



Movimento Harmônico Amortecido

Douglas Ribas de Mattos

Henrique de Moraes Boldorini

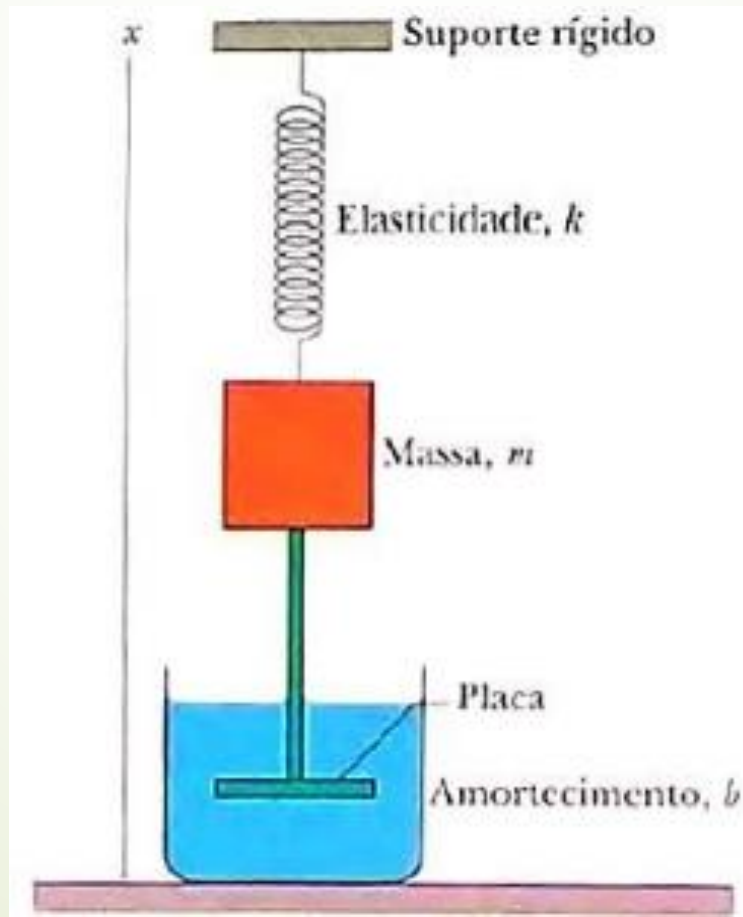
Marcos Cordeiro da Silva

Movimentos Amortecidos estão em todo Lugar !



Modelo Geral do Movimento Harmônico Amortecido

- ➡ O Movimento oscilador amortecido é um sistema dissipativo !



Um pouco de Matemática

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{k}{m}y - \frac{\rho}{m}\frac{dy}{dt} + g$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\gamma = \frac{b}{m}$$

$$y(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t}\cos(\omega t + \varphi) + A_0$$

