

# Naïve Bayes klasifikatorius

Matas Gaulia, Vainius Gataveckas, Dovydas Martinkus  
Duomenų Mokslas 3 kursas 2 gr.

Vilnius, 2022

## Veikimo principas

- Naivaus Bajeso (angl. naive Bayes) klasifikavimo metodas (tiksliau metodų šeima) pagrįstas sąlyginės tikimybės modeliu gautu naudojantis Bajeso teorema:

- $$P(y|x_1, \dots, x_n) = \frac{P(y)P(x_1, \dots, x_n|y)}{P(x_1, \dots, x_n)}$$

- Kas yra ne kas kita bet atvejis žinomos formulės:

- $$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

## Modelio naivumas

- Metodas vadinamas „naivuoju“, nes taikoma požymių tarpusavio nepriklausomumo prielaida:
- $P(x_i|y, x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) = P(x_i|y)$

## Tikimybinis modelis

- Gautą tikimybinį modelį galima užrašyti:

- $$P(y|x_1, \dots, x_n) = \frac{P(y) \prod_{i=1}^n P(x_i|y)}{P(x_1, \dots, x_n)}$$

## Klasifikatoriaus sprendimas

- Aišku, kad prieš tai turėtoje formulėje  $P(y|x_1, \dots, x_n) = \frac{P(y) \prod_{i=1}^n P(x_i|y)}{P(x_1, \dots, x_n)}$  dydis  $P(x_1, \dots, x_n)$  turimai duomenų aibei yra konstanta.
- Todėl klasifikatoriaus sprendimas iš tikimybinio modelio gaunamas tiesiog pagal:
- $\hat{y} = \underset{y}{\operatorname{argmax}} P(y) \prod_{i=1}^n P(x_i|y)$

- Lieka tik klausimai apie  $P(y)$  ir  $P(x_i|y)$
- $P(y)$  gaunamas taip kai ir tikimasi (tiesiog apskaičiuojama tikimybė turimuose duomenyse)
- Skirtingos prielaidos apie  $P(x_i|y)$  skirstinį ir sudaro naivių Bajeso klasifikatorių „šeimą“.

- Gauso naivaus Bajeso atveju laikoma kad požymių skirstiniai yra:

- $$P(x_i|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} \exp\left(-\frac{(x_i-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right)$$

- kur  $\sigma_y^2$  ir  $\mu_y$  - parametrai įvertinti didžiausio tikėtimumo (angl. maximum likelihood) būdu.

- Kategoriniu naivaus Bajeso atveju:

- $$P(x_i = t | y = c) = \frac{N_{tic} + \alpha}{N_c + \alpha n_i}$$

- kur  $N_{tic}$  – kiek kartų tarp klasės C objektų rasta požymio reikšmė t
- kur  $N_c$  – bendras klasės C objektų skaičius
- $\alpha$  – glodnumo parametras (angl. smoothness parameter)



- Esant kitokioms situacijoms naudojami dar kiti ieškomos sąlyginės tikimybės įvertinimo metodai. Aišku, visi šie metodai gali būti kartu maišomi, svarbu tik mokėti įvertinti  $P(x_i|y)$ .
- Toliau gautos tikimybės tiesiog tarpusavyje sudauginamos, nes turima kad:
- $\hat{y} = \underset{y}{\operatorname{argmax}} P(y) \prod_{n=1}^n P(x_i|y)$

## Pavyzdys

Kuriai klasei priskirti  $x_1 = 1, x_2 = 2$ ?

Pagal  $\hat{y} = \underset{y}{\operatorname{argmax}} P(y) \prod_{i=1}^n P(x_i|y)$

šiuo atveju turime:

$$P(y=0) P(x_1=1 | 0) P(x_2=2 | 0) = \\ (1/2) * (1/5) * (2/5) = 1/25$$

$$P(y=1) P(x_1=1 | 1) P(x_2=2 | 1) = \\ (1/2) * (2/5) * (3/5) = 3/25$$

Todėl  $\hat{y} = 1$

| x1 | x2 | Y |
|----|----|---|
| 0  | 0  | 0 |
| 0  | 1  | 0 |
| 0  | 1  | 0 |
| 0  | 2  | 0 |
| 1  | 2  | 0 |
| 0  | 0  | 1 |
| 1  | 2  | 1 |
| 1  | 2  | 1 |
| 2  | 1  | 1 |
| 2  | 2  | 1 |

