



# UNIVERSITÉ DE GENÈVE

---

**FACULTÉ DES SCIENCES**

Département d'informatique

MASTER OF COMPUTER SCIENCE

MÉTAHEURISTIQUES POUR L'OPTIMISATION  
HOMEWORK ASSIGNMENT REPORT

---

## **Series 4 : Ants**

---

*Author :*

Mohammad Oday DARWICH

*Professors :*

M. Bastien CHOPARD

Mme. Aziza MERZOUKI

M. Gregor CHLIAMOVITCH

06 novembre 2015

## 0.1 Elucider l'algorithme

### 0.1.1 Propriétés de l'algorithme

Une méthaheuristique de colonie de fourmis est un processus stochastique construisant une solution, en ajoutant des composants aux solutions partielles. Ce processus prend en compte

- une heuristique du problème
- des pistes de phéromone changeant dynamiquement pour refléter l'expérience acquise par les agents.

Dans l'algorithme AS à chaque itération  $t$  ( $1 \leq t \leq t_{max}$ ), chaque fourmi  $K$  ( $k = 1, \dots, m$ ) parcourt le graphe et construit un trajet complet de  $n = |N|$  étapes. Pour chaque fourmi, le trajet entre une ville  $i$  et une ville  $j$  dépend de :

1. La liste des villes déjà visitées, qui définit les mouvements possibles à chaque pas, quand la fourmi  $k$  est sur la ville  $i$  :  $J_i^k$  ;
2. l'inverse de la distance entre les villes :  $\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$ , *the heuristic information* cette information statique est utilisée pour diriger le choix des fourmis vers des villes proches, et éviter les villes trop lointaines ;
3. la quantité de phéromone déposée sur l'arête reliant les deux villes. Ce paramètre définit l'attractivité d'une partie du trajet global et change à chaque passage d'une fourmi. C'est en quelque sorte une mémoire globale du système, qui évolue par apprentissage.

La règle de déplacement est alors la suivante :

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{\ell \in J_i^k} \tau_{ij}(t)^\alpha (\eta_{ij})^\beta} & \text{if } j \in J_i^k \\ 0 & \text{otherwise } \sim j \notin J_i^k \end{cases} \quad \text{où} \quad (1)$$

- $\alpha$  et  $\beta$  contrôlent l'importance relative du phéromone versus *the heuristic information*  $\eta_{ij}$

Après un tour complet (chaque itération), chaque fourmi laisse une certaine quantité de phéromones  $\Delta\tau_{ij}^k(t)$  sur l'ensemble de son parcours, quantité qui dépend de la *qualité* de la solution trouvée :

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L^k(t)} & \text{if ant } k \text{ used edge } (i,j) \text{ in its tour} \sim \text{if } (i,j) \in T_k(t) \\ 0 & \text{otherwise} \sim \text{if } (i,j) \notin T_k(t) \end{cases} \quad \text{où} \quad (2)$$

- $T_k(t)$  est le trajet effectué par la fourmi  $k$  à l'itération  $t$  ;  $L^k(t)$  est la longueur du tour ;  $Q$  is a constant ;

Comme on a dans l'énoncé l'équation de mise à jour du phéromone  $\tau_{ij}$  donnée par :

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho)\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t) \quad (3)$$

Où

- $m$  est le nombre de fourmis ;
- $\rho$  est l'évaporation du phéromones ;

En effet pour éviter d'être piégé dans des solutions sous-optimales, il est nécessaire de permettre au système d'oublier les mauvaises solutions. On contrebalance donc l'additivité des phéromones par une décroissance constante des valeurs des arêtes à chaque itération.

## 0.2 Interpretation sur $\alpha$ and $\beta$ Intensification et diversification

Avec  $\alpha = 0$ , seul la *heuristic information* est prise en compte ; la ville la plus proche est donc choisie à chaque pas. Au contraire, avec  $\beta = 0$ , seules l'intensité de phéromone jouent. on peut voir ci dessous les résultat si on donne à  $\alpha = 0$  et  $\beta = 5$

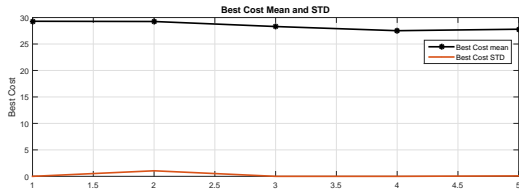


FIGURE 1 – Mean and STD variation of Best Cost  $\alpha = 0$

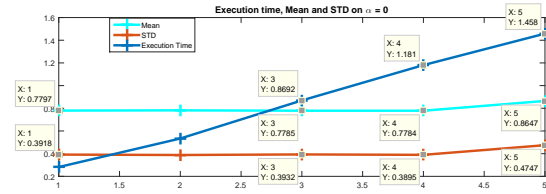


FIGURE 2 – Execution time, Mean and STD on  $\alpha = 0$

Alors pour éviter une sélection trop rapide d'un trajet, un compromis entre ces deux paramètres, jouant sur les comportements de *diversification* et d'*intensification* est nécessaire.

$\alpha$  et  $\beta$  déterminent l'influence relative des pistes de phéromone et de l'information heuristique.

plus la valeur de  $\alpha$  sera élevé plus l'*intensification* sera importante, car plus les pistes auront une influence sur le choix des fourmis. À l'inverse, plus  $\alpha$  sera faible, plus la *diversification* sera forte car les fourmis évitent les pistes.  $\beta$  agit de façon laire. On doit donc gérer à la fois les deux paramètres pour régler ces aspects. et ci dessous les résultats confirme ce qu'on dit

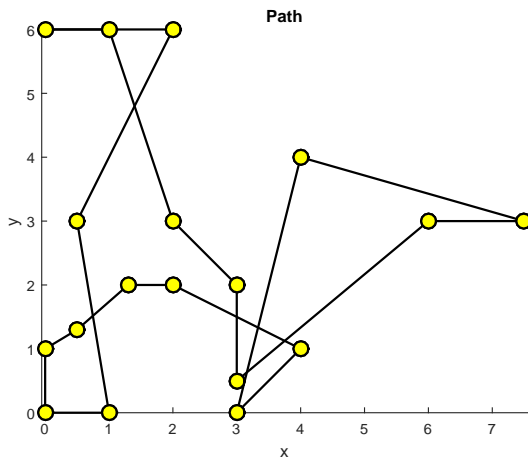


FIGURE 3 – Path avec diminution de la valeur de  $\beta = 1$   
On peut bien remarque l'influence du changement de la valeur de  $\beta$  quand par comparaison avec  $\beta = 5$ .

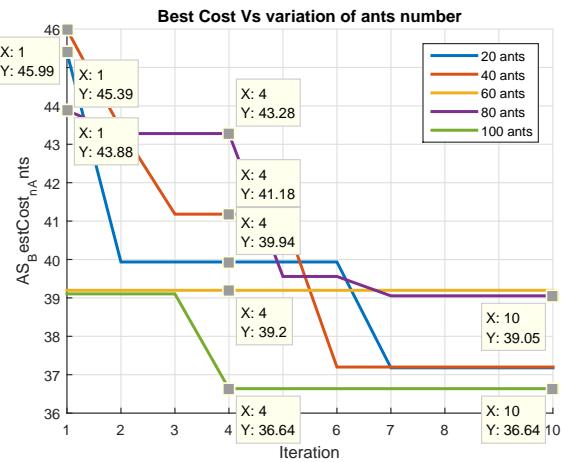


FIGURE 4 – Best Cost with ants variation  $\beta = 1$   $\alpha = 0$

## 0.3 Implémentation et statistique

L'implémentation sera divisée en deux parties la première consiste à lancer le programme en variant le nombre des fourmis ( $\sim nbAnts$ ) à chaque fois qu'on passe les  $m$  exécution ( $m \sim exec$ ) et la deuxième partie consiste à fixer le nombre des fourmis et interpréter les statistiques des différents problèmes qu'on a.

### 0.3.1 Expérience 1

Les résultats de Greedy appliqués sur `cities.dat`, `cities2.dat`.

