FORMULÁRIO DE CÁLCULO

(***u***, ***v***, ***f*** e ***g*** são funções ; ***a***, ***b***, ***c***, ***m***, ***n***, ***p***, ***A***, ***B***, ***C***, ***D***, ***α***, ***β***, ***γ*** e ***k*** são constantes, ***u*** é um vetor)

Derivadas

1	$(u^a)'$	$a \cdot u^{a-1} \cdot u'$
2	$\log_a(u)'$	$\dfrac{u'}{u \cdot \ln(a)}$
3	$(a^u)'$	$a^u \cdot \ln(a) \cdot u'$
4	$(u^v)'$	$u^v \cdot [v \cdot \ln(u)]'$
5	$sen(u)'$	$cos(u) \cdot u'$
6	$cos(u)'$	$-sen(u) \cdot u'$
7	$tg(u)'$	$sec^2(u) \cdot u'$
8	$cosec(u)'$	$-cosec(u) \cdot cotg(u) \cdot u'$
9	$sec(u)'$	$sec(u) \cdot tg(u) \cdot u'$
10	$cotg(u)'$	$-cosec^2(u) \cdot u'$

Regras de Derivação

$(u + v)' = u' + v'$	Regra da Soma
$(k \cdot u)' = k \cdot u'$	Regra da Constante
$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$	Regra do Produto
$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$	Regra do Quociente
$(u \circ v)' = u'(v) \cdot v'$	Regra da Cadeia
$v' = \dfrac{1}{u'(v)}$	sendo u e v funções inversas

Produtos notáveis

1	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2 \cdot a \cdot b + b^2$
2	$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$
3	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 \pm b^2$
4	$a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp a \cdot b + b^2)$

Identidades trigonométricas

1	$tg(x) = \dfrac{sen(x)}{cos(x)}$
2	$cotg(x) = \dfrac{1}{tg(x)}$
3	$cosec(x) = \dfrac{1}{sen(x)}$
4	$sec(x) = \dfrac{1}{cos(x)}$
5	$sen^2(x) + cos^2(x) = 1$
6	$sen^2(x) = \dfrac{1 - cos(2x)}{2}$
7	$cos^2(x) = \dfrac{1 + cos(2x)}{2}$
8	$sec^2(x) - tg^2(x) = 1$
9	$cosec^2(x) - cotg^2(x) = 1$
10	$sen(2x) = 2 \cdot sen(x) \cdot cos(x)$
11	$cos(2x) = cos^2(x) - sen^2(x)$ $= 2 \cdot cos^2(x) - 1$ $= 1 - 2 \cdot sen^2(x)$
12	$tg(2x) = \dfrac{2 \cdot tg(x)}{1 - tg^2(x)}$
13	$sen(3x) = -sen^3(x) + 3 \cdot cos^2(x) \cdot sen(x)$ $= -4 \cdot sen^3(x) + 3 \cdot sen(x)$
14	$cos(3x) = cos^3(x) - 3 \cdot sen^2(x) \cdot cos(x)$ $= 4 \cdot cos^3(x) - 3 \cdot cos(x)$
15	$tg(3x) = \dfrac{3 \cdot tg(x) - tg^3(x)}{1 - 3 \cdot tg^2(x)}$
16	$sen(a) \cdot cos(b) = \dfrac{sen(a-b) + sen(a+b)}{2}$
17	$sen(a) \cdot sen(b) = \dfrac{cos(a-b) - cos(a+b)}{2}$
18	$cos(a) \cdot cos(b) = \dfrac{cos(a-b) + cos(a+b)}{2}$
19	$sen^2(x) \cdot cos^2(x) = \dfrac{1 - cos(4x)}{8}$
20	$sen(a \pm b) = sen(a) \cdot cos(b) \pm cos(a) \cdot sen(b)$
21	$cos(a \pm b) = cos(a) \cdot cos(b) \pm sen(a) \cdot sen(b)$
22	$tg(a \pm b) = \dfrac{tg(a) \pm tg(b)}{1 \mp tg(a) \cdot tg(b)}$
23	$sen(a) \pm sen(b) = 2 \cdot sen\left(\dfrac{a \pm b}{2}\right) \cdot cos\left(\dfrac{a \pm b}{2}\right)$
24	$cos(a) + cos(b) = 2 \cdot cos\left(\dfrac{a + b}{2}\right) \cdot cos\left(\dfrac{a - b}{2}\right)$
25	$cos(a) - cos(b) = 2 \cdot sen\left(\dfrac{a + b}{2}\right) \cdot sen\left(\dfrac{a - b}{2}\right)$