## Metodo privalumai

- Naivaus Bajeso klasifikatoriui gali nereikėti parinkti jokių hiperparametrų.
- Metodas gerai veikia su mažu duomenų kiekiu.
- Savaime gali klasifikuoti  $k > 2$  klases.
- Nereikia daug kompiuterinės galios.
- Nėra stipriai veikiamas išskirčių.
- Kai kuriuose taikymo srityse pasižymi gerais rezultatais:

Klasikiniai pavyzdžiai: dokumentų klasifikavimas, šlamšto žinučių aptikimas.

## Metodo trūkumai

- Pagrindinis trūkumas – prielaida apie požymių tarpusavio nepriklausomumą:
  - Daug dažnai pasitaikančių požymių negalima laikyti tarpusavyje nepriklausomais (pvz. asmens ūgis ir svoris).
  - Kai kuriais atvejais tam tikros požymių kombinacijos iš vis nėra įmanomos (vadinasi, tikrai nėra nepriklausomos).

## Metodo trūkumai

- Prognozuotos tikimybės dažnai yra stipriai nepatikimos (šie nukrypimai gaunami dėl požymių nepriklausomumo prielaidos pažeidimo). Tai didelis trūkumas jeigu uždavinys reikalauja ne tik galutinio sprendimo, bet ir prognozuotos klasės tikimybės.
- Reikalinga sąlyga, kad visi duomenų aibės požymiai po lygiai prisideda prie galutinio sprendimo (vienodai svarbūs).