#### Exp. 3 on `cities.dat`

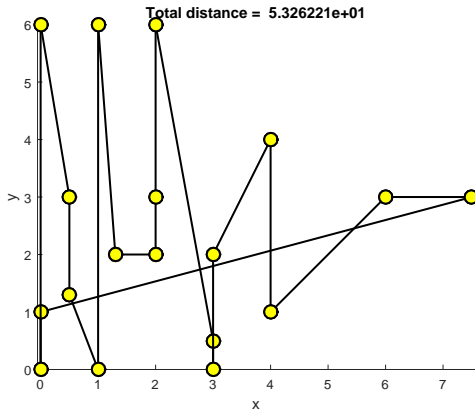


FIGURE 5 – Path journey and Total distance

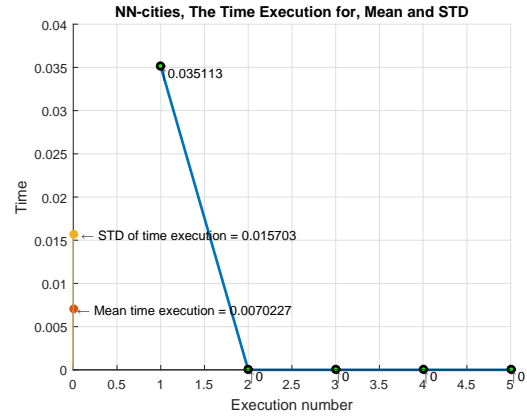


FIGURE 6 – Execution Time and Mean and STD on `cities.dat`

#### Exp. 3 on `cities2.dat`

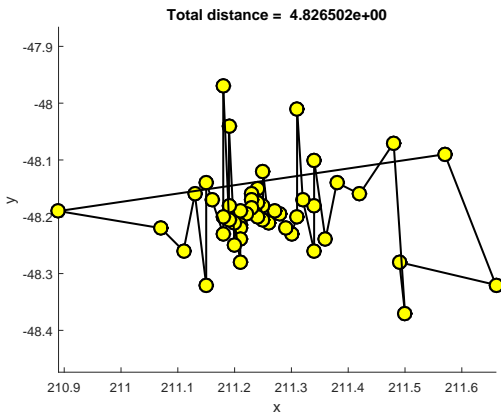


FIGURE 7 – Path journey and Total distance

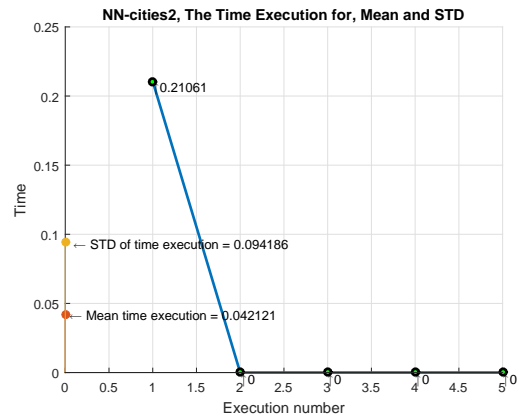


FIGURE 8 – Execution Time and Mean and STD on `cities2.dat`

### Exp. 3 on rand 50.dat

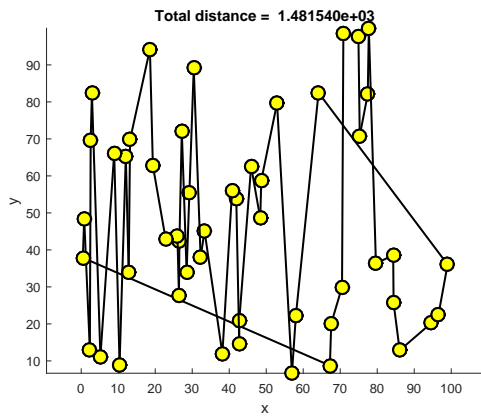


FIGURE 9 – Path journey and Totale distance

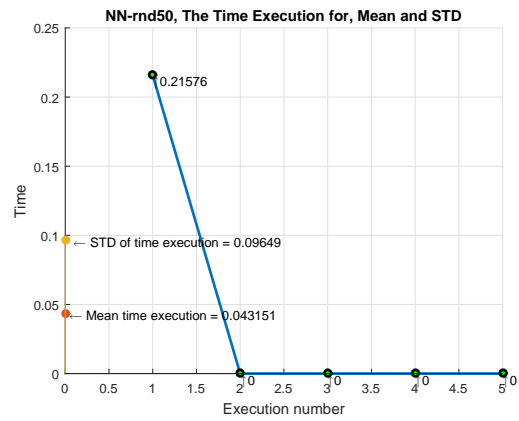


FIGURE 10 – Execution Time and Mean and STD on rand50.dat

### Exp. 3 on rand 60.dat

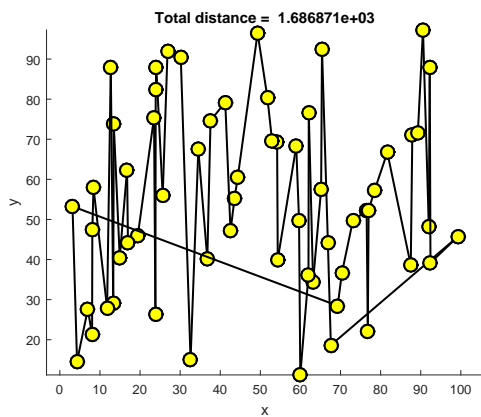


FIGURE 11 – Path journey and Totale distance

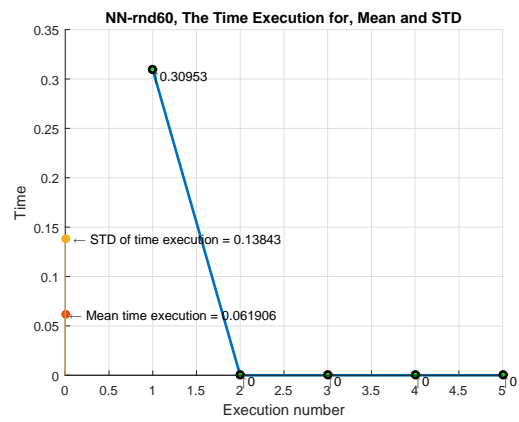


FIGURE 12 – Execution Time and Mean and STD on rand60.dat

### Exp. 3 on rand 80.dat

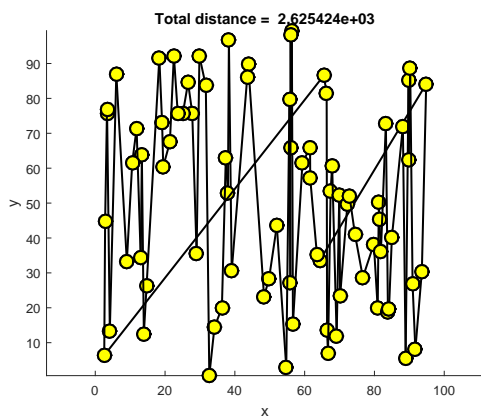


FIGURE 13 – Path journey and Totale distance

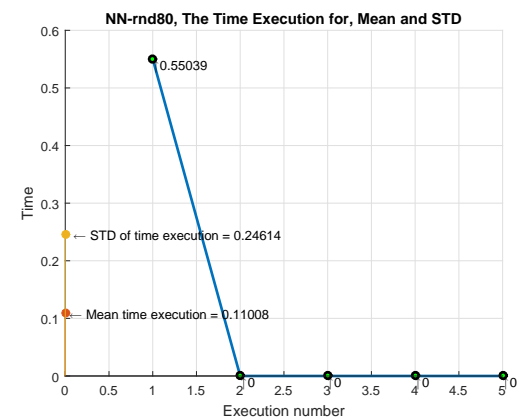


FIGURE 14 – Execution Time and Mean and STD on rand50.dat

## Exp. 3 on rand 100.dat

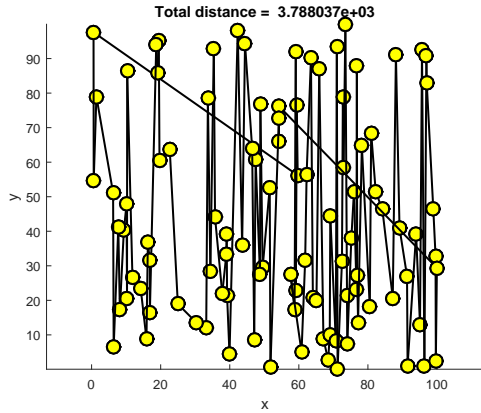


FIGURE 15 – Path journey and Totale distance

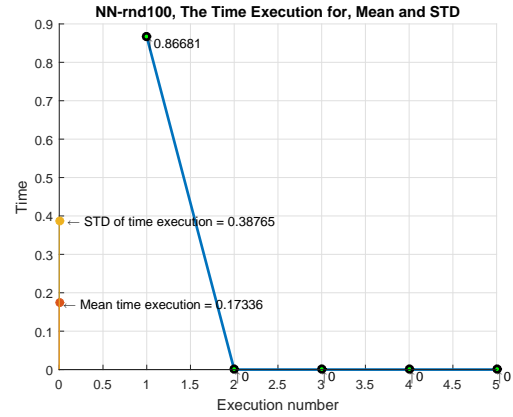


FIGURE 16 – Execution Time and Mean and STD on rand50.dat

On peut voir clairement que le **Greedy** ne donne pas des bonnes résultats par rapport à **AS** ou même par rapport à **SA** la distance totale dans Greedy est beaucoup plus grands, si on regarde par exemple la figure 33 la distance  $\simeq 27.51$  alors que dans Greedy la distance totale  $\simeq 53.26$  5 mais c'est à prix de temps le temps d'exécution en Greedy  $\simeq 0.1733$  alors qu'il augmente dans le AS pour arriver à un moyenne de 0.542 et en moyenne Greedy  $\simeq 0.015$  et AS  $\simeq 0.542$ .