Primitivas

1	$\int dx$ ou $\int 1\,dx$	$x + k$
2	$\int x^{a}\,dx$	1) $\dfrac{x^{a+1}}{a+1} + k$, (a ≠ -1) 2) $ln\,\lvert x\rvert + k$, (a = -1)
3	$\int a^{x}\,dx$	$\dfrac{a^{x}}{ln\,(a)} + k$
4	$\int log_{a}(x)\,dx$	$x \cdot log_{a}(x) - \dfrac{x}{ln\,(a)} + k$
5	$\int sen\,(x)\,dx$	$-\,cos\,(x) + k$
6	$\int cos\,(x)\,dx$	$sen\,(x) + k$
7	$\int tg\,(x)\,dx$	$ln\,\lvert sec\,(x)\rvert + k$
8	$\int sec\,(x)\,dx$	$ln\,\lvert sec\,(x) + tg\,(x)\rvert + k$
9	$\int cosec\,(x)\,dx$	$ln\,\lvert cosec\,(x) - cotg\,(x)\rvert + k$
10	$\int cotg\,(x)\,dx$	$ln\,\lvert sen\,(x)\rvert + k$
11	$\int tg^{2}(x)\,dx$	$tg\,(x) - x + k$
12	$\int sec^{2}(x)\,dx$	$tg\,(x) + k$
13	$\int cosec^{2}(x)\,dx$	$-\,cotg\,(x) + k$
14	$\int cotg^{2}(x)\,dx$	$-\,cotg\,(x) - x + k$
15	$\int sec\,(x) \cdot tg\,(x)\,dx$	$sec\,(x) + k$
16	$\int cosec\,(x) \cdot cotg\,(x)\,dx$	$-\,cosec\,(x) + k$
17	$\int \dfrac{dx}{x^{2} + a^{2}}$	$\dfrac{arctg\,(\frac{x}{a})}{a} + k$
18	$\int \dfrac{dx}{x^{2} - a^{2}}$	$\dfrac{ln\,(\frac{x-a}{x+a})}{2 \cdot a} + k$
19	$\int \dfrac{dx}{a^{2} - x^{2}}$	$\dfrac{ln\,(\frac{x+a}{x-a})}{2 \cdot a} + k$
20	$\int \dfrac{dx}{\sqrt{x^{2} \pm a^{2}}}$	$ln\,\left\lvert x + \sqrt{x^{2} \pm a^{2}}\right\rvert + k$
21	$\int \dfrac{dx}{\sqrt{a^{2} - x^{2}}}$	$arcsen\left(\dfrac{x}{a}\right) + k$
22	$\int \dfrac{dx}{x \cdot \sqrt{x^{2} - a^{2}}}$	$\dfrac{arcsen\,\lvert\frac{x}{a}\rvert}{a} + k$

Regras de Integração

1	$\int [\,k \cdot f(x)\,]\,dx = k \cdot \int f(x)\,dx$
2	$\int [\,f(x) + g(x)\,]\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$
3	$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$

Fórmulas de Recorrência

$\int sen^{n}x\,dx = -\dfrac{sen^{n-1}x \cdot cos\,x}{n} + \dfrac{n-1}{n} \cdot \int sen^{n-2}x\,dx$
$\int cos^{n}x\,dx = \dfrac{cos^{n-1}x \cdot sen\,x}{n} + \dfrac{n-1}{n} \cdot \int cos^{n-2}x\,dx$
$\int tg^{n}x \cdot sec^{2}x\,dx = \dfrac{tg^{n+1}x}{n+1} + k$
$\int sec^{n}x \cdot sec\,x \cdot tg\,x\,dx = \dfrac{sec^{n+1}x}{n+1} + k$
$\int tg^{n}x\,dx = \dfrac{tg^{n-1}x}{n-1} - \int tg^{n-2}x\,dx$
$\int sec^{n}x\,dx = \dfrac{sec^{n-2}x \cdot tg\,x}{n-1} + \dfrac{n-2}{n-1} \cdot \int sec^{n-2}x\,dx$
$\int cotg^{n}x\,dx = -\dfrac{cotg^{n-1}x}{n-1} - \int cotg^{n-2}x\,dx$
$\int cosec^{n}x\,dx = -\dfrac{cosec^{n-2}x \cdot cotg\,x}{n-1} + \dfrac{n-2}{n-1} \cdot \int cosec^{n-2}x\,dx$

