Darbo laboratorijoje taisyklės ir reikalavimai

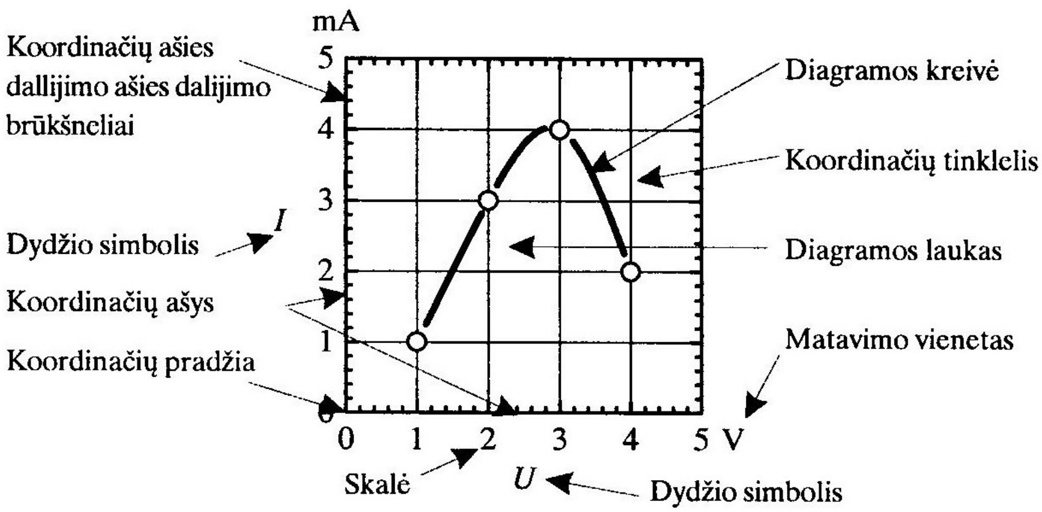
1. Iki semestro pabaigos turi būti padaryti ir apginti 5 laboratoriniai darbai.
2. Vieną darbą, tuo pačiu metu, atlieka vienas asmuo.
3. Neatlikus darbo paskirtu laiku be pateisinamos priežasties, reikia derinti laiką su kolegomis, kada darbas būtų neužimtas.
4. Neatlikus darbų semestro metu dėl nepateisinamos priežasties, studentas netenka teisės laikyti egzamino.
5. Studento pasirengimas darbui tikrinamas prieš atliekant darbą vertinant paruoštą darbo aprašymą bei klausimais iš teorinės medžiagos, darbo metodikos ir darbo eigos.
6. Tolimesnis laboratorinis darbas negali būti atliekamas turint bent 2 neužbaigtus (neapgintus) darbus.
7. Visi darbai turi būti susegti ar suklijuoti į vieną aplanką ar sąsiuvinį.
8. Atlikus darbą duoti pasirašyti laboratorinių darbų vedėjui.
9. Laboratorijoje nevalgyti ir nelaikyti gėrimų neužsuktoje taroje.
10. Atlikus darbą, sutvarkoma darbo vieta ir išjungiami prietaisai.
11. Laboratorinio darbo sąsiuvinyje kiekvienas darbas turėtų būti apipavidalintas taip:
    a) Ranka nurašytas darbo pavadimas,
    b) darbo užduotys,
    c) kontroliniai klausimai (į kontrolinius klausimus raštu atsakinėti neprivalu),
    d) darbo rezultatai,
    e) išvados,
    f) Diagramas rekomenduojama apdoroti kompiuterine programa “Origin” bei jas atspausdinti.

Ginantis darbą privaloma turėti darbo rezultatus skaitmeniniame formate (pvz., USB laikmenoje).

12. Apsigynus paskutinį laboratorinį darbą, studento darbas bus įvertintas nuo -1 iki +1 balo (pridedamas prie egzamino balo) pagal jų atlikimo kokybę, t.y. pasiruošimus laboratoriniams darbams, galutinį laboratorinių darbų apiforminimą, šių taisyklių laikymąsi ir pan.

5.2. Diagramų braižymo taisyklės

Remdamiesi diagramų braižymo taisyklėmis [18] ir standartais [7], paaiškinsime, kaip diagramose sudaromos koordinačių ašys (žr. 5.1 pav.), parenkamas mastelis, skalės ir koordinačių tinklelis, braižomos linijos ir atidedami taškai, žymimi dydžiai ir rašomi matavimo vienetai.

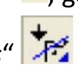


5.1 pav. **Diagramos (ar grafiko) elementai**
(skritulėliais pažymėti taškai, per kuriuos brėžiama kreivė)

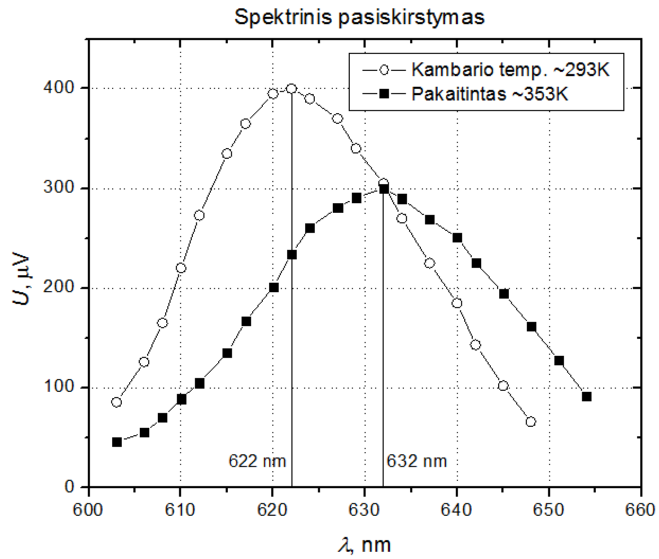
Taip pat, vienetai dažnai žyminimi “*U*, V” ar “*U* [V]”.

Kompiuterinei programai „Origin“ 8 ir naujesnėms jos versijoms.

Duomenų aproksimavimas tiesiškai

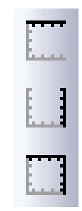
Nubraižius matavimų rezultatus grafiškai , dažnai pravartu juos aproksimuoti, pvz.: tiesiškai pasinaudodami funkcija „*Fit linear*“. Su įrankių „*Data selector*“ , galime apibrėžti ribas, kurioms bus taikoma aproksimavimo funkcija arba su įrankiu „*Mask points*“  galime selektyviai išrinkti taškus, kurie aiškiai neatitinka galimos tiesės ir neįtraukti jų į aproksimaciją. Atrinkus grafiškai tinkamiausius duomenis spaudžiame „*Analysis*“ --> „*Fitting*“ bei pasirenkame „*Fit linear*“. Reikėtų atkreipti dėmesį, kad „Origin“ programoje tiesės funkcija nurodoma *y*=a+b*x.* Funkcija “appearent fit ” leidžia pritaikyti aproksimaciją nepriklausomai nuo to ar duomenys atidėti tiesinėje ar netiesinėje skalėje, pvz.: log ar ln skalėse. Funkcija „fix intercept“ leidžia nustatyti *y* vertę, per kurią aproksimacija turėtų kirsti *y* ašį. Jei norėtume pratęsti aproksimaciją ir pamatyti kur *x* ašis yra atkertama, skiltyje „Fitted Curves Plot“ ties „Range“ pasirenkame „Span to Full Axis Range“. Tie patys aproksimavimos principai galioja ir polinominėms kreivėms („Polynomial Fit“). Tai pat verta priminti, kad tiesinę skalę pakeisti į logoritminę ar kitokią, galima du kart spragtelėjus kairiuoju pelės mygtuku ant norimos ašies arba vieną kartą spragtelėjus dešnį mygtuką bei pasirinkus skiltį „Scale...“ ir ties „Type“ pasirenkant norimą skalę.

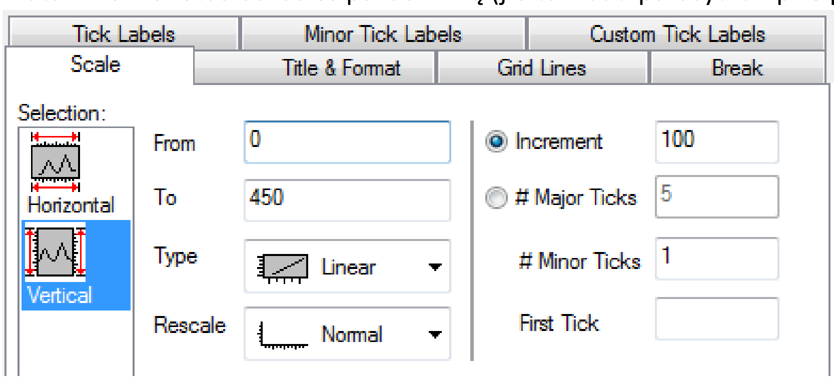
Tvarkingas grafikų apipavidalinimas



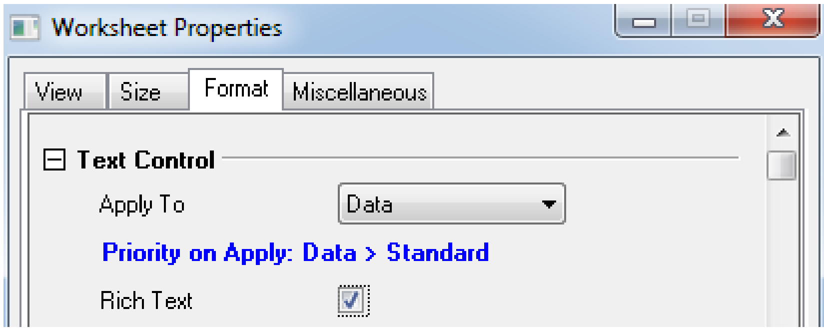
Siekiant padaryti aiškų ir visiems suprantamą grafiką reikia laikytis tam tikrų taisyklių. Čia pateikiami reikalavimų punktai su nuorodomis, kaip juos įgyvendinti naudojant OriginPro 8.6 programą:

- Grafikas turi būti įrėmintas iš visų keturių pusių – esant lange, kur nubraižytas grafikas, spaudžiame dešinėje ekrano esančioje vertikalioje įrankių juostoje esantį mygtuką, pavaizduotą dešinėje. Reikia nepamiršti, kad skalę reikia parinkti tokią pačią, kaip ir pagrindinėse x ir y ašyse. Skalę reguliuoti galime du kartus paspaudę ant jos ir skiltyje „Scale“ įrašę skalės pradžią bei pabaigą, padidėjimo intervalą. Taip pat, prie dešinės ir viršutinės grafiko ašies ištriname matavimo vienetus bei ašies pavadinimą (jie turi būti parašyti tik prie pagrindinių x ir y ašių)



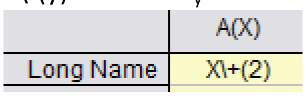


- Legenda turi būti su lietuviška abėcėle ir visada būti grafiko viduje – tiesiog paspaudę ant legendos perkeliame ją į patį grafiką, tačiau kad ji neužstotų paties grafiko ar kokios nors naudingos informacijos jame.
  Norint legendoje matyti lietuviškas raides reikia lentelėje esantį „Long name“ langelį pildyti pasirinkus kalbą Times New Roman Baltic arba bet kokią, kurios pavadinimas OriginPro programoje prasideda simboliu „@“. Antras variantas yra pasirinkus reikiamą „Long name“ langelį spausti „Format“ (ekrano viršuje), tada „Worksheet...“ ir iššokus lentelei pasirinkti Format skiltį. Toje skiltyje pažymėti varnelę prie „Rich text“ eilutės.