### 0.3.2 Expérience 2

Les résultats ci-dessous sont sur la première expérience ou je lance le programme en variant le nombre des fourmis, l'expérience est fait sur les fichiers suivants [cities.dat](#), [cities2.dat](#), [rand50.dat](#) et [rand100.dat](#) en variant le nombre des fourmis.

## Exp. 1 on cities.dat

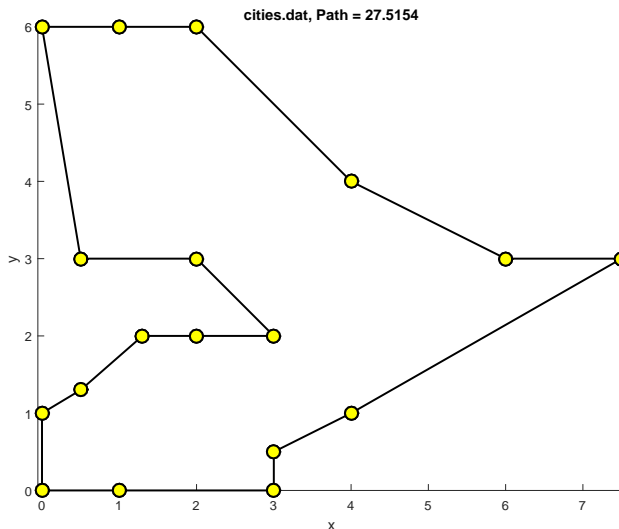


FIGURE 17 – Path journey

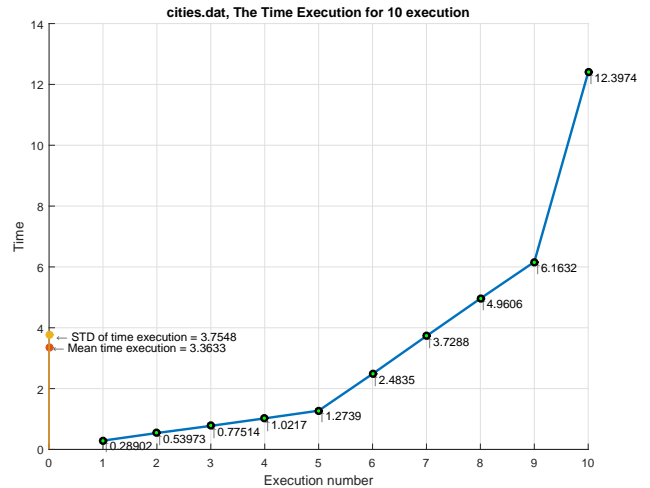


FIGURE 18 – Variation of the execution time VS the # of ants ( $20 \xrightarrow{step=20} 100$ ) in each execution ( $1 \xrightarrow{step=1} 5$ )

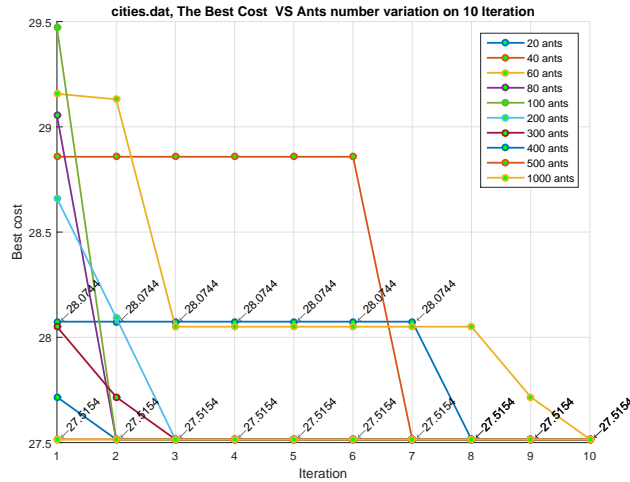


FIGURE 19 – Best cost VS Ants number variation with  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

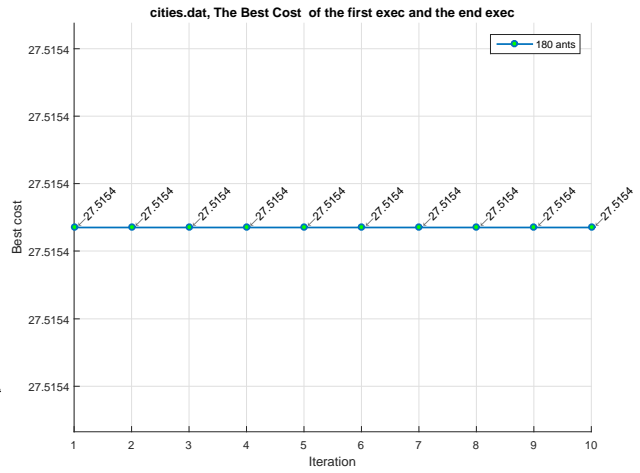


FIGURE 20 – AS15ExecAcheivingBestCost  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

Best Costs results for experience 2 on cities.dat											Elapsed Time, Mean, STD	
	It :1	It :2	It :3	It :4	It :5	It :6	It :7	It :8	It :9	It :10	Elapsed time	
exec :1	28.07	28.07	28.07	28.07	28.07	28.07	28.07	27.52	27.52	27.52	exec :1	0.29
exec :2	28.86	28.86	28.86	28.86	28.86	28.86	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :2	0.54
exec :3	29.16	29.13	28.05	28.05	28.05	28.05	28.05	28.05	27.72	27.52	exec :3	0.78
exec :4	29.05	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :4	1.02
exec :5	29.47	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :5	1.27
exec :6	28.66	28.09	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :6	2.48
exec :7	28.05	27.72	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :7	3.73
exec :8	27.72	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :8	4.96
exec :9	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :9	6.16
exec :10	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :10	12.40
											Mean	3.36
											STD	3.75

TABLE 1 – Results of experience 2 on cities.dat

## Exp. 1 on cities2.dat

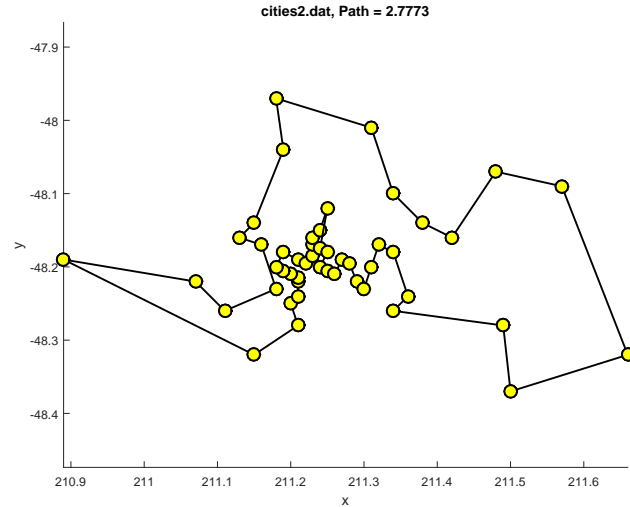


FIGURE 21 – Path journey

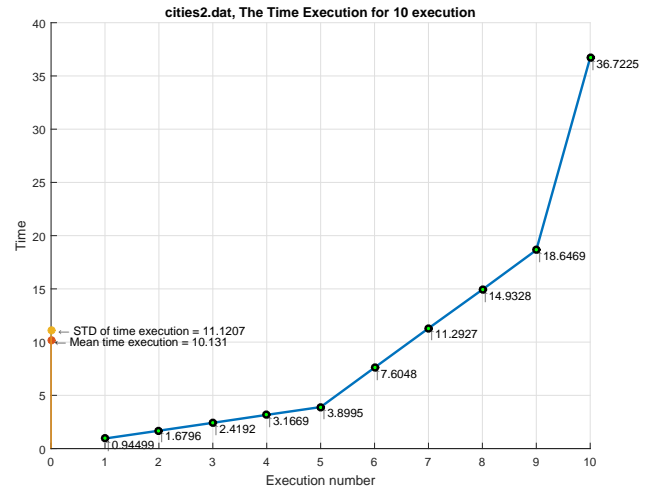


FIGURE 22 – Variation of the execution time VS the # of ants ( $20 \xrightarrow{step=20} 100$ ) in each execution ( $1 \xrightarrow{step=1} 5$ )

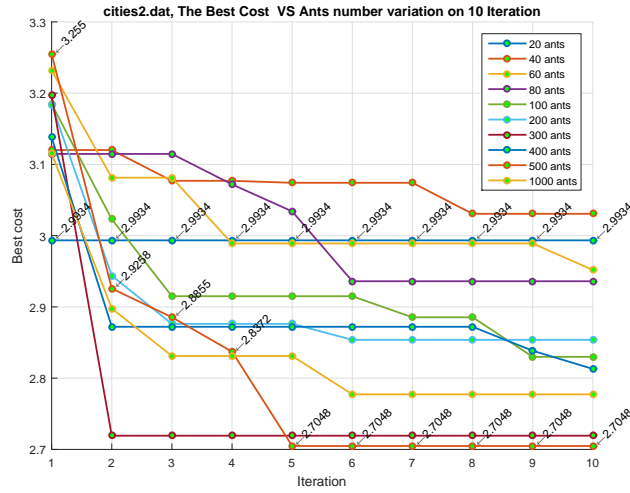


FIGURE 23 – Best cost VS Ants number variation with  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

