



Vilniaus Universitetas

# 1 laboratorinis

Skaitiniai metodai

Darbą atliko:

Dovydas Martinkus

Duomenų Mokslas 4 kursas 2 gr.

Vilnius, 2022

# Turinys

1	Užduoties ataskaita .....	3
1.1	Pusiaukirtos metodas .....	3
1.2	Niutono metodas.....	5
	Priedas .....	8

## 1 Užduoties ataskaita

Reikalinga išspręsti lygtį:

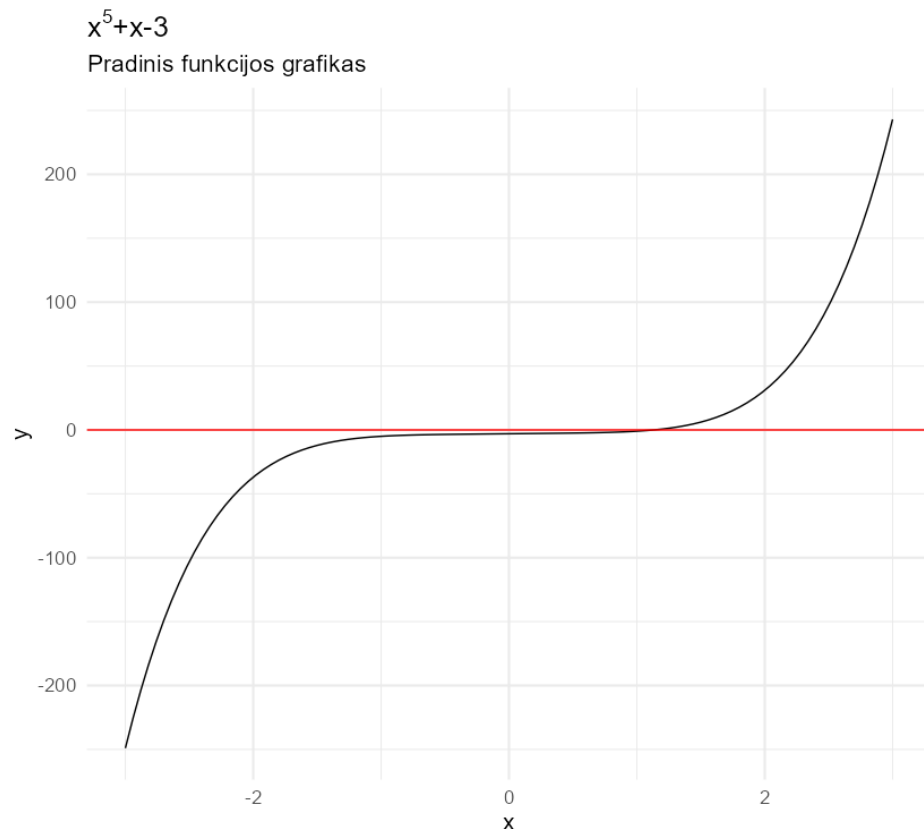
$$x^5 = -x + 3$$

Kitaip tariant, reikia rasti šaknį funkcijos:

$$f(x) = x^5 + x - 3$$

Šiam tikslui buvo naudojami pusiaukirtos ir Niutono metodai.

