

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA
VALPARAÍSO - CHILE



DESARROLLO DE UN MÉTODO DE DENSIMETRÍA NUCLEAR CON APLICACIONES EN MINERÍA

RENÉ ANTONIO RÍOS TORRES

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL ELECTRÓNICO MENCIÓN CONTROL E
INSTRUMENTACIÓN

PROFESOR GUÍA : CÉSAR SILVA JIMÉNEZ
PROFESOR CORREFERENTE : SERGEY KULESHOV

Dedicado a mi abuelo, Amario Torres.
Y a todos quienes hicieron este momento posible.

Agradecimientos

Quisiera comenzar agradeciendo a los profesores Sergey Kuleshov y César Silva. Al primero por brindarme la oportunidad de desarrollar este trabajo, entregando la confianza ganada gracias a todos los años en los cuales colaboré bajo su supervisión en diversos proyectos del Laboratorio de Detección de Partículas del Departamento de Física. Al profesor César, me faltan las palabras para agradecer la incommensurable paciencia que ha tenido conmigo, paciencia traspasada a través de las infinitas palabras de ánimo y consejo, palabras que borraron la incertidumbre e hicieron posible estar escribiendo estas líneas. En segundo lugar, a CCTVal, como parte del proyecto BASAL FB0821, por brindar la posibilidad de utilizar la infraestructura, tanto física como instrumental, sin la cual el desarrollo experimental de esta memoria habría sido imposible. En tercer lugar, agradecer a CONICYT por el apoyo brindado en el proyecto que será la continuación de este trabajo de memoria, titulado “Producción de Densímetros Nucleares para Minería”, el cual está enmarcado en la iniciativa del Concurso FONDEF de Valoración de la Investigación en la Universidad, VIU130075.

Continuando con los agradecimientos, más allá de los agradecimientos formales, quisiera agradecer a todos quienes hicieron posible este momento, pues más que un trabajo es un momento, que conlleva emociones y representa una transición más que el fin de una etapa. Es justamente este entretejido el cual se hace presente en estos momentos, se vuelve concreto, visible. Se convierten sentimientos en personas, ideas en caras. Principios, valores, a situaciones.

Ha sido tan largo el camino que podría olvidar mencionar a muchos, pero en virtud de los hechos, comenzaré agradeciendo cronológicamente a quienes hicieron posible la obtención de este título.

Agradezco primero a mi familia, a ella completa, no sólo por permitirme llegar a ser quien soy, sino por el apoyo incondicional a todos los proyectos en los que me he embarcado, sin cuestionamientos ni críticas. A mis hermanos Manuel, Soledad y Alejandra, quien tuvo que escuchar mis dudas existenciales y mis desaires vocacionales. A Anaís, por brindarme siempre una sonrisa. A mi padre René, por fomentar cada inquietud que tuve. A Darío, por la infinita paciencia y las palabras de aliento. A mi tía Mariana, por estar siempre dispuesta a ayudarme. A mi tío Antonio por confiar en mis talentos. A mis abuelos Aída y Amario, y en particular a mi abuelo Amario, por tratar de hacer siempre de mis sueños una realidad. A mi madre, por estar ahí siempre presente, bajo cualquier circunstancia. A Josefina y María por su carisma y su alegría.

A mis amigos agradecer la incondicionalidad, pese a lo variable de mi amistad, a los vaivenes, las mareas. Pero aún así siempre presentes, siempre constantes. A Byron Bevensee, Fabiola Cornejo, Francisco Valenzuela les agradezco esa consistencia, lle-

na de recuerdos impagables. A mi amigo David Kouyoumdjian le agradezco haberme motivado a comenzar esta aventura. Compartimos sueños y muchas vivencias. A él le debo el más sincero de mis agradecimientos. Y continuando con los sueños agradezco a Cristian Peña las incontables horas que pasamos bajo la luz de una ampolleta, intentando rasgar con un lápiz los papeles que responderían nuestras infinitas preguntas, y que nos hicieron buscar una vocación común. Agradezco su amistad y el tiempo que dedicamos a hacer realidad los proyectos en los que nos involucramos, los que finalmente te llevaron a seguir tu vocación. Y es en ese camino que conocí a Orlando Soto, quien no sólo ha sido mi compañero de trabajo, sino que me ha dado apoyo y consejos en todo momento, en especial en los momentos difíciles. Y sería imposible olvidar a Hayk Hakobyan, quien no sólo ha sido un gran amigo, sino también un gran consejero.

Antes de mi paso a la Universidad, quisiera agradecer a quienes me indicaron el camino a seguir, dando ejemplos y consejos, así como también motivando e ilustrando lo que sería mi vocación. A ellos, a los socios de la Sociedad Astronómica de Valparaíso, mi más profundo agradecimiento. En particular, a mi amigo Isaías Rojas, por sus siempre controversiales opiniones, a Luis Paredes y Moira Evans, a Domingo González, a todos ellos, les agradezco haberme permitido compartir momentos que no sólo me permitieron abrir mi mente, sino que me indicaron que mi vocación era la correcta.

De mi posterior paso por la Universidad, los ramos y proyectos, no puedo dejar de mencionar a Marco Bravo, Vicente Agosin, Carlos Silva, Carlos Pastene y Victor Nakagawa, con quienes compartimos los primeros años. Luego en mi paso a la electrónica, no puedo no mencionar a Javiera Quiroz y Francisco Barrios, incondicionales amigos, fuentes de motivación y ayuda bajo cualquier circunstancia. Continuando por la vida, en el trajinar de incontables iniciativas, agradecer a Federico Van Diest por su siempre sorprendente punto de vista, y a mi amigo Marcelo Muñoz, quien más que mi amigo, es casi un miembro más de mi familia. Y del paso por los ramos no puedo sino agradecer las conversaciones y momentos vividos con tantos amigos, como Felipe Martínez, Manuel Araneda y Víctor Vergara.

Agradecer también a mis compañeros de trabajo, Rimsky Rojas, Pavlo Bazalyeyev e Iñaki Vega, quienes siempre encontraron motivos para hacer de un día más o menos gris algo más entretenido. Así también agradecer a Francisco Martínez y Alam Toro, a quienes agradezco el apoyo brindado cada vez que así lo requerí. Y desde luego a mis amigos que he encontrado en este recorrido vocacional y laboral, a Oscar Aravena por las conversaciones, los desayunos y el asilo político, como también a Gerardo Vásquez los trotes por la costanera con larguísimas conversaciones después del trabajo.

Y para el final, sin tener menor importancia, quisiera comentar respecto a la Universidad. Una de las primeras cosas que oí de ella es que es llamada “La Bella sin Alma”. Lo cierto es que he encontrado en ella mucho más alma que en cualquier otro lugar que

haya estado. El paso por las aulas no pudo haber sido más grato al haber contado con los profesores Viktor Slusarenko, Olivier Espinosa, Gorazd Cvetic, Gastón Agüero y Jaime Glaría. A ellos, quienes siempre confiaron en mis capacidades, les agradezco el tiempo que dedicaron conversando conmigo, contándome sus vivencias, apoyándome en este paso por la Universidad, limando problemas y haciéndome ver lo simple que eran en realidad las cosas. Lamento que muchos de ellos ya no estén presentes, pero es en estas vivencias en donde su legado se hace patente. Es gracias a ellos, mi familia y amigos que este momento es posible. A todos ellos, infinitas gracias.

Resumen

En la actualidad, la automatización de procesos es de vital interés para la industria, ya que permite no sólo optimizar procesos, sino también reducir costos y a la vez obtener mayores beneficios. Sin embargo, para realizar dicha automatización es necesario contar con la instrumentación necesaria y adecuada para este propósito. En este marco, trabajar con sensores específicos que permitan medir cada una de las distintas dinámicas de los sistemas es esencial. Dentro de este nicho, la instrumentación nuclear es fundamental, siendo ya una herramienta madura con más de 60 años prestando servicios a la industria.

Las posibles aplicaciones de una nueva metodología de medición de densidad son la principal motivación de esta memoria, ya que tal como se mencionó anteriormente, el control y seguimiento de los procesos metalúrgicos es fundamental. Ya desde inicios de la década de 1970, con la aparición de microprocesadores de bajo costo, se hizo posible medir en línea y en tiempo real distintas variables de los procesos.

Es dentro de este marco que se desarrolla la presente memoria, comenzando por desarrollar un modelo alternativo para la medición de densidad mediante métodos nucleares, utilizando medición por coincidencia de eventos en dos detectores, en donde uno de ellos está adosado al radioisótopo, en lugar de la proposición tradicional de utilizar un sólo detector. Dicha disposición de detectores permite desarrollar un modelo de medición de densidad que independiza las mediciones del tiempo de integración, permitiendo una calibración más sencilla del equipo, en comparación a las múltiples mediciones necesarias en equipos con tiempos de integración definidos.

Se procedió entonces a proponer un modelo de medición de densidad a partir de la medición de la atenuación de un flujo de radiación gamma, se implementó un experimento que permitió medir dicha atenuación, y se computaron densidades para 3 muestras distintas, obteniendo un error relativo en las mediciones cercano al 5 %, lo que es satisfactorio para un equipo de estas características.

Abstract

In our days process automation is vital for the industry since it allows not only process optimization, but also cost reduction and hence higher profits. However, to perform process automation is necessary to have the appropriate instruments and sensors. In this field, working with specific sensors to measure each different variable of the system is essential. As a solution for this requirement for many applications nuclear instrumentation is key, being a mature tool with over 60 years serving the industry.

The possible applications of a new methodology for density measurements are the main motivation of this work. This is because, as mentioned before, control and monitoring of metallurgical processes is essential. Starting the decade of 1970s, with the advent of low-cost microprocessors, it became possible to measure the different process variables in real time. Thus, it is in this framework that this work has been done, starting by developing an alternative model for measuring density by nuclear methods. This alternative measurement method uses coincidence of events in two detectors, wherein one of them is attached to the radioisotope, instead to the traditional way, which uses a single detector. Such arrangement of detectors allows to calibrate density measurements independently from the integration time. This permits an easier equipment calibration if compared to the multiple measurements required on sensors with a defined integration time.

A model to measure density using the attenuation of a gamma radiation flux was proposed. An experiment was implemented to measure the attenuation and densities were computed for 3 different samples. The measurements had a relative error closer to 5 %, which is satisfactory for this kind of equipment.

Índice General

Resumen	I
Abstract	II
Índice General	IV
Índice de Figuras	VII
Índice de Tablas	XIII
1. Introducción	1
Organización del Documento	2
2. Marco Teórico	4
2.1. Estado del Arte	4
2.1.1. Inicios e importancia	4
2.1.2. Medidores de densidad utilizados en la industria	9
2.1.3. Densimetría Nuclear	12
2.1.4. Alternativas de emisores de radiación ionizante	14
2.1.4.1. Fuentes radiactivas	14
2.1.4.2. Emisor de rayos X	17
2.1.5. Alternativas para el sensor de radiación	20
2.1.5.1. Cámara de ionización	20
2.1.5.2. Detector de centelleo	22
2.1.6. Alternativas de sistema de adquisición de datos	27
2.1.6.1. Sistema de conteo	27
2.1.6.2. Digitalizador de voltaje	28
2.1.6.3. ADC por integración de carga	31

3. Fundamentos de densimetría nuclear	35
3.1. Introducción	35
3.2. Probabilidades de Interacción	36
3.2.1. Sección eficaz	36
3.2.1.1. Sección eficaz total de interacción de fotones Gamma sobre la materia	41
3.2.2. Dispersión de la radiación Gamma.	43
3.3. Medición de la densidad	45
3.3.1. Medición del coeficiente de atenuación	45
3.3.2. Modelado de la atenuación producida por un compuesto	54
3.3.2.1. Cálculo de la atenuación producida por un compuesto químico	55
3.3.2.2. Cálculo de la atenuación producida por una mezcla de elementos o compuestos	59
4. Implementación de un sistema de medición de atenuación de radiación gamma	65
4.1. Diseño del experimento	65
4.1.1. El diseño mecánico	65
4.1.2. Diseño de la electrónica	71
4.1.2.1. Implementación de los sensores de radiación	71
4.1.2.2. Sistema de adquisición de datos	82
5. Resultados Experimentales	88
5.1. La calibración del experimento	88
5.1.1. La selección de la distancia adecuada	90
5.1.1.1. Midiendo la radiación incidente	94
5.2. Medición de la densidad.	102
5.2.1. El cálculo de la densidad medida	110
5.3. Aplicación del modelo: cuantificación de Oro en una muestra de Mineral de Oro	115
5.3.1. Cálculo de la densidad para una muestra compuesta de 2 componentes distintos	117
5.3.2. Modelado de un mineral de oro-cuarzo	118
Conclusión	122
Bibliografía	124

A. Códigos utilizados	129
A.1. Calibración de la distancia adecuada	129
A.2. Medición de la densidad	131

Índice de Figuras

1.1. Densímetro nuclear instalado en tubería industrial. Obtenido de folleto de Berthold Technologies.	2
1.2. Esquema de un densímetro Thermo Scientific AM870. Adaptado de folleto.	3
2.1. Los dos mayores procesos productivos del cobre: pirometalurgia (izquierda) e hidrometalurgia (derecha). Créditos imagen: Codelco.	5
2.2. Variables de control en el circuito de molienda de mineral. Figura adaptada de [32].	6
2.3. Esquema de control recomendado para espesadores [9].	7
2.4. Concentrado de cobre obtenido en columnas de flotación de Planta Las Tórtolas, división Los Bronces de Anglo American Chile. Fotografía extraída de [31], p. 50.	8
2.5. Diagrama P&ID de control de espesadores. Figura obtenida de [30].	9
2.6. Adaptada de [14], subsección 6.1: “Density: Applications and Selection”, p. 810.	11
2.7. Densímetro nuclear instalado en el circuito de flotación de la Planta Las Tórtolas, división Los Bronces de Anglo American Chile. Fotografía adaptada de [31], p. 28.	12
2.8. Comportamiento del coeficiente de atenuación lineal en NaI (Ioduro de Sodio, compuesto típicamente utilizado en la fabricación de cristales de centelleo). Se muestra contribución de la absorción fotoeléctrica, la dispersión Compton y la producción de pares. Figura adaptada de [15].	13
2.9. Esquema de desintegración del Cobalto-60. Créditos imagen: Wikipedia.	16
2.10. Tubo de rayos X y el espectro generado. Figuras adaptadas de [20].	18
2.11. Esquema de una cámara de ionización. Créditos imagen: Adaptado de [21].	20

2.12. Variación de la amplitud de los pulsos de salida producidos por los distintos tipos de detectores respecto del voltaje de polarización. Las dos curvas corresponden a radiación incidente de distinto nivel de energía. Gráfica adaptada de [24].	22
2.13. Principio de funcionamiento de un detector de centelleo. Figura adaptada de [22].	24
2.14. Esquema de funcionamiento de un detector de centelleo acoplado a un tubo fotomultiplicador. Créditos imagen: Adaptada de Wikipedia. . . .	25
2.15. Arreglo de MPPC Hamamatsu S12045(X). Fotografía obtenida de [35].	27
2.16. Un sistema de conteo simple, implementado en un monitor de radiación Geiger-Müller. Créditos imagen: Wikipedia.	28
2.17. Digitalización de pulsos mediante un osciloscopio o un digitalizador de escritorio. Ambos sistemas operan bajo el mismo principio de muestreo de una señal. Imagen adaptada de [33].	29
2.18. Esquema típico de adquisición de datos. Créditos imagen: Adaptada de Radiation Detection and Nuclear Instrumentation Laboratory, Curso de la Universidad de Berkeley, California, EE.UU.	29
2.19. Señal de salida de un fotomultiplicador acoplado a un cristal de centelleo. La amplitud del pulso es cercana a 2 [V], la duración del pulso es cercana a 60[nS].	30
2.20. Esquema de procesamiento de datos en los nuevos sistemas de adquisición de datos producidos por CAEN. Imagen adaptada de [33].	30
2.21. Esquema de funcionamiento de un digitalizador Wilkinson. Créditos imagen: Adaptada de Radiation & Radioisotope Methodology, curso de la Universidad McMaster, Canadá.	32
2.22. Pulso de corriente proveniente de un detector de centelleo dentro de su respectiva ventana de integración.	33
2.23. Digitalización de pulsos mediante un integrador de carga (QDC), los cuales implementan un conversor análogo digital del tipo mostrado en la figura 2.21. Imagen adaptada de [33].	34
3.1. Representación simple de la transferencia de energía por efecto fotoeléctrico. Imagen extraída de [36].	35
3.2. Representación simple de la dispersión producida por efecto Compton. Imagen extraída de [37].	36
3.3. Representación pictórica de la interacción de un electrón con el campo eléctrico nuclear. Imagen extraída de [38].	36
3.4. Definición de la sección eficaz de dispersión [12].	37
3.5. Definición del parámetro de impacto en la dispersión de partículas. . . .	38

3.6.	Material con distribución uniforme de centros de dispersión.	39
3.7.	Diferencial del flujo de radiación Gamma incidente debido a la dispersión.	40
3.8.	La importancia relativa de las formas más usuales de interacción de la radiación Gamma con la materia. Gráfica adaptada de [26].	42
3.9.	Experimento de medición flujo incidente.	46
3.10.	Experimento de medición de flujo saliente.	46
3.11.	Carta de los núclidos. Créditos Imagen: Adaptada de Wikipedia.	49
3.12.	Gráfica de peso atómico A versus número atómico Z para los valores de los elementos representados en la tabla periódica. Elaboración propia, a partir de datos de [39].	50
3.13.	Gráfica de la razón entre el número atómico y el peso atómico Z/A versus número atómico Z para los valores de los elementos representados en la tabla periódica. Elaboración propia, a partir de datos de [39].	51
3.14.	Porcentaje peso de los principales elementos constituyentes de la corteza terrestre. Gráfica elaborada con datos de [40].	52
3.15.	Abundancia de elementos en la corteza y algunas de sus categorías. Figura adaptada de: “Rare Earth Elements — Critical Resources for High Technology”, USGS Fact Sheet 087-02, 2002.	53
3.16.	Atenuación lineal producto de capas yuxtapuestas de materiales diferentes.	54
3.17.	Correcciones aplicadas a la densidad aparente ρ_B^* de modo de obtener la densidad real ρ_B . Esta gráfica en particular se aplica a sondas calibradas en piedra caliza y agua. Adaptada de [41].	59
4.1.	Diagrama del experimento implementado.	65
4.2.	Colimador de plomo, todas las dimensiones están en milímetros.	66
4.3.	Coeficiente de atenuación de masa del plomo. Imagen adaptada de [42].	67
4.4.	Tagger y detector gamma. El diagrama no está a escala, de modo que las dimensiones del tagger no son comparables a las dimensiones del detector gamma.	68
4.5.	De izquierda a derecha, el colimador de 3[mm], la fuente de Na-22 y el colimador de 1[mm].	69
4.6.	Vista desensamblada del <i>tagger</i>	69
4.7.	Vista desensamblada del detector gamma.	70
4.8.	Vista superior del experimento. Se aprecian el <i>tagger</i> (a la izq.) y el detector gamma (a la der.) alineados. La zona que se aprecia, de 15[cm] \times 15[cm] \times 15[cm] es donde se posicionan las muestras.	70

4.9. Comparación de espectros de energía de obtenidos con el cristal Brillance (en rojo) y el cristal de Ioduro de Sodio (en azul). Adaptada de [44]	72
4.10. Comportamiento de la corriente de polarización del fotomultiplicador a medida que aumenta la corriente de salida. Adaptada de [45]	75
4.11. Comportamiento de la corriente de salida en iguales condiciones de operación, pero utilizando 2 configuraciones para el divisor de voltaje diferentes. Adaptada de [46]	76
4.12. Ganancia en función del voltaje para el fotomultiplicador Hamamatsu R3998-02 (a la izq., entre otros) y el R7525 (a la der.). Adaptada de hojas de datos del fabricante.	77
4.13. Red de polarización para fotomultiplicador Hamamatsu R7525. <i>HV</i> representa a la fuente de alto voltaje, que es externa al circuito.	78
4.14. Red de polarización para fotomultiplicador Hamamatsu R3998-02. <i>HV</i> representa a la fuente de alto voltaje, que es externa al circuito.	79
4.15. Placas diseñadas en Altium Designer para PMT R3998-02. Arriba a la izquierda se muestran las capas superiores (top layer) de las PCB; bajo esta se muestran las correspondientes capas inferiores (bottom layer). A la derecha para la PCB superior se muestran las 2 capas en una imagen.	80
4.16. Placas ensambladas para PMT R3998-02. A la izquierda se ve el prototipo fabricado por fresadora CNC, señalando las placas según nomenclatura de la fig. 4.15. A la derecha se ve la versión final de las PCB fabricadas por PCBCART.	81
4.17. Placas fabricadas para PMT R7525. Se aprecian las placas por ambos lados y la vista ensamblada. Arriba es posible apreciar el cristal Brillance y el socket de conexión del PMT.	82
4.18. Diagrama de bloques del controlador CAMAC en conjunto con 3 módulos CAMAC normales. Créditos imagen Corporación Lecroy.	83
4.19. En la imagen se ve el diagrama que permite la adquisición de datos. No se muestra la forma en que se genera la interrupción en el controlador CAMAC.	85
4.20. Sistema de adquisición de datos implementado. El gabinete superior es el CAMAC, donde el controlador está a la derecha y a su izquierda se encuentra el ADC. El gabinete inferior es NIM y contiene la lógica representada en el esquemático 4.19.	86
4.21. Captura de pantalla de la rutina de adquisición de datos programada.	87
5.1. Esquema de decaimiento del Sodio-22.	88
5.2. Esquema muy simplificado de la formación del par de rayos gamma.	89