Tipos de Amortecimento

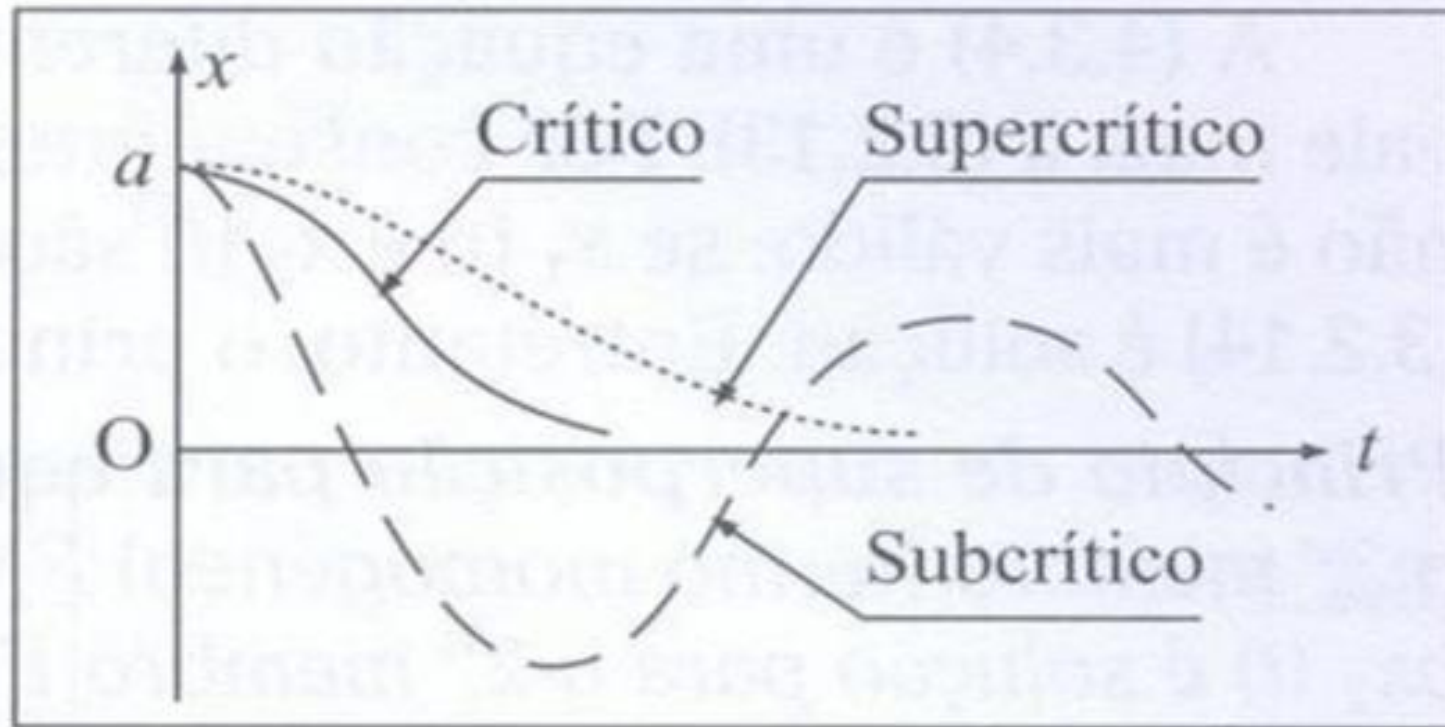
- **Crítico:** $\gamma = \omega$ O sistema retorna para o estado estável tão rapidamente quanto possível sem oscilar
- **Subcrítico:** $\gamma < \omega$ O sistema oscila (com uma frequência levemente diferente que o do caso não amortecido) com a amplitude gradualmente decrescendo a zero
- **Supercrítico:** $\gamma > \omega$ o sistema nem sequer chega a oscilar, $\gamma > \omega$ representa uma situação de elevado amortecimento.

