

# Roteiro da Atividade 4B

AGA0215 - Noturno

23.05.2023

**1.** Vamos assumir, por simplicidade, que as funções  $P(r)$ ,  $M(r)$ ,  $\rho(r)$ , and  $T(r)$  são aproximadamente leis de potência, i.e.,  $P(r) \sim r^\beta$ ,  $M(r) \sim r^\gamma$ , etc. Desta forma, podemos imediatamente escrever as três primeiras equações diferenciais que descrevem a estrutura de uma estrela em equilíbrio hidrostático através das relações:

$$P \sim \frac{M\rho}{r},$$

$$M \sim r^3 \rho,$$

and

$$L \sim \frac{T^4 r}{\kappa \rho}$$

(assim como, ao invés de resolver uma equação diferencial do tipo  $df/dx = x^4$ , nós podemos escrever diretamente  $f \sim x^5$ ).

**(A)** Para estrelas moderadamente massivas, a pressão será dominada pela pressão cinética do gas, e a opacidade pelo espalhamento eletrônico. Mostre que  $L \sim M^3$ , como observado para estrelas da sequência principal mais massivas que o Sol (Figura 1). Mostre também que  $T \sim M/r$ , o que sugere que  $r \sim M$  na sequência principal. Para ver isso, considere uma estrela que está se formado a partir de uma massa  $M$  que está contraindo sob sua própria gravidade e aquecendo. A contração irá parar, e o equilíbrio será estabelecido, visto que a densidade e a temperatura no caroço são suficientemente altas para iniciar as reações nucleares, e a densidade de energia nuclear depende principalmente da temperatura. Então, para qualquer massa inicial,  $r$  irá parar de encolher quando uma temperatura particular for atingida no caroço. Portanto, a temperatura interna  $T$  é comparável em todas as estrelas da sequência principal (ou seja, depende fracamente da massa, sendo aproximadamente constante), e  $r \sim M$ .

**(B)** Para estrelas de baixa massa, a alta densidade significa que há um papel dominante para a opacidade ligado-livre e livre-livre,

$$\kappa \sim \frac{\rho}{T^{3.5}}.$$

Mostre que isto leva a  $L \sim M^5$ .

**(C)** Para as estrelas mais massivas, a baixa densidade do gás fará com que a pressão de radiação seja dominante na equação de estado,

$$P \sim T^4,$$

e o espalhamento eletrônico, com  $\kappa = \text{const.}$ , será novamente a principal fonte de opacidade. Mostre que  $L \sim M$ . **Observação:** O caso de estrelas de grande massa precisa de um tratamento da influência da radiação, a qual finalmente provoca uma instabilidade e o fim da sequência estelar. O espalhamento eletrônico (isto é, por elétrons livres), com  $\kappa = \text{const.}$ , será novamente a principal fonte de opacidade e a dependência da

luminosidade com a massa se torna gradualmente mais fraca.

(D) Por último, podemos também reproduzir a dependência funcional da sequência principal no diagrama H-R. Vimos que  $L \sim M^5$  para estrelas de baixa massa e  $L \sim M^3$  para estrelas moderadamente massivas. Assuma uma inclinação intermediária,  $L \sim M^4$ , como representativa. Usando também  $r \sim M$ , mostre que  $L \sim T_{\text{Eff}}^8$ , como observado (verifique em um diagrama HR!), onde  $T_{\text{Eff}}$  é a temperatura efetiva da estrela.

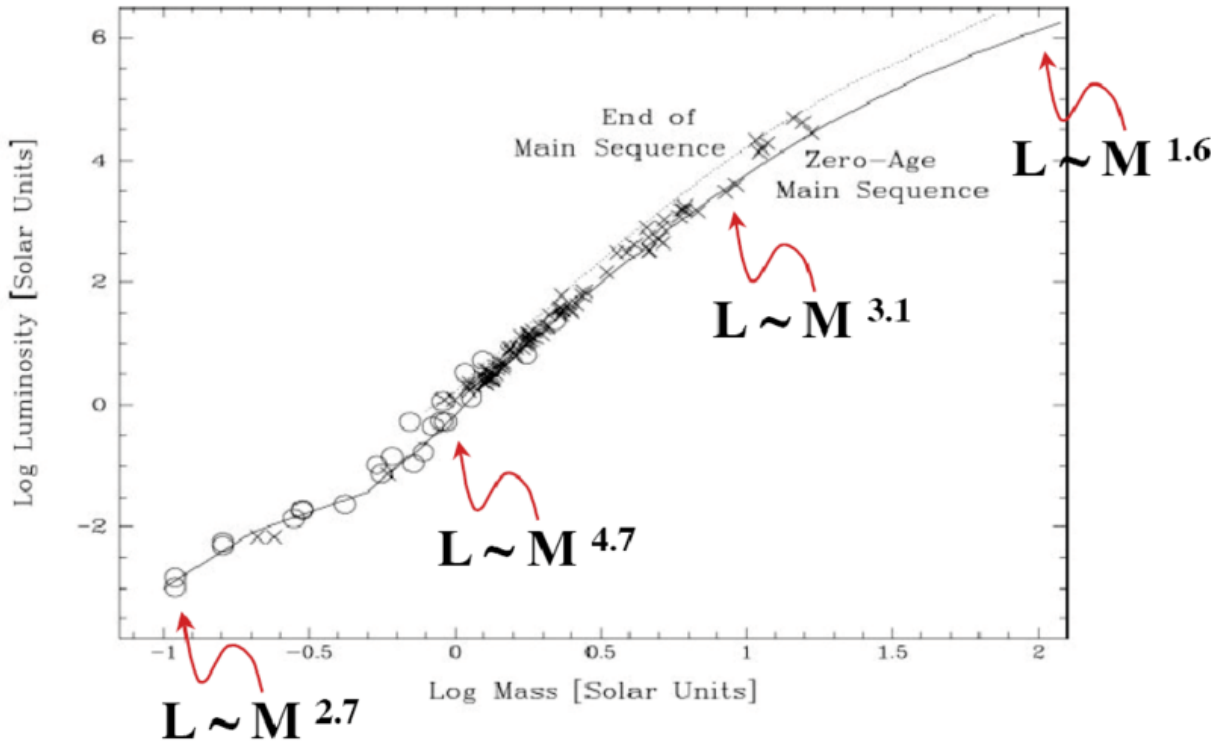


Figura 1: Relação empírica Massa vs. Luminosidade. Fonte: Edgars Alksnis “Basics of astrophysics revisited. I. Mass- luminosity relation for K, M and G class stars”