5.3.	Corte de perfil haz gamma que produce coincidencia en ambos detectores, donde α es el ángulo sólido del haz. Las dimensiones están en [mm].	89
5.4.	Diámetro del haz en función de la distancia.	90
5.5.	Interacciones de fotones gamma con el detector. Adaptada de [24]. . . .	91
5.6.	Respuesta del detector ante los distintos eventos posibles de interacción de fotones gamma. Adaptada de [24].	92
5.7.	Espectro de Na-22.	93
5.8.	Espectro de Na-22 con función ajustada sobre fotopico de 511[keV]. . .	94
5.9.	Espectros obtenidos. La señal de gatillo para ambos detectores fue generada por el PMT1.	95
5.10.	Acercamiento del espectro del PMT1.	96
5.11.	Acercamiento del espectro del PMT2.	96
5.12.	Eficiencia de absorción del cristal Brillance 380. La línea roja representa aproximadamente la eficiencia correspondiente a los 511[keV] en el detector utilizado de 25[mm]. Adaptada de hoja de datos de Saint-Gobain Brillance 380.	97
5.13.	Razón de fotopico al resto del espectro, para distintos tamaños de centelleador (en pulgadas). Adaptada de “Efficiency Calculations for Selected Scintillators” de Saint-Gobain.	98
5.14.	Espectros encontrados tras utilizar un ajuste en PMT1 y una condición en la gráfica del PMT2.	99
5.15.	Espectros encontrados tras utilizar la condición detallada en (5.7). . . .	100
5.16.	Probabilidad en función de la distancia en [mm], según definición de (5.8).	101
5.17.	Salida del intérprete de ROOT luego de ejecutar el algoritmo de análisis. .	102
5.18.	Medición de densidad de plomo.	103
5.19.	Ajuste del PMT1 y consecuente histograma de eventos en el PMT2 condicionados por eventos dentro del ajuste.	104
5.20.	Histograma del fotopico del PMT2 condicionada para eventos dentro del fotopico del PMT1.	105
5.21.	Ajuste del PMT1 y consecuente histograma de eventos en el PMT2 condicionados por eventos dentro del ajuste, para el poliestireno.	106
5.22.	Histograma del fotopico del PMT2 condicionada para eventos dentro del fotopico del PMT1, para el poliestireno.	106
5.23.	Ajuste del PMT1 y consecuente histograma de eventos en el PMT2 condicionados por eventos dentro del ajuste, para el duraluminio.	107

5.24. Histograma del fotopico del PMT2 condicionada para eventos dentro del fotopico del PMT1, para el duraluminio.	108
5.25. Ajuste del PMT1 y consecuente histograma de eventos en el PMT2 condicionados por eventos dentro del ajuste, para el plomo.	109
5.26. Histograma del fotopico del PMT2 condicionada para eventos dentro del fotopico del PMT1, para el plomo.	109
5.27. Histograma del fotopico del PMT2 condicionada para eventos dentro del fotopico del PMT1, para el plomo, en donde para cada una de las frecuencias se ha graficado su dispersión según Poisson.	110
5.28. Histogramas de los PMT1 y el PMT2 condicionado, para los distintos materiales medidos.	114
5.29. Salida del intérprete de ROOT para el algoritmo de análisis de datos. . .	115
5.30. Mineral de oro de ley alta, obtenido de una veta de cuarzo en Alma, Colorado, EE.UU. La apariencia de la roca es típica para un muy buen mineral de oro-cuarzo. Créditos de Imágen: Wikipedia.	116
5.31. Cuociente de las constantes de atenuación (5.21). El eje X representa el aumento de la fracción peso del oro, mientras el eje Y representa al cuociente.	119
5.32. Cuociente de las densidades, según (5.24). El eje X corresponde a la fracción peso de oro, mientras el eje Y al cuociente.	120

Índice de Tablas

2.1. Principios, ventajas y desventajas de los medidores de densidad más utilizados en la industria minera. Tabla elaborada con información obtenida de [13] y [14].	10
2.2. Distintos uso de radioisótopos industriales. Datos de [18], p. 9.	15
2.3. Ventajas y desventajas del uso de radioisótopos como fuentes para la medición de densidad.	17
2.4. Ventajas y desventajas de la utilización de un tubo de rayos x como emisor de radiación para la medición de densidad.	19
2.5. Tabla comparativa entre un MPPC y un PMT. Tabla obtenida de [34].	26
3.1. Efecto (Z/A) relativo a la calcita. Obtenida de [41].	58
4.1. Características de los PMT Hamamatsu escogidos. Información obtenida de hojas de datos del fabricante.	71
4.2. Características del cristal Brillance, en comparación al cristal de Ioduro de Sodio. Información obtenida de [44].	72
4.3. Características más importantes para calcular la corriente media de salida y su valor.	74
4.4. Distribución aguzada (tapered) de voltajes para PMT Hamamatsu R7525. Obtenida de hoja de datos del fabricante.	76
4.5. Distribución aguzada (tapered) de voltajes para PMT Hamamatsu R3998-02. Definida por el profesor Kuleshov.	78
4.6. Características del QDC Lecroy 2249A.	84
5.1. Composición de las muestras utilizadas. A la izquierda aleaciones; a la derecha compuestos.	103
5.2. Valores medidos de flujo incidente, saliente y atenuación para los distintos materiales medidos.	111
5.3. Densidad medida en función de la densidad del Duraluminio.	112

5.4.	Densidad medida en función de la densidad del Poliestireno.	113
5.5.	Densidad medida en función de la densidad del Plomo.	113
5.6.	Características del oro y del cuarzo.	117

Capítulo 1

Introducción

En los albores de la física nuclear, al descubrirse los radioisótopos y las radiaciones ionizantes, se buscaron aplicaciones prácticas a estos fenómenos, muchísimo antes incluso de tener un conocimiento acabado de los procesos físicos involucrados en la interacción de la radiación con la materia. Debido a esta ignorancia, muchas veces esta búsqueda fue infructuosa, lo que no opacó el nacimiento de aplicaciones relevantes hasta nuestros días, las que facilitan nuestra vida diaria, hecho que se comprueba en la familiaridad con la que se habla de radiografías y otras técnicas de imagenología médica, siendo que los conceptos tras estas aplicaciones van mucho más allá del conocimiento de la gente común.

En este contexto, este trabajo nace del interés en aplicar técnicas de la física de altas energías en el área industrial. Bajo la guía del Dr. Kuleshov, y en base de métodos vistos en [11], se propone medir la densidad de materiales mediante la medición de la atenuación de un flujo de radiación gamma, ya que la densidad es una variable esencial en la interacción de la radiación con la materia, y en particular, en la interacción de fotones altamente energéticos con la materia [12]. Se pretende también innovar en la medición de densidad, utilizando un radioisótopo capaz de producir una señal de referencia en un detector acoplado a este, lo que será de gran utilidad a la hora de medir la densidad, tal cual se verá en los capítulos siguientes.



Figura 1.1: Densímetro nuclear instalado en tubería industrial. Obtenido de folleto de Berthold Technologies.

Organización del Documento

El documento comienza introduciendo primero las distintas tecnologías y problemáticas asociadas a la medición de densidad, como también a la medición de radiación ionizante. Luego, en el capítulo siguiente, se detallan los aspectos teóricos que fundamentan la posibilidad de realizar mediciones de densidad mediante la medición de la atenuación de un flujo de radiación. En el capítulo cuarto se describe la forma en que se implementó un experimento capaz de medir atenuación de radiación y en el capítulo quinto se describen los resultados obtenidos por este sistema. Finalmente, el capítulo sexto expone las conclusiones surgidas del desarrollo de esta memoria.

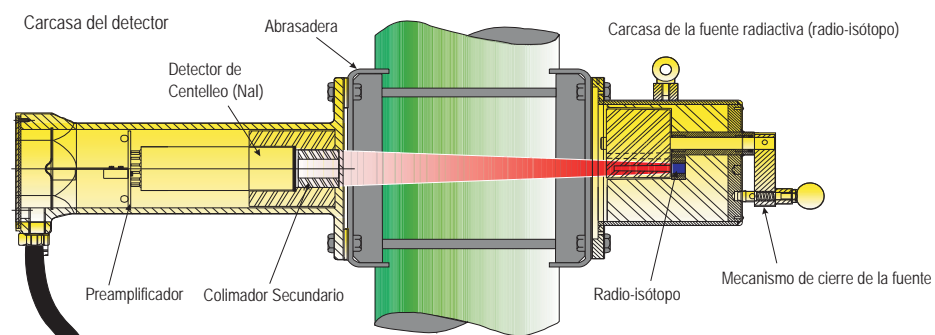


Figura 1.2: Esquema de un densímetro Thermo Scientific AM870. Adaptado de folleto.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Estado del Arte

2.1.1. Inicios e importancia

En la actualidad, la automatización de procesos es de vital interés para la industria, ya que permite no sólo optimizar procesos, sino también reducir costos y a la vez obtener mayores beneficios. Sin embargo, para realizar dicha automatización es necesario contar con la instrumentación necesaria y adecuada para este propósito. En este marco, trabajar con sensores específicos que permitan medir cada una de las distintas variables de los sistemas es esencial. Para suplir esta necesidad, la instrumentación nuclear es fundamental, siendo ya una herramienta madura con más de 60 años prestando servicios a la industria [1], particularmente en las áreas de la industria donde existen grandes flujos continuos de material, tales como en la industria metalúrgica extractiva o en la industria petroquímica. Por otro lado, en áreas donde es imposible realizar mediciones directas, como en las obras civiles, la tecnología nuclear es fundamental.

La primera descripción de instrumentación nuclear pertenece a A. P. Schreiber, data de 1948 y detalla un medidor de nivel nuclear. A partir de este incipiente desarrollo, ya para el año 1961, existían alrededor de 15.000 medidores nucleares (*nuclear gauges*) en uso en 21 países diferentes [2]. Actualmente se estima que a nivel mundial existen en uso más de 250.000 de estos dispositivos, generando ganancias por su utilización que superan los 5.000 millones de dólares anuales [3].

Las posibles aplicaciones de una nueva metodología de medición de densidad son la principal motivación de esta memoria, ya que tal como se mencionó anteriormente, el control y monitoreo de los procesos metalúrgicos es fundamental. Ya desde inicios de la década de 1970, con la aparición de microprocesadores de bajo costo, se hizo

posible medir en línea y en tiempo real distintas variables de los procesos, esto gracias a medidores de flujo magnético, medidores nucleares de densidad, analizadores químicos y de tamaño de partículas, entre otra instrumentación naciente [4]. Otra de las razones de enmarcar la memoria en el área minera, y quizás la más importante, radica en la relevancia de ésta en la economía nacional. Para el año 2008 esta área aportó con poco más del 17 % del PIB y el 59 % de las exportaciones nacionales [5]. Esto se debe a que Chile posee el 28 % de las reservas de cobre en el mundo, produciendo en el 2011 el 32 % del total de la producción mundial de cobre [6].

En este contexto, la producción de cobre (y otros minerales) consta de las siguientes etapas principales [7]:

- **Extracción:** Extracción del mineral desde la mina hasta la planta de procesos.
- **Procesamiento:** Reducción de tamaño por métodos físicos para liberar las partículas metálicas desde la roca. Aumento de la concentración de los metales por métodos físico-químicos.
- **Fundición:** Separación de los metales contenidos en los concentrados.
- **Refinación:** Purificación de los metales producto de la fundición, para su transformación industrial.

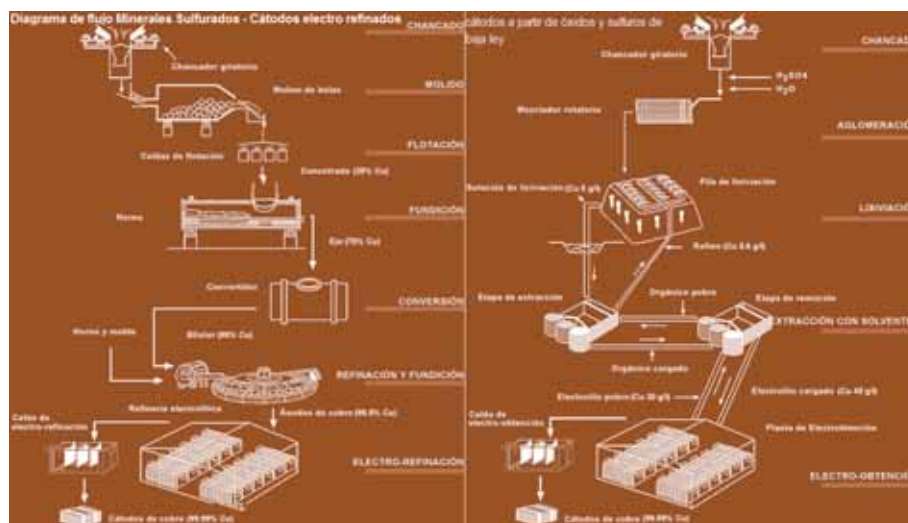


Figura 2.1: Los dos mayores procesos productivos del cobre: pirometalurgia (izquierda) e hidrometalurgia (derecha). Créditos imagen: Codelco.

Es en la etapa de “*procesamiento*”, particularmente en el proceso de concentración de minerales, en donde los densímetros nucleares encuentra su principal nicho de aplicación.

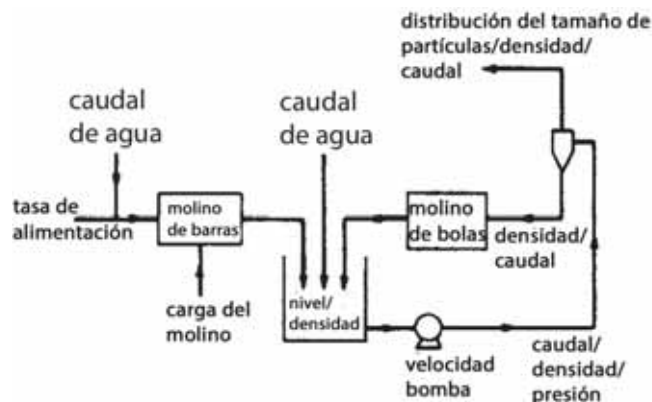


Figura 2.2: Variables de control en el circuito de molienda de mineral. Figura adaptada de [32].

En el caso de la minería del cobre, el proceso de concentración se aplica a las minas de mineral sulfurado de profundidad, que corresponden a la fuente del 80 % de la producción mundial de cobre [8]. Para las minas de óxidos de cobre, que corresponden a los minerales superficiales, se realizan procesos de hidrometalurgia, en particular la lixiviación [7].

Dentro de los procesos de la pirometalurgia, la concentración de minerales es un paso necesario. Una de las etapas fundamentales de la concentración de minerales se basa en la utilización de espesadores, en donde para obtener una óptima operación y control de éstos es recomendable tener un buen nivel de instrumentación y lazos de control. El primer lazo de control, y más importante, es el del tonelaje (controlado por la densidad y el flujo de alimentación), en conjunto con el flujo de floculante, de manera de mantener una dosis constante de floculante. Los floculantes son sustancias químicas, generalmente compuestos orgánicos, que aglutinan los sólidos en suspensión. También se puede tener un segundo lazo de control de la interfase con la dosis de floculante, de manera de mantener un nivel de cama fijo. Este lazo es recomendado sólo para aplicaciones donde existe y funciona el sensor de nivel de interfase. Para la descarga se recomienda ajustar el flujo de descarga por medio de la válvula de control para mantener una densidad constante. El flujómetro también verifica que se mantenga un flujo adecuado para evitar embanques en la línea [9]. Un esquema de los lazos de control detallados se muestra en la figura 2.3.

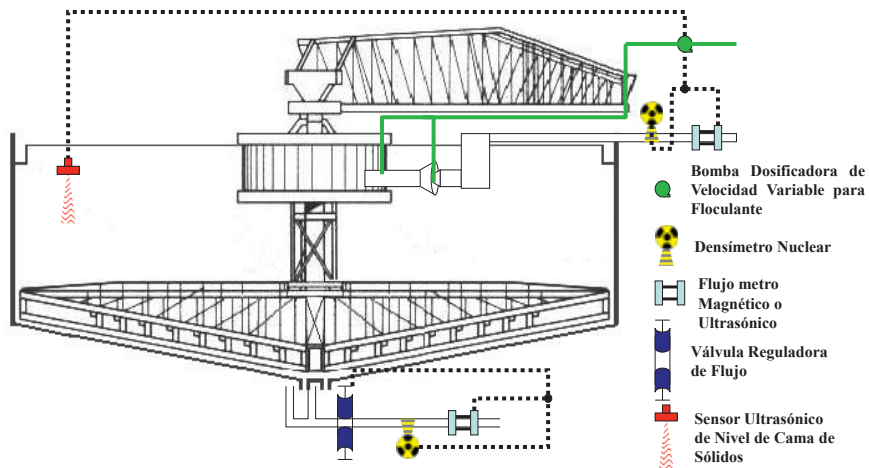


Figura 2.3: Esquema de control recomendado para espesadores [9].

La concentración de minerales sulfurados se realiza mediante la flotación. Las variables más importantes a considerar en este proceso son las siguientes [10]:

- densidad de la pulpa o porcentaje de sólidos.
- granulometría de la mena (en la pulpa).
- temperatura de la pulpa.
- acondicionamiento de la pulpa.
- tipo y dosificación de reactivos de flotación.
- tiempo de residencia de la pulpa.
- calidad del agua utilizada.
- pH de la mezcla.
- distribución de las burbujas de aire.
- tamaño de las burbujas.

La definición y utilización de estas variables escapan de los objetivos de esta memoria, pero es importante destacar que la densidad es una variable fundamental en la flotación..



Figura 2.4: Concentrado de cobre obtenido en columnas de flotación de Planta Las Tórtolas, división Los Bronces de Anglo American Chile. Fotografía extraída de [31], p. 50.

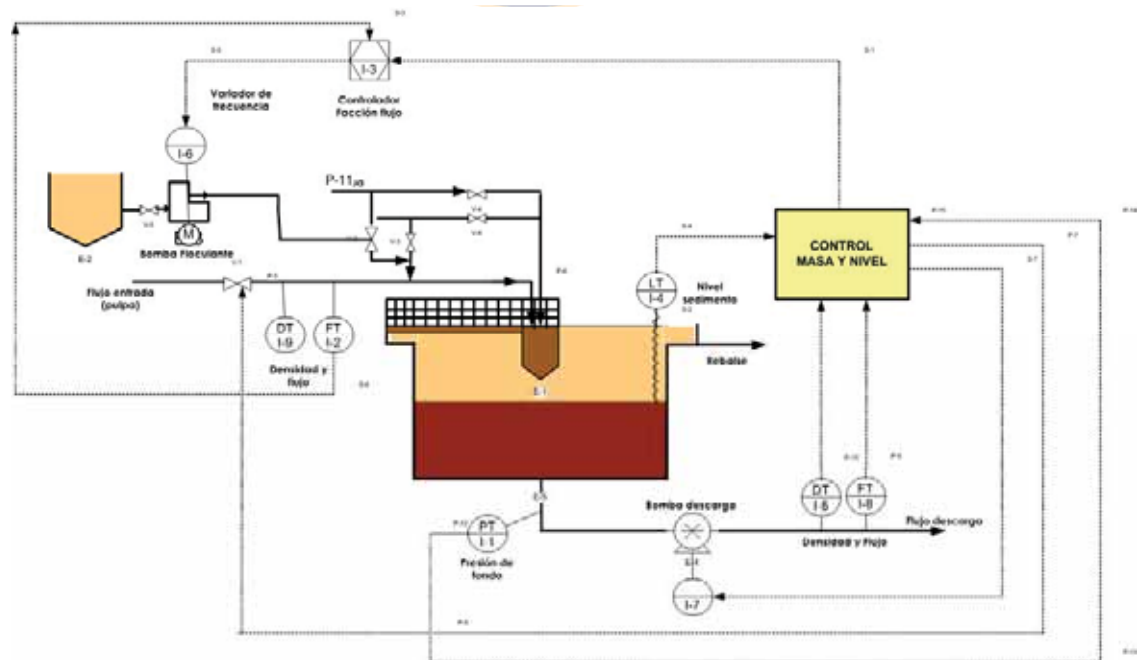


Figura 2.5: Diagrama P&ID de control de espesadores. Figura obtenida de [30].

2.1.2. Medidores de densidad utilizados en la industria

La densidad como variable instrumental se mide utilizando diversos principios físicos. Entre la instrumentación utilizada en minería para la medición de densidad de pulpa, por ejemplo, los principios físicos utilizados son: medidores de flujo másico (y densidad) por efecto coriolis, medidores ultrasónicos de densidad y medidores por transmisión de radiación. Cada uno de estos principios y equipos tiene sus ventajas y limitaciones, las que pueden resumirse en la tabla siguiente:

Tabla 2.1: Principios, ventajas y desventajas de los medidores de densidad más utilizados en la industria minera. Tabla elaborada con información obtenida de [13] y [14].

Medidor	Principio	Ventajas	Desventajas
Efecto coriolis	Medición del desfase en la oscilación (excitada por fuente externa) entre 2 tuberías con flujo de material.	No emite radiaciones ionizantes. Puede medir además flujo másico, flujo volumétrico y temperatura.	No aplicable para flujos muy altos. La temperatura afecta la frecuencia natural de vibración, por lo que se debe medir esta variable. Se ven afectados por vibraciones externas, por lo que se requiere de un diseño complejo para lograr la aislación del medio externo, lo que encarece el equipo. Burbujas y partículas en el fluido disminuyen la exactitud de la medición.
Radiación	Medición de la atenuación de un flujo de radiación conocido.	Externo a la tubería. No se ve afectado por las variables internas del fluido (presión, corrosión, etc.).	Errores causados por estratificación del flujo, aire atrapado en la tubería y depósito de material en las paredes de la tubería. La respuesta de los detectores se ve afectada por la temperatura. Las radiaciones ionizantes son peligrosas para el ser humano.
Ultrasónicos	Medición de la atenuación de la intensidad de un pulso ultrasónico.	No emite radiaciones ionizantes. Más barato que el resto de las soluciones.	Requiere de un módulo de compresibilidad constante en el fluido. Las burbujas de aire y los sólidos pesados afectan a la medición. Tiene limitaciones respecto a los porcentajes máximos de sólidos presentes.

En la figura 2.6 se pueden observar en la tabla otras técnicas utilizadas para la medición de la densidad como variable de instrumentación en la industria. Esta tabla contiene la orientación para la selección del instrumental más adecuado al proceso a medir. Se puede apreciar que la técnica de medición por atenuación de radiación es la que tiene mayores ámbitos de aplicación en la industrial. La presente memoria desarrollará esta técnica en particular.