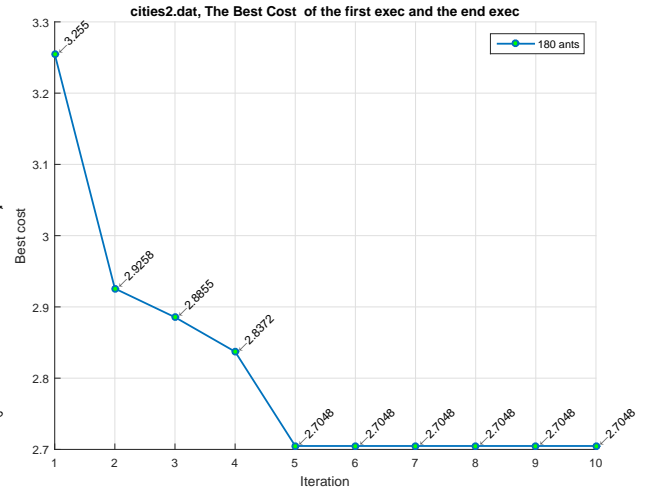


FIGURE 24 – AS15ExecAcheivingBestCost  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

Best Costs results for experience 2 on cities2.dat											Elapsed Time, Mean, STD	
	It :1	It :2	It :3	It :4	It :5	It :6	It :7	It :8	It :9	It :10	Elapsed time	
exec :1	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	exec :1	0.94
exec :2	3.12	3.12	3.08	3.08	3.07	3.07	3.07	3.03	3.03	3.03	exec :2	1.68
exec :3	3.23	3.08	3.08	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.95	exec :3	2.42
exec :4	3.11	3.11	3.11	3.07	3.03	2.94	2.94	2.94	2.94	2.94	exec :4	3.17
exec :5	3.18	3.02	2.91	2.91	2.91	2.91	2.89	2.89	2.83	2.83	exec :5	3.90
exec :6	3.18	2.94	2.88	2.88	2.88	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	exec :6	7.60
exec :7	3.20	2.72	2.72	2.72	2.72	2.72	2.72	2.72	2.72	2.72	exec :7	11.29
exec :8	3.14	2.87	2.87	2.87	2.87	2.87	2.87	2.87	2.84	2.81	exec :8	14.93
exec :9	3.25	2.93	2.89	2.84	2.70	2.70	2.70	2.70	2.70	2.70	exec :9	18.65
exec :10	3.12	2.90	2.83	2.83	2.83	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	exec :10	36.72
										Mean	10.13	
										STD	11.12	

TABLE 2 – Results of experience 2 on cities2.dat

### Exp. 1 on rand 50.dat

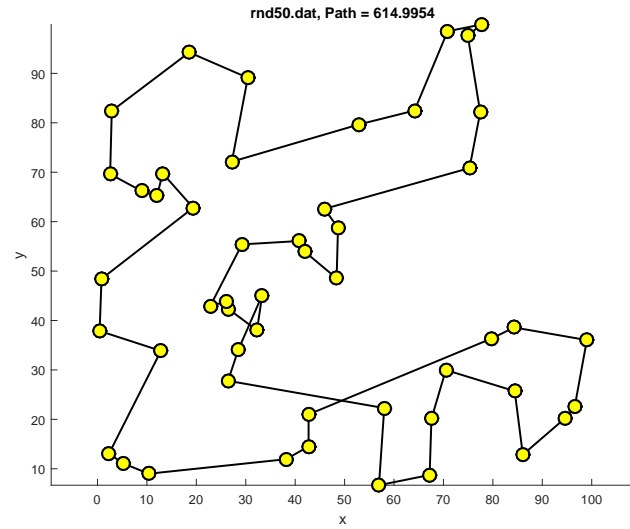


FIGURE 25 – Path journey

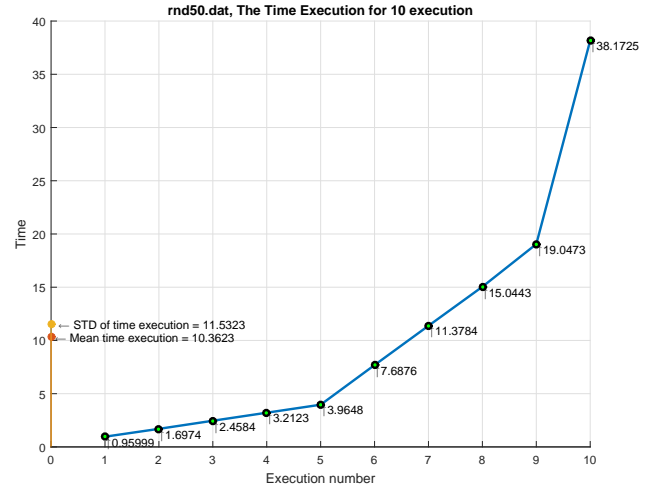


FIGURE 26 – Variation of the execution time VS the # of ants ( $20 \xrightarrow{step=20} 100$ ) in each execution ( $1 \xrightarrow{step=1} 5$ )





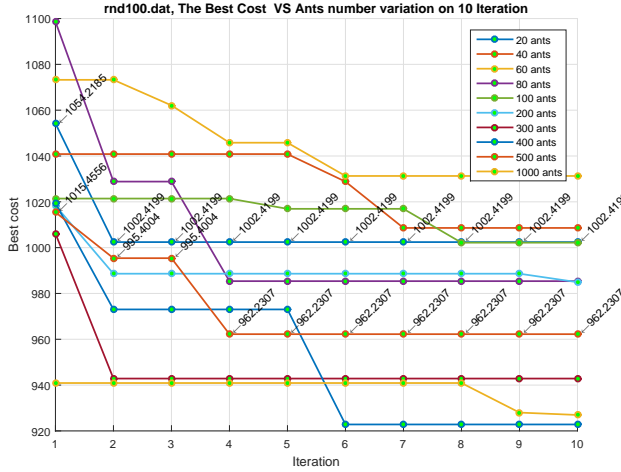


FIGURE 31 – Best cost VS Ants number variation with  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

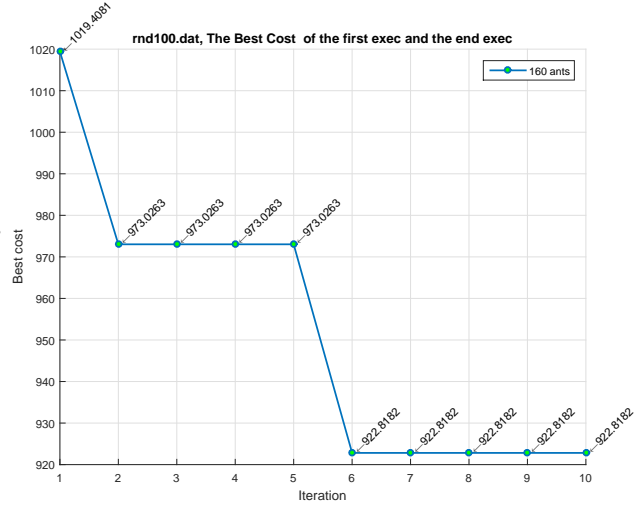


FIGURE 32 – AS15ExecAcheivingBestCost  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

Best Costs results for experience 2 on rand100.dat											Elapsed Time, Mean, STD	
	It :1	It :2	It :3	It :4	It :5	It :6	It :7	It :8	It :9	It :10		Elapsed time
exec :1	1054.22	1002.42	1002.42	1002.42	1002.42	1002.42	1002.42	1002.42	1002.42	1002.42	exec :1	2.63
exec :2	1040.84	1040.84	1040.84	1040.84	1040.84	1028.81	1008.60	1008.60	1008.60	1008.60	exec :2	4.37
exec :3	1073.25	1073.25	1062.08	1045.80	1045.80	1031.29	1031.29	1031.29	1031.29	1031.29	exec :3	6.15
exec :4	1098.64	1028.83	1028.83	985.38	985.38	985.38	985.38	985.38	985.38	985.38	exec :4	7.89
exec :5	1021.42	1021.42	1021.42	1021.42	1016.94	1016.94	1016.94	1002.17	1002.17	1002.17	exec :5	9.85
exec :6	1018.34	988.62	988.62	988.62	988.62	988.62	988.62	988.62	988.62	984.92	exec :6	18.70
exec :7	1006.15	942.85	942.85	942.85	942.85	942.85	942.85	942.85	942.85	942.85	exec :7	27.65
exec :8	1019.41	973.03	973.03	973.03	973.03	922.82	922.82	922.82	922.82	922.82	exec :8	36.37
exec :9	1015.46	995.40	995.40	962.23	962.23	962.23	962.23	962.23	962.23	962.23	exec :9	44.87
exec :10	940.90	940.90	940.90	940.90	940.90	940.90	940.90	940.90	928.00	926.96	exec :10	89.32
											Mean	24.78
											STD	26.90

TABLE 4 – Results of experience 2 on rand100.dat

Les figures 18, 22, 26, 30 représente le temps d'exécution du problèmes (axes des  $y$ ) par rapport au nombre des fourmis, alors chaque point de l'axe des abscisses correspond à  $(x * 20)$ , ça donne au lieu de  $x = 1, 2, 3, 4, 5$  respectivement  $x = 20, 40, 60, 80, 100$ .