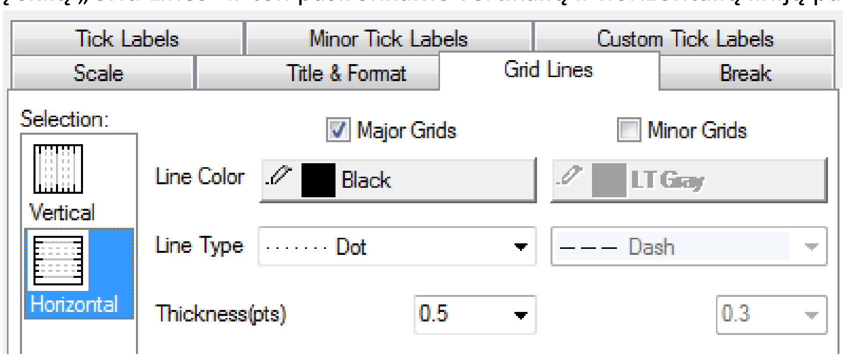
Atlikus vieną iš šių instrukcijų reikia nueiti į grafiką ir paspaudus ant legendos pasirinkti vieną iš prieš tai minėtų teksto šriftų.
PASTABA: ant nelegalių (nulaužtų) OriginPro programų šios funkcijos gali neveikti ir legendoje gali nepavykti įterpti lietuviškų raidžių.

- Norint x ar y ašies pavadinime panaudoti indeksus (žemiau ar aukščiau pakeltas mažesnio dydžio raides) reikia darbo lape („Worksheet“) „Long name“ langelyje naudoti sintaksę pateiktą pavyzdyje:
  x\+(y) tada bus x^y
  x\-(y) tada bus x_y



	A(X)
Long Name	X\+(2)

- Grafikas turi būti pavaizduotas su tinkleliu – paspaudus ant bet kurios ašies du kartus, nueiname į skiltį „Grid Lines“ ir ten pasirenkame vertikalių ir horizontalių linijų parametrus.



- x ir y ašių pavadinimai turi būti parašyti Arial 22 dydžio šriftu. Ašyje vaizduojamo dydžio pavadinimas arba jo sutrumpinimas turi būti pasviras (Italic), tačiau jeigu sutrumpinimas turi kažkokį indeksą (pavyzdžiui U_L), tai pats indeksas neturi būti pasviręs. To dydžio matavimo vienetai turi būti parašyti po kablelio ir jau nebenaudojant pasvirusio teksto funkcijos (Italic).

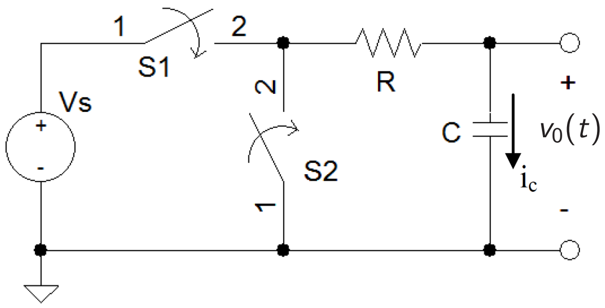
λ, nm

1 RC grandinėlė

Kondensatoriai plačiai naudojami elektronikos grandynuose, kaip energijos kaupikliai, kintamos srovės nepraleidžiančios grandys, filtruose, laikmačiuose. Todėl svarbu suprasti kaip veikia kondensatorius paprasčiausioje RC grandinėlėje bei suprasti tokios grandinės galimus atsako signalus.

1.1 Kondensatoriaus įkrovimas

Standartiškai veikdamas kondensatorius tam tikrą laiko dalį įkraunamas ir tam tikrą laiko dalį iškraunamas. Dažniausiai nagrinėjant grandynus teigiama, kad kondensatorius pirmiausia yra įkraunamas. Grandinėlėje atvaizduotoje Pav. 1, kai $t < 0$, abu jungikliai yra atjungti ir jokio krūvio nėra sukaupta kondensatoriuje. Tarkime, kad pradiniu laiko momentu kondensatorius išsikrovę arba $v_0(0) = 0$. Laiko momentu $t = 0$ jungiklis S1 įjungiamas ir kondensatorius pradedamas įkrauti.



Pav. 1: RC grandinėlė.

Aprašant tokios schemos veikimą matematiškai, srovės ir įtampos priklausomybę kondensatoriuje aprašysime taip:

$$i_c(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = C\frac{dv_c(t)}{dt}. \tag{1}$$

Srovė, tekanti per kondensatorių yra proporcinga išvestinei, įtampos krentančios ant kondensatoriaus. Koeficientas C yra talpa, kurios matavimo vienetas yra faradas (F). Pasinaudojant pirmąja Kirchhofo taisykle, kai laikas $t > 0$ gauname:

$$i_c(t) + \frac{v_0(t) - V_S}{R} = 0 \tag{2}$$

$$C\frac{dv_0(t)}{dt} + \frac{v_0(t) - V_\mathrm{S}}{R} = 0 \tag{3}$$

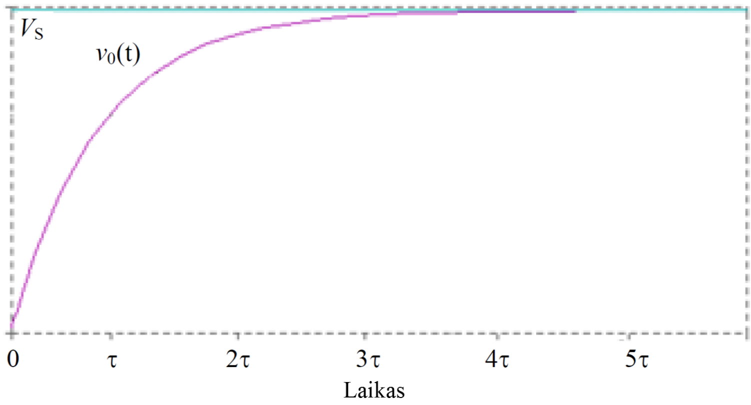
$$\frac{dv_0(t)}{dt} + \frac{v_0(t)}{RC} = \frac{V_\mathrm{S}}{RC} \tag{4}$$

Pastaba: kondensatoriaus įtampa v_c yra tokia pat, kaip ir išėjimo įtampa v_0. Kai $v_0(0) = 0$, tokios tiesinės diferencialinės lygties sprendinys yra:

$$v_0(t) = V_\mathrm{S}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right), \quad kai\ t > 0. \tag{5}$$

Turint omenyje, kad $\tau = RC$(laiko konstanta), lygtį 6 galima perrašyti:

$$v_0(t) = V_\mathrm{S}\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right), \quad kai\ t > 0. \tag{6}$$



Pav. 2: Kondensatoriaus įtampos kitimas laike įsikrovimo atveju.

Kaip matome iš 2 paveikslo, kondensatoriaus įtampa susilygins su maitinimo šaltinio įtampa (V_S), kai $t \to \infty$. Taigi, klausimas, kada visgi jau galime teigti, kad šios dvi įtampos yra lygios? Laiko konstanta leidžia įvertinti, kaip greitai sistema reaguoja į pokyčius. Praktiniais ir paprastumo sumetimais laikoma, kad grandinė yra pilnai įkrauta ar iškrauta praslinkus 5 laiko konstantoms.

$$
\begin{aligned}
v_0(5\tau) &= V_{\mathrm{S}}\left(1 - e^{\frac{5\tau}{RC}}\right) \\
&= V_{\mathrm{S}}\left(1 - e^{\frac{5RC}{RC}}\right) \\
&= V_{\mathrm{S}}\left(1 - e^{-5}\right) \\
&= 0,993V_{\mathrm{S}}
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Taigi, praėjus 5 laiko konstantoms galime teigti, kad kondensatorius yra faktiškai įkrautas.

Kai eksponentė pasiekia vertę $e^{\frac{-t}{\tau}}$, pvz.: $-t/2 = -2$. Trumpai tariant, 63, 2% kondensatoriaus bus įkrauta praslinkus vienai laiko konstantai (e^{-1})(pav.1) arba po vienos laiko konstantos kondensatorius įtampa sumažės 36, 8% nuo pradinės amplitudės (pav.2,3).