 Tabla de orientación para selección de sensores de densidad

Diseño de sensores para LÍQUIDOS	Aplicable a			Span mínimo basado en agua SG = 1.0	Incerteza en % del span o en unidades de SG	Limitaciones del diseño en presión y temperatura		Compensación de temperatura disponible	Indicador local directo	Transmisor
	Procesos de flujos limpios	Servicios de lodos	Flujos viscosos o de polímeros							
						PSIG/°F	Bars/°C			
Tipo de posición angular	✓			0.1	0.5%	1000/500	69/260	N.S.		✓
Tipo de bola	✓			Digital	0.01 SG	600/160	41/71	N.S.	✓	✓
Tipo capacitivo	✓	✓	✓	0.1	1%	500/160	34.5/71	✓		✓
Tipo de desplazamiento										
Desplazamiento por fuerza de empuje	✓			0.005	1%	1500/850	130/472	N.S.		✓
Flotación balanceada por cadenas	✓			0.005	1–3%	500/450	34/232	✓	✓	✓
Suspensión electromagnética	✓			0.01	0.5–1%	200/350	14/177	✓		✓
Hidrómetros	✓			0.05	1%	100/200	7/93	✓	✓	✓
Tipo de cabeza hidrostática	✓	✓	✓	0.05	0.2–1%	5000/350	345/177	N.S.	✓	✓
Oscilador por efecto Coriolis	✓	✓	✓	0.1	0.02 SG o mejor	5000/800	345/426	✓		✓
Medición de atenuación de radiación	✓	✓	✓	0.05	1%	Ilimitado	Ilimitado	✓		✓
Sónico/Ultrasonico	✓	✓	✓	0.2	1–5%	1000/390	69/199	✓		✓
Tubo gemelo	✓	✓		Digital	0.0001	1440/356	100/180	✓	✓	✓
Densitómetro de diapasón	✓	L	L	0.02	0.001 SG	3000/392	207/200	✓		✓
Tipo de plato vibrante - piezoeléctrico (también para gas - ya no se fabrica)	✓	L	L	0.1	0.2%	1440/200	100/95			✓
Tipo bobina vibrante (también para gas)	✓	L	L	0.3	0.001 SG	725/300	50/149	✓		✓
Tipo de tubo vibrante en forma de U	✓			0.05	0.00005-0.005 SG	2900/500	200/260	✓		✓
Tipo de peso de volumen fijo	✓	✓	✓	0.05	1%	2400/500	165/260	✓	✓	✓
Diseño de sensores para GASES	Span mínimo			Incerteza en % del span o en SG	Limitaciones del diseño en presión y temperatura		Indicador operado manualmente	Indicador continuo	Transmisor	
	lbm/ft ³	kg/m ³								
						PSIG/°F				Bars/°C
Sensores operando en las condiciones de flujo siguientes										
Tipo centrífugos	1.0	16		0.1–0.5%		2000/300	138/49		✓	✓
Tipo de desplazamiento	1.0	16		0.25%		1500/200	103/93	✓	✓	✓
Tipo de dinámica de fluidos	0.5	8		2%		50/450	3.5/232	✓	✓	✓
Sensores de gravedad especifica operando en condiciones cuasi-ambientales	Span mínimo basado en aire SG= 1.0									
Tipo suspensión electromagnética	0.01 SG			0.0001 SG		ATM/120	ATM/49			✓
Tipo balance de columna de gas	0.1 SG			0.001 SG		20/140	1.4/60		✓	✓
Elementos de desplazamiento manual	0.1 SG			0.002 SG		ATM/120	ATM/49		✓	
Tipo térmicos	0.5 SG			0.01 SG		ATM/120	ATM/49	✓		✓
Tipo de arrastre viscoso	0.1 SG			0.001–0.002 SG		ATM/120	ATM/49		✓	✓

N.S.: No estándar

L: Limitado

SG: Gravedad específica

(medida relativa en referencia al Agua 1.0 SG = 1000 kg/m³, en sólidos y líquidos. En gases, la referencia es Aire seco 1.0 SG = 1.292 kg/m³)

2.1.3. Densimetría Nuclear



Figura 2.7: Densímetro nuclear instalado en el circuito de flotación de la Planta Las Tórtolas, división Los Bronces de Anglo American Chile. Fotografía adaptada de [31], p. 28.

La medición de densidad se basa en la medición de la atenuación de un haz gamma, tal cual se mencionó anteriormente. Las interacciones implicadas son las siguientes [12]:

1. Efecto fotoeléctrico: Corresponde a la absorción total de la energía proveniente de un fotón incidente por un electrón perteneciente a los átomos del material. Es un proceso dominante para fotones de baja energía.
2. Efecto Compton: Corresponde a la colisión de un fotón incidente con un electrón del material. El electrón se lleva parte de la cantidad de movimiento que traía el fotón incidente. El fotón que resulta de la colisión cambia su cantidad de movimiento, y por ende, su frecuencia y energía.

3. Producción de pares: Corresponde a una interacción de un fotón gamma con el campo eléctrico producido por el núcleo de alguno de los átomos constituyentes del material. Dicha interacción produce un par electrón-positrón, y por ende requiere que la energía del fotón gamma incidente sea mayor que la suma de las masas del electrón y el positrón (que son ambas iguales a 0.511 [MeV]), esto es, mayor a 1.22 [MeV].

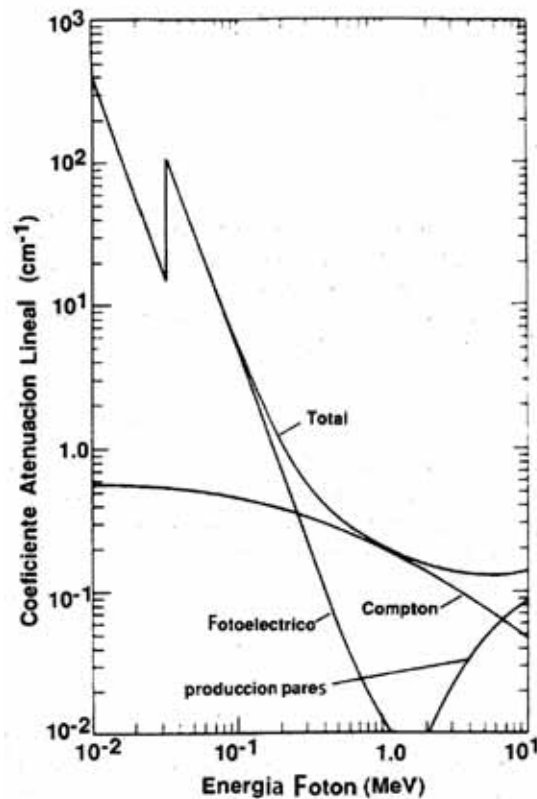


Figura 2.8: Comportamiento del coeficiente de atenuación lineal en NaI (Ioduro de Sodio, compuesto típicamente utilizado en la fabricación de cristales de centelleo). Se muestra contribución de la absorción fotoeléctrica, la dispersión Compton y la producción de pares. Figura adaptada de [15].

La atenuación que se produce luego del paso de la radiación a través de la material tiene el siguiente comportamiento, dado por la Ley de Beer-Lambert:

$$I = I_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} \quad (2.1)$$

Donde I es el flujo de radiación saliente (fotones por unidad de tiempo), I_0 es el flujo de radiación entrante (fotones por unidad de tiempo), x es el espesor lineal en la dirección que se realiza la medición del flujo a través del material y $1/\lambda$ es el coeficiente de atenuación lineal del material, el cual depende de la composición del material y de la frecuencia (o energía) de los fotones incidentes.

La forma en que se aplica la medición de la atenuación en la medición de densidad está dada por la relación existente entre el coeficiente de atenuación lineal y la densidad del material:

$$\frac{N_a Z}{A} \rho \sigma_c = \frac{1}{\lambda} \quad (2.2)$$

donde N_a es la constante de Avogadro, Z es el número atómico del material, A es el número másico del material y σ_c es la sección eficaz de fotones gamma que interactúan por efecto Compton, para la energía de los fotones en particular que se está midiendo. Ello quiere decir que utilizando las expresiones ((2.1)) y ((2.2)) y las mediciones de atenuación realizadas con algún sistema que permita medir la intensidad de un flujo de radiación ionizante incidente, es posible medir la densidad de un material. Las expresiones son concordantes con lo realizado independientemente por otros investigadores utilizando rayos X, cuyos resultados fueron publicados en [16]. Por otro lado, resultados similares se han obtenido con aplicaciones directas en la medición de pulpas o lodos, como es el caso del trabajo publicado en [17]. Con esto en consideración se concluye que la metodología descrita es adecuada para realizar la medición de densidad. En los capítulos siguientes se detallan los métodos que se utilizan para corroborar los modelos anteriores, así como la forma en que se realiza la adquisición y el análisis de datos.

2.1.4. Alternativas de emisores de radiación ionizante

2.1.4.1. Fuentes radiactivas

La técnica de densimetría nuclear trabaja utilizando fuentes radiactivas de distinto tipo e intensidad, dependiendo del área industrial de aplicación del equipo a implementar [18]. Esto se debe al hecho de que cada radioisótopo en particular emite fotones con cierta energía definida. Además de ello, cada radioisótopo emite radiación a una tasa por unidad de tiempo por cantidad de átomos específica, cantidad que es proporcional a la semivida del radioisótopo. La semivida se define como el período de tiempo que debe transcurrir para que la actividad de una muestra caiga a la mitad, por ende los radioisótopos seleccionados para aplicaciones industriales suelen tener semividas largas, ya que esta cantidad indica a su vez el tiempo que las fuentes permanecerán activas.

Tabla 2.2: Distintos uso de radioisótopos industriales. Datos de [18], p. 9.

<i>parámetro a medir</i>	<i>fuentes</i>
Grosor de papel	Kr-83, Sr-90, Pm-157, Tl-204
Grosor de lámina metálica	Am-141, Cs-137, Co-60
Densidad de líquido	Cs-137
Densidad de suelo	Cs-137
Humedad de suelo	Am-241/Be, Cf-252
Concentración de sedimento en suspensión	Cd-109, Am-241
Concentración de ceniza de carbón	Cs-137 + Am-241
Medidor de flujo multifase	Cs-137 + Am-241

La frecuencia con que los radioisótopos emiten fotones de radiación guarda relación con el esquema de desintegración, el cual es específico para cada radioisótopo, como también con la semivida de éste. El esquema de desintegración es una representación de todas las transiciones que ocurren durante el decaimiento de un radioisótopo y sus interrelaciones. Por añadidura, la actividad de una muestra de un radioisótopo se define como:

$$A(t) = \lambda_{dec} N_0 e^{-\lambda_{dec} t} \quad (2.3)$$

donde $A(t)$ es la actividad o tasa de decaimiento en función del tiempo, medida en becquerel $[Bq]$ (decaimientos por segundo) o curios $[Ci]$ ($1[Ci] = 3,7 \times 10^{10}[Bq]$), N_0 es la cantidad inicial de núcleos de radioisótopos presentes y $\frac{1}{\lambda_{dec}}$ es la constante de tiempo de decaimiento del radioisótopo. Dado que la semivida ($\tau_{1/2}$) es el tiempo que transcurre para que la actividad se reduzca a la mitad de la inicial (esto es $A(0) = \lambda_{dec} N_0 \Rightarrow A(\tau_{1/2}) = \lambda_{dec} N_0 / 2$), se puede relacionar la semivida con la constante de tiempo de la forma siguiente:

$$A(\tau_{1/2}) = \lambda_{dec} N_0 e^{-\lambda_{dec} \tau_{1/2}} = \frac{\lambda_{dec} N_0}{2} \Rightarrow \tau_{1/2} = \frac{1}{\lambda_{dec}} \ln(2) \quad (2.4)$$

A modo de ejemplo, se muestra el esquema de desintegración del Cobalto-60 en la figura 2.9. En el esquema, se representa que en el 99.88 % de los casos el Cobalto-60 decae por decaimiento beta-menos, emitiendo un electrón y un neutrino desde el núcleo cuyas energías cinéticas suman 0.31 [MeV], para así convertirse en Níquel-60. Al decaer al núcleo de Níquel-60, éste no se encuentra en su estado base de mínima energía (tiene momento angular asociado), por lo que emite 2 rayos gamma en cascada, de 1.17 y 1.33

[MeV] respectivamente. En el 0.12 % de los casos, el Cobalto-60 decae directamente al estado intermedio, mediante emisión beta-menos de 1.48 [MeV] de energía cinética, emitiendo sólo un rayo gamma de 1.33 [MeV]. La semivida del Cobalto-60 es de 5.27 [año].

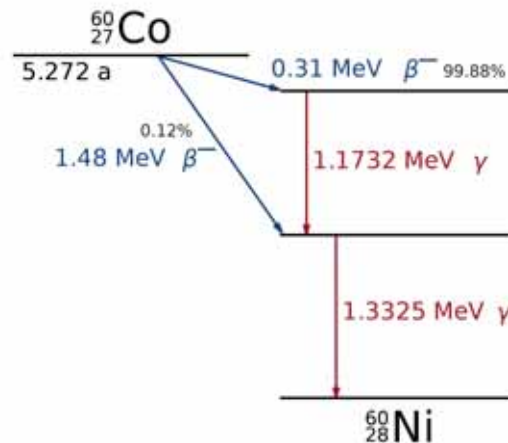


Figura 2.9: Esquema de desintegración del Cobalto-60. Créditos imagen: Wikipedia.

Existen cientos de radioisótopos. Desde algunos con semivida de unos cuantos milisegundos, hasta otros cuya semivida es mayor que la edad estimada del universo. Sin embargo, como puede notarse de las ecuaciones ((2.3)) y ((2.4)), los radioisótopos con semivida muy larga tienen una actividad muy baja por cantidad de átomos, mientras que radioisótopos de semivida muy corta varían muy rápidamente su nivel de radiactividad, haciendo imposible su uso como fuentes estables para medición de variables industriales.

Para aplicaciones de medición de densidad de flujos de líquidos, se utilizan fuentes de Cesio-137, Bario-133, Americio-241 o Cobalto-60 con actividad que va del orden de 3.7 [MBq] hasta los 1 o 2 [GBq], dependiendo de la velocidad del flujo del líquido a medir, del tipo de fluido, y del diámetro de la tubería [18]. Estos niveles de radiactividad son relativamente altos y podrían representar un serio riesgo si son manipulados en forma poco adecuada.

Las ventajas y desventajas del uso de radioisótopos como fuentes de radiación se detallan en la siguiente tabla:

Tabla 2.3: Ventajas y desventajas del uso de radioisótopos como fuentes para la medición de densidad.

Ventajas	Desventajas
No requieren de alimentación de poder externas, ya que emiten espontáneamente radiación.	El hecho que el material emita espontáneamente implica que las fuentes no pueden ser “apagadas”. El control de la emisión de radiación debe ser realizado mediante el bloqueo físico de ésta, mediante elementos de protección radiológica.
Para experimentación, es posible utilizar fuentes radiactivas de muy bajo nivel de actividad, las que no representan mayor riesgo al usuario. Este tipo de muestras no requieren licenciamiento de uso ni protección radiológica sofisticada.	Para uso industrial, es necesario protección radiológica compleja, instrucción para el manejo de material radiactivo y licenciamiento de uso. Todo esto es debido a que este tipo de fuentes puede representar un gran riesgo al usuario.
Si se usan fuentes de semivida larga (como Am-241, cuya semivida es de 473 años) no es necesario reemplazar la fuente.	Debido a la semivida del radioisótopo, y pasado un tiempo comparable a la semivida del radioisótopo, se puede experimentar una disminución en la rapidez en la medición de las variables y/o un aumento del error estadístico de dichas mediciones. Esto ocasiona que las fuentes deban ser reemplazadas una vez pasado un tiempo comparable con la semivida del radioisótopo.

2.1.4.2. Emisor de rayos X

Si bien esta alternativa parece más adecuada por las posibilidades de control que entrega, ya que no requiere de una fuente radioactiva, sino de un tubo emisor de rayos X, es más difícil de implementar, principalmente debido a que el coeficiente de atenuación lineal de los rayos X es mayor que el de los rayos gamma, por lo que requiere intensidades mayores. Por otro lado, la sección eficaz (esto es, el tamaño del “blanco” que representan los electrones del material frente a los fotones de radiación incidente, correspondiente a cada tipo de interacción posible entre los fotones y los electrones del material) depende de la composición de los materiales a medir, y esto provoca que para los rayos X de energía baja (más fáciles de producir), la interacción por efecto foto-

eléctrico sea mucho más frecuente que la producida por efecto Compton. Esto es un problema ya que la medición de densidad se realiza en base a la atenuación debida a la dispersión Compton.

Existen trabajos recientes respecto a la implementación de sistemas de medición de densidad de flúidos provenientes de procesos industriales utilizando rayos X, como se detalla en [19]. Sin embargo, dicha implementación requiere reemplazar un segmento de la tubería por el densímetro nuclear, perdiendo las ventajas comparativas que tiene la medición de densidad nuclear por sobre las otras tecnologías, ya que la mayoría de los densímetros nucleares basados en radioisótopos se instalan al exterior de la tubería, sin necesidad de detener el proceso al ser instalados.

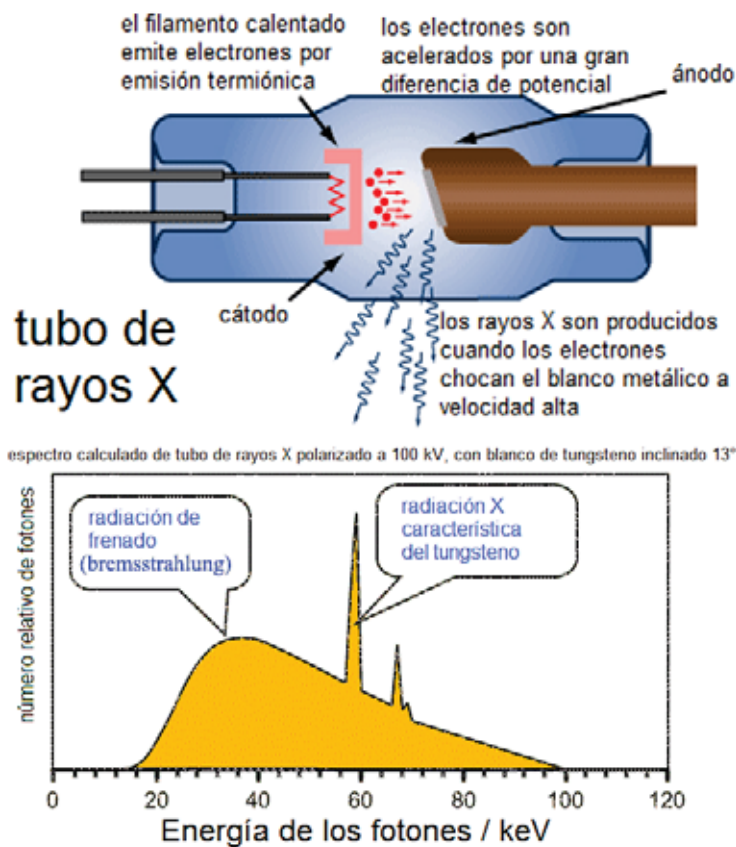


Figura 2.10: Tubo de rayos X y el espectro generado. Figuras adaptadas de [20].

Tabla 2.4: Ventajas y desventajas de la utilización de un tubo de rayos x como emisor de radiación para la medición de densidad.

Ventajas	Desventajas
Es posible encender y apagar el tubo emisor de rayos X, por lo que el traslado del equipo no representa ningún riesgo. Además de ello, la intensidad de la radiación puede ser controlada, y asimismo permite mantener y asegurar que la tasa de adquisición de datos se mantenga constante. Además, esta posibilidad de control hace que el licenciamiento para el uso de estos equipos sea más sencillo.	Necesita de una fuente de poder externa para emitir radiación. El hecho de que los fotones de los rayos X sean menos energéticos que los fotones gamma no implica que haya menores riesgos a los usuarios, ya que la intensidad de radiación emitida (flujo de fotones por unidad de tiempo) es mayor generalmente en los rayos X.
La protección radiológica utilizada en equipos industriales es más simple que la de equipos que utilizan radioisótopos, ya que la capacidad de los materiales para blindar de la radiación es mayor al disminuir la energía de la radiación a bloquear.	La protección radiológica necesaria para un equipo experimental podría ser más compleja, ya que los flujos de radiación necesarios para hacer pruebas son inherentemente mayores que aquellos necesarios de radiación gamma para un prototipo experimental. Esto podría ocasionar que en el caso de no tomar las precauciones adecuadas, se exponga al operador de un equipo que utiliza rayos X a una dosis mayor a las radiaciones ionizantes que a la que se expone ante un equipo que usa un radioisótopo. Esto se debe a que un mayor flujo de radiación implica que hay más eventos donde esta radiación se dispersa, y es dicha radiación dispersada la que podría afectar al operario.
Para las distintas aplicaciones y materiales a medir, se elimina la necesidad de utilizar distintos radioisótopos según cada aplicación, ya que mediante filtros y la variación del voltaje de excitación es posible cubrir un amplio espectro de longitudes de onda.	Los tubos de rayos x tienen una vida útil limitada, cercana a 2 años en uso continuo.

2.1.5. Alternativas para el sensor de radiación

2.1.5.1. Cámara de ionización

Ésta es la alternativa de medición de radiación más antigua disponible para equipos de este tipo, y por ende sus aplicaciones son conocidas ampliamente. El más conocido de los dispositivos que opera bajo este principio es el contador Geiger-Müller. Un esquema de estos dispositivos es el que se ve en la imagen 2.11, en donde la cámara contiene generalmente un gas inerte encerrado (aunque es posible también utilizar una cámara abierta). Dentro de la cámara, se aplica una diferencia de potencial a dos conductores (electrodos) ubicados a una distancia definida. Al pasar la radiación a través del gas se produce la ionización de sus átomos. Los átomos ahora ionizados (iones positivos) y electrones se alejan en direcciones opuestas, atraídos por el campo eléctrico existente entre los electrodos. Esto genera una corriente que es medida, indicando así el paso de la radiación a través del gas.

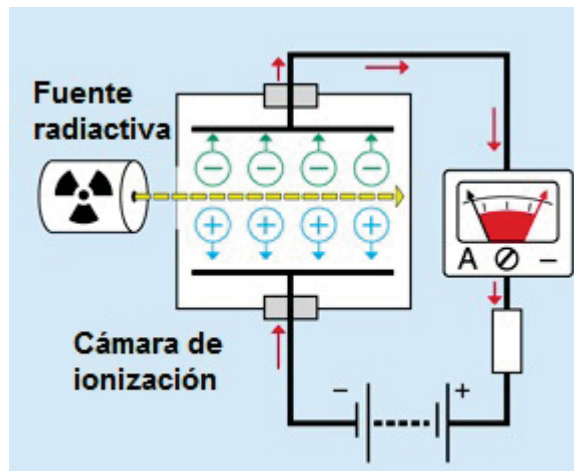


Figura 2.11: Esquema de una cámara de ionización. Créditos imagen: Adaptado de [21].