Amortecimento

Subcrítico: $\frac{\gamma}{2} < \omega_0$

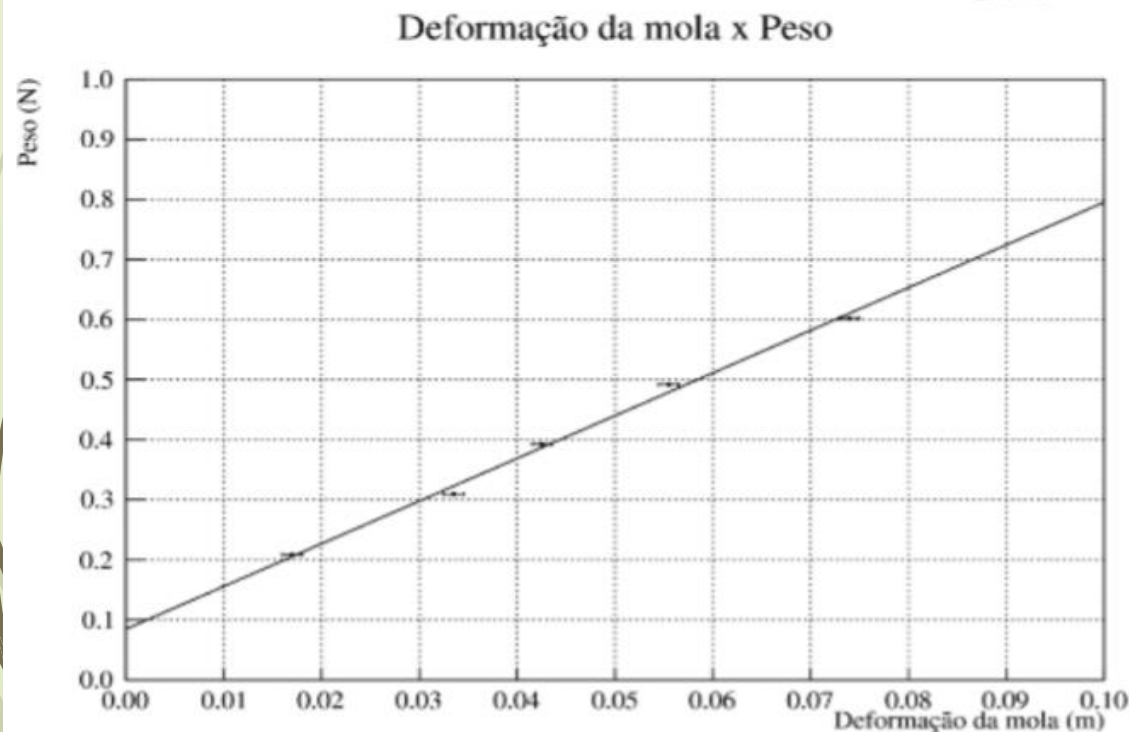
Supercrítico: $\frac{\gamma}{2} > \omega_0$

Crítico: $\frac{\gamma}{2} = \omega_0$



Medindo a constante K da mola

Massa (kg) $\pm 0,0001$	Peso (N) $\pm 0,00098$	Deformação (m) $\pm 0,001$
0,0502	0,4913	0,0555
0,0213	0,2084	0,0170
0,0401	0,3924	0,0425
0,0316	0,3092	0,0335
0,0615	0,6019	0,0740



$$k = 7,10 \pm 0,17 \frac{N}{m}$$



Medindo ρ , que depende da área de contato e da viscosidade do fluido

Usando a fórmula de Leith (trabalho publicado em 1987) para a força de arrasto , onde **dn** é o diâmetro de uma esfera cuja área é projetada a mesma área e **ds** é o diâmetro de uma esfera cuja superfície efetiva é a mesma do objeto

