www.omatematico.com

PRIMITIVAS

0) $\int du = u + c$

1) $\int u^p du = \frac{u^{p+1}}{p+1} + k \ , \ p \neq -1$

2) $\int \frac{du}{u} = \ln|u| + k$

3) $\int e^u du = e^u + k$

4) $\int \text{sen}(u)\, du = -\cos(u) + k$

5) $\int \cos(u)\, du = \text{sen}(u) + k$

6) $\int \sec^2(u)\, du = \text{tg}(u) + k$

7) $\int \csc^2(u)\, du = -\text{cotg}(u) + k$

8) $\int \sec(u)\, \text{tg}(u)\, du = \sec(u) + k$

9) $\int \csc(u)\, \text{cotg}(u)\, du = -\csc(u) + k$

10) $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \text{arcsen}\left(\frac{u}{a}\right) + k$

11) $\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a}\text{arctg}\left(\frac{u}{a}\right) + k$

12) $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a}\text{arcsec}\left(\frac{u}{a}\right) + k$

DERIVADAS

1) $\frac{d}{dx}(k) = 0 \ , \ \forall k \in \text{IR}$

2) $\frac{d}{dx}(u^p) = p\, u^{p-1}\, u'$

3) $\frac{d}{dx}(e^u) = e^u\, u'$

4) $\frac{d}{dx}(\ln(u)) = \frac{u'}{u}$

5) $\frac{d}{dx}(\text{sen}(u)) = \cos(u)\, u'$

6) $\frac{d}{dx}(\cos(u)) = -\text{sen}(u)\, u'$

7) $\frac{d}{dx}(\text{tg}(u)) = \sec^2(u)\, u'$

8) $\frac{d}{dx}(\text{cotg}(u)) = -\csc^2(u)\, u'$

9) $\frac{d}{dx}(\sec(u)) = \sec(u)\, \text{tg}(u)\, u'$

10) $\frac{d}{dx}(\csc(u)) = -\csc(u)\, \text{cotg}(u)\, u'$

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

1) $\text{sen}^2(x) + \cos^2(x) = 1$

2) $\sec^2(x) = 1 + \text{tg}^2(x)$

3) $\csc^2(x) = 1 + \text{cotg}^2(x)$

4) $\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$

5) $\text{sen}^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$

6) $\text{sen}(2x) = 2\,\text{sen}(x)\cos(x)$

7) $\cos(2x) = \cos^2(x) - \text{sen}^2(x)$

8) $\text{tg}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)}$

9) $\text{cotg}(x) = \frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}$

10) $\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$

11) $\csc(x) = \frac{1}{\text{sen}(x)}$

TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO

Teorema Fundamental do Cálculo:

Seja f contínua no intervalo [a, b] e F uma primitiva de f $(\text{isto é}: F'(x) = f(x))$. Então:

$$\int_a^b f(x)\, dx = [\, F(x)\,]_a^b = F(b) - F(a)$$

TÉCNICAS DE INTEGRAÇÃO

Integração por partes: $\int u\,dv = u\,v - \int v\,du$

Integração por decomposição em frações parciais: $\int \frac{p(x)}{q(x)}\,dx$ • Fator linear de q(x): $\frac{A}{ax+b}$ • Fator quadrático de q(x): $\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$

Integração por substituição trigonométrica: Para integrais contendo um único radical no integrando da forma ($a>0$ constante):

$\sqrt{a^2-x^2} \Rightarrow x = a\,\text{sen}(t)$ $\sqrt{a^2+x^2} \Rightarrow x = a\,\text{tg}(t)$ $\sqrt{x^2-a^2} \Rightarrow x = a\,\sec(t)$

EQUAÇÃO DIFERENCIAL LINEAR

Equação Diferencial Linear de 1ª ordem: $y' + p(x)\,y = q(x)$ **Fator Integrante:** $I(x) = e^{\int p(x)\,dx}$ **Solução:** $y = \frac{1}{I(x)}\int I(x)\,q(x)\,dx$

SÉRIES

Séries Geométricas: $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ • **Converge** para $\frac{a}{1-r}$ se $|r|<1$; • **Divergente** se $|r|\geq 1$.

Série p: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ com $p>0$ é: • **Convergente** se $p>1$; • **Divergente** se $0<p\leq 1$.

Teste da Divergência (Critério do Termo Geral): Se $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ então a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é **divergente**.

Teste da Integral: Seja f uma função contínua, positiva e decrescente no intervalo $[1;+\infty)$ e $a_n = f(n)$.

• Se $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ é convergente, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é **convergente**. • Se $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ é divergente, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é **divergente**.

Teste da Comparação por Limites: Sejam $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ séries de termos positivos. Se $\lim_{n\to+\infty}\frac{a_n}{b_n} = L > 0$, então **ambas convergem ou ambas divergem**.

Teste da Série Alternada: $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ é **Convergente** se $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$ **e** $a_n \geq a_{n+1}$ para todo $n\geq 1$.

Teste da Razão: Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série de termos não nulos e $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L$ (ou $+\infty$).

• Se $L<1$ então a série é **convergente**; • Se $L>1$ (ou $+\infty$) então a série é **divergente**; • Se $L=1$ **nada se conclui**.

Série de Taylor: $f(x) = f(c) + \frac{f'(c)}{1!}(x-c) + \frac{f''(c)}{2!}(x-c)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(c)}{n!}(x-c)^n + \cdots$ **Série de Maclaurin:** Centro **c = 0**.