Este tipo de detector tiene distintos comportamientos dependiendo de la diferencia de potencial aplicada en sus electrodos.

La región de recombinación En esta zona el campo eléctrico es insuficiente para prevenir la recombinación de una fracción de los pares electrón-ión producidos (el electrón se vuelve a combinar con el átomo que lo liberó) antes de que se separen y alcancen los correspondientes electrodos.

La región de saturación de iones El campo eléctrico es ahora suficientemente alto para separar los pares electrón-ion, de modo que virtualmente todos ellos alcanzan sus respectivos electrodos. El detector conocido como cámara de ionización opera en esta región, por esta razón es también llamada región de cámara de ionización.

La región proporcional Aquí el voltaje aplicado crea un campo suficientemente alto para que ocurra una aceleración considerable de las cargas producidas inicialmente, lo que provoca que estos iones y electrones ionizen otros átomos, multiplicando la carga producida inicialmente. Una propiedad muy importante de esta región es que el pulso de corriente de salida es proporcional a la carga inicial generada por la radiación incidente. El detector llamado contador proporcional opera en esta región.

La región de proporcionalidad limitada El campo eléctrico es ahora tan intenso que el pulso de salida comienza a ser independiente de la cantidad inicial de carga generada por la radiación incidente.

La región Geiger-Müller Debido a lo intenso del campo eléctrico, la amplitud del pulso de corriente generado es ahora constante e independiente de la cantidad inicial de carga generada por la radiación incidente en el detector. Esto se debe a que las cargas iniciales son aceleradas de tal forma que se produce un efecto de avalancha que termina por ionizar al gas al interior de la cámara casi por completo. Por ende, casi sin importar la cantidad inicial de carga depositada, la corriente es tal que resultará en una descarga completa de los electrodos de la cámara, que básicamente actúan como un capacitor, ocasionando así que el pulso de salida contenga toda la carga almacenada en dicho capacitor (que depende de la geometría, el tipo de gas, y la diferencia de potencial aplicada). El tubo Geiger-Müller opera en esta región.

La región de descarga continua En esta zona el campo es tan intenso que se produce una descarga continua de la Cámara sin necesidad del paso de radiación.

El comportamiento descrito anteriormente se puede resumir en la gráfica siguiente:

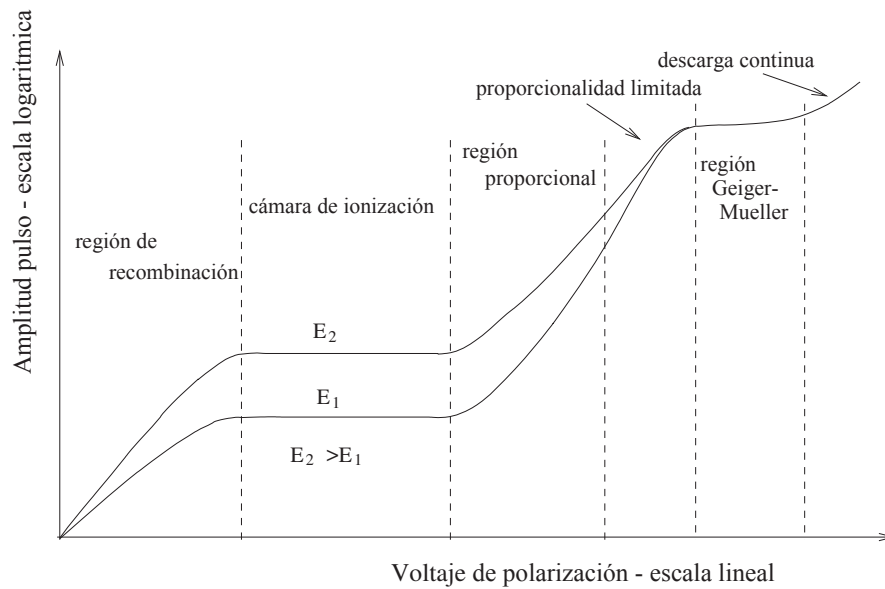


Figura 2.12: Variación de la amplitud de los pulsos de salida producidos por los distintos tipos de detectores respecto del voltaje de polarización. Las dos curvas corresponden a radiación incidente de distinto nivel de energía. Gráfica adaptada de [24].

Las cámaras de ionización presentan una serie de desventajas, en particular una sensibilidad baja ante radiación gamma, y un tiempo de respuesta largo. Esto hace que su aplicación en sistemas modernos para medición de densidad se encuentre en desuso. Sin embargo, Ronan sigue utilizando cámaras de ionización como detectores dentro de su gama de medidores de densidad, como se puede apreciar en el díptico del equipo Ronan Model X96S Series Density System.

2.1.5.2. Detector de centelleo

Los detectores de centelleo son los detectores utilizados más ampliamente en la industria para la medición de radioactividad. Se basan en las interacciones que tiene la radiación gamma con la materia: efecto fotoeléctrico, efecto Compton y producción de pares. Estos procesos pueden suceder en cualquier material, produciendo ionización de algunos de los átomos pertenecientes a éste. Los electrones liberados en el material, el cual es usualmente un sólido, al volver a su estado fundamental producen fotones, los cuales se encuentran generalmente en el intervalo visible o ultravioleta de la luz. Sin embargo, dado que los fotones generados tienen la energía que lleva a los electrones de la banda de valencia a la de conducción, dichos fotones generados son absorbidos en las

transiciones inversas. Esto hace que los fotones generados sean absorbidos rápidamente y, por ende, que el material se mantenga opaco pese a la interacción de los fotones gamma con él. Para salvaguardar este inconveniente, se opta por dopar a cristales con impurezas, las cuales crean estadios intermedios de energía en donde, por las reglas de selección de la mecánica cuántica, los electrones deben pasar antes de volver al nivel de valencia. Éste es el principio por el que operan la mayoría de los cristales inorgánicos de centelleo.

El proceso descrito tiene como consecuencia que los cristales de centelleo sean muy buenos transductores de radiación gamma, ya que se pueden crear cristales a partir de elementos de número atómico (Z) alto, y por ende, densidad alta (entre $3[\text{gr}/\text{cm}^3]$ y $8[\text{gr}/\text{cm}^3]$). Debido a ello, estos cristales presentan gran poder de frenado de radiación gamma, lo que implica eficiencia alta, capturando un gran porcentaje de los fotones gamma de la radiación incidente, donde este porcentaje depende de las dimensiones físicas del cristal y la energía de los fotones de radiación gamma incidentes.

En términos simples, un cristal de centelleo es un material que convierte, con nivel alto de eficiencia, un fotón de radiación gamma en una cantidad proporcional de fotones de luz visible o ultravioleta, esto en función de la energía del fotón de radiación gamma incidente. Esto los hace particularmente útiles a la hora de realizar la medición de la energía de los fotones pertenecientes a un haz de radiación gamma. Vale la pena destacar que si bien los cristales pueden ser altamente eficientes deteniendo la radiación gamma, no todos sus electrones excitados efectivamente re-emiten la energía absorbida como fotones de luz, sino que también liberan su energía en forma de vibraciones de la red cristalina o calor [25].

El principio por el que operan los cristales de centelleo se aprecia en la figura 2.13. Primero, la radiación que incide entrega energía a los electrones del material, los cuales pasan de la banda de valencia a la de conducción. Una vez allí, tienen 2 posibilidades; una de ellas es pasar directamente a un nivel energético intermedio (que existe debido a que el cristal está dopado de impurezas), y mediante luminiscencia emitir fotones de luz antes de volver a la banda de valencia. Otra opción es que antes de pasar a este proceso, el electrón quede atrapado en otro nivel energético, el que produce un retardo en la emisión del pulso luminoso; dicho proceso es llamado fluorescencia.

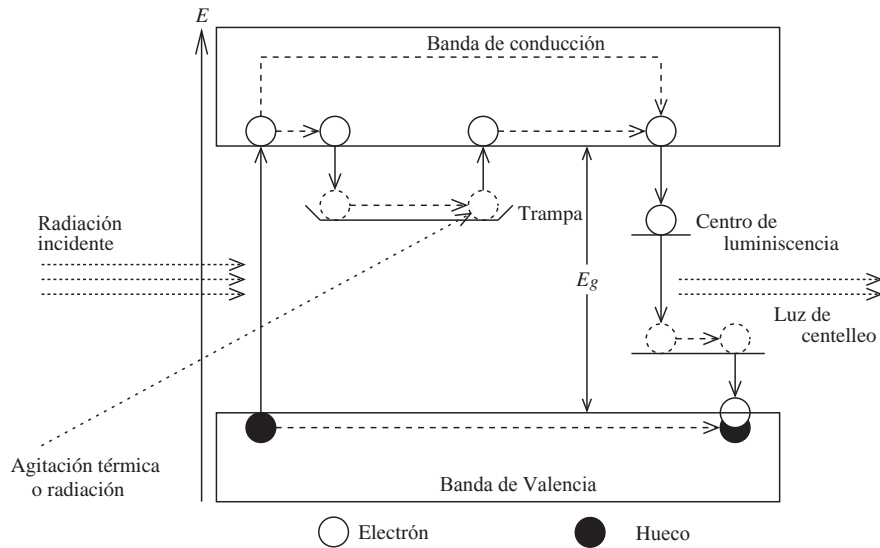


Figura 2.13: Principio de funcionamiento de un detector de centelleo. Figura adaptada de [22].

Para la implementación de un sistema basado en detectores de centelleo es necesario utilizar fotodetectores. La cantidad de luz producida por el cristal está en el rango de 20.000 a 50.000 fotones por MeV de los fotones de radiación incidente. Esta cantidad de fotones es muy pequeña, lo que hace necesario utilizar fotodetectores de ganancia alta y relación señal/ruido baja. En la actualidad, los dos tipos de fotomultiplicadores más utilizados en este tipo de aplicaciones son tubos fotomultiplicadores y los fotodetectores de estado sólido; estos últimos engloban un conjunto amplio de dispositivos de estado sólido.

Los tubos fotomultiplicadores (o PMT, acrónimo surgido de su nombre en inglés: *Photomultiplier Tube*) son los detectores de luz de ganancia más alta disponibles en el mercado. Al interactuar un fotón de luz visible en el fotocátodo del tubo fotomultiplicador se produce un electrón por efecto fotoeléctrico (llamado fotoelectrón) el cual se mueve hacia un electrodo producto del campo eléctrico existente (mediante excitación externa) entre el fotocátodo y el electrodo (llamado dínodo). Al impactar el fotoelectrón al dínodo, se liberan electrones desde el dínodo, los cuales a su vez son atraídos por el campo eléctrico existente entre el dínodo y un dínodo siguiente. Como existen varios dínodos más, el efecto es multiplicativo y estos tubos son capaces de producir hasta 10^8 electrones por cada fotoelectrón producido. Sin embargo, su eficiencia (llamada eficiencia cuántica), que es la razón de fotoelectrones producidos por cada fotón incidente ($\eta(\lambda_{foton}) = \text{número de fotoelectrones liberados} / \text{número de fotones de longitud}$

de onda λ_{foton} incidentes en el cátodo) es baja, cercana al 20 %.

Un esquema de funcionamiento de un tubo fotomultiplicador se muestra a continuación, en la figura 2.14. En ésta, se aprecia que cada fotón de luz generado por el centelleador pasa a través de una ventana de cristal hacia el fotocátodo. El fotocátodo está recubierto de un metal-alcalino semitransparente. Al impactar los fotones en sobre este recubrimiento, se liberan electrones desde él. El recubrimiento está a una diferencia de potencial positiva con respecto al primer dínodo. Esto genera un campo eléctrico que acelera al fotoelectrón producido en el fotocátodo en dirección hacia el primer dínodo. Este fotoelectrón, al impactar al primer dínodo genera más electrones por emisión secundaria. Por añadidura, existe una diferencia de potencial, y por ende, un campo eléctrico entre los dínodos siguientes que acelera a los sucesivos electrones generados con posterioridad. El proceso en conjunto produce una multiplicación de los electrones (y una ganancia alta), produciendo un pulso de corriente que sale por el ánodo del tubo.

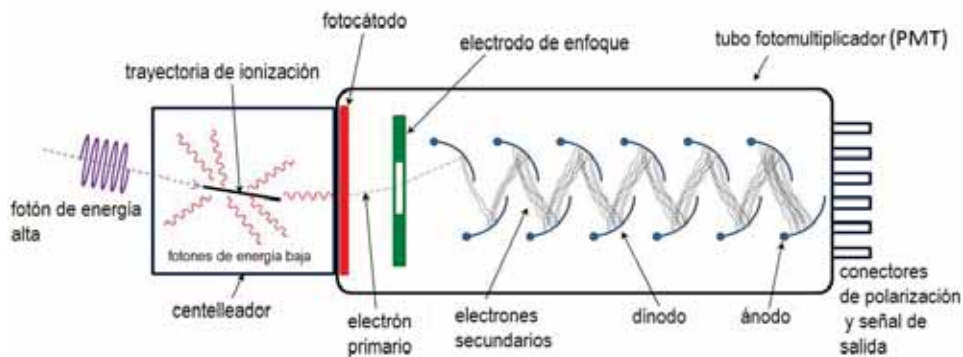


Figura 2.14: Esquema de funcionamiento de un detector de centelleo acoplado a un tubo fotomultiplicador. Créditos imagen: Adaptada de Wikipedia.

Las principales desventajas de los PMT son los costos altos de producción y su sensibilidad alta a los campos magnéticos. Para llevar a cabo experimentos de física de energías altas que contemplen campos magnéticos intensos, ha sido necesario la creación de otros dispositivos. Los primeros dispositivos de estado sólido que se utilizaron en estos experimentos fueron los diodos PIN (acrónimo que proviene de los materiales que constituyen el diodo, material tipo **p**, intrínscico y tipo **n**). Estos detectores no poseen ganancia interna, que es la principal ventaja de los PMT, por lo tanto no permiten detectar menos de varios cientos de fotones. En este punto la insensibilidad a campos magnéticos se logra en desmedro de la sensibilidad ante fotones. A principios de los años sesenta se estudiaron y desarrollaron los primeros detecto-

res de estado sólido con ganancia interna denominados APD (por la sigla del inglés “**A**valanche **P**hotodiode”). Estos fotodetectores pueden funcionar en dos modos de operación: lineal y Geiger. Si bien estos dispositivos funcionando en modo lineal superan el desempeño de los diodos PIN, la ganancia interna aún no es comparable a la de los PMT. Por otro lado los APD funcionando en modo Geiger (G-APD) tienen una ganancia comparable a los PMT pero entregan siempre la misma respuesta sin importar cuantos fotones interactúen con él. La ventaja de los G-APD en la detección de fotones (ganancia) es aprovechada al máximo creando un arreglo de G-APD que sirve como contador de fotones. A este arreglo se lo denomina MPPC de las siglas en inglés “**M**ulti **P**ixel **P**hoton **C**ounter”.

Parámetro	MPPC	PMT
Ganancia	$10^5 \sim 10^6$	$10^6 \sim 10^7$
Voltaje de polarización	$60 \sim 70V$	$1000 \sim 2000V$
Área activa	$9mm^2$	$10cm^2$
Sensibilidad a campos magnéticos	insensible	sensible
Eficiencia	$20 \sim 40\%$	$20 \sim 40\%$

Tabla 2.5: Tabla comparativa entre un MPPC y un PMT. Tabla obtenida de [34].

Para el desarrollo de esta memoria, se escogió finalmente un sistema basado en tubos fotomultiplicadores. La razón de esta elección radica en el hecho que el punto óptimo de operación para los MPPC (que es aquel que tiene mejor relación señal-ruido) es cercano a $\sim 1[V]$ por sobre la tensión de ruptura del MPPC [35]; por otro lado, el voltaje de ruptura varía con la temperatura en forma lineal [35]. Esto hace necesario incluir un sistema de compensación de temperatura para mantener la ganancia del MPPC constante, imprescindible en sistemas de espectrometría de rayos gamma. Si bien los PMT también varían su punto de operación según la temperatura, este efecto no es tan notorio como en los MPPC, lo que permite tener un sistema de medición más robusto. Pese a esto, no se descarta en el futuro implementar un sistema utilizando MPPC.

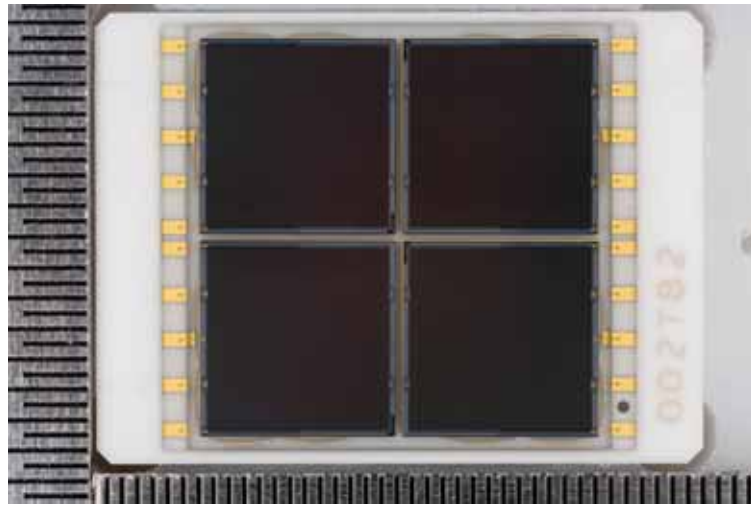


Figura 2.15: Arreglo de MPPC Hamamatsu S12045(X). Fotografía obtenida de [35].

2.1.6. Alternativas de sistema de adquisición de datos

2.1.6.1. Sistema de conteo

En palabras simples, esta alternativa es la implementación de un sistema de conteo de pulsos provenientes de un detector. Ya que la razón de decaimientos por unidad de tiempo para una fuente radiactiva en particular es conocida, así como también la eficiencia de los detectores, una forma de medir la atenuación producida por el paso de rayos gamma a través de un material es simplemente contando el total de eventos sin interponer el material entre la fuente de radiación y el detector (llámese n_1), y el total de eventos interponiendo material entre la fuente de radiación y el detector (llámese n_2) para una misma ventana temporal (Δt_{med}). La razón entre el número de cuentas de los 2 casos (n_1/n_2) guarda relación con la densidad del material que se ha interpuesto. Éste es el método más utilizado para medir densidad. Todo el equipamiento utilizado para medición de dosimetría utiliza generalmente este mismo tipo de mediciones. Para utilizar una técnica de medición tan poco específica, es necesario calibrar muy bien el detector y mantener las variables que podrían afectar la medición lo más regulares posibles. Una ventaja que posee este tipo de medición es que la definición de su error estadístico es simple, tema que será tratado en los capítulos posteriores.



Figura 2.16: Un sistema de conteo simple, implementado en un monitor de radiación Geiger-Müller. Créditos imagen: Wikipedia.

2.1.6.2. Digitalizador de voltaje

Este sistema se basa en el muestreo y digitalización de los pulsos provenientes de alguno de los sistemas de detección mencionados anteriormente.

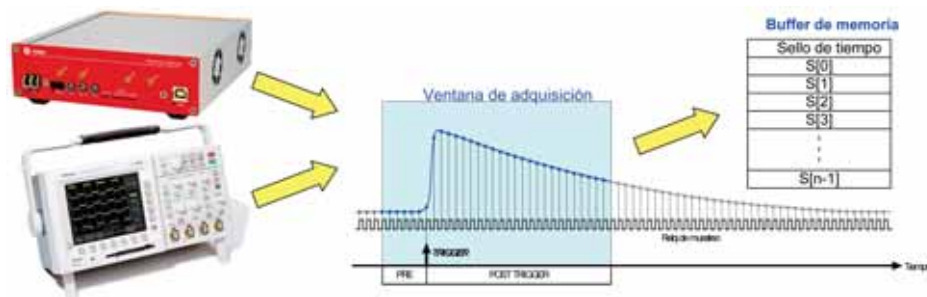


Figura 2.17: Digitalización de pulsos mediante un osciloscopio o un digitalizador de escritorio. Ambos sistemas operan bajo el mismo principio de muestreo de una señal. Imagen adaptada de [33].

Existen diversas técnicas para el muestreo y digitalización de señales. El detalle de cada una de ellas va más allá de los alcances de esta memoria, sin embargo, las etapas típicas necesarias en el procesamiento de estas señales se pueden clasificar según se describe en la figura siguiente:

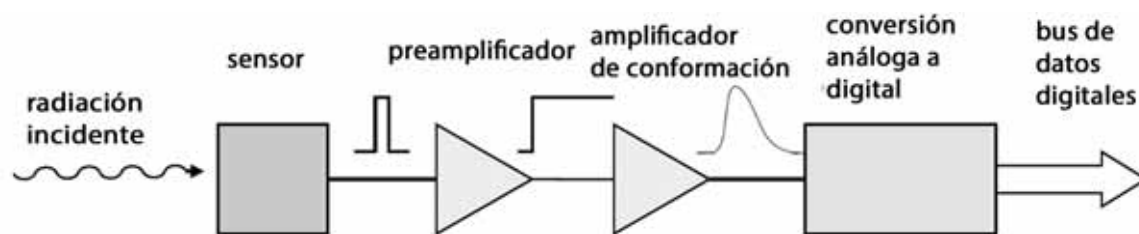


Figura 2.18: Esquema típico de adquisición de datos. Créditos imagen: Adaptada de Radiation Detection and Nuclear Instrumentation Laboratory, Curso de la Universidad de Berkeley, California, EE.UU.