$$F_{rm} = -3\pi c \left(\frac{1}{3}d_p + \frac{2}{3}d_s \right) v$$

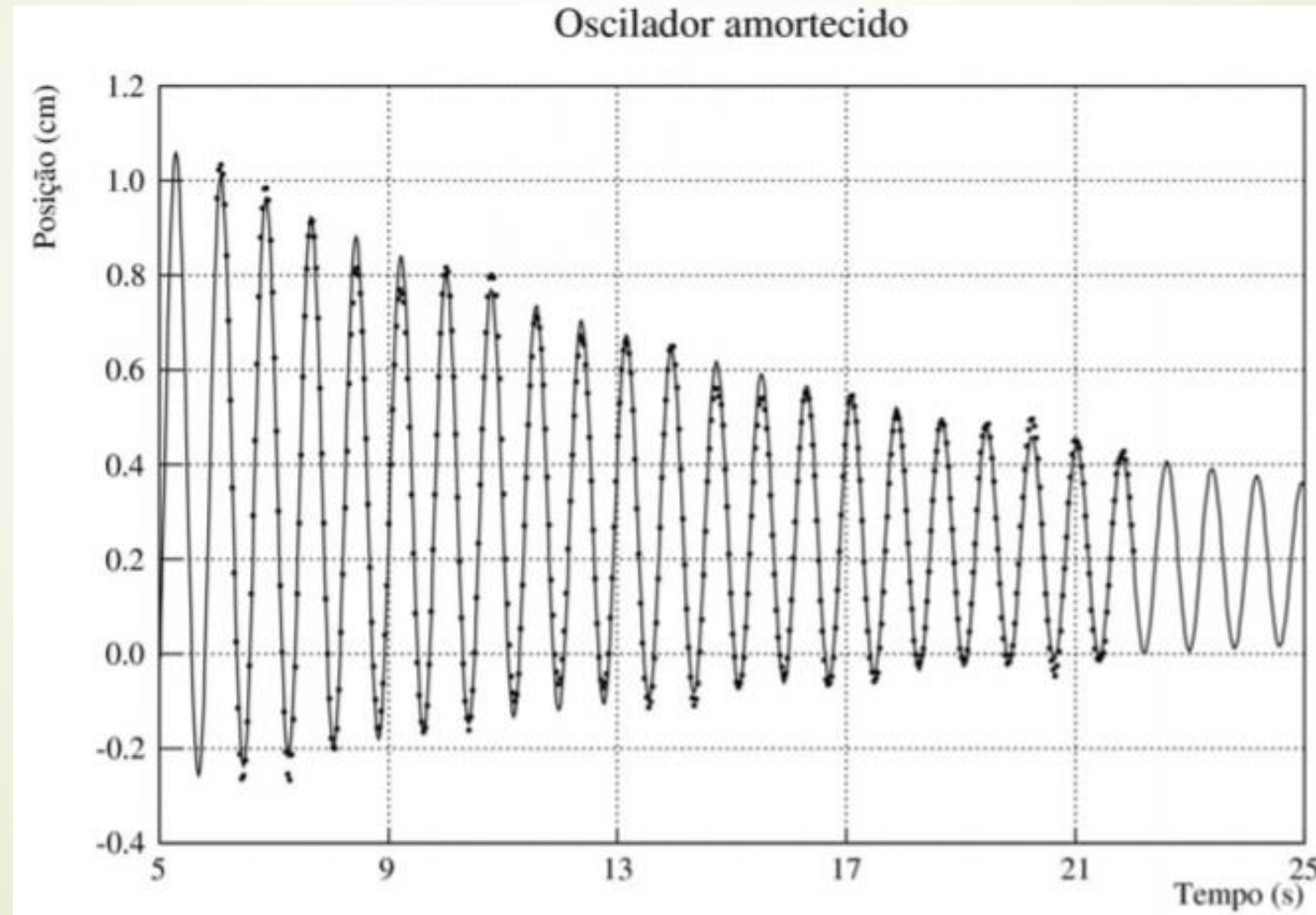
$$b = 300\pi c \left(\frac{1}{3}d_p + \frac{2}{3}d_s \right) \Rightarrow b = 300\pi 0,0008903 \left(\frac{1}{3}0,019 + \frac{2}{3}0,0134 \right) \Rightarrow b = 0,01281 \text{ kgs}^{-1}$$

$$\rho = 0,01281 \text{ kgs}^{-1}$$

Vamos Testar !



- Com o programa Tracker conseguimos registrar **1856** frames (quadros) do tempo x posição do centro da massa m durante a oscilação amortecida (subcrítica)



Parâmetros fornecido pelo WebRoot

Frequência ω	7.992 ± 0.0012
Constante γ de amortecimento	0.1274 ± 0.00093

Parâmetros medidos experimentalmente

Frequência ω (rad/s)	8.3968 ± 0.1005
Coeficiente γ de amortecimento	0.1273 ± 0.0095

Massa do objeto (kg) $\pm 0,0001$	0,1007
Constante elástica da mola ($\frac{N}{m}$) $\pm 0,17$	7,10
Área da extremidade (m^2) $\pm 0,0000597$	0,0002835
Viscosidade da água ($Pa \times s$)	0,0008903
Aceleração da gravidade ($\frac{m}{s^2}$)	9,7864

THE END