Comme interprétation des figures qu'on a cité juste avant, on peut voir comment le temps d'exécution s'accroît quand le nombre des fourmis augmente sur le même problème étudié, et si on regarde par exemple les résultats dans les deux figures 26 et 30, on remarque que le temps d'exécution dans le problème de TSP-50 est le double de TSP-100.

Alors on peut conclure dans le **AS algorithme**, le temps d'exécution d'un problème étudié augmente *linéairement* par rapport au nombre des fourmis, et d'après les résultats du TP **Simulated Annealing** on trouve que c'est le cas mais avec un prix du temps plus grand. Mais ce n'est pas le cas dans d'autre algorithme comme **Greedy** où le temps d'exécution est quasiment zéro peu importe la taille du problèmes..

Ainsi le *Best Cost value* converge de plus en plus sur une meilleure valeur, e.g. dans la figure 19, *Best Cost* = 27.52 pour *Nb. of Ants* = 100 où le Mean Execution Time pour *exec* = 5 est *Mean* = 0.775 et le Standard deviation *STD* = 0.38.

Après lancer des dizaines des fois le **AS algorithme** j'ai remarqué que la convergence vers une meilleure solution atteignable avec certaine nombre des fourmis et alors j'ai dessiné à chaque fois la courbe des *Best Cost* où on a convergence le plus rapide, autrement dit, c'est pour savoir sur quel nombre des fourmis on aura le convergence le plus rapide.

Et Comme vous voyez dans les figure 19, 24, 28, 32, respectivement on a convergence où nbAnts 180, 180, 140, 160, et bien on peut dire que pour un problème que le meilleur nombre des fourmis pour ce problèmes dans cet algorithmes est en moyenne autour de 165.

Et par comparaison avec le TP précédent, on remarque que ce n'est pas le cas dans le **Simulated Annealing** et la différence se fait à cause du valeur qu'on les fixe dans ce TP comme l'intensité du phéromone et  $\rho$  l'évaporation. On peut aussi parlé de l'effet du nombre d'itération  $t_{max}$  où on peut voir que plus le nombre après arrivé au convergence, le meilleur best cost ne change pas et dans chaque exécution du problèmes par exemple sur 10 itération, on remarque que sauf que si le nombre des fourmis varie le *best cost* sera trouvé très rapidement et des fois les fourmis arrivent à trouver le best path depuis la première exécution sur 10 itération et c'est parce que l'intensité des

phéromones est élevé alors elles peuvent arriver à trouver le meilleur chemin tout de suite.

Donc le **AS** est plus performant que le **SA**.

Alors, en gros sur les trois algorithmes, **AS**, **SA** et **Greedy**, je peux dire que AS et SA ont plus de 60 %, mais je ne sais pas si on peut vraiment dire que AS est plus performant que SA même si on voit ici que le AS est plus performant mais on peut jouer toujours sur les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ , Nombre d'itération  $t_{max}$ ... pour avoir des résultats plus bonne et une meilleur performance de l'un sur l'autre, alors il y a toujours le **Trad Off** entre les paramètres et l'application choisi.

### 0.3.3 Expérience 3

Après avoir vu l'aspect de  $t_{max}$  et du nombre des fourmis  $m$  aspects du **AS algorithm**, j'ai fixé le nombre des fourmis sur 40 et j'ai fait les statistiques pour faire la comparaison sur le STD et le Mean exécution of the execution times and the journey path of the AS and Greedy algorithm. et Comme vous avez demandé dans le point (4) , la séquence est bien présentée dans les figure ci-dessous.

#### Exp. 2 on cities.dat

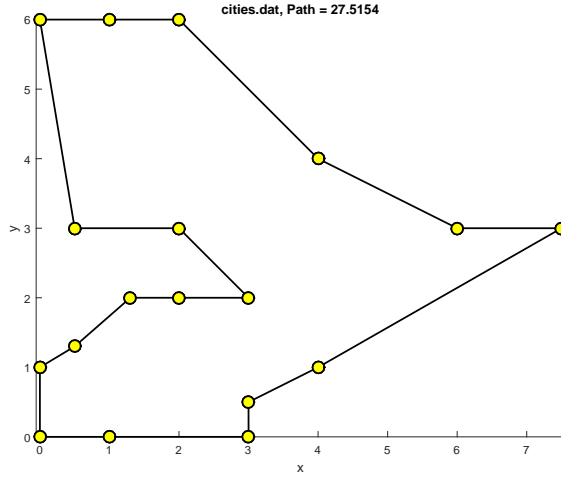


FIGURE 33 – Path journey

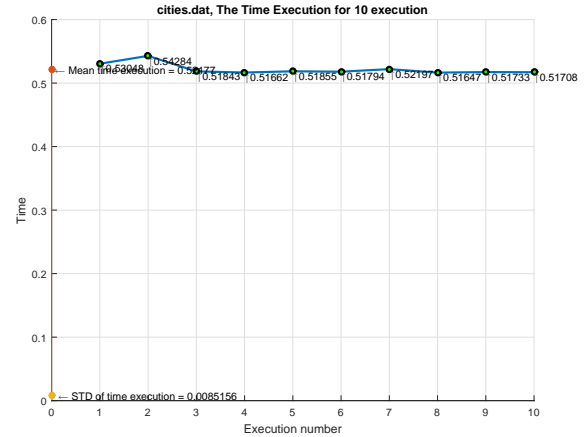


FIGURE 34 – Variation of the execution time VS the # of ants ( $20 \xrightarrow{step=20} 100$ ) in each Execution ( $1 \xrightarrow{step=1} 5$ )

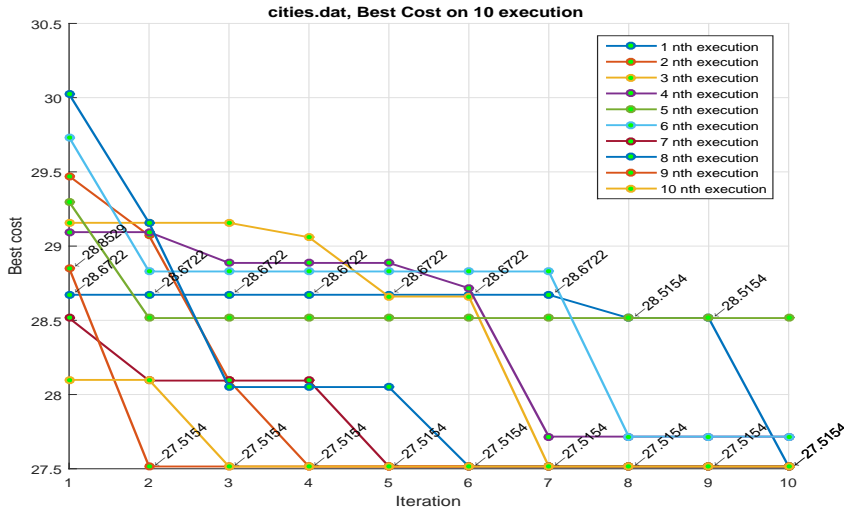


FIGURE 35 – Best cost VS Ants number variation with  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

Best Costs results for experience 2 on cities.dat											Elapsed Time, Mean, STD		
	It :1	It :2	It :3	It :4	It :5	It :6	It :7	It :8	It :9	It :10		Elapsed time	
exec :1	28.67	28.67	28.67	28.67	28.67	28.67	28.67	28.52	28.52	27.52	exec :1	0.53	
exec :2	29.47	29.07	28.09	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :2	0.54	
exec :3	29.16	29.16	29.16	29.06	28.66	28.66	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :3	0.52	
exec :4	29.09	29.09	28.89	28.89	28.89	28.72	27.72	27.72	27.72	27.72	exec :4	0.52	
exec :5	29.30	28.52	28.52	28.52	28.52	28.52	28.52	28.52	28.52	28.52	exec :5	0.52	
exec :6	29.73	28.83	28.83	28.83	28.83	28.83	28.83	27.72	27.72	27.72	exec :6	0.52	
exec :7	28.52	28.09	28.09	28.09	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :7	0.52	
exec :8	30.02	29.16	28.05	28.05	28.05	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :8	0.52	
exec :9	28.85	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :9	0.52	
exec :10	28.10	28.10	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	27.52	exec :10	0.52	
											Mean	0.52	
											STD	0.01	