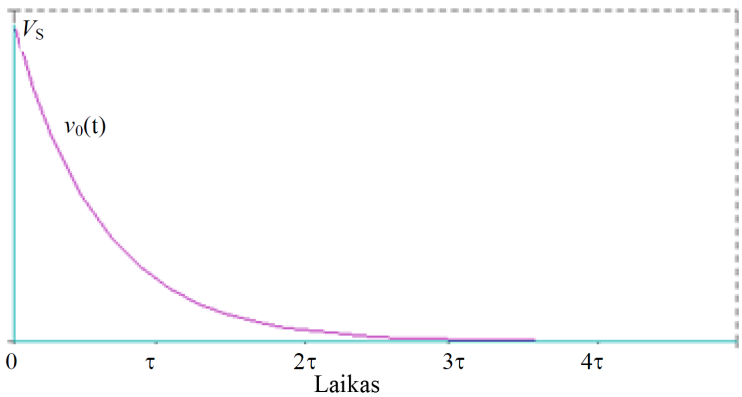
1.2 Kondensatoriaus išsikrovimas

Tarkime, kad kondensatorius yra įkrautas iki vertės V_{in} ir laiko momentu $t = 0$ jungiklis S1 įjungiamas, o jungiklis S2 atjungiamas (pav. 1). Kaip ir anksčiau, pasinaudojant pirmąja Kirchhofo taisykle, kai $V_{\mathrm{S}} = 0$

$$
C\frac{dv_0(t)}{dt} + \frac{v_0(t)}{R} = 0, \tag{8}
$$

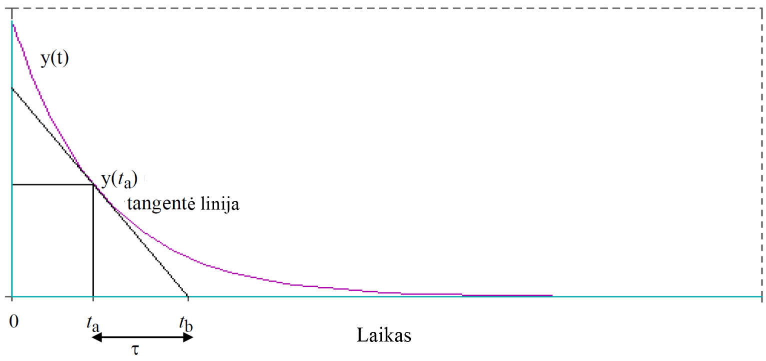
ir pradiniu laiko momentu kondensatorius įtampa $v_0(0) = V_{\mathrm{in}}$, tai tokios tiesinės diferencialinės lygties sprendinys yra:

$$
v_0(t) = V_{\mathrm{in}}e^{-\frac{t}{RC}}, \quad kai\ t > 0. \tag{9}
$$



Pav. 3: Kondensatoriaus įtampos kitimas išsikrovimo atveju.

Jei funkcija, kintanti nuo laiko, yra eksponentinė, galima pritaikyti grafinį metodą nustatant laiko konstantos vertę. Išsikrovimo atveju (pav.4), tangentinę liestinę galima brėžti per bet kurį kreivės $y(t_0)$ tašką. Šio taško x koordinatė bei liestinės x ašies kirtimo taško skirtumas yra laiko konstantą: $\tau = t_b - t_a$. Įsikrovimo atveju būtų $\tau = t_a - t_b$.

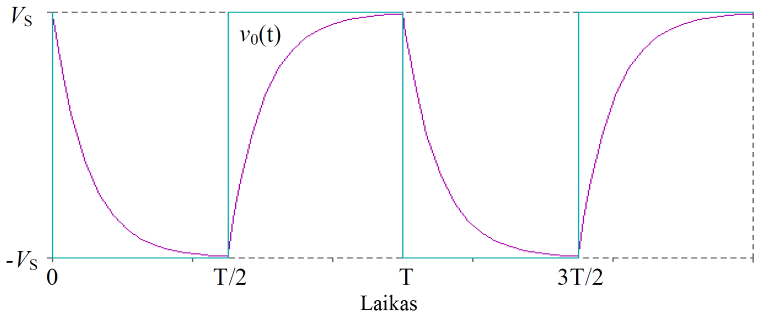


Pav. 4: Grafinio metodo iliustracija nustatinėjant τ vertę.

1.3 Integruojanti grandinėlė

1.3.1 RC grandinėlės atsakas į stačiakampius įtampos impulsus

Esant pakankamai ilgam stačiakampiui įtampos signalo periodui ($T/2 > 5\tau$), eksponentinio atsako signalo amplitudė per tokį laiką spės pasiekti vertę, artimą V_S, o vizualiai arba oscilografe turėtume matyti panašų vaizdą kaip paveiksle 5.

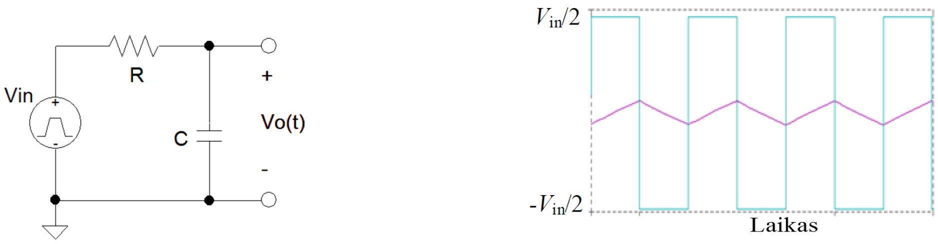


Pav. 5: Nuosekliai sujungtos RC grandinėlės atsakas į periodinį stačiakampį įtampos impulsą.

1.3.2 RC grandinėlės atsakas į trikampius įtampos impulsus

6 paveiksle pavaizduota grandinėlė bei jos galimas atsakas (trikampis signalas) į stačiakampį įėjimo signalą. Pasinaudojant pirmaja Kirchhofo taisykle grandinėlę galima aprašyti taip:

$$C\frac{v_0(t)}{dt} + \frac{v_0(t) - v_{\text{in}}(t)}{R} = 0 \tag{10}$$



Pav. 6: Integruojanti grandinėlė bei jos galimas atsakas į stačiakampį įėjimo signalą.

Jei laiko konstanta yra santykinai didelė palyginti su įėjimo signalo pusperiodžiu ($T/2$),tai tokiu atveju, grandinėlės išėjimo įtampos amplitudė bus labai maža - nes nespės pakankamai įsikrauti. Tokiu atveju galima užrašyti, kad $v_0(t) = 0$ bei atlikti matematinius pertvarkymus:

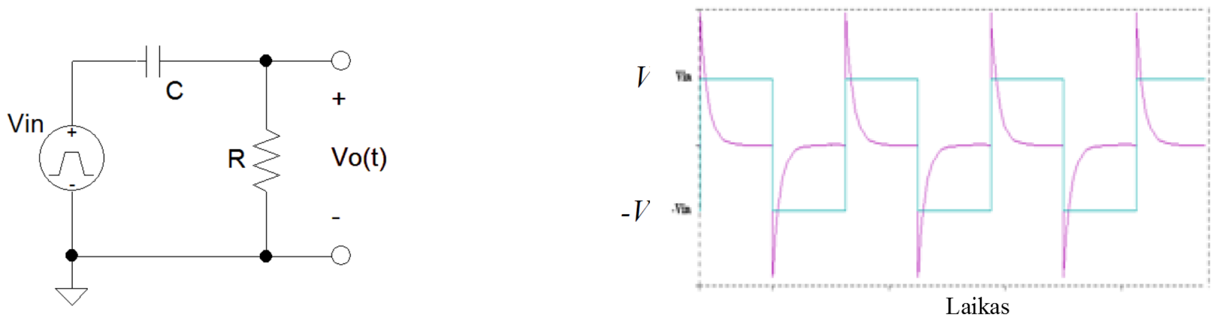
$$\begin{aligned}
C\frac{v_0(t)}{dt} + \frac{0 - v_{\text{in}}(t)}{R} &= 0 \\
\frac{dv_0(t)}{dt} + \frac{-v_{\text{in}}(t)}{RC} &= 0 \\
dv_0(t) &= \frac{1}{RC} v_{\text{in}}(t)dt \\
kai\ 5\tau \ll \frac{T}{2}, \quad v_0(t) &\approx \frac{1}{RC}\int v_{\text{in}}(t)dt
\end{aligned} \tag{11}$$

Be to, kai ši sąlyga yra išpildyta įėjimo įtampa yra apytiksliai lygi išėjimo įtampai. Trumpai tariant, norint, kad grandinėlė, atvaizduota pav.3 veiktų kaip integruojanti, kondensatoriaus įsikrovimo laikas turi būti daug ilgesnis nei įėjimo impulso periodas.

1.4 Diferencijuojanti grandinėlė

Prie grandinėlės (pav.7) prijungiamas analogiškas signalas, kaip ir anksčiau nagrinėtu atveju. Samprotauti apie įtampos signalo atsako kinetiką, pavaizduotą paveiksle 7, kai vyksta įėjimo įtampos amplitudės pokytis galima taip: per labai trumpą laiką prijungtas įtampos signalas pakinta santykinai didele verte arba kitaip tariant, didelė įtampos išvestinės vertė reiškia, kad, tuo metu, per kondensatorių pradeda tekėti didelė srovė. Taigi, jei laiko konstanta yra santykinai trumpa, palyginti su pusperiodžiu, tai atsako signalas bus proporcingas įėjimo signalo išvestinei.

$$kai\ 5\tau \ll \frac{T}{2}, \quad v_0(t) \approx RC\frac{dv_{\text{in}}(t)dt}{dt} \tag{12}$$



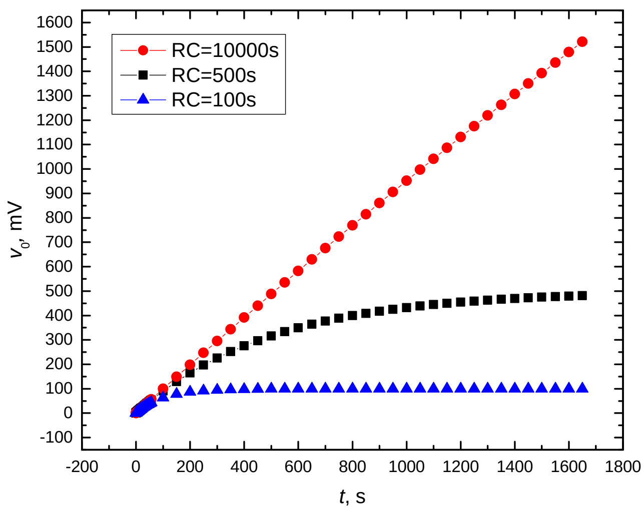
Pav. 7: Diferencijuojanti grandinėlė bei jos atsakas į stačiakampį įėjimo signalą.

Paveiksle 7 matome, kai įėjimo signalas nekinta, tai ir atsako signalas lygus nuliui (konstantos išvestinė lygi nuliui), o didžiausios atsako signalo vertės, ties kilimo ir leidimosi frontais.