Papildoma informacija

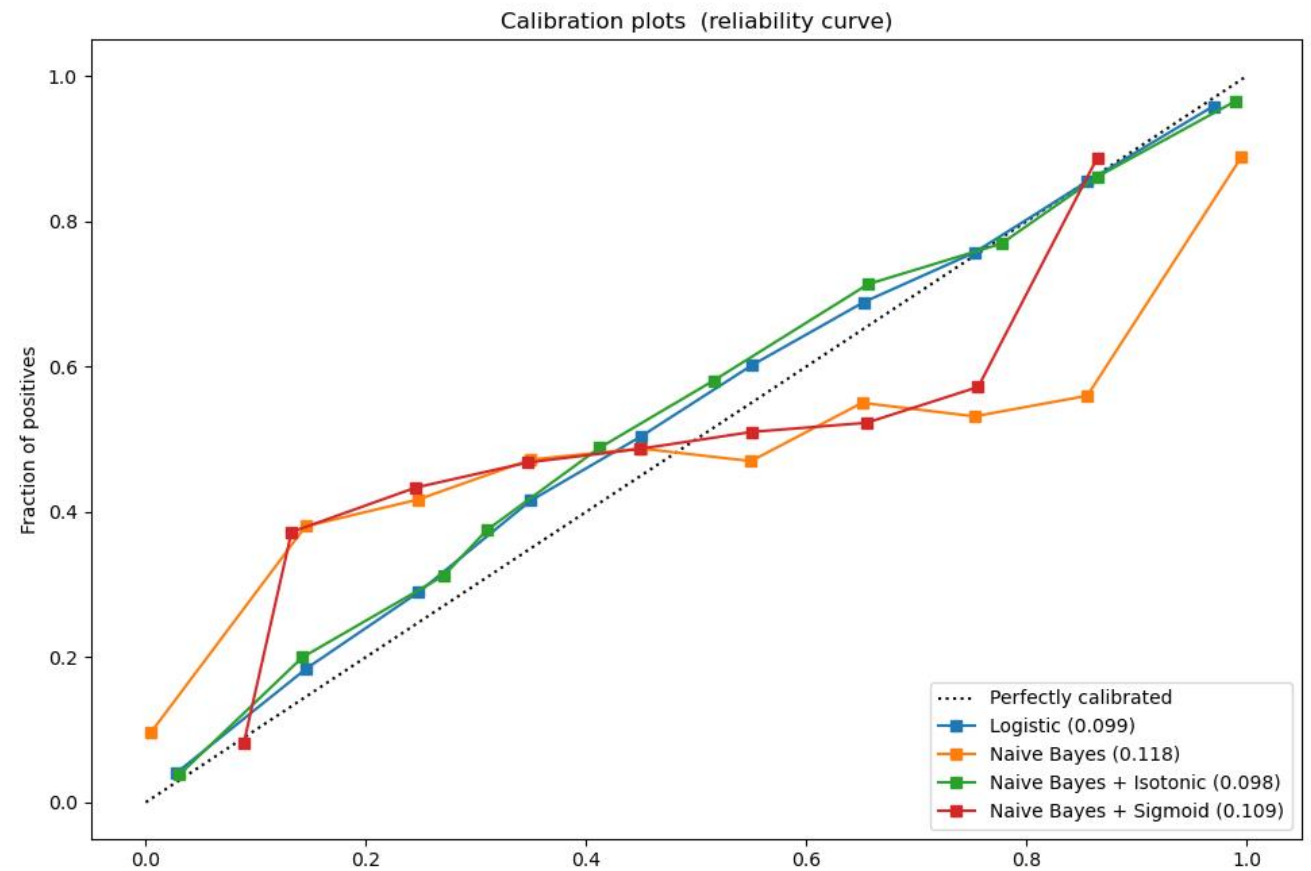
## Modelio kalibravimas

- Kaip minėta prieš tai, naivaus Bajeso klasifikatoriumi gaunamos nepatikimos tikimybės.
- Nepaisant to, klasifikatoriumi vis tiek galima gauti gerus rezultatus – svarbu tik kad tikrajame ir įvertintame klasių pasiskirstyme sutampa labiausiai tikėtinos klasės.

Pavaizduotas calibration plot:  
Mean predicted probability (x ašis)  
ir Fraction of positives (y ašis).

Grafike matomi prasti naivaus  
Bajeso klasifikatoriaus rezultatai.

Šiems rezultatams pagerinti  
egzistuoja kalibravimo metodai (su  
jais gauti rezultatai grafike  
pavaizduoti kitomis spalvomis).





- Už kalibravimą atsakingas specialus regresorius (kalibratorius), kuris pradines gautas tikimybes perveda į sukalibruotas.
- Matematiškai, jeigu  $f_i$  yra pradiniu klasifikatoriumi gauta tikimybė, tai kalibratoriumi siekiama gauti reikšmes  $p(y_i = 1|f_i)$ .
- Kalibratoriui apmokyti turi būti naudojami kiti duomenys negu buvo naudojami apmokyti patį klasifikatorių.

- Keli iš būdų atlikti klasifikatoriaus kalibravimą:

- Platt's scaling:  $p(y_i = 1|f_i) = \frac{1}{1+\exp(Af_i+B)}$

Pataiso nukrypimus, jeigu jie gali būti pataisomi sigmoidine funkcija.

A ir B – mokymo metu įvertinami parametrai.

- Izotoninė regresija: Minimizuojama  $\sum_{n=1}^n (y_i - \hat{f}_i)^2$  su sąlyga, kad jei  $f_i \geq f_j$ , tai  $\hat{f}_i \geq \hat{f}_j$ .

Neparametrinis metodas, kuris pataiso bet kokios formos nukrypimus, bet tikėtina gauti persimokymą.

Paruošta pagal:

- <https://jakevdp.github.io/PythonDataScienceHandbook/05.05-naive-bayes.html>
- [https://scikit-learn.org/stable/modules/naive\\_bayes.html](https://scikit-learn.org/stable/modules/naive_bayes.html)
- *An Empirical Study of the Naïve Bayes Classifier*. **Rish, I.** 2001 m., Empirical Methods for Artificial Intelligence.  
[https://www.researchgate.net/publication/228845263\\_An\\_Empirical\\_Study\\_of\\_the\\_Naive\\_Bayes\\_Classifier](https://www.researchgate.net/publication/228845263_An_Empirical_Study_of_the_Naive_Bayes_Classifier)

Ačiū už dėmesį