Vilniaus Universitetas

Paprastosios diferencialinės lygties pradinio uždavinio skaitinis sprendimas

4 laboratorinis darbas

Skaitiniai metodai

Darbą atliko:

Dovydas Martinkus

Duomenų Mokslas 4 kursas 1 gr.

Vilnius, 2022

**Turinys**

[1. Užduoties ataskaita 3](#_Toc122115573)

[Priedas 7](#_Toc122115574)

# Užduoties ataskaita

Reikalinga išspręsti Koši uždavinį:

intervale , taikant 4-pakopį Rungės-Kuto ir tripakopį (m=3, p=3) metodus.

Paklaidos vertinimui naudojamas Rungės metodas:

.

Šiuo atveju . Taip pat pasirinkta .

4-pakopiui Rungės-Kuto metodui naudota RK lentelė:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ½ | ½ |  |  |  |
| ½ | 0 | ½ |  |  |
| 1 | 0 | 0 | 1 |  |
|  |  |  |  |  |

3-pakopiui Rungės-Kuto metodui naudota RK lentelė:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ½ | ½ |  |  |
| 1 | -1 | 2 |  |
|  |  |  |  |

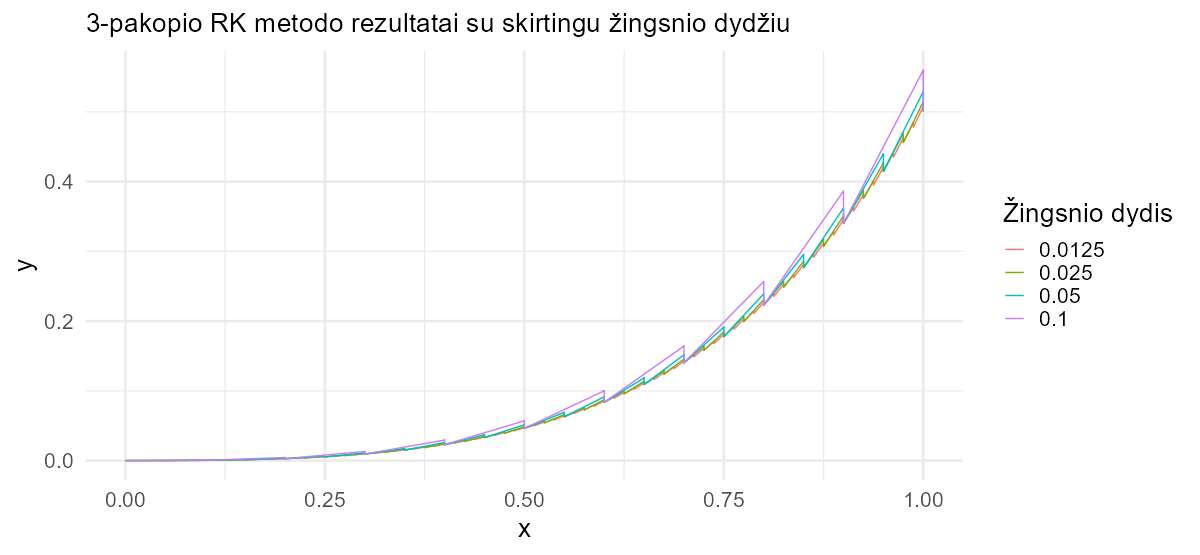
Žemiau lentelėje pateikta gauta paklaida (5 skaičių po kablelio tikslumu) naudojant skirtingus metodus ir žingsnio dydžius (1 lentelė):

lentelė Rungės metodu įvertinta paklaida naudojant skirtingus metodus ir žingsnio dydžius