Esant tiesiškai kylančiam įėjimo įtampos signalui atsako signalas kis pagal dėsnį:

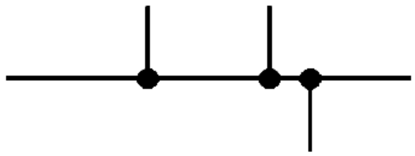
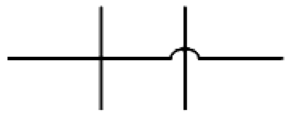
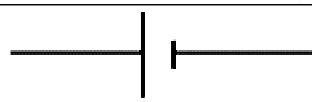
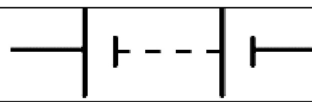
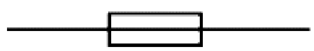
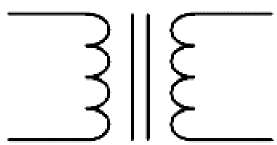
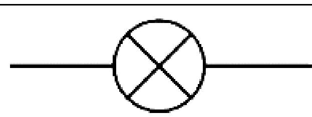
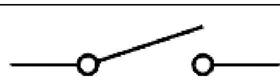
$$v_0(t) = ARC\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right), \tag{13}$$

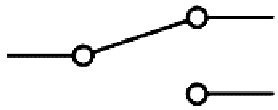
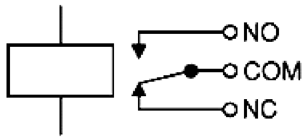
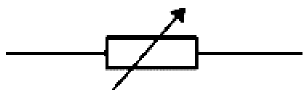
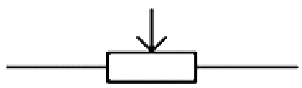
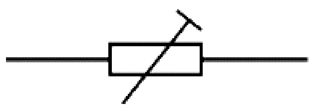
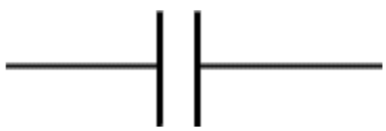
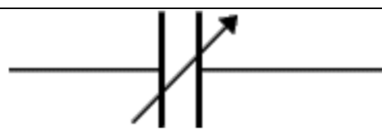
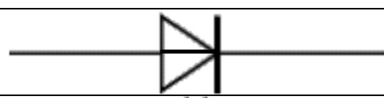
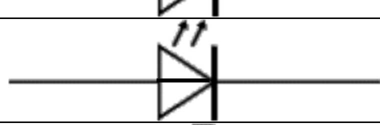
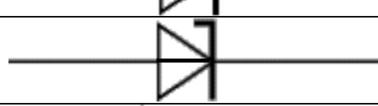
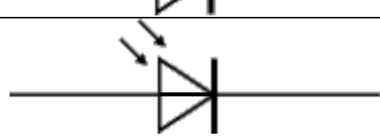
kur A yra įtampos kilimo greitis. Iš formulės 13 matome, kad įtampa krintanti ant kondensatoriaus priklausys nuo įtampos kilimo greičio (įtampos pokytis per signalo periodo trukmę), RC konstantos (pvz.: diodo), matavimo įrangos (pvz.: oscilografo įėjimo kanalo varža 50 Ω) bei laiko. Paveiksle 8 atvaizduoti išėjimo signalai esant trims skirtingoms RC vertėms. Kai

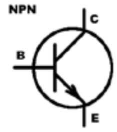
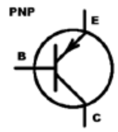
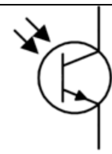
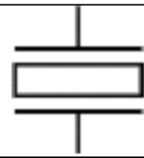
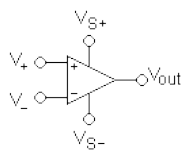
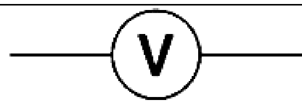
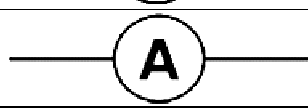
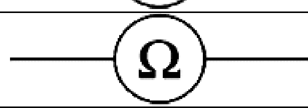
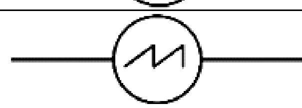
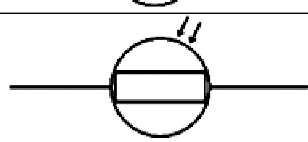
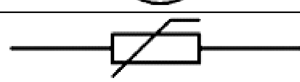
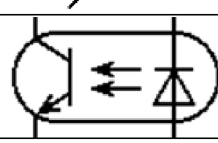
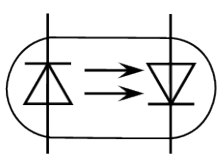


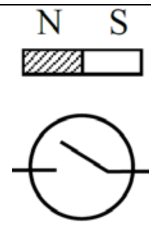
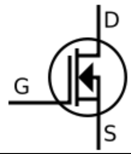
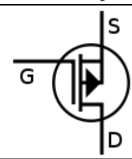
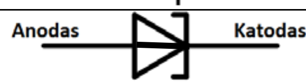
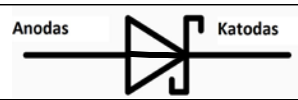
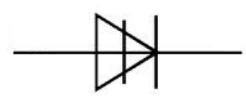
Pav. 8: Diferencijuojanti grandinėlė bei jos atsakas į trikampį įėjimo signalą.

RC yra palyginama su įėjimo signalo periodo trukme (šiuo atveju 500 s), oscilografe matysime eksponentinį kilimą, kol kondensatorius įsikraus. Tačiau, matuodami esant tokiai pat laiko skleistinei, kai RC (10000 s) yra daug ilgesnis nei periodas, įtampa kils tiesiškai - tiesiog seka įėjimo signalą - reikia daug ilgesnio laiko tarpo įkrauti kondensatorių, o mūsų stebima dalis yra iš pradinės eksponentės tiesinės dalies. Kitu atveju, kai RC (100 s) yra trumpesnis nei periodas, atsakas panašėja į stačiakampį arba, kitaip tariant, įtampa greičiau pasiekia maksimalią vertę ir kondensatorius yra daug staigiau įkraunamas, esant tokiai pat laiko skleistinei. Taigi, jei įėjimo trikampis signalas išėjime tampa stačiakampiu, tai reiškia, kad signalas perėjęs per RC grandinėlę buvo išdiferencijuotas.

Komponentas	Žymėjimas	Komentaras
Laidas		Sudaryti jungtį tarp dviejų grandyno elementų
Laidų sujungimas		Kiekvienas atskirų laidų sujungimas pažymimas jungimo tašku
Nesujungti laidai		Nesujungti laidai neturi papildomai pažymėto jungimo taško
Maitinimo elemntas		Tiekia elektros srovę į grandinę. Ilgasis vertikalus brukšnys žymį "+" ženklą, trumpasis "-"
Kelių celių baterija		Tiekia elektros srovę į grandinę.
Nuolatinės srovės šaltinis		DC=Direct Current
Kintamos srovės šaltinis		AC=Alternating Current
Saugiklis		Saugumo elementas, kuris nutraukia tolimesnį srovės tekėjimą(išsilydo), jei yra viršijama tam tikra srovės vertė.
Transformatorius		Transformatorius sudarytas iš metalinės šerdies ir apvijų, gali žeminti arba aukštinti kintamą įtampą
Įžeminimas		Tiesioginė jungtis į žemę. Daugeliui elektronikos įtaisų tai reikštų, kad šioje vietoje yra 0V potencialas maitinimo šaltinio atžvilgiu.
Elektros lemputė		Elektrinius impulsus verčia į šviesą
Šildytuvas		Verčia elektros energija į šilumą
Ritė		Tekanti srovė per ritę sukuria magnetinį lauką.
Jungiklis 3		Sunjungia arba atjungia grandinę.

Dvigubas jungiklis		Perjungimas tarp dviejų grandinės dalių
Relė		Relė yra automatikos įrenginys valdomos grandinės būsenai pakeisti šuoliu. Dažniausiai šiuo žodžiu vadinamas prietaisas kuriame viena grandine tekanti srovė sujungia ar atjungia kitą, nepriklausomą, relėje elektriškai nesusijusią elektros grandinę.
Varžas		Riboja srovę tekančią per grandinę. Kartais žymima ir taip: 
Reostatas		Turi du kontaktus, skirtas reguliuoti srovės dydį tekančios per grandinę pvz.: reguliuoti elektros variklio greitį.
Potenciometras (kintamasis varžas)		Turi tris kontaktus, dažniausiai skirtas reguliuoti įtampai.
Paderinamasis varžas		Skirtas suderinti schemą gamybos metu.
Kondensatorius		Kaupia elektros kruvį. Blokuoja DC, bet praleidžia AC.
Kintamas kondensatorius		Naudojamas radijo imtuvuose.
Paderinamasis kondensatorius		
Diodas		Praleidžia srovę viena kryptimi
Diodinis šviestukas		Verčia elektros srovę į šviesą
Stabilitronas		Įtampos stabilizatorius
Fotodiodas		Detektuoja šviesą

NPN tranzistorius		Naudojamas srovės stiprinimui, grandinės valdymui.
PNP tranzistorius		Naudojamas srovės stiprinimui, grandinės valdymui.
Fototranzistorius		Šviesai jautrus tranzistorius
Pjezodaviklis		Verčia elektrinį signalą į garsinius (mechaninius) virpesius
Operacinis stiprintuvas		Stiprina signalą
Voltmetras		Matuoja įtampą
Ampermetras		Matuoja srovę
Ommetras		Matuoja varžą
Oscilografas		Atvaizduoja elektrinius virpesius laiko ir įtampos skalėje
Fotovaržas		Nuo apšviestumo priklausantis varžas
Termistorius		Nuo temperatūros priklausantis varžas
Optronas (tranzistorinis)		Verčia optinį signalą į elektrinį
Optronas (diodinis)		Verčia optinį signalą į elektrinį

Herkonas		Jungiklis, perjunginėjamas magnetinio lauko
MDP n kanalo tipo lauko tranzistorius		Stiprina signalą
MDP p kanalo tipo lauko tranzistorius		Stiprina signalą
Tunelinis diodas		Didele veikimo sparta pasižymintis diodų tipas
Šotkio diodas		
Dinistorius		Puslaidininkinis ketursluoksnis diodas; vart. kaip nevaldomas el. grandinių perjungiklis
Termopora		Matuoti temperatūrai

Termoelektriniai bei termovaržiniai termometrai graduojami pagal medžiagų lydymosi, virimo bei trigubų taškų temperatūras.