La digitalización correcta de los pulsos provenientes de los sensores de radiación es extremadamente útil, ya que la carga total contenida en los pulsos contiene la información concerniente a la energía depositada en el detector por la radiación incidente. Mediante la captura de datos y su posterior análisis, es entonces posible generar espectros de la radiación gamma incidente en el detector. Sin embargo, este modo de adquisición de datos requiere de una velocidad de muestreo extremadamente alta, ya que los pulsos provenientes de los detectores de radiación son muy rápidos, como se puede apreciar en la figura siguiente:

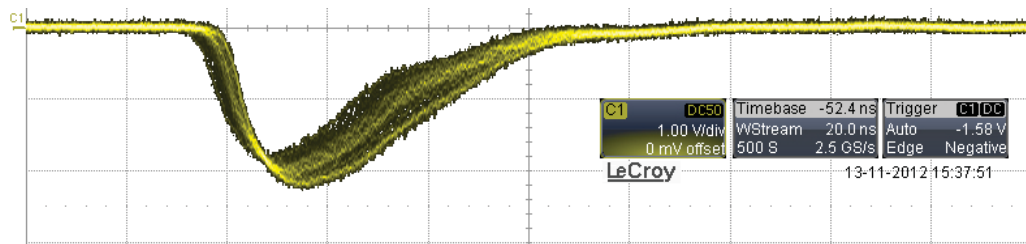


Figura 2.19: Señal de salida de un fotomultiplicador acoplado a un cristal de centelleo. La amplitud del pulso es cercana a 2 [V], la duración del pulso es cercana a 60[nS].

Al ser estos pulsos de tan corta duración, se hace necesario la implementación de un sistema como el de la figura 2.18. Al añadir sucesivas etapas al procesamiento del pulso se genera un tiempo muerto adicional al del detector y se incrementa la no-linealidad de las mediciones. Es posible realizar la medición directa de pulsos como el de la figura 2.19 sin utilizar el esquema mencionado, pero esto requiere de un sistema de adquisición muy rápido (y generalmente más caro). Sin embargo, actualmente algunos proveedores están fabricando equipos que incorporan el acondicionamiento de las señales y procesamiento de datos dentro del sistema de adquisición, utilizando FPGA, lo que ha permitido reducir en gran medida el costo de estos equipos. Sistemas como el mencionado son fabricados por CAEN, en su línea CAEN Digitizers. Un esquema del funcionamiento de estos equipos se describe en la figura 2.20. Estos equipos simplifican mucho la toma de datos, ya que utilizando un solo equipo es posible realizar tareas que antes requerían varios módulos específicos de procesamiento, como se describe en la sección siguiente del documento.

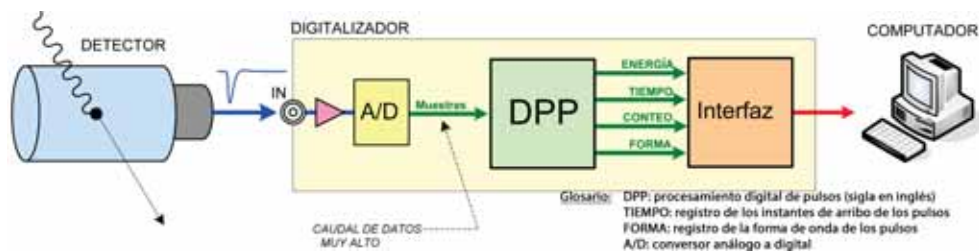


Figura 2.20: Esquema de procesamiento de datos en los nuevos sistemas de adquisición de datos producidos por CAEN. Imagen adaptada de [33].

2.1.6.3. ADC por integración de carga

Este sistema se basa en la integración de un pulso de carga en una ventana de tiempo. La técnica es conocida como “Wilkinson ADC”. La implementación de este esquema de medición se puede apreciar en la figura 2.21. Estos sistemas realizan la carga de un condensador durante una ventana lineal de tiempo (*gate*) sincronizada externamente con el pulso de entrada. Al acabar esta ventana de tiempo, el condensador se descarga en forma controlada, es decir, a corriente constante. El tiempo que tarda el condensador en descargarse es proporcional a la carga del pulso.

Las etapas de conversión, apreciadas en la figura 2.21, son las siguientes: El umbral del discriminador es utilizado para reconocer la llegada de los pulsos por sobre el nivel del ruido. El pulso de salida del discriminador abre la ventana lineal y el capacitor es conectado a la entrada, por lo que el voltaje del capacitor sigue la forma de onda del pulso de entrada. Luego, cuando el pulso ha alcanzado su máximo y su amplitud comienza a bajar, la ventana lineal es cerrada y el capacitor es desconectado de la entrada. El valor de voltaje alcanzado en el capacitor es el valor máximo del pulso de entrada. Luego de detectar la amplitud máxima del pulso, una fuente de corriente constante es conectada al capacitor para causar una descarga lineal. Al mismo tiempo, el reloj de la dirección es conectado al contador de la dirección de modo que los pulsos de reloj son contados durante la duración de la descarga del capacitor. Cuando el voltaje del capacitor llega a cero, la cuenta se detiene. Dado que el tiempo de descarga lineal del capacitor es proporcional a la amplitud original del pulso, el número N_C total de pulsos grabado en el contador de la dirección es también proporcional a la amplitud. Finalmente, durante el ciclo de memoria, la dirección N_C es localizada en la memoria y se añade +1 al contenido de esa localización de memoria. El valor de N_C es llamado usualmente *número de canal*.

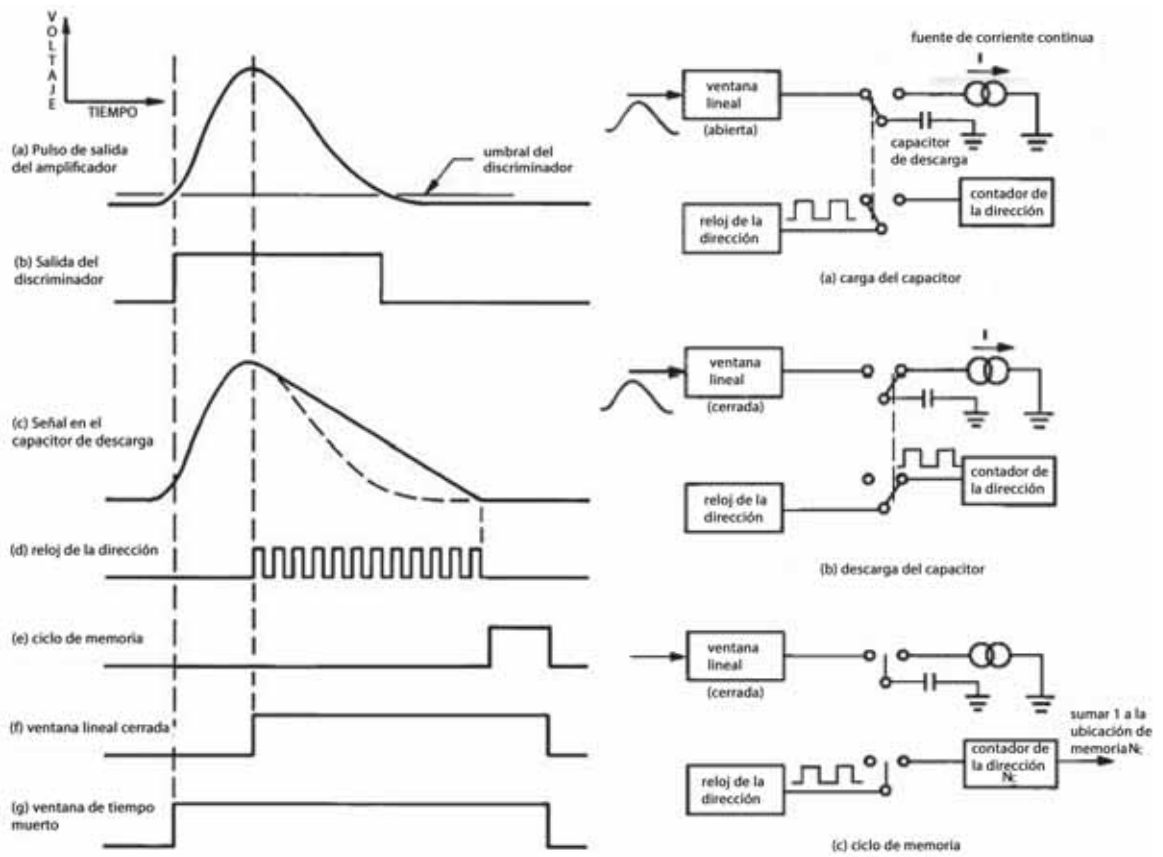


Figura 2.21: Esquema de funcionamiento de un digitalizador Wilkinson. Créditos imagen: Adaptada de Radiation & Radioisotope Methodology, curso de la Universidad McMaster, Canadá.

Esta implementación es utilizada ampliamente en física de energías altas y en espectrometría de rayos gamma desde hace décadas. Esto se debe a la gran precisión que es posible alcanzar en la medición de energías mediante este método. En la figura 2.22 se aprecia un pulso dentro de su ventana de integración.



Figura 2.22: Pulso de corriente proveniente de un detector de centelleo dentro de su respectiva ventana de integración.

Las limitaciones de este sistema radican en el hecho de que es necesario generar un pulso que actúe de ventana temporal (*gate*) para la integración. Debido a que los procesos nucleares son aleatorios, no es posible generar una ventana de tiempo a intervalos regulares, sino que es necesario crear una señal de gatillo o *trigger* a partir de la misma señal del detector. Para generar esta señal de *trigger*, es necesario dividir o replicar la señal proveniente del detector. A su vez la electrónica que genera la señal de integración tarda cierto tiempo en generar dicho pulso, por lo que se produce un desfase entre el pulso y el *gate*. Para solucionar esto, se debe agregar un retardo de línea (usualmente un cable muy largo) de modo de retrasar el pulso proveniente del detector un lapso de tiempo suficiente como para que al llegar al ADC éste se encuentre dentro de la ventana del *gate*. Por otro lado, de ser necesario conocer más información de los pulsos de entrada, como tiempo de arribo, forma del pulso, etc., es necesario añadir módulos al sistema de adquisición de datos, lo que hace estos sistemas mucho más complejos que un digitalizador de voltaje del tipo propuesto por CAEN, como se aprecia al comparar las figuras 2.20 y 2.23. Sin embargo, el sistema escogido para el desarrollo de esta memoria fue precisamente un adquisidor de datos por integración de carga. Las razones de esta elección se detallan en los capítulos siguientes de esta memoria.

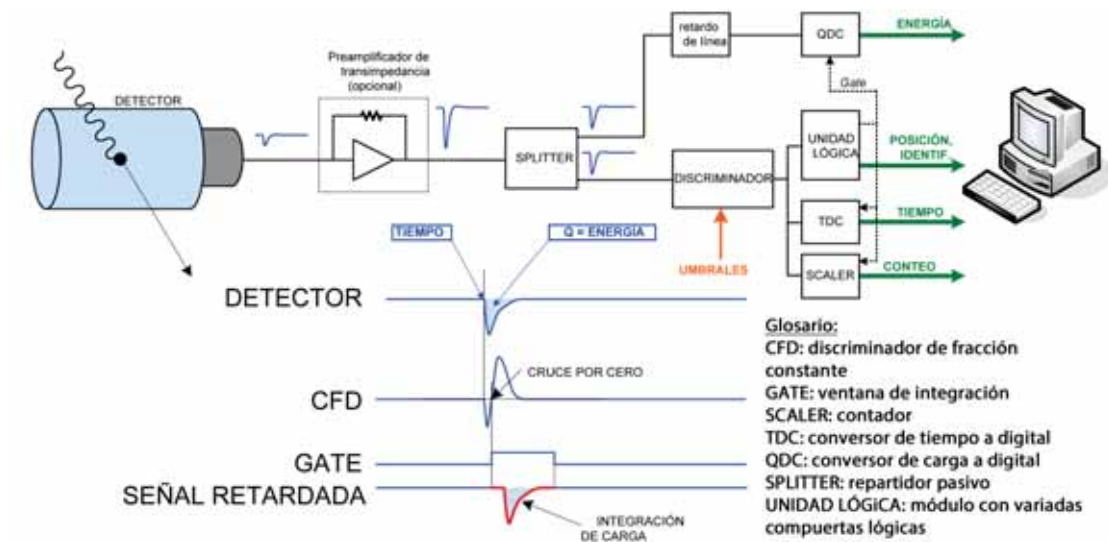


Figura 2.23: Digitalización de pulsos mediante un integrador de carga (QDC), los cuales implementan un conversor análogo digital del tipo mostrado en la figura 2.21. Imagen adaptada de [33].

Capítulo 3

Fundamentos de densimetría nuclear

3.1. Introducción

Las interacciones de la radiación gamma con la materia consisten en 3 procesos principalmente, los cuales son descritos cualitativamente en el capítulo anterior del documento. En este capítulo, se debe tratar cuantitativamente con dicha interacciones, por lo que a continuación se detallan las ecuaciones características de estas interacciones.

1. Efecto fotoeléctrico

$$E_{\text{cinética electrón saliente}} = E_{\text{fotón incidente}} - \phi_{\text{función trabajo del material}}$$

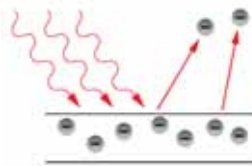


Figura 3.1: Representación simple de la transferencia de energía por efecto fotoeléctrico. Imagen extraída de [36].

2. Dispersión Compton

$$\lambda_{\text{fotón dispersado}} = \lambda_{\text{fotón incidente}} + \frac{h}{m_{\text{electrón}}c} (1 - \cos(\theta_{\text{dispersión}})) ;$$

$$h = \text{constante de Planck}$$

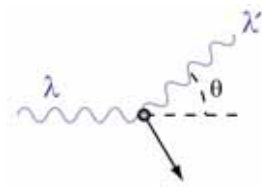


Figura 3.2: Representación simple de la dispersión producida por efecto Compton. Imagen extraída de [37].

3. Producción de pares

$E_{\text{fotón incidente}} > 2m_{\text{electrón}}c^2$; $m_{\text{electrón}} = \text{masa del electrón}$,
 $c = \text{velocidad de la luz en el vacío}$

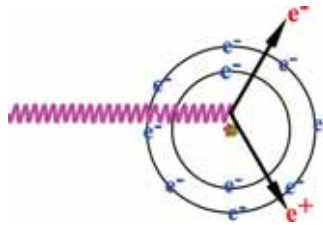


Figura 3.3: Representación pictórica de la interacción de un electrón con el campo eléctrico nuclear. Imagen extraída de [38].

El efecto fotoeléctrico es el proceso más probable para radiación incidente de baja energía (hasta unos pocos $[keV]$). Por otro lado, para que se produzcan pares electrón-positrón es necesario que los fotones de la radiación gamma incidente tengan un mínimo de $1,022[MeV]$ de energía. Esto significa que para radiación gamma de unos pocos cientos de $[keV]$ la forma preferente de interacción es la dispersión Compton.

3.2. Probabilidades de Interacción

3.2.1. Sección eficaz

La sección eficaz es una medida del efecto dispersor provocado por la interacción entre partículas lanzadas hacia un centro dispersor, la cual cuantifica la probabilidad de ocurrencia para cierta interacción. Esta probabilidad a su vez puede ser calculada si la forma básica de la interacción entre las partículas es conocida. La sección eficaz es una magnitud escalar que tiene dimensión de área. En física nuclear esta cantidad se mide

en *barn*, que equivale aproximadamente al área de la sección transversal de un núcleo de un átomo de Uranio. Su magnitud se define como:

$$1[b] = 10^{-28}[m^2] = 10^{-24}[cm^2] \quad (3.1)$$

Para entender un poco el fenómeno de la dispersión, es necesario realizar algunas definiciones a partir de la figura 3.4:

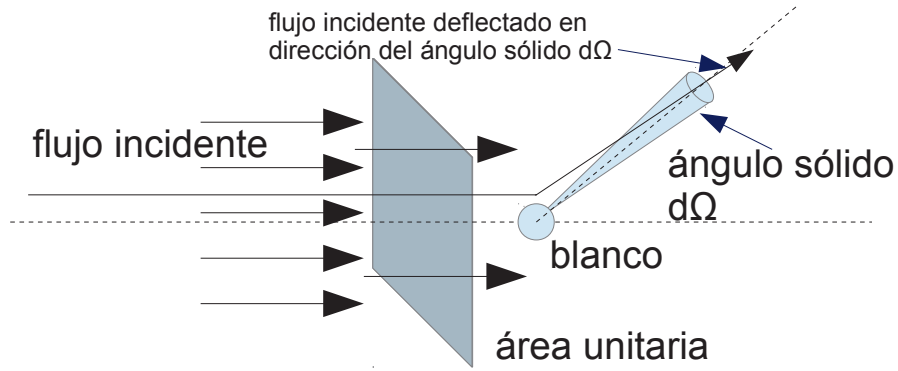


Figura 3.4: Definición de la sección eficaz de dispersión [12].

Se considera un flujo de partículas incidiendo hacia un blanco, como se muestra en la figura 3.4, donde se asume que el área que cubre el flujo es mucho mayor que las dimensiones del blanco, y que las partículas en el haz de partículas están uniformemente distribuidas tanto temporal como espacialmente. Se procede entonces a definir el flujo F de la forma siguiente:

$$F = \text{Flujo de partículas incidentes por unidad de área por unidad de tiempo} \quad (3.2)$$

Si ahora se concentra la atención en el número de partículas dispersadas en la dirección del ángulo sólido $d\Omega$, se puede notar que la cantidad de partículas que se desvían en esa dirección particular es aleatoria, ya que el parámetro de impacto es a su vez una variable aleatoria. Para partículas idénticas, es el parámetro de impacto (junto con la energía mecánica inicial de la partícula) quien define la dirección de deflexión de la partícula, como puede apreciarse en la figura 3.5. En ésta, el ángulo χ de dispersión de la partícula con respecto a la dirección inicial de propagación puede calcularse teóricamente en algunos casos, y está dado por $\chi = |\pi - 2\phi_0|$, donde $\phi_0 = \int_{r_{min}}^{\infty} \frac{(b/r^2)dr}{\sqrt{1 - (b^2/r^2) - (2U(r)/mv_{\infty}^2)}}$; $U(r)$ es el potencial de la interacción, v_{∞} es la velocidad inicial de la partícula incidente, m su masa, y r es la distancia al origen del potencial, que se considera central al blanco. Más detalles en [29].

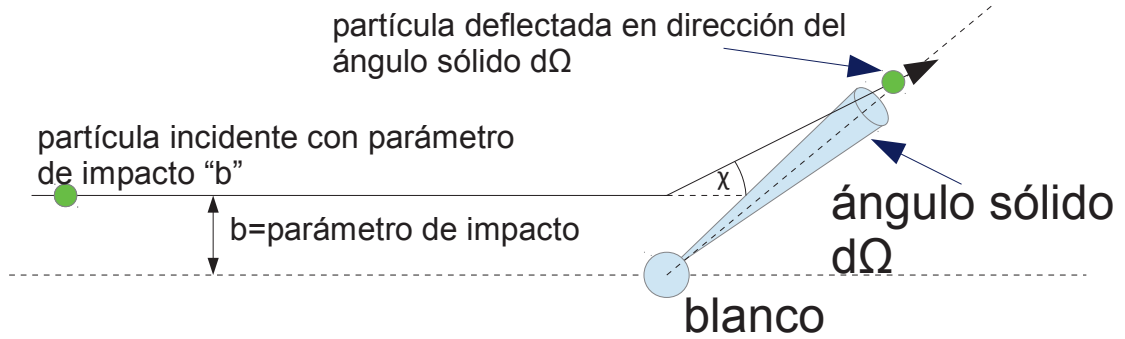


Figura 3.5: Definición del parámetro de impacto en la dispersión de partículas.

Sin embargo, si promediamos la cantidad de partículas desviadas en la dirección $d\Omega$ durante muchos períodos finitos de tiempo, esta cantidad tenderá a ser fija. Se llamará a esta cantidad $dN_s/d\Omega$ en donde se define N_s como:

$$N_s = \text{Numero promedio de partículas dispersadas en dirección del ángulo sólido } d\Omega \text{ por unidad de tiempo} \quad (3.3)$$

Luego, la sección eficaz diferencial es definida como la razón:

$$\frac{d\sigma(E, \Omega)}{d\Omega} = \frac{1}{F} \frac{dN_s}{d\Omega} \quad (3.4)$$

La ecuación (3.4) quiere decir que la sección eficaz diferencial $d\sigma/d\Omega$ es la fracción, en promedio, de partículas dispersadas en la dirección $d\Omega$ por tiempo unitario por unidad de flujo F . Además, debido a las dimensiones de F , $d\sigma$ tiene dimensión de área, lo que lleva a la interpretación heurística de $d\sigma$ como la sección transversal geométrica del blanco que intercepta al haz de partículas. Esto significa que aquella fracción del flujo incidente que intercepte al área $d\sigma$ interactúa con el blanco, mientras que la fracción de flujo que no lo hace no interactúa con éste. Pese a la simpleza de esta interpretación, este concepto sólo permite “visualizar” las consecuencias de la sección eficaz, sin representar de ninguna forma las dimensiones físicas reales del blanco.

En general, el valor de $d\sigma/d\Omega$ variará según la energía de la interacción y el ángulo hacia el cual la partícula es dispersada. Es posible entonces calcular la sección eficaz total de dispersión para una energía E en particular a partir de la integral de $d\sigma/d\Omega$ sobre todos los ángulos sólidos, esto es:

$$\sigma(E) = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Pese a que es relativamente simple entender de esta forma el concepto de sección eficaz total, el ejemplo usado para describirlo es poco realista. Esto se debe a que en las situaciones reales el blanco es usualmente un trozo de material que contiene muchísimos centros de dispersión. Por ende, en la práctica, lo que se puede conocer es cuántas interacciones en promedio ocurren en el material y no la sección eficaz total de cada centro. Sin embargo, estas cantidades están relacionadas, como se muestra a continuación.

Si se asume que los centros de dispersión están uniformemente distribuidos en el blanco y que el trozo de material que forma el blanco no es muy grueso de modo que la probabilidad de que un centro de dispersión dentro del material se encuentre frente a otro sea baja, el número de centros que “ve” el haz es $N \times dx$, donde N es la densidad volumétrica de centros y dx es el espesor del material a lo largo de la dirección del haz (espesor que asumiremos por el momento como diferencial). Si el ancho del haz es mayor que el área del blanco, y S es el área total perpendicular a la dirección del haz, el número de partículas incidentes del haz que podrían interactuar será $\phi_0 = F \times S$.

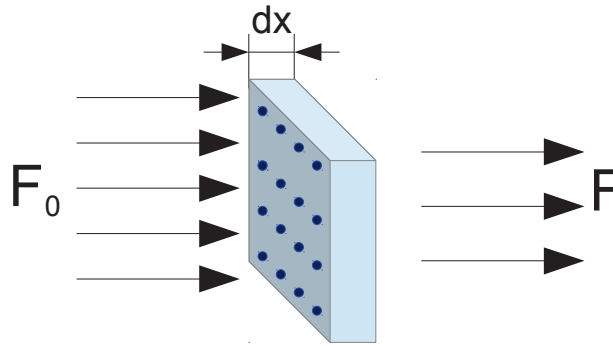


Figura 3.6: Material con distribución uniforme de centros de dispersión.