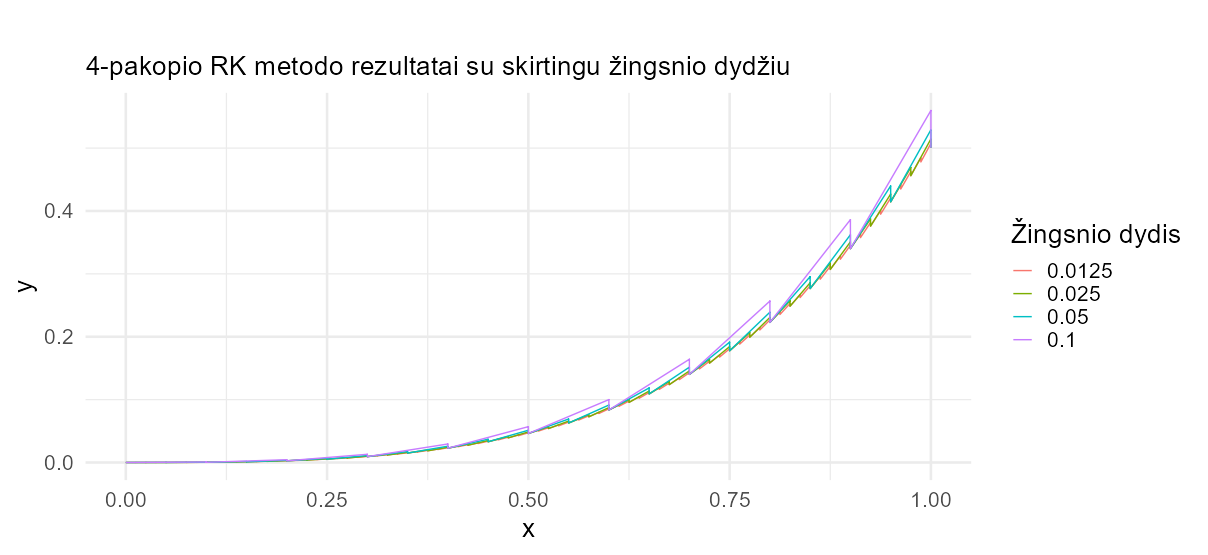
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Metodas | Žingsnio dydis | Paklaida |
| 3-pakopis | 0,1 | 0,00952 |
| 4-pakopis | 0,1 | 0,00446 |
| 3-pakopis | 0,05 | 0,00438 |
| 4-pakopis | 0,05 | 0,00205 |
| 3-pakopis | 0,025 | 0,00208 |
| 4-pakopis | 0,025 | 0,00097 |
| 3-pakopis | 0,0125 | 0,00101 |
| 4-pakopis | 0,0125 | 0,00047 |

Matome, kad gauta paklaida mažėja mažinant žingsnio dydį. Taip pat naudojant 4-pakopį metodą gaunamos mažesnės paklaidos, negu naudojant 3-pakopį.

Žemiau (1 ir 2 pav.) grafiškai pateikti gauti rezultatai naudojant skirtingus metodus ir žingsnio dydžius:



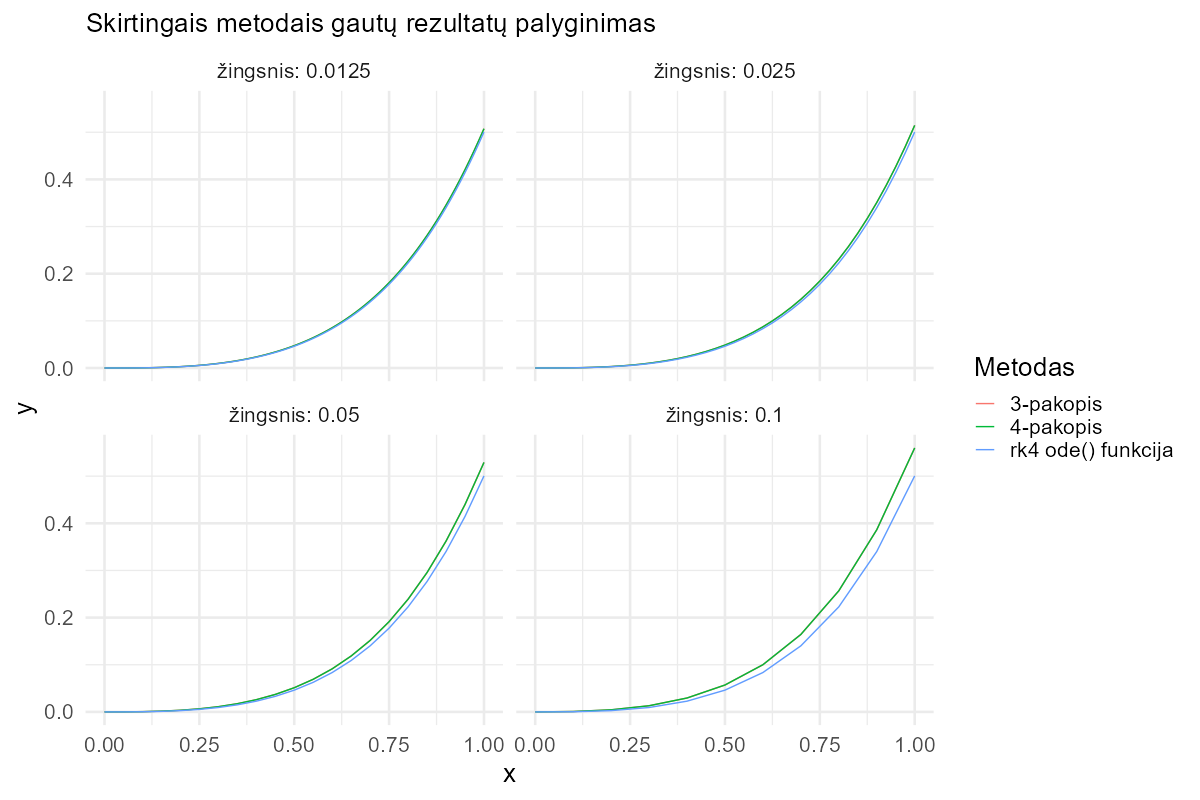
pav. 3-pakopiu RK metodu gauti rezultatai keičiant žingsnio dydį



pav. 4-pakopiu RK metodu gauti rezultatai keičiant žingsnio dydį

Gautiems rezultatams palyginti naudota R funkcija *ode* iš paketo *deSolve* su argumento *method* reikšme *rkMethod('rk4')* (4-pakopis Rungės-Kuto metodas).

Rastų sprendinių palyginimas naudojant skirtingus žingsnio dydžius ir metodus (3-pakopį, 4-pakopį ir R funkcijos *ode* metodą *rk4*) pateiktas žemiau (3 pav.):



pav. Gautų rezultatų naudojant skirtingus metodus ir žingsnio dydžius palyginimas

Iš aukščiau pateikto grafiko nematome ryškių skirtumų tarp rezultatų gautų naudojant 3-pakopį ir 4-pakopį metodus – su visais žingsnio dydžiais abejais metodais gautos kreivės persidengia. Tačiau pastebima, kad didėjant naudoto žingsnio dydžiui didėja ir skirtumas tarp gautų rezultatų ir *ode* funkcijos gražinamų rezultatų.

# Priedas

Žemiau pateiktas naudotas programinis kodas:

# Dovydas Martinkus

# Duomenų Mokslas 4k. 1gr.

# 4 uzduotis

###

## Funkciju aprasymas

funkcija <- function(x,u) {

x\*sin(2\*u) + x^2

}

tinklas <- function(start,end,step) {

N <- (end-start) / step

if (N%%1!=0) {

print('Netinkamas zingsnio dydis')

}

step \* 0:N

}

runges\_kuto <- function(func,m,u0,zingsnis,a,b,sigma,start=0,

end=1) {

tinklas <- tinklas(start,end,zingsnis)

n <- length(tinklas)-1

y <- u0

for (i in 1:n) {

y\_i <- y[i] + zingsnis \* k\_m(func,m,y[i],tinklas[i],

zingsnis,a,b,sigma)

y <- c(y,y\_i)

}

data.frame(x=tinklas,y=y,zingsnis=zingsnis,m=m)

}

k\_m <- function(func,m,y\_n,t\_n,zingsnis,

a\_array,b\_matrix,sigma\_array) {

k <- numeric()

for (i in 1:m) {

if (i == 1) {

a = 1

b\_sum = 1

}

else {

a = a\_array[i]

b\_sum <- b\_matrix[i,1:(i-1)] %\*% k

}

k\_i <- func(t\_n + zingsnis\*a, y\_n + zingsnis\*b\_sum)

k <- c(k,k\_i)

