot (2 - 7x)$$

$$f'(x) = (3 + 0) \cdot (2 - 7x) + (3x + 1) \cdot (0 - 7) = -42x - 1$$

$$6. y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$h) f(x) = \frac{7x+3}{2+5x}$$

$$f'(x) = \frac{7 \cdot (2+5x) - (7x+3) \cdot 5}{(2+5x)^2} = \frac{-1}{(2+5x)^2}$$

EXEMPLOS

$$7. y = u^\alpha (\alpha \neq 0) \rightarrow y' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$$

$$\text{i) } f(x) = (3x + 1) \cdot (2 - 7x) \quad \longrightarrow \quad f(x) = -21x^2 - x + 2$$

$$f'(x) = -2 \cdot 21x - 1 = -42x - 1$$

$$\text{j) } f(x) = 2x^4 + 5x^3 - 12x^2 - x + 10$$

$$f'(x) = 8x^3 + 15x^2 - 24x - 1$$

$$\text{l) } f(x) = (4x^2 + 2)^{10}$$

$$f'(x) = 10 \cdot (4x^2 + 2)^9 \cdot (8x) = 80x \cdot (4x^2 + 2)^9$$

EXEMPLOS

$$7. y = u^\alpha (\alpha \neq 0) \rightarrow y' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$$

$$m) f(x) = \sqrt{6x^2 - 7x + 8}$$

$$f(x) = (6x^2 - 7x + 8)^{\frac{1}{2}} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (6x^2 - 7x + 8)^{-\frac{1}{2}} \cdot (12x - 7)$$

$$n) f(x) = \left(\frac{2x^2 - 1}{1 - x^3} \right)^8$$

$$f'(x) = 8 \cdot \left(\frac{2x^2 - 1}{1 - x^3} \right)^7 \cdot \frac{4x \cdot (1 - x^3) - (2x^2 - 1) \cdot (-3x^2)}{(1 - x^3)^2}$$

FIM