4. TIESIOGINIŲ MATAVIMŲ PAKLAIDOS

Kiekvienas dydis gali būti išmatuotas tik ribotu tikslumu, priklausančiu nuo prietaisų tikslumo, matavimo sąlygų bei metodo ir kitų priežasčių. **Intervalas, kurio ribose tikėtinas matavimo rezultato nuokrypis į didesnių ar mažesnių verčių pusę, vadinamas neapibrėžties intervalu.** Užrašant išmatuoto dydžio neapibrėžties intervalą, nurodomos jo rėžių mažesnioji (x_m) ir didesnioji (x_d) vertės: $[x_m, x_d]$. Neapibrėžties intervalo rėžių verčių skirtumas vadinamas **neapibrėžtimi:** $x_d - x_m = \delta x$. Pavyzdžiui, matuojant ilgį mikrometru, rezultato neapibrėžties intervalas sudaro 0,01 mm. Nuokrypis nuo matavimo rezultato gali būti tiek teigiamas, tiek neigiamas. **Skaičius, parodantis, koks absoliutus nuokrypis nuo matavimo rezultato yra tikėtinas, vadinamas absoliučiąja matavimo paklaida.** Teigiami ir neigiami nuokrypiai nuo matavimo rezultato dažniausiai praktikoje pasitaikančiais atvejais yra vienodai tikėtini. Tada galima sakyti, kad absoliučioji paklaida lygi pusei neapibrėžties intervalo. Jeigu išmatuota dydžio vertė lygi x, o matavimo paklaida – Δx, tai neapibrėžties intervalas lygus verčių $x + \Delta x$ ir $x - \Delta x$ skirtumui. Matavimo rezultatas užrašomas kartu su paklaida: $x \pm \Delta x$. Absoliučiosios paklaidos ir išmatuoto dydžio verčių santykis $\frac{\Delta x}{x}$ vadinamas **santykine matavimo paklaida**, o analogiškas neapibrėžties santykis $\frac{\delta x}{x}$ – **santykine neapibrėžtimi**. Jos išreiškiamos dešimtainėmis trupmenomis arba procentais.

Pagal pasireiškimo kartojant matavimus pobūdį paklaidos skirstomos į **sistemines** ir **atsitiktines**. Kartojant matavimus, atsitiktinės paklaidos absoliutus dydis ir ženklas kinta, o sisteminė paklaida išlieka pastovi.

Sistemines paklaidas lemia matavimo prietaisų netikslumai, eksperimento metodikos netobulumai, teorinio modelio ir aprašomo fizikinio proceso neatitikimas bei kiti pastovūs veiksniai. Matavimo prietaiso sąlygojama sisteminė paklaida pateikiama jo techniniame pase. Ji parodo, koks tikėtinas verčių pasiskirstymo intervalas, kartojant matavimą kitais to paties tipo prietaisais, kai nėra atsitiktinių matavimą lemiančių veiksnių.

Rodyklinio elektros srovės arba įtampos matavimo prietaiso skalės plokštėje užrašoma procentinė paklaida, atitinkanti rodyklės nuokrypį per visą skalę (ribinę matavimo vertę). Ji vadinama tikslumo klase. Pagal ją apskaičiuojama prietaiso absoliučioji paklaida. Pavyzdžiui, ampermetro ribinės matavimo vertės (I_m) yra 2 ir 5 A, o tikslumo klasė $k=0,5$. Srovės stiprio sisteminę paklaidą apskaičiuosime pagal formulę $\Delta I = I_m k 10^{-2}$. Pirmuoju atveju gausime 0,01 A, o antruoju – 0,025 A. Elektroninių skaitmeninių srovės ir įtampos matavimo prietaisų sisteminės paklaidos dažniausiai sudaro 0,1–0,01%. Įtampos ir srovės pokyčius jais galima išmatuoti paskutinio skaitmens vieneto tikslumu.

Metalinės 1000 mm liniuotės sisteminė paklaida lygi 0,2 mm, o 300 mm ir mažesnių – 0,1 mm. Medinių 500 mm liniuočių paklaida – 1 mm. Šios paklaidos atitinka maksimalų matuojamą ilgį. Matuojant ilgį metaline liniuote, atskaitos paklaida gali būti didesnė už jos sisteminę. Slankmačių ir kampamačių sisteminės paklaidos lygios jų nonijaus skalių padalų vertėms – 0,1 arba 0,05 mm, o mikrometrų, skirtų ilgiams iki 100 mm matuoti, sudaro 0,005 mm. Objektmikrometro (optinės skalės) 1 mm ilgio su 0,1 mm padalomis paklaida lygi 2 μm. Okuliarinio mikrometro 1 mm ilgio paklaida sudaro 5 μm.

Tūrio matavimo indo iki 25 cm³ sisteminė paklaida sudaro 1% maksimalios vertės, o 50–1000 cm³ tūrio – 0,5%. Skystį perpylus, paklaida dvigubinama.

Sekundometro rankinio paleidimo ir stabdymo paklaida lygi 0,3 s. Ji lemia tikslumą matuojant trukmes iki vienos minutės. Matuojant mechaniniu 0,2 s žingsnio sekundometru ilgesnes trukmes, sisteminė paklaida didėja ir esant 15 min. vertei ji lygi 1 s. Elektromechaniniai sekundometrai daug tikslesni. Jų sisteminės paklaidos sudaro 0,02–0,03 s.

Gyvsidabrinių ir spiritinių termometrų, skirtų temperatūrai nuo 0 iki 100°C matuoti, sisteminės paklaidos lygios vienos padalos vertei, jei ji atitinka 1 arba 2 K. Jeigu padalos vertė 0,1 K, sisteminė termometro paklaida lygi 0,2 K. Temperatūros pokyčius galima išmatuoti atskaitos tikslumu.

Ketvirtosios tikslumo klasės svarelių paklaidos pateikiamos 2 lentelėje.

2 lentelė. **Ketvirtosios tikslumo klasės svarelių paklaidos**

m,g	0,05	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	10	200	500
Δm,mg	1	1	2	3	4	6	8	12	20	40	60	80

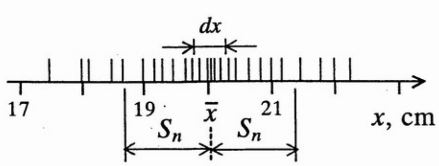
Trečiosios tikslumo klasės svarelių paklaidos dešimt kartų mažesnės už ketvirtosios, o antrosios – penkiasdešimt kartų.

Ketvirtosios tikslumo klasės garsinio dažnio srovės generatoriaus dažnio paklaida randama pagal formulę $3\% + \frac{2Hz}{\nu}$, o trečiosios klasės – $1\% + \frac{2Hz}{\nu}$.

Atsitiktines paklaidas lemia įvairios priežastys, priklausančios nuo laiko, pavyzdžiui, vibracijos, temperatūros bei elektros tinklo įtampos kitimų, eksperimentatoriaus klaidų ir t. t. Tarkime, n kartų matuodami dydį x, gavome vertes $x_1, x_2 \ldots x_i \ldots x_n$. Kokia yra ieškomo dydžio vertė? Tokiais atvejais dydžio verte laikoma ta, kuri labiausiai tikėtina, kitaip tariant, kuriai lygių bei artimų verčių yra daugiausia. Dažniausiai praktikoje pasitaikančiais atvejais tiksliausiai ieškomojo dydžio vertę atitinka gautų duomenų aritmetinis vidurkis:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}. \tag{1.15}$$

Tuo vaizdžiai galime įsitikinti pažymėję gautas vertes brūkšneliais x ašyje. Aiškiai pamatysime, kad ties $\bar{x}$ verte brūkšnelių tankis didžiausias. Be to, didesnių ir mažesnių už $\bar{x}$ verčių skaičiai apytikriai vienodi. Paprasčiausiu tai iliustruojančiu eksperimentu gali būti trinties jėgos matavimai spyruokliniu dinamometru. Matavimų duomenų pasiskirstymas vaizduojamas 10 pav.



10 pav. **Matavimo duomenų pasiskirstymas pasireiškiant atsitiktinėms paklaidoms**

Skirtumas

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x} \tag{1.16}$$

vadinamas **atskiro matavimo absoliučiąja atsitiktine paklaida**. Pavienės Δx_i vertės iš esmės nieko nepasako apie matavimo metodo tikslumą. Šiam tikslui paklaidų teorijoje naudojamas dydis, vadinamas vidutine kvadratine atskiro matavimo paklaida:

$$s_n = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}. \tag{1.17}$$

Ji šiek tiek didesnė už vidutinę aritmetinę paklaidą:

$$r_n = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n}. \tag{1.18}$$

Matavimų skaičiui didėjant, s_n vidutiniškai šiek tiek didėja, artėdama prie ribinės vertės σ, vadinamos standartiniu nuokrypiu.

$$\sigma = \lim_{n \to \infty} s_n. \tag{1.19}$$

Taip yra todėl, kad paeiliui atliktų dviejų matavimų vertės dažniausiai skiriasi mažiau negu labiau nutolusių. Matavimų skaičius laikytinas begaliniu, kai jam didėjant s_n kitimo galima nepaisyti. Standartinio nuokrypio kvadratas vadinamas ribine dispersija, o s_n^2 – pasirinktine dispersija. Kai matavimų skaičius pakankamai didelis, $\sigma = 1{,}25 s_n$.

Dažniausiai praktikoje pasitaiko tokie matavimo duomenų pasiskirstymo požymiai: į neapibrėžties intervalą $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ patenka apie 70% gautų duomenų, aritmetinis vidurkis atitinka tikimiausią vertę (didžiausią pasirodymo tikimybę), teigiamų ir neigiamų nuokrypių nuo jo skaičiai praktiškai vienodi. Šie požymiai būdingi atsitiktinių dydžių Gauso (normaliajam) pasiskirstymui.