}

k %\*% sigma\_array[1:m]

}

runges\_paklaida <- function(func,m,u0,zingsnis,a,b,sigma,p,start=0,

end=1) {

result\_a<-runges\_kuto(func,m,u0,zingsnis,a,b,sigma,start=0,

end=1)

result\_b<-runges\_kuto(func,m,u0,zingsnis\*2,a,b,sigma,start=0,

end=1)

y\_tau <- result\_a[lengths(result\_a)[1],2]

y\_2tau <- result\_b[lengths(result\_b)[1],2]

data.frame(m=m,zingsnis=zingsnis,paklaida=abs(y\_2tau-y\_tau) / (2^p-1))

}

# 3-pakopis

a\_3 <- c(0,1/2,1)

sigma\_3 <- c(1/6,4/6,1/6)

b\_3 <- matrix(c(0,0,

1/2,0,

-1,2),nrow=3,byrow = TRUE)

runges\_kuto(funkcija,3,0,0.025,a\_3,b\_3,sigma\_3)

runges\_paklaida(funkcija,3,0,0.025,a\_3,b\_3,sigma\_3,3)

# 4-pakopis

a\_4 <- c(0,1/2,1/2,1)

sigma\_4 <- c(1/6,2/6,2/6,1/6)

b\_4 <- matrix(c(0,0,0,

1/2,0,0,

0,1/2,0,

0,0,1),nrow = 4,byrow = TRUE)

runges\_kuto(funkcija,4,0,0.025,a\_4,b\_4,sigma\_4)

runges\_paklaida(funkcija,4,0,0.025,a\_4,b\_4,sigma\_4,4)

# Rezultatu palyginimas

library(deSolve)

funkcija2 <- function(x,u,parms=NULL) {

list(funkcija(x,u))

}

r\_runges\_kuto <- function(func,rk,u0,zingsnis,start=0,end=1) {

tinklas <- tinklas(start,end,zingsnis)

y<- ode(times = tinklas, y = u0, func = func,

parms = NULL, method = rkMethod('rk4'))

data.frame(x=tinklas,y=y[,2],zingsnis=zingsnis,m=rk)

}

rezultatai <- NULL

paklaida <- NULL

for (i in c(0.1,0.05,0.025,0.0125)) {

rezultatai <-rbind(rezultatai,

runges\_kuto(funkcija,3,0,i,a\_3,b\_3,sigma\_3))

rezultatai <-rbind(rezultatai,

runges\_kuto(funkcija,4,0,i,a\_4,b\_4,sigma\_4))

rezultatai <-rbind(rezultatai,

r\_runges\_kuto(funkcija2,'rk4',0,i))

paklaida <- rbind(paklaida,

runges\_paklaida(funkcija,3,0,i,a\_3,b\_3,sigma\_3,3),

runges\_paklaida(funkcija,4,0,i,a\_4,b\_4,sigma\_4,4))

}

rezultatai$žingsnis <- factor(rezultatai$zingsnis)

rezultatai$m <- factor(rezultatai$m,labels=c("3-pakopis","4-pakopis","rk4 ode() funkcija"))

library(ggplot2)

ggplot(subset(rezultatai,1==1),aes(x,y,color=m)) +

geom\_line() + facet\_wrap(vars(žingsnis),labeller = 'label\_both') +

theme\_minimal(base\_size=20) + labs(subtitle='Skirtingais metodais gautų rezultatų palyginimas') +

scale\_color\_discrete("Metodas",)

ggplot(subset(rezultatai,m=4),aes(x,y,color=žingsnis)) +

geom\_line() +

theme\_minimal(base\_size=20) + labs(title='') + labs(subtitle='4-pakopio RK metodo rezultatai su skirtingu žingsnio dydžiu') +

scale\_color\_discrete("Žingsnio dydis")

ggplot(subset(rezultatai,m=3),aes(x,y,color=žingsnis)) +

geom\_line() +

theme\_minimal(base\_size=20) + labs(subtitle='3-pakopio RK metodo rezultatai su skirtingu žingsnio dydžiu') +

scale\_color\_discrete("Žingsnio dydis")