TABLE 5 – Results of experience 2 on cities.dat

## Exp. 2 on cities2.dat

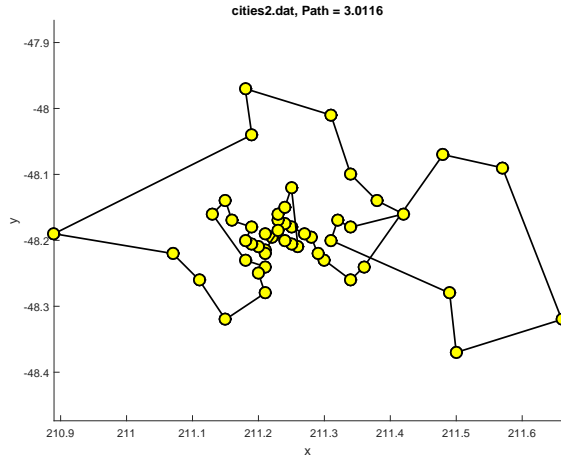


FIGURE 36 – Path journey

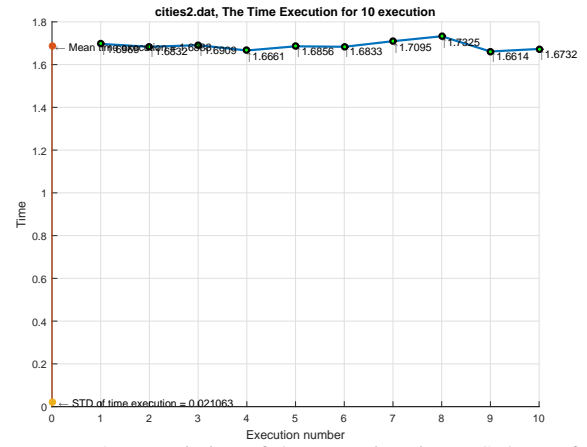


FIGURE 37 – Variation of the execution time VS the # of ants ( $20 \xrightarrow{step=20} 100$ ) in each execution ( $1 \xrightarrow{step=1} 5$ )

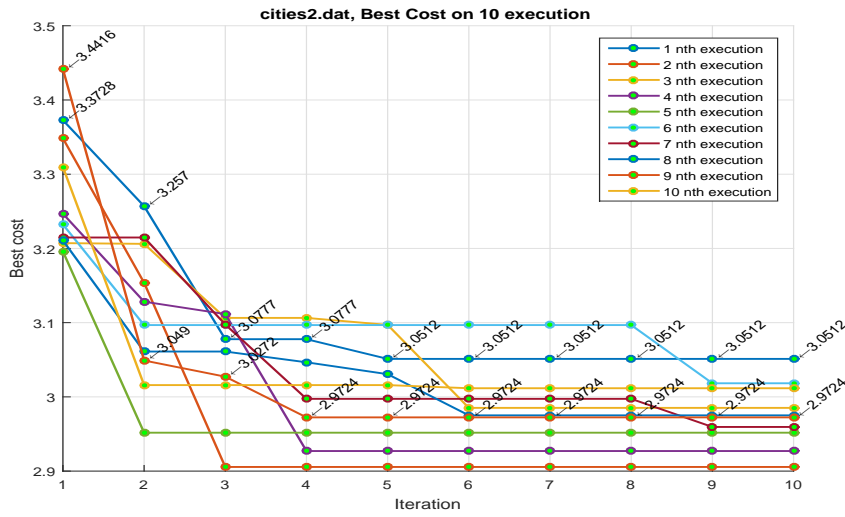


FIGURE 38 – Best cost VS Ants number variation with  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

Best Costs results for experience 2 on cities.dat											Elapsed Time, Mean, STD	
	It :1	It :2	It :3	It :4	It :5	It :6	It :7	It :8	It :9	It :10	exec :1	Elapsed time
exec :1	3.37	3.26	3.08	3.08	3.05	3.05	3.05	3.05	3.05	3.05	exec :2	1.68
exec :2	3.35	3.15	2.91	2.91	2.91	2.91	2.91	2.91	2.91	2.91	exec :3	1.69
exec :3	3.21	3.21	3.11	3.11	3.10	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	exec :4	1.67
exec :4	3.25	3.13	3.11	2.93	2.93	2.93	2.93	2.93	2.93	2.93	exec :5	1.69
exec :5	3.20	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	exec :6	1.68
exec :6	3.23	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.02	3.02	exec :7	1.71
exec :7	3.21	3.21	3.10	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	2.96	2.96	exec :8	1.73
exec :8	3.21	3.06	3.06	3.05	3.03	2.98	2.98	2.98	2.98	2.98	exec :9	1.66
exec :9	3.44	3.05	3.03	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	exec :10	1.67
exec :10	3.31	3.02	3.02	3.02	3.02	3.01	3.01	3.01	3.01	3.01	Mean	1.69
											STD	0.02

TABLE 6 – Results of experience 2 on cities2.dat

## Exp. 2 on rand 50.dat

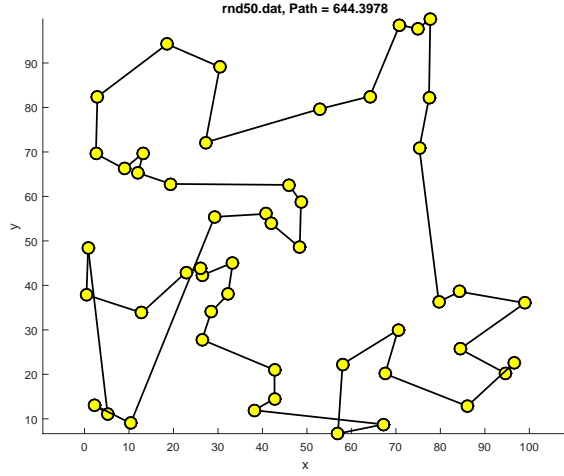


FIGURE 39 – Path journey

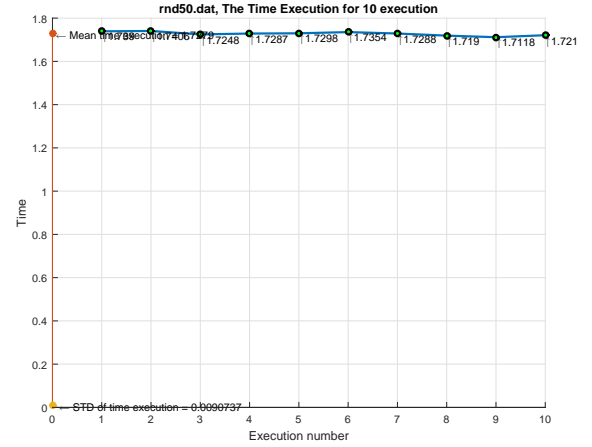


FIGURE 40 – Variation of the execution time VS the # of ants ( $20 \xrightarrow{step=20}$  100) in each execution ( $1 \xrightarrow{step=1}$  5)

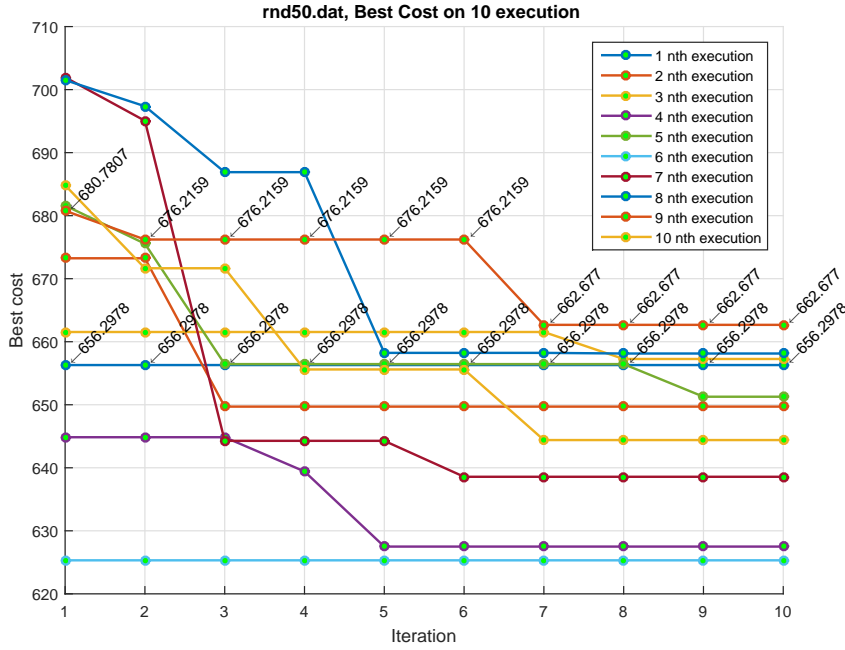


FIGURE 41 – Best cost VS Ants number variation with  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