Funções parciais por funções racionais

$\dfrac{mx + n}{(x-\alpha)(x-\beta)} = \dfrac{A}{x-\alpha} + \dfrac{B}{x-\beta}$
$\dfrac{mx^{2} + nx + p}{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)} = \dfrac{A}{x-\alpha} + \dfrac{B}{x-\beta} + \dfrac{C}{x-\gamma}$
$\dfrac{mx^{2} + nx + p}{(x-\alpha)(x-\beta)^{2}} = \dfrac{A}{x-\alpha} + \dfrac{B}{x-\beta} + \dfrac{C}{(x-\beta)^{2}}$
$ax^{2} \pm bx + c = (m \pm n)^{2} + k$
$\dfrac{mx^{2} + nx + p}{(x-\alpha)(ax^{2} + bx + c)} = \dfrac{A}{x-\alpha} + \dfrac{Bx + D}{ax^{2} + bx + c}$

Coordenadas Polares

$x = r \cdot cos\,\theta$ e $y = r \cdot sen\,\theta$
$r = \sqrt{x^{2} + y^{2}}$ e $\theta = arctg\,\left(\dfrac{y}{x}\right)$
$A = \dfrac{1}{2} \cdot \displaystyle\int_{a}^{b} r^{2}\,d\theta$
$A = \dfrac{1}{2} \cdot \displaystyle\int_{a}^{b} [\,f(\theta)\,]^{2} - [\,g(\theta)\,]^{2}\,d\theta$
$L = \displaystyle\int_{a}^{b} \sqrt{r^{2} + \left(\dfrac{dr}{d\theta}\right)^{2}}\,d\theta$

Curvas de nível

1	$f(x, y) = k$, com $k \in Im(f)$

Superfícies de nível

1	$f(x, y, z) = k$, com $k \in Im(f)$

Propriedades do limite

1	Se $f(x, y) \le g(x, y) \le h(x, y)$ para $\|(x, y) - (x_0, y_0)\| < r$ e $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x, y) = L = \lim_{(x,y)\to(0,0)} h(x, y)$, então $\lim_{(x,y)\to(0,0)} g(x, y) = L$
2	Se $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x, y) = 0$ e $\lvert g(x, y)\rvert < M$, com $0 \le \|(x, y) - (a, b)\| \le R$, então $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f\cdot g = 0$

Continuidade

A função $f(x, y)$ é contínua em (a, b) se

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x, y) = f(a, b)$$

Derivadas parciais

	Para calcular as derivadas parciais de $f(x, y)$:
f_x	Considerar y constante e derivar em relação a x
f_y	Considerar x constante e derivar em relação a y

Funções diferenciáveis

1.1	Se f é diferenciável, f é contínua
1.2	Se f não é contínua, f não é diferenciável
2	Se as derivadas parciais f_x e f_y existirem perto do ponto (x_0, y_0) e forem contínuas em (x_0, y_0), f é diferenciável em (x_0, y_0)
3	f é diferenciável em (x_0, y_0) se e somente se:
3.1	f admite derivadas parciais em (x_0, y_0)
3.2	$\lim_{(h,k)\to(0,0)} \frac{E(h,k)}{\|(h,k)\|} = 0$, com $E(h, k) = f(x_0 + h, y_0 + k) - f(x_0, y_0) - f_x(x_0, y_0)\cdot h - f_x(x_0, y_0)\cdot k$

Regra da Cadeia

1	$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial t}\cdot\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{dy}{dt}$
2.1	$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}$
2.2	$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial s}$

Derivação implícita

1	$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$
2	$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$

Derivada direcional

$$D_{\bar{u}} f(x, y) = f_x(x, y)\cdot a + f_y(x, y)\cdot b$$

Vetor gradiente

1	$\nabla f(x, y) = \langle f_x(x, y), f_y(x, y)\rangle$
2	$D_{\bar{u}} f(x, y) = \nabla f(x, y)\cdot\bar{u}$

Plano tangente à superfície de nível

$$F_x(x_0, y_0, z_0) + F_y(x_0, y_0, z_0) + F_z(x_0, y_0, z_0) = 0$$

Reta normal à superfície de nível

$$\frac{x - x_0}{F_x(x_0, y_0, z_0)} = \frac{y - y_0}{F_y(x_0, y_0, z_0)} = \frac{z - z_0}{F_z(x_0, y_0, z_0)}$$