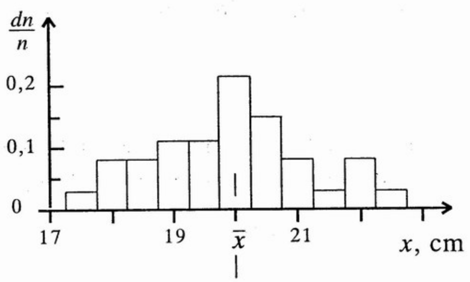
Tikimybė yra riba, prie kurios artėja santykis matavimų, kuriuos atliekant gauti numatomi rezultatai, skaičiaus (Δn) su visu matavimų skaičiumi (n), kai jį galima laikyti be galo dideliu.

$$p = \lim_{n \to \infty} \frac{\Delta n}{n}. \tag{1.20}$$

Tarkime, gautas dydžio x vertes padalijome vienodais nedideliais intervalais dx (11 pav.). Tokiu atveju tikimybę patekti matavimo rezultatui į pasirinktąjį intervalą [x, x + dx.] išreiškia santykis

$$dp = \frac{dn}{n}. \tag{1.21}$$

Tokios tikimybės pasiskirstymas, gautas pagal 10 pav. pateiktus matavimų rezultatus, pavaizduotas 11 pav. Jame išreikšti pagrindiniai Gauso pasiskirstymo bruožai.



11 pav. **Tikimybės patekti matavimo rezultatui į pasirinktąjį verčių intervalą pasiskirstymas**

Tikimybė patekti matavimo rezultatui į vienetinį verčių intervalą vadinama tikimybės tankiu. Pasirinktąjį verčių intervalą [x, x + dx.] atitinka tikimybės tankis:

$$Y = \frac{dp}{dx}. \tag{1.22}$$

Įrašę (1.21) formulę į (1.22) gausime, kad

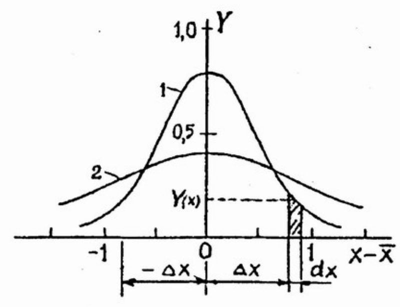
$$Y = \frac{dn}{n\,dx}. \tag{1.23}$$

Kai matavimų duomenys pasisikirsto pagal Gauso dėsnį, tikimybės tankio pasiskirstymą aprašo funkcija

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\bar{x}-x)^2}{2\sigma^2}}. \tag{1.24}$$

Jos grafikai, atitinkantys skirtingas σ vertes, pavaizduoti 12 pav. Kuo tikslesni matavimai, tuo smailesnė funkcijos grafiko forma. Kai tikimybės tankio funkcija žinoma, tikimybė patekti matavimo rezultatui į intervalą [x, x + dx.], išreiškiama naudojant (1.22) formulę:

$$dp(x) = Y(x)dx. \tag{1.25}$$



12 pav. **Gauso pasiskirstymo funkcijos grafikai: 1-σ = 0,5; 2–σ = 1**

Intervalas dx turi būti gana mažas, kad Y kitimo jo ribose galima būtų nepaisyti. Tokiu atveju tikimybė $dp(x)$ proporcinga atitinkamam ploteliui po Gauso funkcijos grafiku (12 pav.). Gauso funkcija aprašo ir dydžių algebrinės sumos $y = x \pm z \pm \ldots$ verčių pasiskirstymą, jeigu pagal ją pasiskirsto parametrų x, z, ... vertės. Tokiu atveju

$$\sigma_y^{\,2} = \sigma_x^{\,2} + \sigma_z^{\,2} + \ldots, \tag{1.26}$$

o atitinkama vidutinė kvadratinė paklaida

$$s_{ny} = \sqrt{s_{nx}^2 + s_{nz}^2 + \ldots}. \tag{1.27}$$

Integruodami (1.25) lygtį, rasime tikimybę patekti matavimo rezultatui į verčių intevalą nuo $\bar{x} - \Delta x$ iki $\bar{x} + \Delta x$:

$$p = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\Delta x}^{\Delta x} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} dx; \tag{1.28}$$

čia $\Delta x = \bar{x} - x$. Ši tikimybė vadinama **patikimumo koeficientu** arba **pasikliaujamąja tikimybe**. Jos vertės randamos skaitmeniniu būdu ir pateikiamos specialiose lentelėse kaip santykio $\frac{\Delta x}{\sigma}$ funkcija. Didėjant nuokrypiui Δx, patikimumo koeficientas artėja prie vieneto. Pavyzdžiui, kai $\frac{\Delta x}{\sigma}=1$, tai $p=0{,}68$, kai $\frac{\Delta x}{\sigma}=2$, $p=0{,}95$, o kai $\frac{\Delta x}{\sigma}=3$, $p=0{,}997$.

Kadangi s_n yra vidutiniškai mažesnė už σ, tai ir intervalą $\Delta x=s_n$ atitinka p vertė, mažesnė negu 68%. Analogiškai, kai $\Delta x=2s_n$, vertė bus mažesnė negu 95%. Dabar galioja metrologinis standartas, reikalaujantis, kad į paklaidos (Δx) sąlygojamą neapibrėžties intervalą $[\bar{x}-\Delta x;\ \bar{x}+\Delta x]$ patektų 95% išmatuotų verčių. Pageidaujama tikimybė pasiekiama padauginus s_n iš tam tikro koeficiento t_{np}, apskaičiuoto tikimybių teorijos metodais ir vadinamo Stjūdento koeficientu. Šie koeficientai priklauso nuo matavimų skaičiaus (n) ir pasirinktos tikimybės (p). Jų vertės pateikiamos 3 lentelėje. Kai matavimų skaičius gana didelis, Stjūdento koeficientas lygus $\frac{\Delta x}{\sigma}$ santykiui. Pavyzdžiui, kai $p=0{,}68$, tai n didėjant t_{np} artėja prie vieneto, o kai $p=0{,}95$ – prie dviejų.

3 lentelė. **Stjūdento koeficientai**

n\p	0,68	0,95	0,99	n\p	0,68	0,95	0,99
2	2,0	12,7	63,7	9	1,1	2,3	3,4
3	1,3	4,3	9,9	10	1,1	2,3	3,3
4	1,3	3,2	5,8	15	1,1	2,2	3,1
5	1,2	2,8	4,6	20	1,1	2,1	3,0
6	1,2	2,6	4,0	40	1,1	2,0	2,7
7	1,1	2,4	3,7	80	1,0	2,0	2,6
8	1,1	2,4	3,5				

Sandauga

$$\Delta x = s_n \cdot t_{np} \tag{1.29}$$

vadinama **vidutine atsitiktine (pasikliaujamąja) atskiro matavimo paklaida.** Ji apibūdina matavimo metodo tikslumą atsitiktinių veiksnių atžvilgiu.

Kai $p=0{,}68$, Stjūdento koeficientas lygus σ, ir s_n santykiui. Tokiu atveju užrašysime, kad

$$\sigma = s_n \cdot t_{n0,68}. \tag{1.30}$$

Ši formulė leidžia rasti standartinį nuokrypį σ esant nedideliam matavimų skaičiui.

Matavimų skaičius praktiškai visada ribotas, todėl aritmetinis vidurkis $\bar{x}$ yra priklausantis nuo matavimų skaičiaus dydžio su atitinkama atsitiktine paklaida. Kitaip tariant, atlikę kelis kartus po n matavimų, gausime skirtingas $\bar{x}$ vertes. Skirtumai tarp šių verčių bus gerokai mažesni negu tarp atskirų matavimų. Aritmetinį vidurkį sudaro n verčių suma (1.15), kurios kiekvieną narį atitinka ta pati vidutinė kvadratinė paklaida s_n/n. Tokios sumos vidutinei kvadratinei paklaidai galioja (1.27) formulė, todėl aritmetinio vidurkio vidutinė kvadratinė paklaida

$$\overline{s_n}=\sqrt{n\cdot\left(\frac{s_n}{n}\right)^2}. \tag{1.31}$$

Taigi

$$\overline{s_n}=\frac{s_n}{\sqrt{n}}. \tag{1.32}$$

Įrašę čia s_n išraišką (1.17), gausime

$$\overline{s_n}=\sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+...+(x_n-\bar{x})^2}{n\cdot(n-1)}}. \tag{1.33}$$

Aritmetinio vidurkio vidutinė kvadratinė paklaida $\sqrt{n}$ kartų mažesnė negu atskiro matavimo. Didėjant matavimų skaičiui, ji artėja prie nulio. Analogiškai kaip ir atskiram matavimui užrašysime, kad **vidutinė atsitiktinė (pasikliaujamoji) aritmetinio vidurkio paklaida**

$$\overline{\Delta x} = \overline{s_n} \cdot t_{np}. \tag{1.34}$$

Ji visiškai apibūdina gauto rezultato tikslumą, jeigu sisteminės paklaidos galima nepaisyti.

Pasitaiko, kai vienas ar keli matavimo duomenys skiriasi nuo kitų. Tai liudija, kad pasireiškė didelės atsitiktinės paklaidos, nebūdingos kitiems matavimo duomenims. Skaičiuojant atsitiktines paklaidas, tokie duomenys atmetami. Atmestinais laikomi tokie matavimų duomenys, kurių nuokrypiai nuo vidurkio $x_i-\bar{x}\geq 3s_n$. Po atmetimo skaičiuojamas naujas aritmetinis vidurkis ir randama vidutinė kvadratinė paklaida.

$$\Delta y = y\sqrt{\left(m\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(n\frac{\Delta z}{z}\right)^2 + \ldots}\,. \qquad (1.45)$$

Matome, kad bet kurio dydžio $\left(x^m\right)$ ir jo atvirkštinės vetrės $\left(x^{-m}\right)$ santykinės paklaidos yra vienodos, nes $\left(m\frac{\Delta x}{x}\right)^2 = \left(-m\frac{\Delta x}{x}\right)^2$.

6. NETIESIOGINIŲ MATAVIMŲ PAKLAIDŲ SKAIČIAVIMO FORMULIŲ IŠVEDIMO PAVYZDŽIAI

Panagrinėsime kai kurių netiesioginių matavimų, atliekamų mechanikos mokomojoje laboratorijoje, paklaidų skaičiavimo formulių išvedimus, naudojant (1.36), (1.37), (1.40), (1.42) ir (1.45) formules.

1. Reaktyvioji jėga randama pagal formulę

$$F_r = \frac{4\rho V^2}{\pi d^2 t^2}, \qquad (1.46)$$

išmatavus vandens, ištekėjusio pro skersmens d angą, tūrį V ir tekėjimo trukmę t.