Best Costs results for experience 2											Elapsed Time, Mean, STD		
	It :1	It :2	It :3	It :4	It :5	It :6	It :7	It :8	It :9	It :10	exec :1	Elapsed time	
exec :1	656.30	656.30	656.30	656.30	656.30	656.30	656.30	656.30	656.30	656.30	exec :2	1.74	
exec :2	673.24	673.24	649.70	649.70	649.70	649.70	649.70	649.70	649.70	649.70	exec :3	1.72	
exec :3	661.54	661.54	661.54	661.54	661.54	661.54	661.54	657.26	657.26	657.26	exec :4	1.73	
exec :4	644.85	644.85	644.85	639.42	627.50	627.50	627.50	627.50	627.50	627.50	exec :5	1.73	
exec :5	681.61	675.55	656.45	656.45	656.45	656.45	656.45	656.45	651.27	651.27	exec :6	1.74	
exec :6	625.32	625.32	625.32	625.32	625.32	625.32	625.32	625.32	625.32	625.32	exec :7	1.73	
exec :7	701.95	695.05	644.28	644.28	644.28	638.57	638.57	638.57	638.57	638.57	exec :8	1.72	
exec :8	701.51	697.36	686.90	686.90	658.23	658.23	658.23	658.13	658.13	658.13	exec :9	1.71	
exec :9	680.78	676.22	676.22	676.22	676.22	676.22	662.68	662.68	662.68	662.68	exec :10	1.72	
exec :10	684.82	671.66	671.66	655.60	655.60	655.60	644.40	644.40	644.40	644.40	Mean	1.73	
											STD	0.01	

TABLE 7 – Results of experience 2 on rand50.dat

## Exp. 2 on rand 60.dat

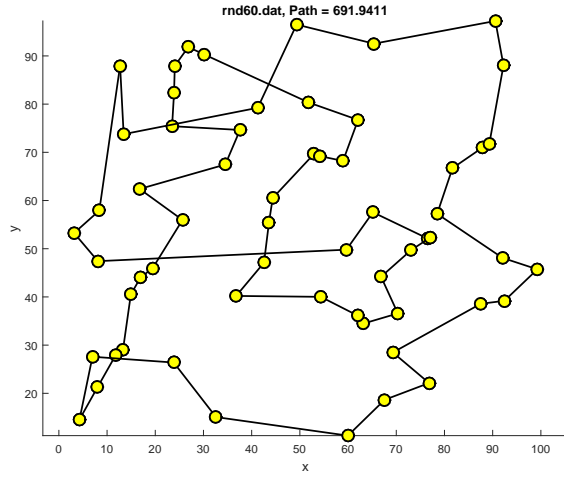


FIGURE 42 – Path journey

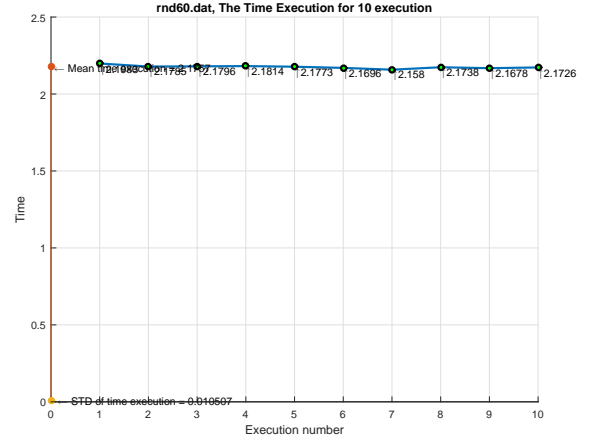


FIGURE 43 – Variation of the execution time VS the # of ants ( $20 \xrightarrow{step=20} 100$ ) in each execution ( $1 \xrightarrow{step=1} 5$ )

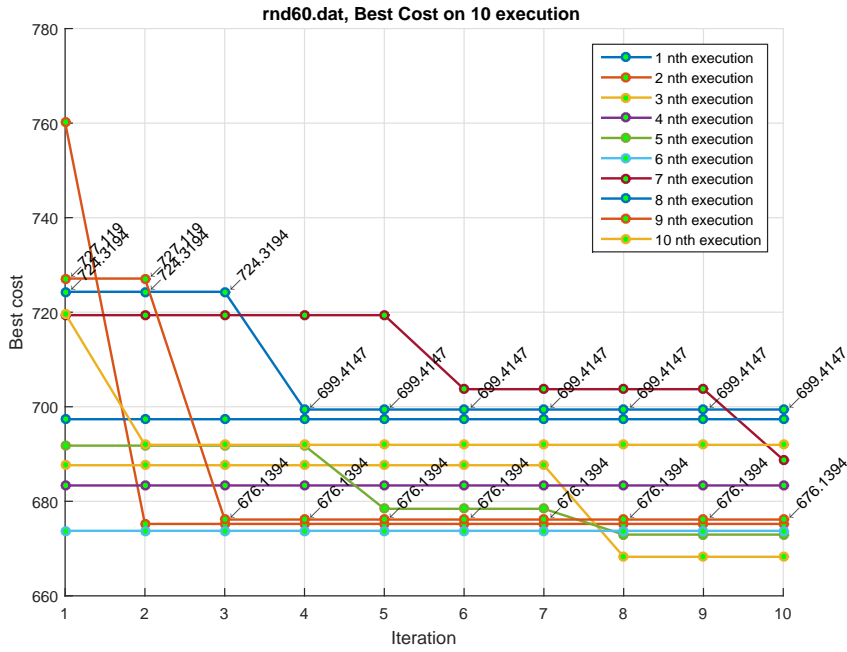


FIGURE 44 – Best cost VS Ants number variation with  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

Best Costs results for experience 2											Elapsed Time, Mean, STD		
	It :1	It :2	It :3	It :4	It :5	It :6	It :7	It :8	It :9	It :10		Elapsed time	
exec :1	724.32	724.32	724.32	699.41	699.41	699.41	699.41	699.41	699.41	699.41		2.20	
exec :2	760.18	675.21	675.21	675.21	675.21	675.21	675.21	675.21	675.21	675.21		2.18	
exec :3	687.63	687.63	687.63	687.63	687.63	687.63	687.63	668.26	668.26	668.26		2.18	
exec :4	683.35	683.35	683.35	683.35	683.35	683.35	683.35	683.35	683.35	683.35		2.18	
exec :5	691.78	691.78	691.78	691.78	678.41	678.41	678.41	672.95	672.95	672.95		2.17	
exec :6	673.75	673.75	673.75	673.75	673.75	673.75	673.75	673.75	673.75	673.75		2.16	
exec :7	719.38	719.38	719.38	719.38	719.38	703.72	703.72	703.72	703.72	688.79		2.17	
exec :8	697.36	697.36	697.36	697.36	697.36	697.36	697.36	697.36	697.36	697.36		2.17	
exec :9	727.12	727.12	676.14	676.14	676.14	676.14	676.14	676.14	676.14	676.14		2.17	
exec :10	719.74	691.94	691.94	691.94	691.94	691.94	691.94	691.94	691.94	691.94		2.18	
												STD	0.01

TABLE 8 – Results of experience 2 on rand60.dat

## Exp. 2 on rand 80.dat

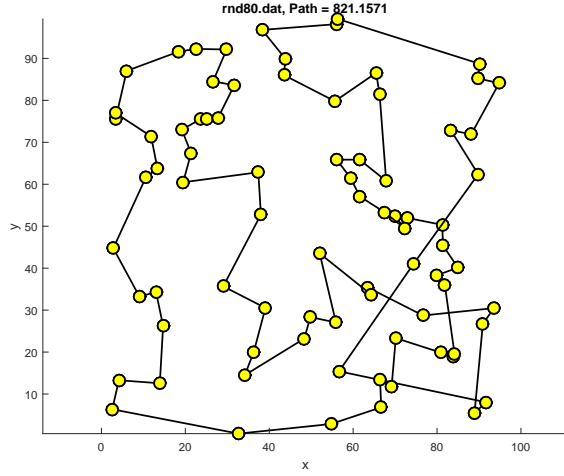


FIGURE 45 – Path journey

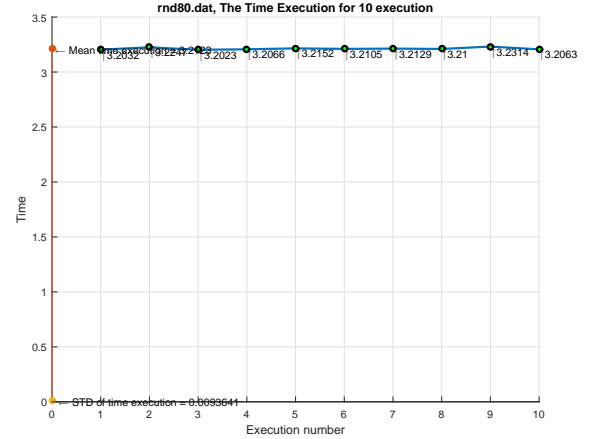


FIGURE 46 – Variation of the execution time VS the # of ants ( $20 \xrightarrow{step=20} 100$ ) in each execution ( $1 \xrightarrow{step=1} 5$ )