Recapitulando, podemos definir las cantidades siguientes:

1. $S = \text{Área del material que interactúa con el haz}$
2. $\phi = \text{Número de partículas incidentes por unidad de tiempo}$
 $= F \times S$
3. $N_{\text{blancos/vol}} = \text{Densidad de blancos por unidad de volumen}$
4. $dx = \text{Espesor del material en la dirección del haz}$

Luego en base a las definiciones anteriores, se escribe el número promedio de partículas dispersadas en la dirección del ángulo $d\Omega$, que queda en función de la sección eficaz diferencial como:

$$N_s(\Omega) = \frac{\phi_0}{S} S N_{blancos/vol} dx \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (3.5)$$

Si se integra a lo largo de todos los ángulos sólidos, se obtiene la sección eficaz total y por ende la cantidad total de partículas dispersadas en todas las direcciones posibles:

$$N_{tot} = \text{Número total promedio de partículas dispersadas sobre todos los ángulos sólidos}$$

$$N_{tot} = \frac{\phi_0}{S} S N_{blancos/vol} dx \sigma \quad (3.6)$$

Finalmente, para un flujo de radiación incidente, podemos definir el diferencial $d\phi$ a partir del flujo incidente ϕ_0 y el flujo saliente ϕ , como se ilustra en la figura 3.7, de la forma siguiente:

$$\phi = \phi_0 + d\phi \Rightarrow d\phi = \phi - \phi_0 \quad (3.7)$$

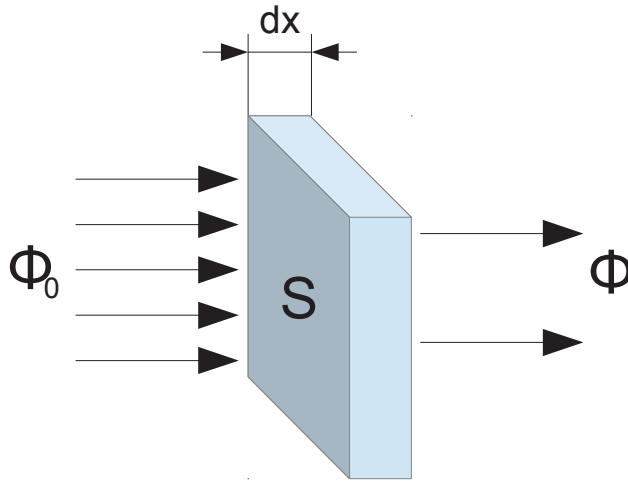


Figura 3.7: Diferencial del flujo de radiación Gamma incidente debido a la dispersión.

Lo que queda por realizar es combinar el diferencial de la radiación incidente (3.7) con el número total promedio de partículas dispersadas (3.6) para llegar entonces a

modelar la dispersión de la radiación Gamma en el material. Sin embargo, debemos encontrar previamente un modelo de la sección eficaz total de atenuación de fotones Gamma. Una vez realizado esto, procederemos a definir la forma de la atenuación.

3.2.1.1. Sección eficaz total de interacción de fotones Gamma sobre la materia

Para comprender cual es la sección eficaz de interacción de fotones Gamma sobre la materia, es primordial entender que estas se deben a las interacciones que fueron mencionadas al comienzo del capítulo. Esto implica que la sección eficaz total no es nada más que la suma de los efectos de la sección eficaz debida al efecto fotoeléctrico, la dispersión Compton y la producción de pares.

La sección eficaz del efecto fotoeléctrico σ_{foto} , del efecto Compton $\sigma_{Compton}$ y de producción de pares σ_{pares} dependen todas de la cantidad de electrones presentes en el material, ya que las 2 primeras son interacciones directas con los electrones del material, mientras que la última es una interacción con el campo eléctrico de los núcleos atómicos. El campo eléctrico depende de la carga nuclear, que a su vez es proporcional al número de protones, carga que es igual pero de signo opuesto a la carga total producto de los electrones en un átomo neutro. Por ende, todas las secciones eficaces de la interacción de fotones Gamma estarán de alguna forma relacionadas con la cantidad de electrones en el material, que en átomos neutros es igual al número atómico Z de éste.

A partir de lo visto en [23] podemos ver que las probabilidades de interacción, por cada átomo, dependen de la siguiente manera:

$$\sigma_{foto} \propto \frac{Z^n}{E_{\gamma}^{3.5}} ; \text{ donde } 4 < n < 5 \quad (3.8)$$

$$\sigma_{pares} \propto Z^2 \quad (3.9)$$

Donde E_{γ} es la energía del fotón Gamma incidente y Z es el número atómico del átomo que interactúa con el fotón. La sección eficaz total del efecto Compton por átomo se comporta de forma distinta a las anteriores, ya que es una interacción directa de los fotones con cada uno de los electrones del átomo y no con el átomo como un todo. La forma de esta sección eficaz total (es decir integrada sobre todos los ángulos sólidos) para cada electrón individual, de acuerdo a [12], se muestra en la ecuación (3.10). En ésta, r_e es el radio clásico del electrón ($r_e = 2,818 \times 10^{-13}[cm]$) y $\gamma = \frac{h\nu}{m_{electrón}c^2}$, término que muestra la dependencia energética, ya que ν es la frecuencia del fotón incidente. Por otro lado, $m_{electrón}$ es la masa del electrón, h es la constante de Plank y c la velocidad de la luz en el vacío.

$$\sigma_{Compton} = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\gamma}{\gamma^2} \left[\frac{2(1+\gamma)}{1+2\gamma} - \frac{\ln(1+2\gamma)}{\gamma} \right] + \frac{\ln(1+2\gamma)}{2\gamma} - \frac{1+3\gamma}{(1+2\gamma)^2} \right\} \quad (3.10)$$

Dado a que cada átomo tiene Z electrones, es posible escribir la sección eficaz total por átomo individual del material, según [12], de la forma siguiente:

$$\sigma = \sigma_{foto} + Z\sigma_{Compton} + \sigma_{pares} \quad (3.11)$$

Como consecuencia de lo visto anteriormente, estos efectos dependen de forma distinta del número atómico Z , como se aprecia en la figura 3.8. En ésta la línea muestra los valores de Z y $E_{gamma} = h\nu$ para los cuales las probabilidades de interacción de los dos efectos adyacentes son iguales.

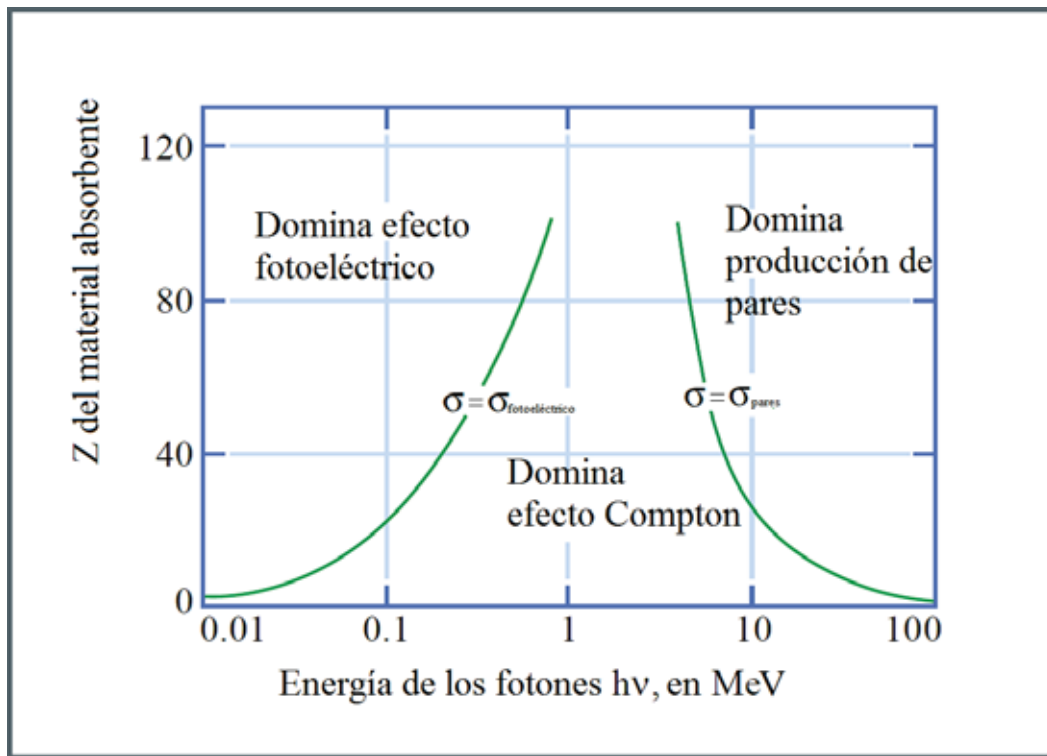


Figura 3.8: La importancia relativa de las formas más usuales de interacción de la radiación Gamma con la materia. Gráfica adaptada de [26].

En la sección siguiente, se procede a definir la dispersión producida por un trozo de material, que es el último requerimiento para definir la densidad de un material a partir de la medición de la atenuación de un haz de radiación Gamma.

3.2.2. Dispersión de la radiación Gamma.

Para poder calcular la sección eficaz total, debemos recordar lo visto en la figura 3.5 y en la ecuación (3.6), en donde se denota que la dispersión de un haz producida por un material depende de la *densidad de blancos por unidad de volumen* presentes en un material. En la sección anterior se calculó la sección eficaz individual producida por cada átomo (3.11), y ahora, de modo de calcular la probabilidad de interacción del haz de radiación Gamma con el material, debemos multiplicar (3.6) por la *densidad de átomos por unidad de volumen* $N_{\frac{atom}{vol}}$, obteniendo lo siguiente:

$$N_{\frac{atom}{vol}} \sigma = N_{\frac{atom}{vol}} \sigma_{foto} + N_{\frac{atom}{vol}} Z \sigma_{Compton} + N_{\frac{atom}{vol}} \sigma_{pares} \quad (3.12)$$

Para calcular la densidad de átomos por unidad de volumen $N_{\frac{atom}{vol}}$ (llamada *densidad numérica* de átomos en química, simbolizada con una n minúscula) debemos recordar que si A es el número másico de los átomos que conforman un material puro, en una cantidad de masa M de este material el número de moles de átomos de éste será $n_{moles} = \frac{M}{A}$. A partir del número de moles es posible calcular el número de átomos del material multiplicando esta cantidad por el número de Avogadro, N_a . Así, obtenemos el número de átomos:

$$\text{Número de átomos} = N_a \times n_{moles} = N_a \frac{M}{A} \quad (3.13)$$

Y luego, para calcular la densidad de átomos por unidad de volumen:

$$\frac{\text{Número de átomos}}{\text{Volumen}} = N_a \frac{M}{AV} \quad (3.14)$$

Si ρ es la densidad, definida como la razón entre la masa del un cuerpo y su volumen, finalmente podemos escribir:

$$\frac{\text{Número de átomos}}{\text{Volumen}} = N_a \frac{\rho}{A} \quad (3.15)$$

Por lo tanto, combinando las ecuaciones (3.12) y (3.15) obtenemos la probabilidad de interacción por unidad de longitud μ :

$$\mu = N_a \frac{\rho}{A} \sigma = N_a \frac{\rho}{A} \sigma_{foto} + N_a \frac{\rho}{A} Z \sigma_{Compton} + N_a \frac{\rho}{A} \sigma_{pares} \quad (3.16)$$

Esta cantidad es más comúnmente conocida como *coeficiente de absorción total* y equivale al inverso del camino libre medio de fotones en el material.

Sin embargo, usualmente se busca trabajar en la zona en donde el efecto Compton domina por sobre las otras interacciones, lo que se aprecia en la figura 3.8. En este caso la sección eficaz total por cada átomo se escribe como:

$$\sigma_{Total} \approx Z\sigma_{Compton} \quad (3.17)$$

Y por ende, la probabilidad de interacción por unidad de longitud se escribe como:

$$\mu = N_a \frac{\rho}{A} \sigma \approx N_a \frac{\rho}{A} Z\sigma_{Compton} \quad (3.18)$$

Si recordamos ahora las ecuaciones (3.6) y (3.7), que representan el número total promedio de fotones dispersados en todos los ángulos sólidos posibles (N_{tot}) y el diferencial del flujo incidente ($d\phi$), respectivamente, tenemos:

$$N_{tot} = \frac{\phi_0}{S} S N_{blancos/vol} dx \sigma \quad (3.19)$$

$$\phi = \phi_0 + d\phi \Rightarrow d\phi = \phi - \phi_0 \quad (3.20)$$

donde ϕ es el flujo saliente.

La razón para escoger $d\phi$ como la diferencia entre el flujo saliente ϕ y el incidente ϕ_0 radica en el hecho de que el número total de interacciones por unidad de tiempo N_{tot} es lógicamente igual a la diferencia entre flujo incidente ϕ_0 y el flujo saliente ϕ . Esto es:

$$N_{tot} = \phi_0 - \phi \quad (3.21)$$

Aplicando la definición (3.7):

$$N_{tot} = \phi_0 - \phi, \quad d\phi = \phi - \phi_0 \Rightarrow N_{tot} = -d\phi \quad (3.22)$$

Ahora, si unimos el resultado (3.22) con (3.6) obtenemos:

$$-d\phi = \frac{\phi_0}{S} S N_{blancos/vol} dx \sigma \quad (3.23)$$

Sin embargo, aún no es clara la forma en que ϕ_0 se relaciona con $d\phi$. Para hacerlo se debe recordar la suposición que define al espesor del material en la dirección de propagación como diferencial, lo que tiene como consecuencia que la diferencia entre el flujo incidente y el saliente sea también diferencial. Por lo tanto, sin pérdida de generalidad, podemos asumir que $\phi \approx \phi_0$. Luego la ecuación (3.23) queda expresada mejor como:

$$-d\phi = \frac{\phi}{S} S N_{blancos/vol} dx \sigma \quad (3.24)$$

Finalmente si se combina el resultado reciente (3.24) con el resultado de la probabilidad de interacción por unidad de longitud (3.18), donde a partir de ahora se nombra σ_c a $\sigma_{Compton}$, se obtiene:

$$-d\phi = \frac{\phi}{S} N_a \frac{Z}{A} \rho \sigma_c S dx \Rightarrow -d\phi = \phi N_a \frac{Z}{A} \rho \sigma_c dx \quad (3.25)$$

El resultado de la ecuación (3.25) es extremadamente útil, ya que tiene la forma de una ecuación diferencial. De hecho es posible integrar este resultado, lo que significa generalizar este resultado como la suma del efecto de varias capas superpuestas de material de espesor infinitesimal, como se procede a realizar a continuación:

$$\int_{\phi_0}^{\phi} \frac{d\phi}{\phi} = -N_a \frac{Z}{A} \rho \sigma_c \int_0^x dx \Rightarrow \ln(\phi) - \ln(\phi_0) = -N_a \frac{Z}{A} \rho \sigma_c x$$

Finalmente se obtiene:

$$\phi = \phi_0 e^{-N_a \frac{Z}{A} \rho \sigma_c x} \quad (3.26)$$

El resultado obtenido es importantísimo, ya que será la base con la cual se calculará la densidad de materiales a partir de la atenuación de un flujo de radiación Gamma. La forma en que se realiza esto es materia del próximo capítulo de la presente memoria.

3.3. Medición de la densidad

Comúnmente, el resultado obtenido previamente en (3.26) es escrito como (3.27), en donde I es el flujo saliente (antes llamado ϕ), I_0 es el flujo incidente (antes llamado ϕ_0) y $\mu = \frac{1}{\lambda}$ es el coeficiente de absorción:

$$I = I_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} \quad (3.27)$$

De la equivalencia de los resultados (3.26) y (3.27), obtenemos el valor del coeficiente de absorción o atenuación:

$$N_a \frac{Z}{A} \rho \sigma_c = \frac{1}{\lambda} \quad (3.28)$$

3.3.1. Medición del coeficiente de atenuación

En la práctica lo que es factible de medir al realizar experimentos es la atenuación de un flujo de radiación Gamma. Por ende, se debe relacionar esta cantidad física con el modelo obtenido anteriormente.

El experimento a realizar básicamente consiste en los pasos siguientes:

1. Medición del flujo incidente mediante un detector de radiación y un contador de eventos, sin interponer material (figura 3.9).

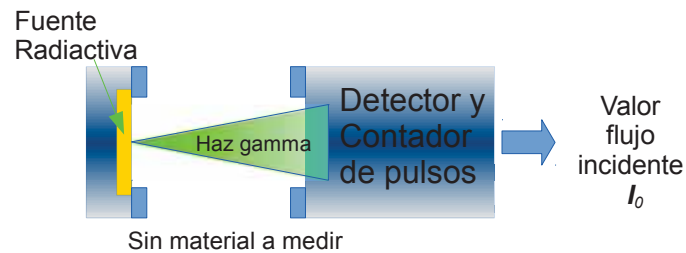


Figura 3.9: Experimento de medición flujo incidente.

2. Medición del flujo saliente mediante un detector de radiación y un contador de eventos, interponiendo un material (figura 3.10).

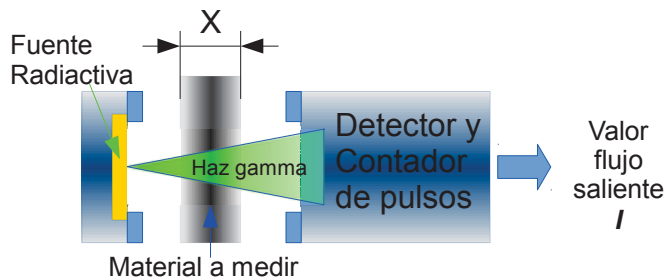


Figura 3.10: Experimento de medición de flujo saliente.

Es necesario mencionar que para que la medición sea correcta, debemos mantener todas las variables anexas del experimento constantes, es decir, se debe usar la misma fuente radiactiva (emisor de radiación) y mantener constante la distancia entre ésta y el detector. Por otro lado, el punto de operación del detector (ganancia, eficiencia, etc.) debe ser el mismo en ambas mediciones.

Lo que queda por hacer es utilizar los valores medidos de flujo incidente y saliente y relacionarlos entre sí, junto con el espesor del material x para obtener la constante de atenuación lineal del material ante radiación Gamma:

$$I = I_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} \Rightarrow \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{x}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{\ln(\frac{I_0}{I})}{x} \quad (3.29)$$

Este resultado es muy importante, ya que si es posible medir el flujo saliente para 2 materiales distintos utilizando el mismo flujo incidente I_0 (de fotones Gamma de la misma energía), se puede obtener información respecto a la densidad de los materiales. Para ilustrar esta hipótesis, se plantea primero utilizar 2 materiales “puros”, es decir, fabricados a partir de un sólo elemento químico cada uno. De esta forma, es posible realizar la relación siguiente: Para un material 1 (de espesor x_1 , midiéndose flujo saliente I_1) el coeficiente de atenuación lineal $1/\lambda_1$ queda:

$$\frac{1}{\lambda_1} = \frac{\ln(\frac{I_0}{I_1})}{x_1} \quad (3.30)$$

Para un material 2 (de espesor x_2 , midiéndose flujo saliente I_2) el coeficiente de atenuación lineal $1/\lambda_2$ queda:

$$\frac{1}{\lambda_2} = \frac{\ln(\frac{I_0}{I_2})}{x_2} \quad (3.31)$$

Ahora, utilizando la definición del coeficiente de atenuación visto en (3.28), y obtenidos los resultados (3.30) y (3.31), se puede escribir:

$$\frac{1}{\lambda_1} = N_a \frac{Z_1}{A_1} \rho_1 \sigma_c \quad (3.32)$$

para el material 1, donde ρ_1 , Z_1 y A_1 corresponde a la densidad, número atómico y número másico de éste. Análogamente para el material 2 se tiene:

$$\frac{1}{\lambda_2} = N_a \frac{Z_2}{A_2} \rho_2 \sigma_c \quad (3.33)$$

Luego, es posible relacionar (3.32) y (3.33) de la forma siguiente:

$$\frac{\frac{1}{\lambda_1}}{\frac{1}{\lambda_2}} = \frac{N_a \frac{Z_1}{A_1} \rho_1 \sigma_c}{N_a \frac{Z_2}{A_2} \rho_2 \sigma_c} \quad (3.34)$$

Dado a que la fuente radiactiva es la misma en ambas mediciones, la radiación Gamma incidente será de la misma energía, y por ende la sección eficaz Compton σ_c

será la misma en ambos casos. Por otro lado, es evidente que el número de Avogadro N_a es una constante. Simplificando entonces obtenemos:

$$\frac{\frac{1}{\lambda_1}}{\frac{1}{\lambda_2}} = \frac{\frac{Z_1}{A_1}\rho_1}{\frac{Z_2}{A_2}\rho_2} \quad (3.35)$$

En el caso de conocer la densidad del material 1 ρ_1 y las razones entre el número atómico y el número másico para cada material $\frac{Z_1}{A_1}$ y $\frac{Z_2}{A_2}$, entonces es posible obtener ρ_2 como:

$$\rho_2 = \frac{\frac{Z_1}{A_1} \frac{1}{\lambda_2} \rho_1}{\frac{Z_2}{A_2} \frac{1}{\lambda_1}} \quad (3.36)$$

Por definición, el número másico A para cierto elemento se define como:

$$A = Z + N \quad (3.37)$$

donde N es el número de neutrones presentes en el núcleo del elemento y Z es el número atómico que representa al número de protones presentes en el núcleo del elemento.

