

Comparaison des méthodes numériques Euler, Heun et Runge-Kutta d'ordre 4

DOUMBIA MALAYE

Discipline : Analyse Numérique
Enseignant : Dr ZEZE

January 8, 2026

La résolution numérique des équations différentielles ordinaires est essentielle lorsque la solution exacte n'est pas facilement exploitable.

Objectif du projet :

- Comparer les méthodes d'Euler, de Heun et RK4
- Évaluer leur précision numérique
- Comparer leur temps d'exécution
- Étudier l'influence du pas de temps

Problème mathématique étudié

On considère l'équation différentielle suivante :

$$y'(t) = y(t), \quad y(0) = 1$$

Solution exacte :

$$y(t) = e^t$$

L'erreur numérique est définie par :

$$\text{Erreur}(t) = |y_{\text{exact}}(t) - y_{\text{num}}(t)|$$

- **Méthode d'Euler**

- Méthode explicite du premier ordre
- Rapide mais peu précise

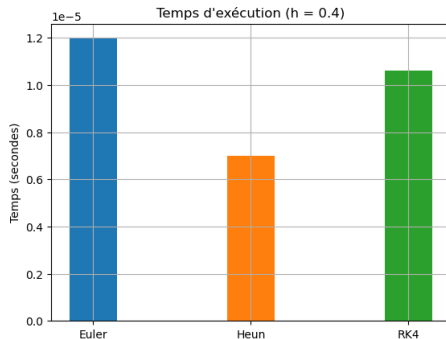
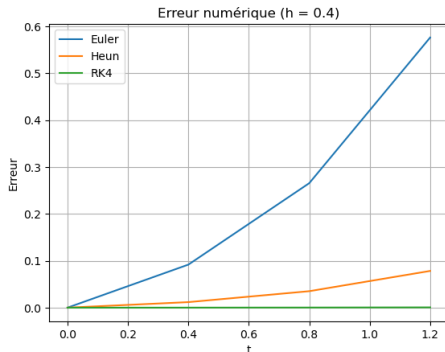
- **Méthode de Heun**

- Méthode du second ordre
- Amélioration d'Euler par correction

- **Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4**

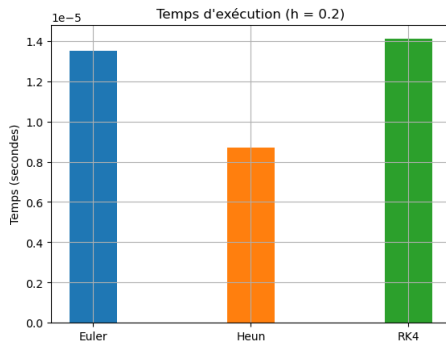
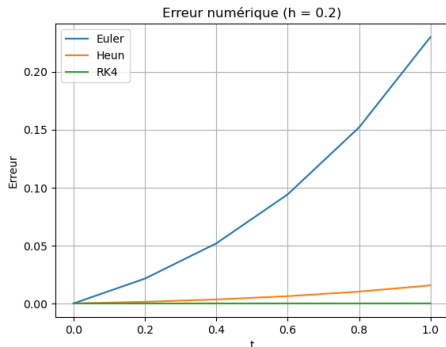
- Méthode d'ordre élevé
- Très bonne précision

Résultats numériques – Pas $h = 0.4$



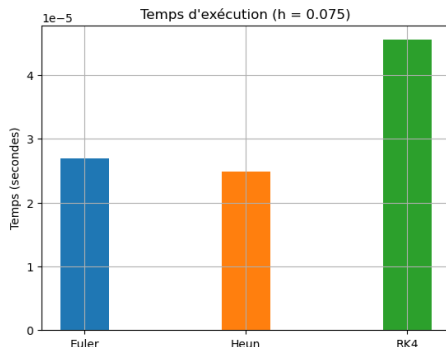
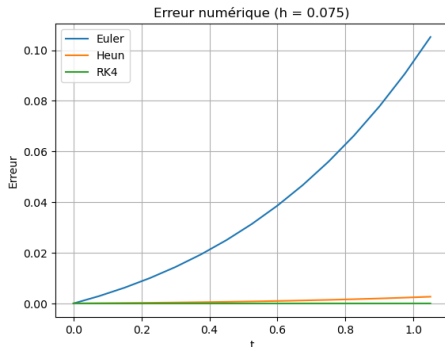
Observation : Les erreurs sont importantes pour Euler, tandis que RK4 reste très précis.

Résultats numériques – Pas $h = 0.2$



Observation : La réduction du pas améliore significativement la précision, surtout pour Heun.

Résultats numériques – Pas $h = 0.075$



Observation : RK4 présente une erreur quasi nulle, au prix d'un temps de calcul plus élevé.

Conclusion générale

- La méthode d'Euler est rapide mais peu précise
- Heun offre un bon compromis précision/coût
- RK4 est la plus précise, surtout pour les petits pas
- Le pas de temps influence fortement l'erreur numérique

Conclusion : Le choix de la méthode dépend du compromis souhaité entre précision et temps de calcul.