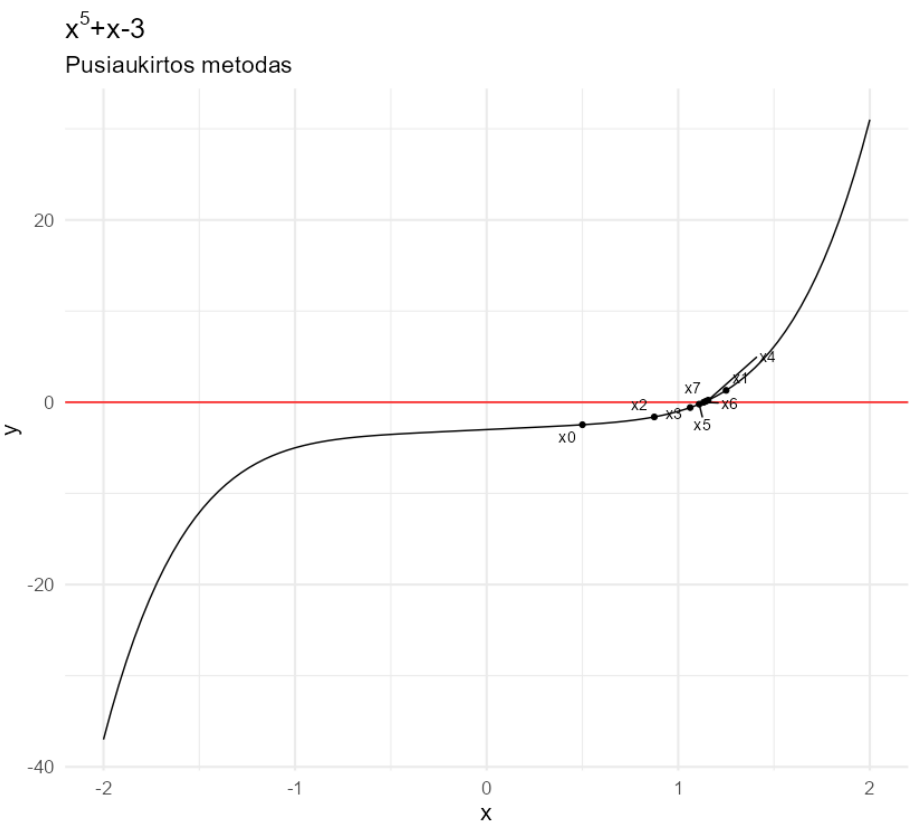
### 1.1 Pusiaukirtos metodas



1 pav. Funkcijos  $f(x)=x^5+x-3$  grafikas

Naudotas grafinis šaknų atskyrimas. Naudodamiesi aukščiau esančiu grafiku galime nesunkiai sudaryti intervalą, kurio galuose funkcija įgyja priešingų ženklų reikšmes, taip pat matome, kad šaknis yra vienintelė. Pradinis intervalas  $[a_0, b_0]$  pasirinktas lygus  $[-2, 0]$ . Leidžiama paklaida  $\epsilon$  pasirinkta lygi 0,0001.

Žemiau grafiškai ir lentelėje pateikti pusiaukirtos metodu gauti rezultatai:



2 pav. Pusiaukirtos metodo iteracijos lygčiai  $x^5+x-3=0$  spręsti

1 lentelė Iteracijų rezultatai naudojant pusiaukirtos metodą

n	$a_n$	$b_n$	$c_n$	$f(c_n)$	$ a_n - b_n /2$
0	-1	2	0.5	-2.46875	1.5
1	0.5	2	1.25	1.3017578	0.75
2	0.5	1.25	0.875	-1.6120911	0.375
3	0.875	1.25	1.0625	-0.5834188	0.1875
4	1.0625	1.25	1.15625	0.222861	0.09375
5	1.0625	1.15625	1.109375	-0.2103055	0.046875
6	1.109375	1.15625	1.1328125	-0.0017094	0.0234375
7	1.1328125	1.15625	1.1445312	0.1085167	0.0117188
8	1.1328125	1.1445312	1.1386719	0.0528968	0.0058594
9	1.1328125	1.1386719	1.1357422	0.025468	0.0029297
10	1.1328125	1.1357422	1.1342773	0.011848	0.0014648
11	1.1328125	1.1342773	1.1335449	0.0050615	7.324e-4
12	1.1328125	1.1335449	1.1331787	0.0016741	3.662e-4
13	1.1328125	1.1331787	1.1329956	-1.81e-5	1.831e-4
14	1.1329956	1.1331787	1.1330872	8.279e-4	9.16e-5