Si bien es cierto que la expresión (3.36) parece compleja, es posible simplificarla significativamente, ya que usualmente el número de neutrones N es *prácticamente igual* al número de protones Z . Esto ocurre particularmente para elementos con número atómico Z relativamente bajo:

$$Z \approx N \Rightarrow A = Z + N \approx 2Z \quad (3.38)$$

Esto quiere decir que para elementos de bajo número atómico Z , la razón Z/A es casi constante e igual a:

$$\frac{Z}{A} = \frac{Z}{Z + N} \approx \frac{Z}{2Z} = 0,5 \quad (3.39)$$

Luego, si la razón Z/A es prácticamente la misma para los materiales 1 y 2, la densidad calculada resulta en:

$$\rho_2 = \frac{\frac{Z_1}{A_1} \frac{1}{\lambda_2} \rho_1}{\frac{Z_2}{A_2} \frac{1}{\lambda_1}} \approx \frac{\frac{1}{\lambda_2} \rho_1}{\frac{1}{\lambda_1}} \quad (3.40)$$

Sin embargo, es natural que surja la duda siguiente: *¿Qué tan válida es esta aproximación?*. Para responder esta pregunta, es necesario observar la Carta de Segré (carta de los núclidos), que se muestra en la figura 3.11. En ésta, el eje Y es el número de neutrones N , mientras que el eje X es el número atómico Z , el cual es la cantidad de

protones para un núclido en particular. Los colores representan la estabilidad de cada núclido, asignada según su semivida.

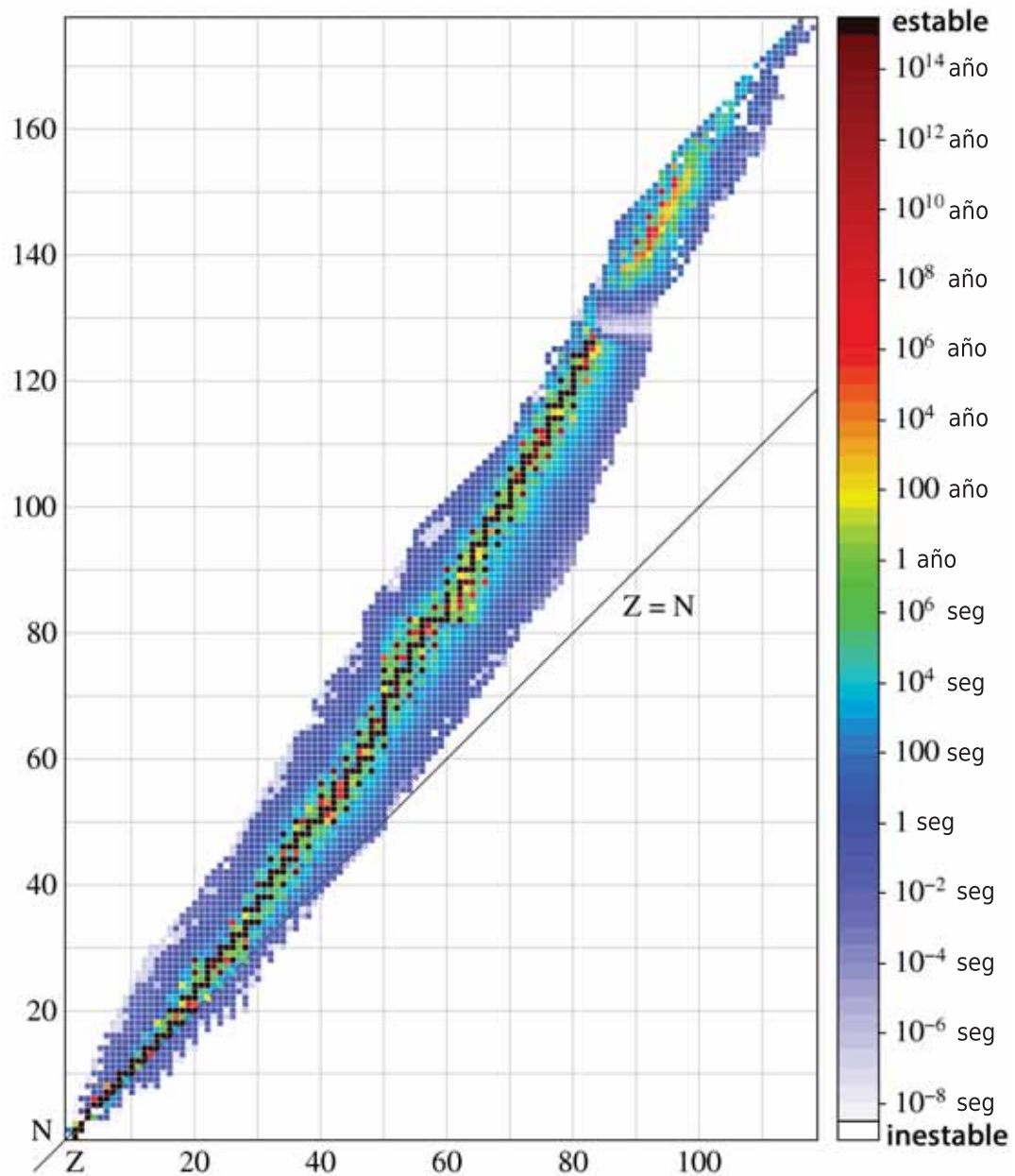


Figura 3.11: Carta de los núclidos. Créditos Imagen: Adaptada de Wikipedia.

A partir de esta gráfica, se puede apreciar que la aproximación que realizada no se cumple exactamente, ya que el número de neutrones, en general, no es igual al número de protones. Sin embargo, si se grafica ahora el peso atómico A versus el número atómico Z , para los pesos atómicos representados en la tabla periódica (que es la suma ponderada de los pesos atómicos de todos los isótopos de un elemento encontrados en la corteza terrestre), se aprecia que tiene el comportamiento siguiente:

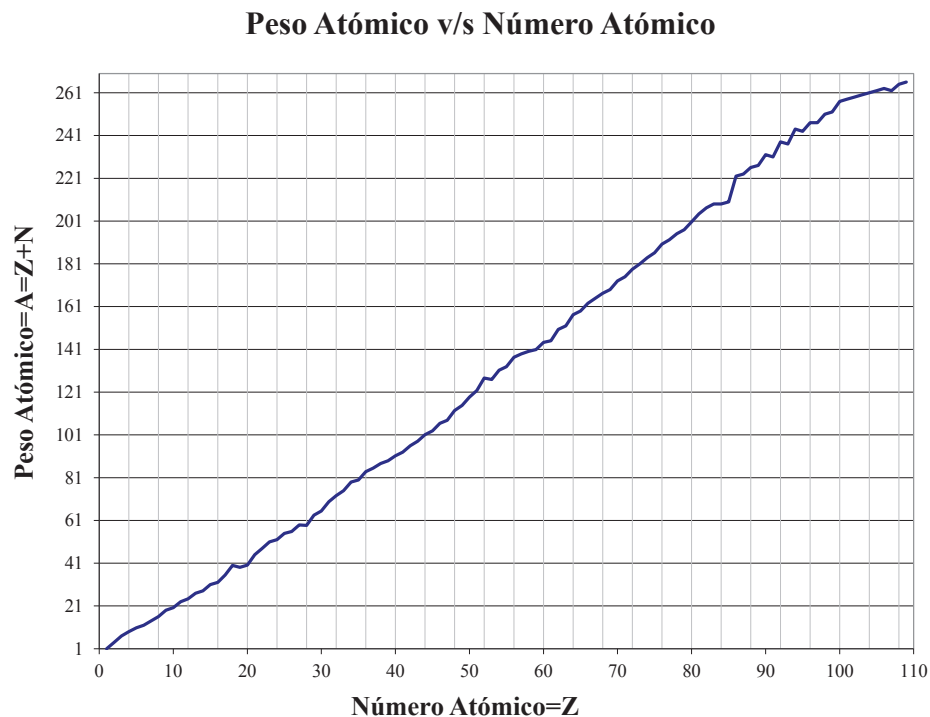


Figura 3.12: Gráfica de peso atómico A versus número atómico Z para los valores de los elementos representados en la tabla periódica. Elaboración propia, a partir de datos de [39].

En la figura 3.12 se aprecia un comportamiento bastante lineal. Sin embargo, se debe recordar que el parámetro importante a la hora de calcular la densidad de electrones en el material es la razón entre estas cantidades. Dicha razón se grafica en la figura 3.13. En ésta queda más claro el comportamiento dispar de esta razón. Para elementos de número atómico bajo ($Z < 30$) la razón parece estar más cercana a 0,5, la que es nuestra hipótesis inicial. ¿Son estos elementos abundantes en la composición de la corteza terrestre? Para responder esta pregunta, es necesario observar la gráfica 3.14. Aquí se aprecia que la corteza está formada en un 99 % por elementos de número

atómico bajo, por lo que se puede concluir que vamos por buen camino. Por último queda por aclarar si estos elementos son formadores de minerales.

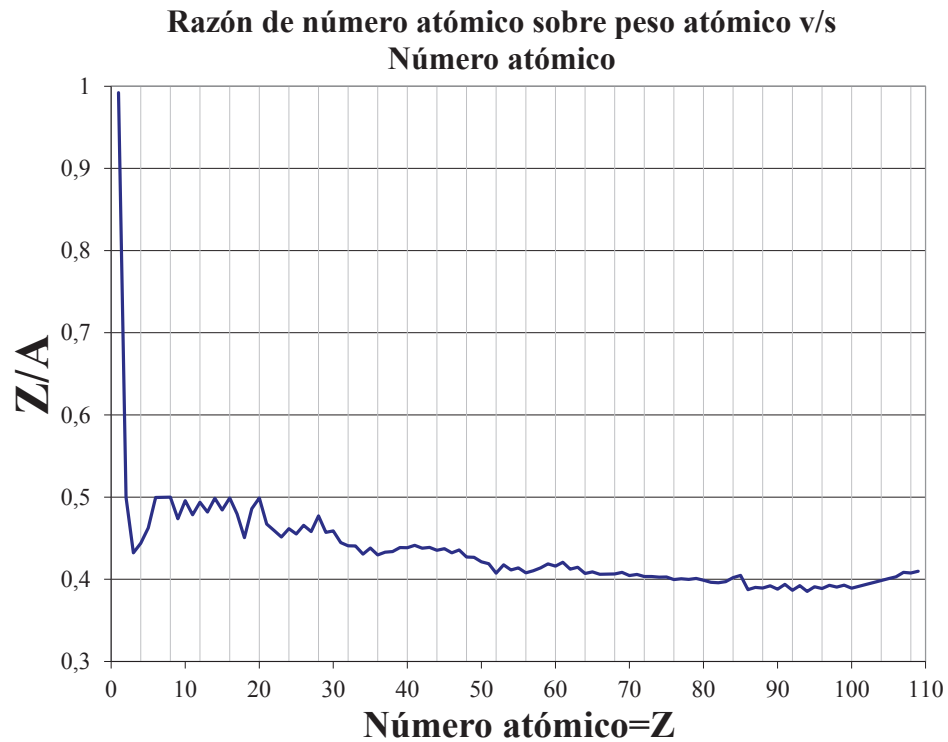


Figura 3.13: Gráfica de la razón entre el número atómico y el peso atómico Z/A versus número atómico Z para los valores de los elementos representados en la tabla periódica. Elaboración propia, a partir de datos de [39].

Porcentaje peso de los principales elementos que componen la corteza terrestre

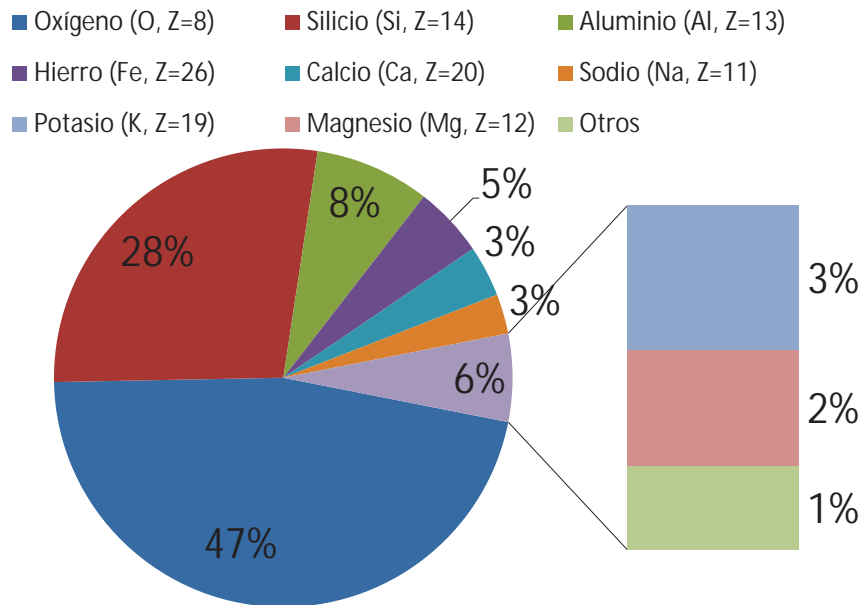


Figura 3.14: Porcentaje peso de los principales elementos constituyentes de la corteza terrestre. Gráfica elaborada con datos de [40].

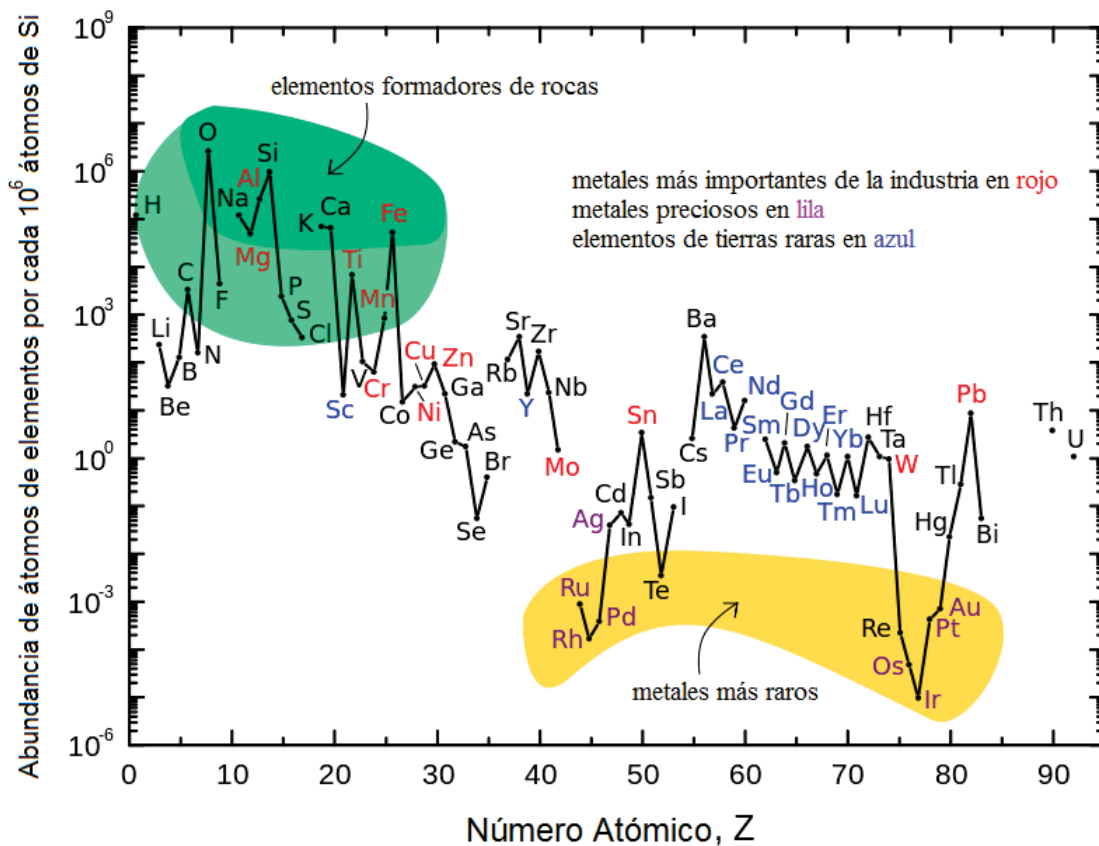


Figura 3.15: Abundancia de elementos en la corteza y algunas de sus categorías. Figura adaptada de: “Rare Earth Elements — Critical Resources for High Technology”, USGS Fact Sheet 087-02, 2002.

Como puede apreciarse en la figura 3.15, los elementos formadores de roca son justamente aquellos más abundantes en la corteza terrestre, mientras que metales preciosos o de importancia tecnológica (como los elementos de tierras raras) tienen número atómico alto, y por lo tanto no es posible realizar la aproximación de $Z/A = 0,5$ en el caso de que estemos en presencia de muestras de mineral con gran porcentaje peso de estos elementos. Si bien esta característica pareciera perjudicar o al menos dificultar la medición de densidad basada en el método propuesto, cabe preguntar ¿es posible utilizar esta característica como un método de cuantificación? La respuesta a esta pregunta es materia de los capítulos siguientes de esta memoria.

Lo que se presenta a continuación, es una manera de crear un modelo que permite tomar en cuenta la distinta composición elemental de una muestra a la hora de calcular

la constante de atenuación de éste.

3.3.2. Modelado de la atenuación producida por un compuesto

Como punto de partida, se modela primero la atenuación producida por un conjunto de capas de distintos materiales, cada una adyacente a la otra. Como es posible apreciar, la solución al problema es bastante sencilla:

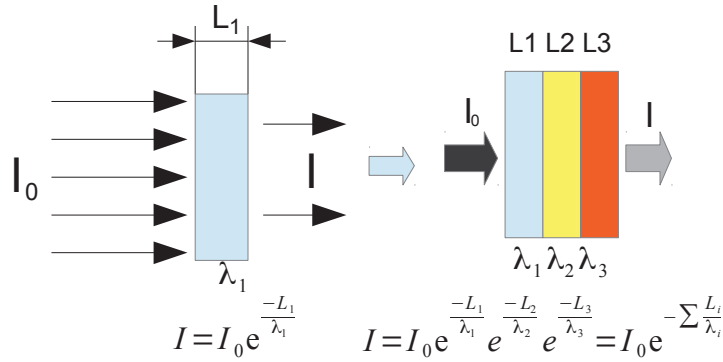


Figura 3.16: Atenuación lineal producto de capas yuxtapuestas de materiales diferentes.

Luego, para un conjunto de capas yuxtapuestas, el flujo saliente puede ser calculado como:

$$I = I_0 e^{-\sum_{i=1}^{n_{capas}} \frac{L_i}{\lambda_i}} \quad (3.41)$$

Esto implica que para n_{capas} de material, de longitud total $L_{capas} = \sum_{i=1}^{n_{capas}} L_i$, el coeficiente de atenuación lineal equivalente está dado por:

$$\frac{L_{capas}}{\lambda_{capas}} = \sum_{i=1}^{n_{capas}} \frac{L_i}{\lambda_i} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{capas}} = \frac{1}{L_{capas}} \sum_{i=1}^{n_{capas}} \frac{L_i}{\lambda_i} \quad (3.42)$$

La simpleza de la solución lleva a pensar que en el caso de un compuesto o una mezcla de elementos la atenuación total debiera ser la superposición de los efectos de cada uno de los componentes. En la sección siguiente se verá si esta hipótesis es válida o no.

3.3.2.1. Cálculo de la atenuación producida por un compuesto químico

Como punto de partida se da un ejemplo sencillo. Si se tiene un compuesto formado por dos elementos, sean estos X e Y , de fórmula química X_mY_n (esto significa que cada molécula del compuesto tiene m átomos del elemento X y n átomos del elemento Y). Además, si se conocen las masas atómicas de cada elemento, que nombraremos A_X y A_Y ; y los números atómicos de cada elemento Z_X y Z_Y . Luego, la masa molar A_{mol} del compuesto es:

$$\text{Masa molar} = A_{mol} = mA_X + nA_Y$$

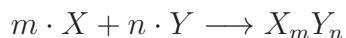
Por otro lado, si se tiene una cantidad de masa M del compuesto, su número de moles es:

$$n_{moles} = \frac{M}{A_{mol}}$$

Para proseguir, se debe encontrar la *fracción másica*, la cual es la razón de la cantidad de masa de un elemento constituyente por sobre la masa total del compuesto (fracción llamada *composición centesimal* en química). Si M_X es la cantidad de masa que el elemento X aporta al total del compuesto y M_Y lo es para el elemento Y , de modo que $M_X + M_Y = M$, se tiene que:

$$w_X = \frac{M_X}{M}$$
$$w_Y = \frac{M_Y}{M}$$

Dado que es posible conocer la cantidad de moles que forman la muestra de masa M , dada por n_{moles} , a su vez es posible realizar la relación estequiométrica¹ siguiente:



$$n_{moles} \cdot (m \cdot X + n \cdot Y) \longrightarrow n_{moles} \cdot (X_mY_n) \Rightarrow \begin{cases} n_{moles_X} = m \cdot n_{moles} \\ n_{moles_Y} = n \cdot n_{moles} \end{cases}$$

De esta forma se obtiene la cantidad de moles de cada elemento presentes en la muestra. Ahora se procede a calcular las masas que estos elementos aportan a la muestra de material:

¹Esta relación no representa en ningún caso una reacción química sino tan sólo el equilibrio de moles.

$$M_X = n_{moles_X} \cdot A_X = m \cdot n_{moles} A_X$$

$$M_Y = n_{moles_Y} \cdot A_Y = n \cdot n_{moles} A_Y$$

Finalmente, las fracciones másicas, w_X y w_Y son:

$$w_X = \frac{M_X}{M} = \frac{m \cdot n_{moles} A_X}{n_{moles} \cdot A_{mol}} = \frac{mA_X}{mA_X + nA_Y}$$

$$w_Y = \frac{M_Y}{M} = \frac{n \cdot n_{moles} A_Y}{n_{moles} \cdot A_{mol}} = \frac{nA_Y}{mA_X + nA_Y} \quad (3.43)$$

De donde es directo que $w_X + w_Y = 1$.