Skaičiuojant paklaidą, vandens tankis ρ laikomas tiksliu koeficientu. Pasinaudoję (1.45) formule gausime, kad reaktyviosios jėgos paklaida

$$\Delta F_r = 2F_r\sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}\,. \qquad (1.47)$$

2. Sukamųjų svyravimų metodu matuojamas šlyties modulis apskaičiuojamas pagal formulę

$$G = \frac{8\pi l Y}{r^4 \cdot \left(T_2^2 - T_1^2\right)}; \qquad (1.48)$$

čia l, Y, r, T_1 ir T_2 – matuojami parametrai. Pažymėję $a = T_2^2 - T_1^2$ ir pasinaudoję (1.45) formule, užrašysime:

$$\Delta G = G\sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)^2 + \left(4\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2}\,. \qquad (1.49)$$

Paklaidą Δa rasime pagal (1.37) formulę:

$$\Delta a = 2\sqrt{\left(T_1 \cdot \Delta T_1\right)^2 + \left(T_2 \cdot \Delta T_2\right)^2}\,. \qquad (1.50)$$

3. Kai tiriamas rutulių centrinis smūgis, jų greičiai išreiškiami formule

$$v = 2\sqrt{l \cdot g} \cdot \sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (1.51)$$

Matuojamieji parametrai yra ilgis l ir kampas α, o laisvojo kritimo pagreitis laikomas tiksliu dydžiu. Pažymėję $b = \sin\frac{\alpha}{2}$ ir pasinaudoję (1.45) formule, gausime:

$$\Delta v = v\sqrt{\left(\frac{\Delta l}{2l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{a}\right)^2}\,. \qquad (1.52)$$

Parametro b paklaidą rasime pagal (1.36) formulę:

$$\Delta b = \frac{\Delta \alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}. \qquad (1.53)$$

Pažymėtina, kad šioje formulėje kampo paklaida $\Delta\alpha$ turi būti išreikšta radianais.

7. MATAVIMŲ REZULTATO IR PAKLAIDOS APVALINIMAS

Iki šiol nenagrinėjome, kokiu tikslumu galima užrašyti matavimo paklaidą. Aišku, kad paklaidą nebūtina žinoti tiksliau negu išmatuotąjį dydį. Paklaidą pakanka įvertinti gana apytikriai, todėl jos tikslumas neskaičiuojamas. Paklaidos vertė užrašoma maždaug trisdešimties procentų arba dviejų reikšminių skaičių tikslumu. Reikšminiais laikomi visi skaičiai, išskyrus nulį po kablelio. Nulis laikomas reikšminiu skaičiumi tik tada, kai jis yra tarp kitų skaičių. Skaičiai 1, 2, 3 ir 4 apvalinami atimant, o kiti – pridedant. Pavyzdžiui, jeigu Δx = 0,0154, tai atmetę skaičių 4 užrašome Δx = 0,015; jeigu Δx = 0,205, tai suapvalinę užrašome Δx = 0,21. Kai matavimų skaičius neviršija dešimties, galima apsiriboti vienu reikšminiu skaičiumi, jei jis didesnis už 4.

Matavimo rezultatas apvalinamas tiek, kad jo ir paklaidos paskutiniai skaičiai būtų tos pačios eilės. Pavyzdžiui, jeigu matavimo rezultatas $\bar{x}$ = 3,428 cm, o paklaida $\Delta\bar{x}$ = 0,279, tai galutinai suapvalinę užrašysime $\bar{x}$ = (3,43 ± 0,28) cm. Galutinis matavimo rezultatas užrašomas kartu su jo absoliučiąja paklaida. Dimensija ir bendras daugiklis rašomi už skliaustų. Pavyzdžiui, Bolcmano konstanta $k = (1{,}380622 \pm 0{,}000044) \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$. Įvertinant matavimo tikslumą, būtina apskaičiuoti ir santykinę paklaidą.

Pažymėtina, kad skaičiavimų tikslumas turi būti dešimteriopai didesnis negu matavimų.

8. MATAVIMO REZULTATŲ VAIZDAVIMAS IR MATEMATINIS APDOROJIMAS

Matavimo rezultatų registravimas, jų matematinis apdorojimas ir pavaizdavimas yra fizikinio eksperimento dalis. Atliekant bandymą, daugkartinių matavimų ir funkcinių sąryšių tyrimo rezultatai rašomi į lenteles. Pirmiausia užrašomi tiesioginiai prietaisų rodmenys, matematiškai jų neapdorojant ir nekeičiant matavimo vienetų. Be to, lentelėse gali būti pirminių duomenų matematiniai pertvarkymai, atlikti prieš įrašant juos į ieškomų dydžių skaičiavimo formules.

Lentelės grafos viršuje užrašomas dydžio simbolis ir matavimo vienetas. Priklausomai nuo dydžio vertės naudojami kartotiniai, daliniai arba pagrindiniai vienetai. Dydžio ir jo vieneto simboliai atskiriami skliaustais arba kableliu. Jeigu dydis bedimensis, greta jo simbolio gali būti rašomas kartotinis arba dalinis daugiklis. Pavyzdžiui, $10^2 tg\varphi$. Tokiu atveju grafoje įrašyti skaičiai rodo šimtą kartų padidintas $tg\varphi$ vertes. Matavimo rezultatų lentelės pavyzdys pateiktas 13 pav.

4 lentelė. **Rutulių tampraus smūgio trukmės ir jėgos priklausomybė nuo greičio**

α (deg)	v (cm/s)	τ (μs)	F (kN)

13 pav. **Matavimo rezultatų lentelės pavyzdys**

Grafiškai vaizduodami matavimo rezultatus, visų pirma parenkame tinkamus mastelius koordinačių ašyse, atsižvelgdami į argumento (priežasties) ir funkcijos (pasekmės) kitimo ribas. Mastelį reikėtų parinkti

tokį, kad kitimo ribas atitinkantys geometriniai intervalai būtų maždaug vienodi arba skirtųsi ne daugiau kaip dvigubai. Išimtį gali sudaryti silpnai išreikštos priklausomybės, kai būtina atsižvelgti į verčių išsklaidymą dėl atsitiktinių paklaidų. Dydžio, reiškiančio priežastį, vertės atidedamos x ašyje, o reiškiančio pasekmę – y ašyje. Šalia koordinačių ašių užrašomi dydžių simboliai ir jų dimensijos, analogiškai kaip ir lentelių grafose. Be to, dydžio simbolis ir dimensija gali būti atskiriami trupmeniniu brūkšniu, pavyzdžiui, $\frac{F}{kN}$.

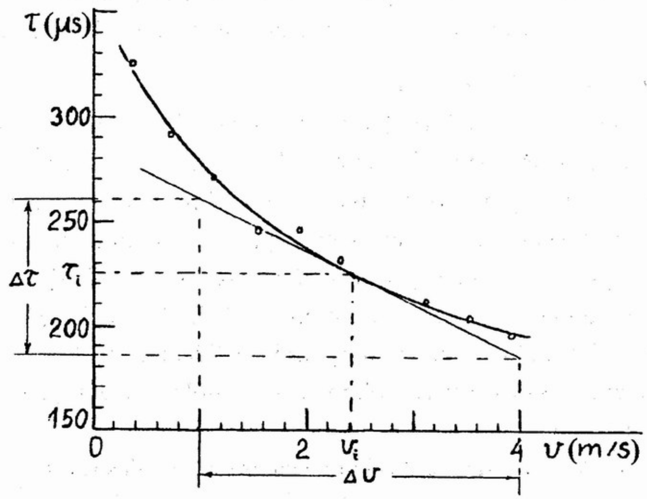
Matavimo vienetų skalės koordinačių ašyse žymimos trumpais brūkšneliais. Skaičiai rašomi ne prie kiekvieno brūkšnelio, o tam tikrais intervalais, patogiais tarpinėms vertėms atskaityti (14 pav.). Pasireiškiant atsitiktinėms paklaidoms, kreivė brėžiama taip, kad ji atitiktų vidutinę taškų padėtį, o jų skaičiai iš abiejų jos pusių būtų beveik vienodi. Taškai žymimi aiškiai, jų matmenys turi būti ne mažiau kaip dvigubai didesni už kreivės storį. Naudojant kompiuterį, kreivė brėžiama aproksimuojant eksperimentinius taškus tiese, polinomu arba kitokia funkcija pagal atitinkamą programą.

Jeigu funkcija ir argumentas kinta vienos dydžio eilės ribose, grafiniam priklausomybės vaizdavimui tinka tiesinės skalės. Vertėms kintant kelių eilių ribose, naudojamos logaritminės skalės.

Naudojant logaritmines skales, galima grafiškai rasti laipsninės funkcijos rodiklį. Pavyzdžiui, priklausomybę $y = ax^n$ logaritminėje skalėje vaizduoja tiesė, nes $lgy = lga + nlgx$. Laipsnio rodiklis n yra šios tiesės krypties koeficientas: $n = \Delta lgy / \Delta lgx$. Funkcinės skalės naudojamos įvairioms funkcijoms, aprašančioms matavimo rezultatus, nustatyti. Pavyzdžiui, bet kokios funkcijos tipo $y = mf(x) + c$ grafikas bus tiesė, jeigu abscisių ašyje atidėsime $f(x)$, o ordinačių – y vertes. Tokiu atveju $m = \Delta y / \Delta f(x)$.

Išmatuotos funkcijos išvestinę galima rasti grafiniu būdu, nes ją nusako liestinės, nubrėžtos pasirinktajame grafiko taške, krypties koeficientas. Funkcijos grafinio diferencijavimo pavyzdys pateiktas 14 pav. Nubrėžę liestinę taške $(v_1 \tau_1)$, pasirenkame pakankamai didelius funkcijos ir argumento intervalus $\Delta\tau$ ir Δv, kad atskaitos paklaidų įtaka rezultatų tikslumui būtų minimali. Funkcijos $\tau = f(v)$ išvestinė lygi šių intervalų santykiui:

$$\left.\frac{d\tau}{dv}\right|_i = \frac{\Delta\tau}{\Delta v}. \tag{1.54}$$

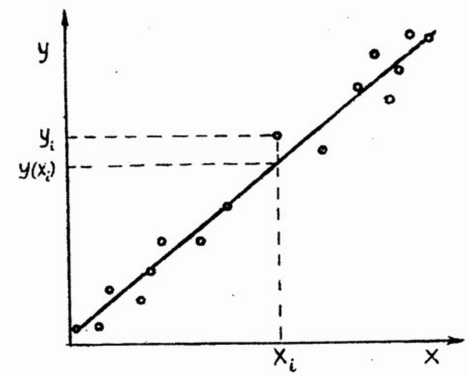


14 pav. **Dydžių tarpusavio priklausomybės grafinio vaizdavimo ir išvestinės radimo pavyzdys**

Panagrinėsime, kaip taisyklingai nubrėžti tiesę, atitinkančią tikimiausią priklausomybę, kai dėl atsitiktinių paklaidų eksperimentiniai taškai $(x_i y_i)$ sudaro netvarkingą laužtę (15 pav.). Parodysime, kaip apskaičiuoti šios tiesės parametrus, naudojant išmatuotas x_i ir y_i vertes. Tiesiogiai išmatuotų dydžių x_i ir y_i verčių poros dažniausiai vienodai patikimos, o jų atsitiktinės paklaidos pasiskirsto pagal Gauso funkciją. Tarkime, ieškomoji tiesė apibūdinta lygtimi $y = mx + c$. Ji vadinama regresijos tiese. Argumento x_i vertę atitinka $y = mx_i + c$.