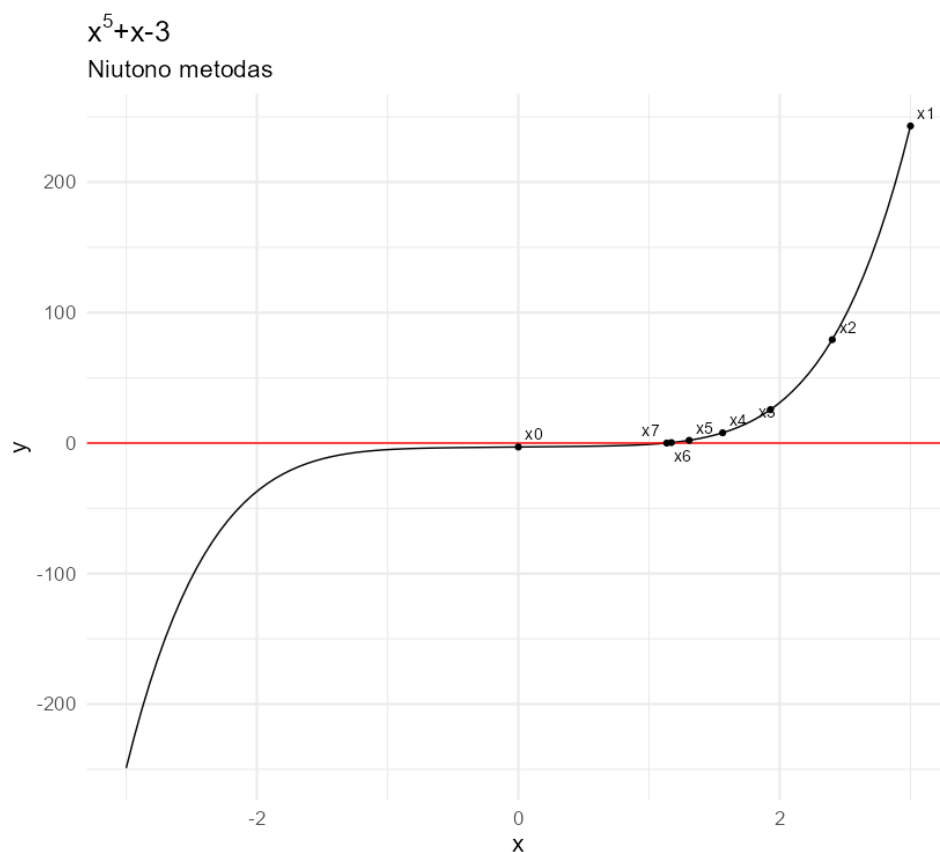
Konvergavimas pasiektas po 14 iteracijų. Patikrinimui gautą sprendinį įstatome į funkciją ir gauname  $f(1,1329956) = 0,0008278796$ .

Naudojant pusiaukirtos metodą turime, kad  $|c_n - c| \leq \frac{|a_n - b_n|}{2} \leq \epsilon$ . Kitaip tariant kiekvienos iteracijos metu paklaida mažinama per pusę, todėl metodo konvergavimo greitis yra tiesinis. Naudojant pusiaukirtos metodą konvergavimas yra garantuotas.

## 1.2 Niutono metodas

Pradinis artinys  $x_0$  pasirinktas lygus 0. Leidžiama paklaida  $\epsilon$  vėl pasirinkta lygi 0,0001.

Žemiau grafiškai ir lentelėje pateikti Niutono metodu gauti rezultatai:

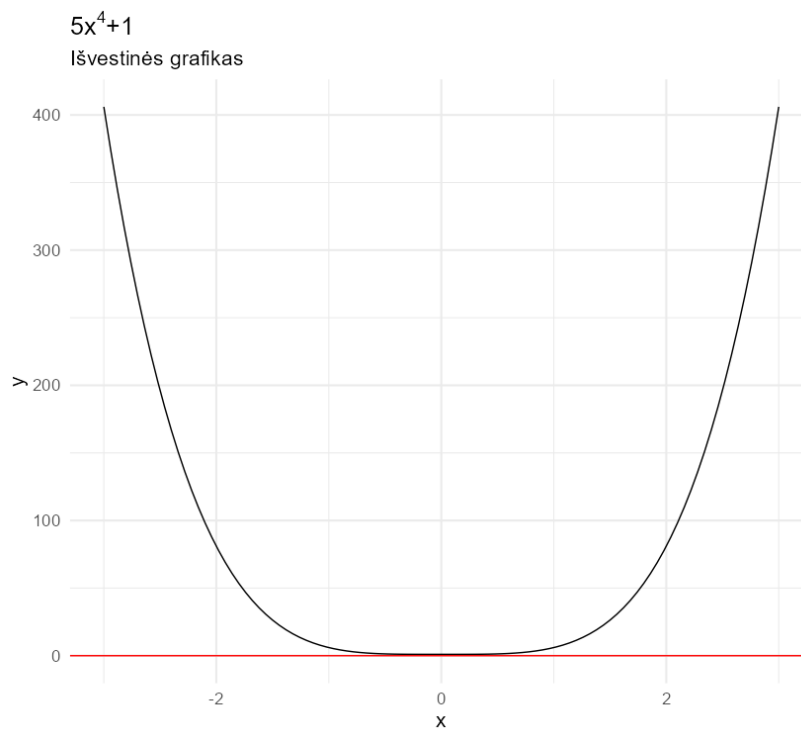


3 pav. Niutono metodo iteracijos lygčiai  $x^5+x-3=0$  spręsti

Lentelė 2 Iteracijų rezultatai naudojant Niutono metodą

n	$x_n$	$f(x_n)$	$ x_n - x_{n+1} $
0	0	-3	0
1	3	243	3
2	2.4014778	79.2731746	-0.5985222
3	1.9276308	25.5421894	-0.473847
4	1.5629215	7.8887151	-0.3647093
5	1.3070809	2.1222369	-0.2558406
6	1.1709893	0.3727224	-0.1360916
7	1.1351546	0.0199975	-0.0358347
8	1.1330049	6.75e-5	-0.0021498
9	1.1329976	0	-7.3e-6

Kaip matoma, konvergavimas pasiektas po 9 iteracijų. Vėl patikriname gautus rezultatus:  $f(1,1329976) = 0,0000003151953$ .



4 pav. Funkcijos  $f(x)=x^5+x-3$  išvestinės  $f'(x)=5x^4+1$  grafikas

Kadangi funkcijos  $f(x)$  šaknis  $c$  nėra kartotinė (iš funkcijos išvestinės grafiko matome, kad  $f'(c) \neq 0$ ), šiuo atveju naudojant Niutono metodą turime kvadratinį konvergavimo greitį.

Naudojant Niutono metodą konvergavimas nėra garantuotas. Iteracinė seka gali diverguoti kai:

- Perlinkio taškas ( $f'' = 0$ ) yra arti lygties šaknies
- Šaknis yra kartotinė
- Liestinė horizontali

Galiausiai lentelėje pateiktas pusiaukirtos, Niutono metodais ir naudojant R funkciją *uniroot()* gautų lygties sprendinių palyginimas:

*3 lentelė Skirtingais būdais gautų lygties sprendinių palyginimas*

Pusiaukirtos metodas	Niutono metodas	uniroot()
1.133087	1.132998	1.133026

## Priedas

Žemiau pateiktas naudotas programinis kodas:

```
# Dovydas Martinkus  
# Duomenų Mokslas 4k. 1gr.
```

```
func <- function(x) {  
  x^5 + x - 3  
}
```

```
derivative <- function(x) {  
  5*x^4 + 1  
}
```

```
####
```

```
intervalas <- function(an, bn, cn, func) {  
  if (func(an) * func(cn) < 0) {  
    return(c(an, cn))  
  } else {  
    return(c(cn, bn))  
  }  
}
```

```
pusiaukirtos <- function(a0, b0, func, eps) {  
  n <- 0  
  c0 <- mean(c(a0, b0))  
  a <- a0  
  b <- b0  
  c <- c0  
  
  repeat {  
  
    if ((abs(a[n+1] - b[n+1]) / 2 > eps)) {  
  
      if (func(c[n+1]) == 0) {  
        return(data.frame(a,b,c))  
      }  
  
      naujas_intervalas <- intervalas(a[n+1], b[n+1], c[n+1], func)  
      a <- c(a,naujas_intervalas[1])  
      b <- c(b,naujas_intervalas[2])  
      c_n <- mean(c(a[n+2],b[n+2]))  
      c <- c(c, c_n)  
  
      n <- n + 1  
  
    } else {  
      return(data.frame(a,b,c))  
    }  
  }  
}
```



```
}  
}
```

```
pusiaukirtos_lentele <- function(x) {  
  cbind(n=seq(0,lengths(x)[1]-1),  
        x,  
        y=func(x$c),  
        abs(x$a-x$b)/2)  
}
```

```
####
```

```
niutono <- function(x0, func, deriv, eps) {  
  x <- x0  
  n <- 0  
  
  repeat {  
    x_n <- x[n+1] - func(x[n+1]) / deriv(x[n+1])  
    x <- c(x, x_n)  
  
    if ((abs(x[n+2] - x[n+1]) > eps)) {  
      n <- n + 1  
    } else {  
      return(x)  
    }  
  }  
}
```

```
niutono_lentele <- function(x) {  
  data.frame(n=seq(0,length(x)-1),  
            x_n =x,  
            y = func(x),  
            `abs(x_n-x_{n+1})`=c(0,diff(x)),  
            check.names = FALSE)  
}
```

```
library(ggplot2)  
library(ggrepel)  
library(latex2exp)
```

```
#####
```

```
eps <- 0.0001
```

```
# pradinis funkcijos grafikas  
ggplot(data.frame(x = seq(-3, 3, 0.1)), aes(x)) +  
  geom_function(fun = func, colour = "black") +  
  geom_hline(yintercept = 0, color = "red") +
```

```
theme_minimal(base_size = 16) +
labs(title=TeX("x^5+x-3"), subtitle = "Pradinis funkcijos grafikas")
```

```
# išvestinės grafikas
ggplot(data.frame(x = seq(-3, 3, 0.1)), aes(x)) +
  geom_function(fun = derivative, colour = "black") +
  geom_hline(yintercept = 0, color = "red") +
  theme_minimal(base_size = 16) +
  labs(title=TeX("5x^4+1"), subtitle = "Išvestinės grafikas")
```

```
####
```

```
res <- pusiaukirtos(-2,0,func)
func(res$c[length(res$c)])
```

```
ggplot(data.frame(x = seq(-2, 2, 0.1)), aes(x)) +
  geom_function(fun = func, colour = "black") +
  geom_hline(yintercept = 0, color = "red") +
  theme_minimal(base_size = 16) +
  geom_point(data=pusiaukirtos_lentele(res)[1:8,],
    aes(x=c,y=y)) +
  geom_text_repel(data=pusiaukirtos_lentele(res)[1:8,], aes(x=c,y=y,label=paste0("x",n))) +
  labs(title=TeX("x^5+x-3"), subtitle = "Pusiaukirtos metodas")
```

```
pusiaukirtos_lentele(res)
```

```
####
```

```
xn <- niutono(0,func,derivative,eps)
func(xn[length(xn)])
```

```
ggplot(data.frame(x = seq(-3, 3, 0.1)), aes(x)) +
  geom_function(fun = func, colour = "black") +
  geom_hline(yintercept = 0, color = "red") +
  theme_minimal(base_size = 16) +
  geom_point(data=niutono_lentele(xn)[1:8,],
    aes(x=x_n,y=y)) +
  geom_text_repel(data=niutono_lentele(xn)[1:8,], aes(x=x_n,y=y,label=paste0("x",n))) +
  labs(title=TeX("x^5+x-3"), subtitle = "Niutono metodas")
```

```
niutono_lentele(xn)
```

```
####
```

```
palyginimas <- c(tail(res$c,1),tail(xn,1),uniroot(func,c(-3,3))$root)
names(palyginimas) <- c("Pusiaukirtos","Niutono","Uniroot()")
palyginimas
```

```
####
```

```
library(readr)
```

```
write_csv(round(niutono_lentele(xn),7),"n.csv")
```

```
write_csv(round(pusiaukirtos_lentele(res),7),"p.csv")
```

```
palyginimas
```