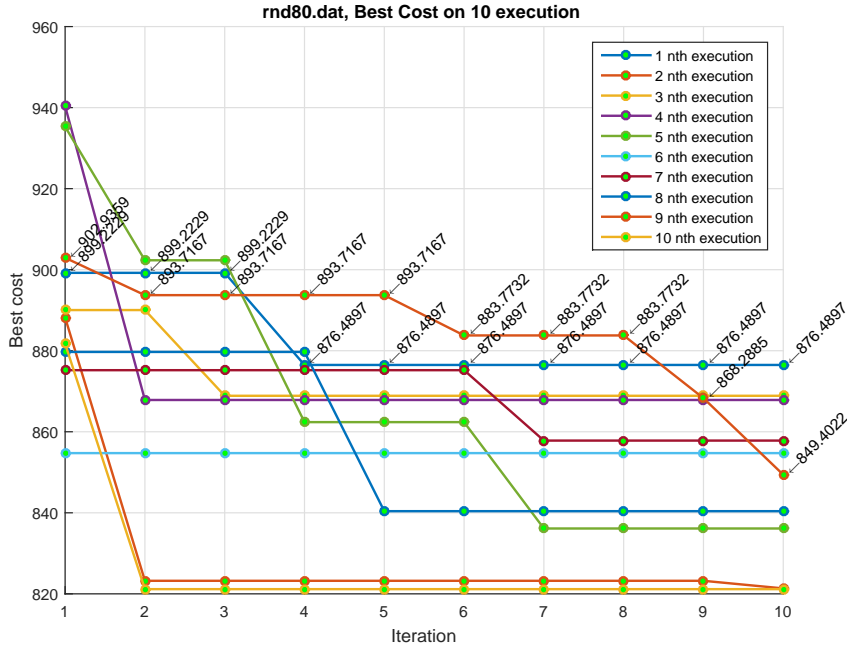


FIGURE 47 – Best cost VS Ants number variation with  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

Best Costs results for experience 2											Elapsed Time, Mean, STD	
	It :1	It :2	It :3	It :4	It :5	It :6	It :7	It :8	It :9	It :10	Elapsed time	
exec :1	899.22	899.22	899.22	876.49	876.49	876.49	876.49	876.49	876.49	876.49	3.20	
exec :2	888.19	823.22	823.22	823.22	823.22	823.22	823.22	823.22	823.22	821.34	3.22	
exec :3	890.04	890.04	868.88	868.88	868.88	868.88	868.88	868.88	868.88	868.88	3.20	
exec :4	940.37	867.84	867.84	867.84	867.84	867.84	867.84	867.84	867.84	867.84	3.21	
exec :5	935.28	902.33	902.33	862.38	862.38	862.38	836.13	836.13	836.13	836.13	3.22	
exec :6	854.73	854.73	854.73	854.73	854.73	854.73	854.73	854.73	854.73	854.73	3.21	
exec :7	875.20	875.20	875.20	875.20	875.20	875.20	857.82	857.82	857.82	857.82	3.21	
exec :8	879.70	879.70	879.70	879.70	840.40	840.40	840.40	840.40	840.40	840.40	3.23	
exec :9	902.94	893.72	893.72	893.72	893.72	883.77	883.77	883.77	868.29	849.40	3.21	
exec :10	881.72	821.16	821.16	821.16	821.16	821.16	821.16	821.16	821.16	821.16	3.21	
Mean											3.21	
STD											0.01	

TABLE 9 – Results of experience 2 on rand80.dat



## Exp. 2 on rand 100.dat

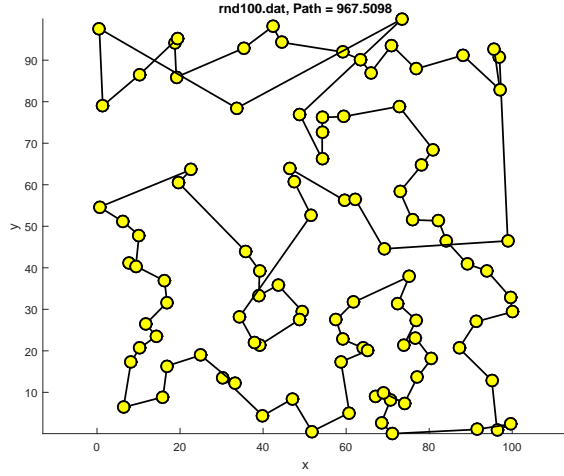


FIGURE 48 – Path journey

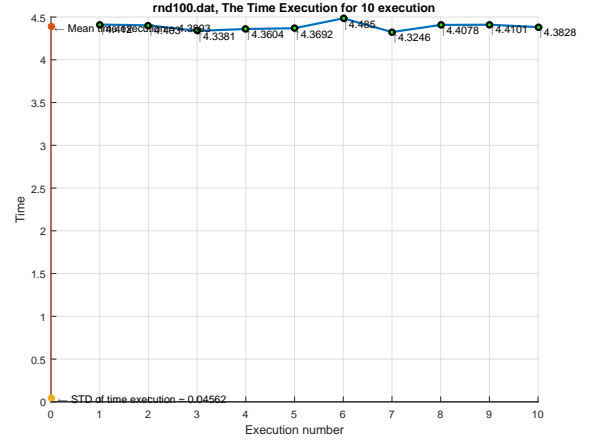


FIGURE 49 – Variation of the execution time VS the # of ants ( $20 \xrightarrow{step=20} 100$ ) in each execution ( $1 \xrightarrow{step=1} 5$ )

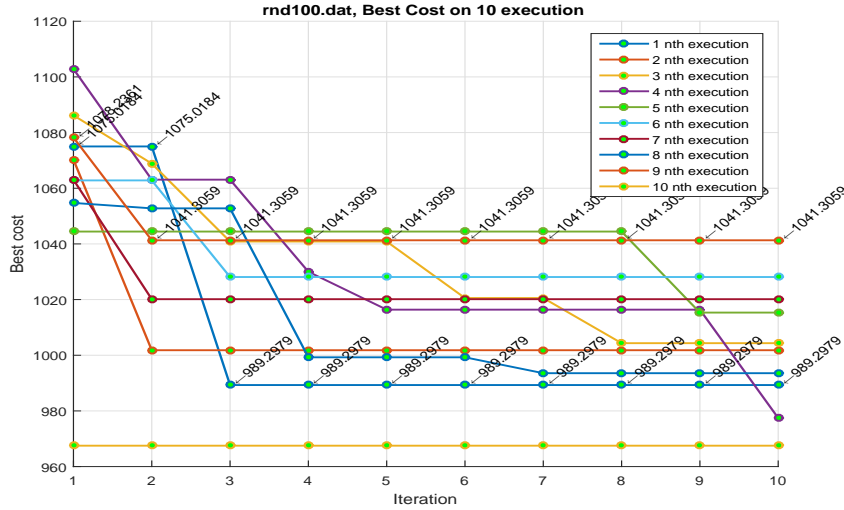


FIGURE 50 – Best cost VS Ants number variation with  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

Best Costs results for experience 2 on rand100.dat											Elapsed Time, Mean, STD		
	It :1	It :2	It :3	It :4	It :5	It :6	It :7	It :8	It :9	It :10	exec :1	Elapsed time	
exec :1	1075.02	1075.02	989.30	989.30	989.30	989.30	989.30	989.30	989.30	989.30	exec :2	4.41	
exec :2	1070.27	1001.81	1001.81	1001.81	1001.81	1001.81	1001.81	1001.81	1001.81	1001.81	exec :3	4.40	
exec :3	1086.19	1068.87	1040.86	1040.86	1040.86	1020.56	1020.56	1004.34	1004.34	1004.34	exec :4	4.34	
exec :4	1102.86	1063.08	1063.08	1030.00	1016.38	1016.38	1016.38	1016.38	1016.38	977.46	exec :5	4.36	
exec :5	1044.44	1044.44	1044.44	1044.44	1044.44	1044.44	1044.44	1044.44	1015.33	1015.33	exec :6	4.37	
exec :6	1062.82	1062.82	1028.11	1028.11	1028.11	1028.11	1028.11	1028.11	1028.11	1028.11	exec :7	4.49	
exec :7	1063.06	1020.15	1020.15	1020.15	1020.15	1020.15	1020.15	1020.15	1020.15	1020.15	exec :8	4.32	
exec :8	1054.73	1052.78	1052.78	999.26	999.26	999.26	993.55	993.55	993.55	993.55	exec :9	4.41	
exec :9	1078.24	1041.31	1041.31	1041.31	1041.31	1041.31	1041.31	1041.31	1041.31	1041.31	exec :10	4.38	
exec :10	967.51	967.51	967.51	967.51	967.51	967.51	967.51	967.51	967.51	967.51	Mean	4.39	
											STD	0.05	

TABLE 10 – Results of experience 2 on rand100.dat