Išmatuotos vertės y_i nuokrypis nuo y

$$y_i - y = y_i - mx_i + c. \tag{1.55}$$



15 pav. **Tiesinė priklausomybė pasireiškiant atsitiktinėms paklaidoms**

Tikimiausias parametrų m ir c vertes atitinka minimali šių nuokrypių kvadratų suma: $\left(\sum_{i=1}^{n}(y_i - y)^2\right)min$. Kadangi minimumo sąlyga priklauso nuo parametrų m ir c, tai

$$\frac{\partial}{\partial m}\sum_{i=1}^{n}(y_i - y)^2 = 0 \tag{1.56}$$

ir

$$\frac{\partial}{\partial c}\sum_{i=1}^{n}(y_i - y)^2 = 0, \tag{1.57}$$

Pasinaudoję (1.55), (1.56) ir (1.57) lygtimis gausime, kad regresijos tiesės krypties koeficientas

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}. \tag{1.58}$$

Šioje formulėje

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \tag{1.59}$$

– išmatuotų x ir y verčių aritmetiniai vidurkiai.

Ieškoma tiesė eina per tašką $(\bar{x} \cdot \bar{y})$, todėl konstantą c rasime iš lygties

$$c = \bar{y} - m\bar{x} . \tag{1.60}$$

Parametrų m ir c pasirinktinės dispersijos išreiškiamos tokiomis formulėmis:

$$s_m^2 = \frac{S_n^2}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2} ; \tag{1.61}$$

$$s_c^2 = \frac{S_n^2 \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2}{\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2 \right) \cdot n} ; \tag{1.62}$$

čia

$$s_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y - y(x_i))^2}{(n-2)} \tag{1.63}$$

– funkcijos verčių pasirinktinė dispersija. Vidutines atsitiktines paklaidas skaičiuojame pagal (1.34) formulę, kai p = 0,95.

Čia išnagrinėtas išmatuotos tiesinės priklausomybės parametrų nustatymo būdas vadinamas mažiausiųjų kvadratų metodu. Jis taikomas ir kitų funkcinių priklausomybių parametrams rasti.

TABLE OF INFORMATION DEVELOPED FOR 2012 (see note on cover page)

CONSTANTS AND CONVERSION FACTORS			
Proton mass,	$m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg	Electron charge magnitude,	$e = 1.60 \times 10^{-19}$ C
Neutron mass,	$m_n = 1.67 \times 10^{-27}$ kg	1 electron volt,	$1\text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19}$ J
Electron mass,	$m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg	Speed of light,	$c = 3.00 \times 10^8$ m/s
Avogadro's number,	$N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ mol^{-1}	Universal gravitational constant,	$G = 6.67 \times 10^{-11}$ m^3/kg•s^2
Universal gas constant,	$R = 8.31$ J/(mol•K)	Acceleration due to gravity at Earth's surface,	$g = 9.8$ m/s^2
Boltzmann's constant,	$k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K		

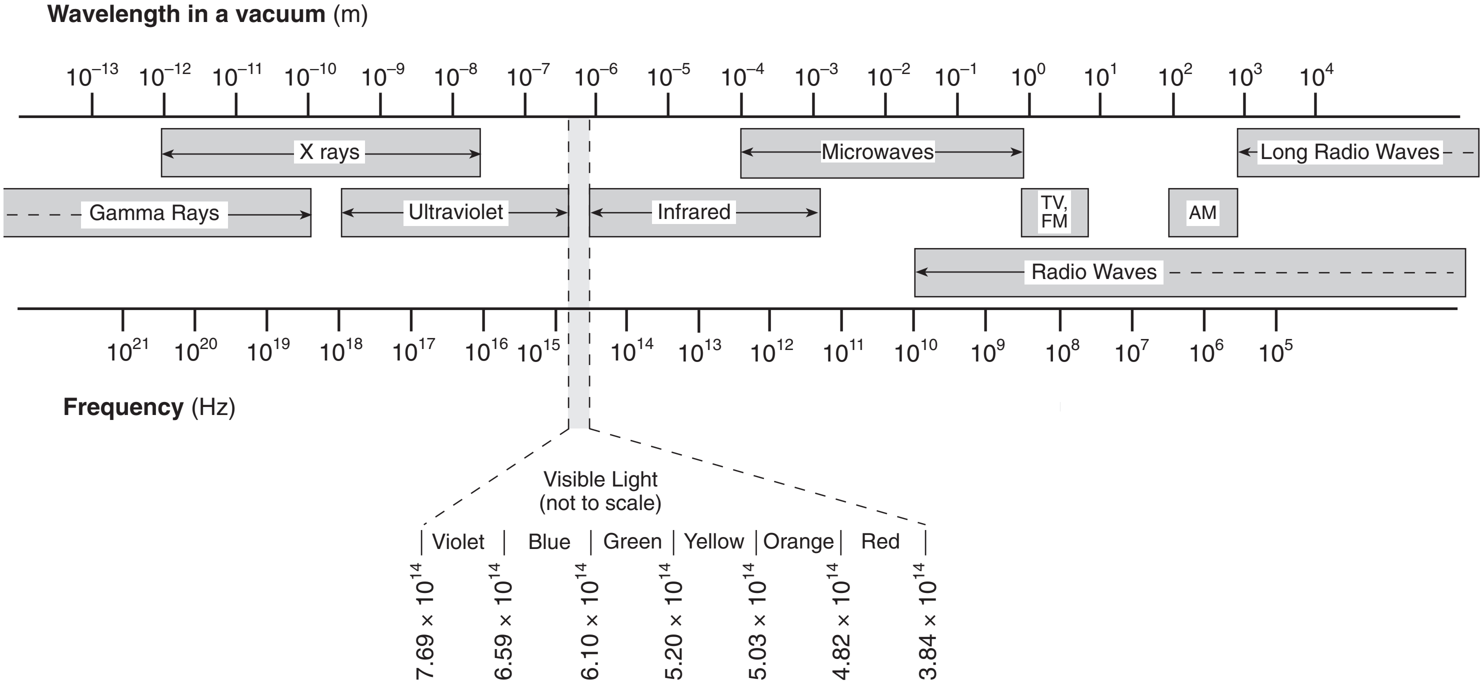
1 unified atomic mass unit,	$1\text{ u} = 1.66 \times 10^{-27}\text{ kg} = 931\text{ MeV}/c^2$
Planck's constant,	$h = 6.63 \times 10^{-34}$ J•s $= 4.14 \times 10^{-15}$ eV•s
	$hc = 1.99 \times 10^{-25}$ J•m $= 1.24 \times 10^3$ eV•nm
Vacuum permittivity,	$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C^2/N•m^2
Coulomb's law constant,	$k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9.0 \times 10^9$ N•m^2/C^2
Vacuum permeability,	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (T•m)/A
Magnetic constant,	$k' = \mu_0/4\pi = 1 \times 10^{-7}$ (T•m)/A
1 atmosphere pressure,	$1\text{ atm} = 1.0 \times 10^5$ N/m^2 $= 1.0 \times 10^5$ Pa

UNIT SYMBOLS								
	meter,	m	mole,	mol	watt,	W	farad,	F
	kilogram,	kg	hertz,	Hz	coulomb,	C	tesla,	T
	second,	s	newton,	N	volt,	V	degree Celsius,	°C
	ampere,	A	pascal,	Pa	ohm,	Ω	electron-volt,	eV
	kelvin,	K	joule,	J	henry,	H		

Prefixes for Powers of 10

Prefix	Symbol	Notation
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

The Electromagnetic Spectrum



Waves

$v = f\lambda$

$T = \frac{1}{f}$

$\theta_i = \theta_r$

$n = \frac{c}{v}$

$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

c = speed of light in a vacuum
f = frequency
n = absolute index of refraction
T = period
v = velocity or speed
λ = wavelength
θ = angle
θ_i = angle of incidence
θ_r = angle of reflection

Modern Physics

$E_{photon} = hf = \frac{hc}{\lambda}$

$E = mc^2$

c = speed of light in a vacuum
E = energy
f = frequency
h = Planck's constant
m = mass
λ = wavelength

Electricity

$F_C = \frac{kq_1 q_2}{r^2}$

$E = \frac{F_e}{q}$

$V = \frac{W}{q}$

$I = \frac{\Delta q}{t}$

$R = \frac{V}{I}$

$R = \frac{\rho L}{A}$

$P = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}$

$W = Pt = VIt = I^2Rt = \frac{V^2t}{R}$

A = cross-sectional area
E = electric field strength
F_C = electrostatic force
I = current
k = electrostatic constant
L = length of conductor
P = electrical power
q = charge
R = resistance
R_{eq} = equivalent resistance
r = distance between centers
t = time
V = potential difference
W = work (electrical energy)
Δ = change
ρ = resistivity

Series Circuits

$I = I_1 = I_2 = I_3 = \ldots$

$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$

$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots$

Parallel Circuits

$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots$

$V = V_1 = V_2 = V_3$

$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots$

$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$

Resistivities at 20°C	
Material	**Resistivity** (Ω•m)
Aluminum	2.82×10^{-8}
Copper	1.72×10^{-8}
Gold	2.44×10^{-8}
Nichrome	$150. \times 10^{-8}$
Silver	1.59×10^{-8}
Tungsten	5.60×10^{-8}