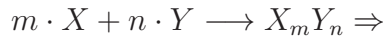
Con esta información se puede calcular el número de moléculas por unidad de volumen (densidad numérica de moléculas). Si se conoce el volumen V de la muestra del compuesto de densidad conocida ρ_{comp} , la *molaridad* de la muestra en $[\frac{mol}{unidad\ de\ volumen}]$, designada por una M mayúscula en química, está dada por:

$$Molaridad = \frac{n_{moles}}{V} = \frac{M}{V A_{mol}} = \frac{\rho_{comp}}{A_{mol}} \quad (3.44)$$

Luego, el número de moléculas por unidad de volumen en la muestra se encuentra multiplicando la molaridad por la constante de Avogadro:

$$Número\ de\ moléculas\ por\ unidad\ de\ volumen = \frac{n_{moles} N_a}{V} = \frac{\rho_{comp} N_a}{A_{mol}} \quad (3.45)$$

Ahora es necesario relacionar la densidad de moléculas con la densidad de electrones. Para esto es necesario recordar la relación estequiométrica $m \cdot X + n \cdot Y \longrightarrow X_m Y_n$. Dado que cada átomo aporta a la molécula una cantidad de electrones dada por su número atómico Z , y que cada molécula tiene una cantidad de átomos indicada por los subíndices de cada elemento en la fórmula, se encuentra que:



$$Número\ total\ de\ electrones\ por\ molécula = m \cdot Z_X + n \cdot Z_Y$$

cantidad que será llamada $Z_{molécula}$, Z_{mol} , de modo que:

$$Z_{mol} = m \cdot Z_X + n \cdot Z_Y \quad (3.46)$$

Finalmente, la densidad de electrones por unidad de volumen en la muestra de material se calcula multiplicando la cantidad de electrones por molécula (3.46) por la densidad de moléculas por unidad de volumen (3.45).

$$\text{Electrones por unidad de volumen} = \frac{Z_{mol} N_a \rho_{comp}}{A_{mol}} = \frac{mZ_X + nZ_Y}{mA_X + nA_Y} N_a \rho_{comp} \quad (3.47)$$

Si se combina el resultado reciente (3.47) con el resultado general del coeficiente de atenuación lineal (3.28), se obtiene lo siguiente:

$$\frac{1}{\lambda_{comp}} = \frac{mZ_X + nZ_Y}{mA_X + nA_Y} N_a \rho_{comp} \sigma_C \quad (3.48)$$

Generalizando el resultado, si se tiene una molécula formada a partir de e elementos X_i , de modo que cada molécula tiene m_i átomos el elemento i -ésimo, la fórmula química de este compuesto es la siguiente:

$$X_{1m_1} X_{2m_2} \cdots X_{im_i} \cdots X_{em_e}, \quad i \in \{1, 2, \dots, e\} \quad (3.49)$$

Entonces, a partir de esta nomenclatura, es posible definir Z efectivo como:

$$Z_{ef} = \sum_{i=1}^e m_i Z_i \quad (3.50)$$

Y del mismo modo A efectivo se define como:

$$A_{ef} = \sum_{i=1}^e m_i A_i \quad (3.51)$$

Si se generaliza el resultado (3.48), se obtiene:

$$\frac{1}{\lambda_{comp}} = \frac{Z_{ef}}{A_{ef}} N_a \rho_{comp} \sigma_C \quad (3.52)$$

Este resultado es ampliamente conocido y aplicado en el campo de la exploración geológica [41]. De hecho, existen tablas para corregir los resultados obtenidos por sondas de medición de densidad por dispersión gamma (*Formation Density Logging*). A modo de ejemplo, se muestra la tabla 3.1 de corrección para sondas calibradas en calcita ($CaCO_3$):

Material	Desviación porcentual de (Z/A) respecto a la calcita
Cuarzo	−0,06
Dolomita	−0,14
Anhidrita	−0,01
Esquisto “Promedio”	−0,1
Silvina	−3,34
Halita	−4,1
Yeso	+2,31

Tabla 3.1: Efecto (Z/A) relativo a la calcita. Obtenida de [41].

También es posible observar la corrección en forma gráfica, para sondas calibradas en piedra caliza y agua, en la figura 3.17. En ésta Φ representa la *porosidad* definida como²:

$$\Phi = \frac{Volumen\ Vacío}{Volumen\ Total}$$

²Ésta definición para Φ (utilizada ampliamente en geología) se empleará sólo en esta gráfica.

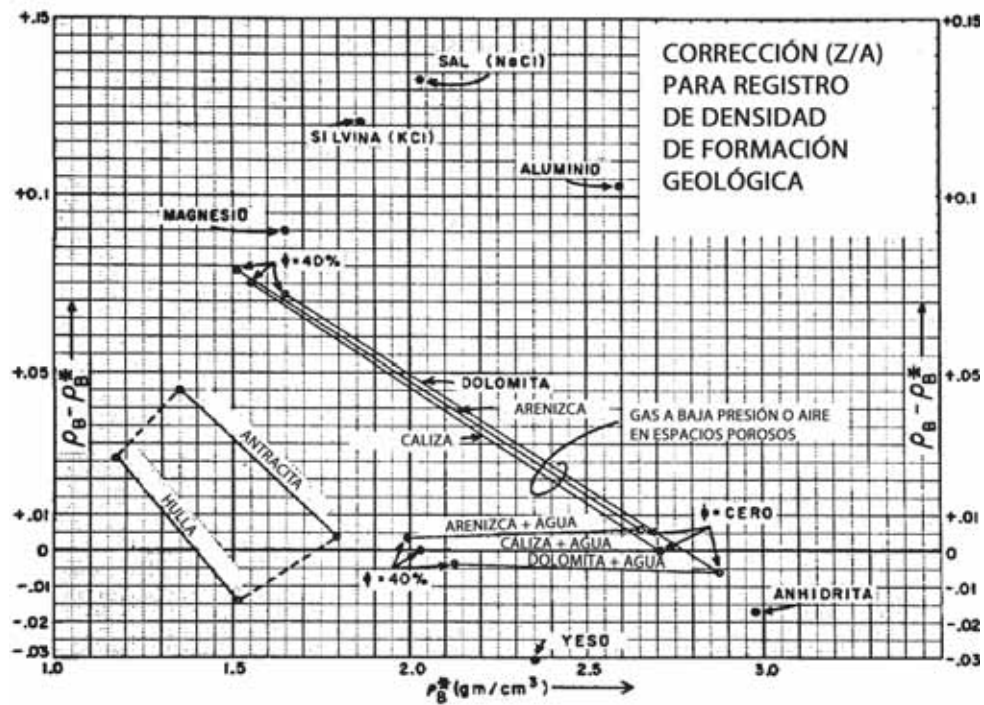


Figura 3.17: Correcciones aplicadas a la densidad aparente ρ_B^* de modo de obtener la densidad real ρ_B . Esta gráfica en particular se aplica a sondas calibradas en piedra caliza y agua. Adaptada de [41].

3.3.2.2. Cálculo de la atenuación producida por una mezcla de elementos o compuestos

Supongamos que se tienen n_{el} sustancias puras de masas m_i que poseen ciertos volúmenes v_i cada una. Si se mezclan todas estas sustancias se obtiene una mezcla cuya masa m_{mez} está definida por:

$$m_{mez} = \sum_{i=1}^{n_{el}} m_i \quad (3.53)$$

Luego, su volumen v_{mez} está definido por:

$$v_{mez} = \sum_{i=1}^{n_{el}} v_i \quad (3.54)$$

Por lo tanto, la densidad de la mezcla ρ_{mez} está definida por:

$$\rho_{mez} = \frac{m_{mez}}{v_{mez}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{el}} m_i}{\sum_{i=1}^{n_{el}} v_i} \quad (3.55)$$

Por otro lado, si se conocen las densidades ρ_i de cada sustancia, significa que las masas están definidas como:

$$\rho_i = \frac{m_i}{v_i} \Rightarrow m_i = \rho_i \times v_i$$

Desde luego la densidad se define como:

$$\rho_{mez} = \frac{m_{mez}}{v_{mez}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{el}} \rho_i v_i}{v_{mez}} \quad (3.56)$$

Si se recuerda la definición de la fracción másica w_i :

$$w_i = \frac{m_i}{m_{mez}} = \frac{\rho_i v_i}{\rho_{mez} v_{mez}} \quad (3.57)$$

A partir de ésta definición, es directo ver que:

$$w_i m_{mez} = \rho_i v_i \quad (3.58)$$

Luego, usando este resultado, es posible reescribir (3.56) como:

$$\rho_{mez} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{el}} w_i m_{mez}}{v_{mez}} \quad (3.59)$$

De esta definición es claro que:

$$\sum_{i=1}^{n_{el}} w_i = 1 \quad (3.60)$$

Se calculará ahora la cantidad de electrones presentes en la mezcla. Primero, se darán por sabidos los números atómicos Z_i y los números másicos A_i para cada uno de los elementos de la muestra. Por otro lado, en virtud de la simplicidad, se tratará a cada sustancia de la mezcla como si fuera elemental, es decir, hecha de sólo un elemento.

Como punto de partida, es necesario definir la fracción molar (χ_i), que es la razón entre los moles de una sustancia que compone la mezcla (n_i) y los moles totales de la mezcla (n_{mez}). Dicha cantidad se expresa como:

$$\chi_i = \frac{n_i}{n_{mez}} \quad (3.61)$$

De esta definición es fácil ver que:

$$\sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i n_{mez} = \sum_{i=1}^{n_{el}} n_i = n_{mez} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i = 1 \quad (3.62)$$

Ahora, debemos definir la masa molar promedio A_{mez} como:

$$A_{mez} = \frac{m_{mez}}{n_{mez}} \quad (3.63)$$

Donde en (3.63) m_{mez} corresponde a la masa total de la mezcla y n_{mez} corresponde a la cantidad de moles totales de la muestra.

Por otro lado, la definición anterior debe ser consistente con el cálculo directo del promedio de la masa molar. Si se conocen los moles de cada uno de los componentes n_i y sus respectivas masas molares A_i , se tiene que la masa de cada componente está dada por:

$$m_i = A_i \times n_i \quad (3.64)$$

Y, desde luego:

$$m_{mez} = \sum_{i=1}^{n_{el}} m_i = \sum_{i=1}^{n_{el}} A_i n_i \quad (3.65)$$

Por ende, es posible reescribir (3.63) como:

$$A_{mez} = \frac{m_{mez}}{n_{mez}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{el}} A_i n_i}{n_{mez}} = \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{n_i}{n_{mez}} A_i = \sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i \quad (3.66)$$

Ahora, se debe redefinir el porcentaje peso w_i expresado en (3.57) como:

$$w_i = \frac{m_i}{m_{mez}} = \frac{n_i A_i}{n_{mez} A_{mez}} = \frac{\chi_i A_i}{A_{mez}} \quad (3.67)$$

Es momento de encontrar la cantidad de átomos por unidad de volumen que posee el material. Este procedimiento es idéntico al realizado anteriormente en (3.13):

$$N_{\text{Átomos}} = N_a \times n_{mez} = \frac{N_a m_{mez}}{A_{mez}} = \frac{N_a m_{mez}}{\sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i} \quad (3.68)$$

Ahora, la cantidad de átomos que aporta cada elemento a la mezcla es proporcional al número de moles que dicho elemento aporta. Esto es:

$$N_{\text{átomos de elemento } i\text{ésimo}} = N_a \times n_i = \chi_i \frac{N_a m_{mez}}{\sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i} \quad (3.69)$$

En consecuencia, el número de electrones aportados por este elemento está dado por (3.70), donde Z_i representa el número atómico del elemento i ésimo:

$$N_{\text{electrones de elemento } i\text{ésimo}} = N_a \times n_i = \chi_i \frac{N_a m_{mez}}{\sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i} Z_i \quad (3.70)$$

Por otro lado, el número total de electrones es la adición de todos los electrones aportados por cada elemento. Es decir:

$$N_{\text{electrones}} = N_a \sum_{i=1}^{n_{el}} n_i Z_i = \sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i \frac{N_a m_{mez}}{\sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i} Z_i \quad (3.71)$$

Como lo que interesa es el número de electrones por unidad de volumen, ya que esto representa el número de blancos de la interacción de la radiación gamma con el material, utilizando el resultado (3.71) es posible escribir el número de electrones por unidad de volumen en la forma siguiente:

$$N_{\frac{\text{electrones}}{\text{volumen}}} = N_a \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{n_i Z_i}{v_{mez}} = \sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i \frac{N_a m_{mez}}{v_{mez} \sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i} Z_i = N_a \rho_{mez} \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{\chi_i Z_i}{\sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i} \quad (3.72)$$

A partir de (3.67) es posible ver que se cumple lo siguiente:

$$w_i = \frac{\chi_i A_i}{A_{mez}} = \frac{\chi_i A_i}{\sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i} \Rightarrow \chi_i = w_i \frac{\sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i}{A_i} \quad (3.73)$$

Reemplazando entonces la definición de χ_i dada en (3.73) en la expresión final de (3.72), se obtiene:

$$N_{\frac{electrones}{volumen}} = N_a \rho_{mez} \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{w_i Z_i \frac{\sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i}{A_i}}{\sum_{i=1}^{n_{el}} \chi_i A_i} = N_a \rho_{mez} \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{w_i Z_i}{A_i} \quad (3.74)$$

Este resultado es muy importante, ya que permite encontrar el número de electrones por unidad de volumen en términos de cantidades macroscópicas, particularmente en función de la densidad del material y las fracciones másicas de cada uno de los elementos constituyentes. Si se une este resultado con (3.28) se tiene:

$$\frac{1}{\lambda_{mez}} = N_{\frac{electrones}{volumen}} \sigma_C = N_a \sigma_C \rho_{mez} \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{w_i Z_i}{A_i} \quad (3.75)$$

el cual es el coeficiente de atenuación para una mezcla de elementos en función del porcentaje peso, número atómico y número másico de cada constituyente. A partir de este resultado es posible apreciar que el coeficiente de atenuación depende fundamentalmente de la densidad promedio del material, tal cual se apreció en los casos anteriores.

Para corroborar este resultado, se procederá a calcular este mismo coeficiente a partir de un supuesto distinto. Para realizar esto, se supondrá que se crea una mezcla de compuestos a partir de un conjunto de materiales, de los cuales sus densidades ρ_i , volúmenes v_i , números atómicos Z_i y números másicos A_i son conocidos. Primero se calcula la cantidad de electrones que aporta cada uno de los constituyentes:

$$Electrones \text{ aportados por elemento } i\acute{e}simo = N_a \frac{m_i Z_i}{A_i} = N_a \frac{\rho_i v_i Z_i}{A_i} \quad (3.76)$$

Luego, el número total de electrones de la mezcla es:

$$Número \text{ total de electrones} = N_a \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{\rho_i v_i Z_i}{A_i} \quad (3.77)$$

A continuación, se debe calcular el número de electrones por unidad de volumen:

$$\frac{\text{Número total de electrones}}{\text{Volumen total}} = \frac{N_a \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{\rho_i v_i Z_i}{A_i}}{\sum_{i=1}^{n_{el}} v_i} = \frac{N_a}{v_{mez}} \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{\rho_i v_i Z_i}{A_i} \quad (3.78)$$

De la ecuación (3.57) podemos ver que:

$$w_i = \frac{m_i}{m_{mez}} = \frac{\rho_i v_i}{\rho_{mez} v_{mez}} \Rightarrow \rho_i v_i = w_i \rho_{mez} v_{mez} \quad (3.79)$$

Finalmente reemplazando (3.79) en (3.78), se obtiene (3.80), el cual es el mismo resultado obtenido en (3.74).

$$N_{\frac{electrones}{volumen}} = \frac{N_a}{v_{mez}} \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{w_i \rho_{mez} v_{mez} Z_i}{A_i} = N_a \rho_{mez} \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{w_i Z_i}{A_i} \quad (3.80)$$

De esta forma, se concluye el modelo que permite obtener la densidad a partir de la medición de la atenuación gamma, tanto para materiales elementales como para mezclas y compuestos. Queda como trabajo futuro realizar los cálculos del error asociado a la estadística de las mediciones, ya que dicho trabajo va más allá de los alcances de esta memoria.

Capítulo 4

Implementación de un sistema de medición de atenuación de radiación gamma

4.1. Diseño del experimento

4.1.1. El diseño mecánico

Un esquema del experimento realizado es el siguiente:

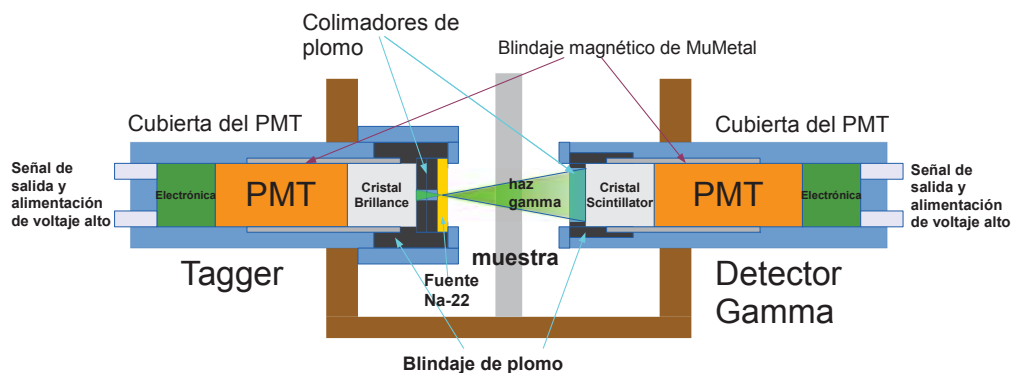


Figura 4.1: Diagrama del experimento implementado.

Como se puede apreciar en la figura 4.1, el experimento consiste en dos espectrómetros gamma del tipo apreciado en la figura 2.14 y una fuente radiactiva gamma. Cada espectrómetro consiste en un tubo fotomultiplicador (PMT) acoplado a un cristal de

centelleo rápido $LaBr_3(Ce)$). Los cristales son cilíndricos, y sus dimensiones aproximadas son $33[mm]$ de longitud y $29[mm]$ de diámetro. Además se aprecia la utilización de un blindaje magnético de Mu-Metal, aleación que tiene una permitividad magnética muy alta ($\mu_r = 80000 - 100000$), utilizado para disminuir la densidad de flujo magnético al interior del tubo al conducir los campos magnéticos por el exterior de éste. Esto es necesario debido a que los campos magnéticos alteran las trayectorias de los electrones acelerados al interior de los tubos fotomultiplicadores, variando así la respuesta del tubo fotomultiplicador (lo que se ve reflejado en su ganancia). Uno de los espectrómetros, llamado “Tagger”¹, está acoplado a través de dos colimadores de plomo puestos uno frente a otro a una fuente radiactiva de Sodio-22 de $1[\mu Ci]$ de actividad, datada en Septiembre de 2011. Un esquema de los colimadores es el siguiente:

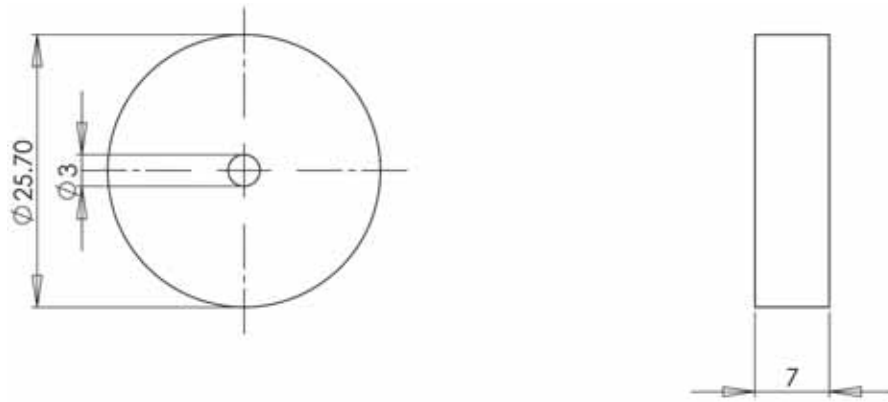


Figura 4.2: Colimador de plomo, todas las dimensiones están en milímetros.

La razón de utilizar dos colimadores se debe al coeficiente de atenuación de masa del plomo, ya que utilizar sólo uno no era suficiente para colimar el haz de radiación de forma adecuada. Para comprender esto, es necesario observar la figura siguiente:

¹“Tagger” traducido como etiquetador, proviene de la técnica de etiquetado (*tagging*), la cual se basa en utilizar algún principio de conservación físico como “marcador” de una medición experimental. Ésto se explicará en detalle más adelante.

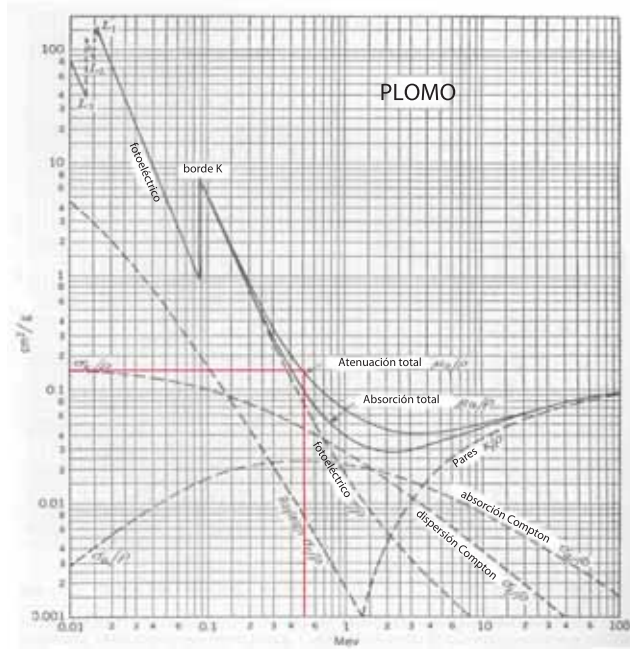


Figura 4.3: Coeficiente de atenuación de masa del plomo. Imagen adaptada de [42].

De la gráfica de la figura 4.3 podemos obtener el coeficiente de atenuación lineal de radiación gamma de $511[keV]$ en plomo, el cual es cercano a $\mu_{Pb} = 0,15[cm^2/g]$. Dado que la densidad del plomo es $\rho_{Pb} = 11,34[g/cm^3]$, obtenemos:

$$\frac{\mu_{Pb}}{\rho_{Pb}} \approx 0,15\left[\frac{cm^2}{g}\right] \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{Pb}} = \mu_{Pb} \approx 1,7[cm^{-1}] \Rightarrow \lambda_{Pb} \approx 0,59[cm] \quad (4.1)$$

Luego, la atenuación para un colimador de $7[mm]$ de diámetro es:

$$e^{-1,7[cm^{-1}] \times 0,7[cm]} = e^{-1,19} \approx 0,30 \equiv 30 \% \Rightarrow 70 \% \text{ de atenuación} \quad (4.2)$$

atenuación que no es suficiente para tener un haz bien definido. Si se utilizan 2 colimadores:

$$e^{-1,7[cm^{-1}] \times 1,4[cm]} = e^{-2,38} \approx 0,09 \equiv 9 \% \Rightarrow 91 \% \text{ de atenuación} \quad (4.3)$$

la cual es una atenuación suficiente.

Los detectores fueron ensamblados como se muestra en el diagrama siguiente:

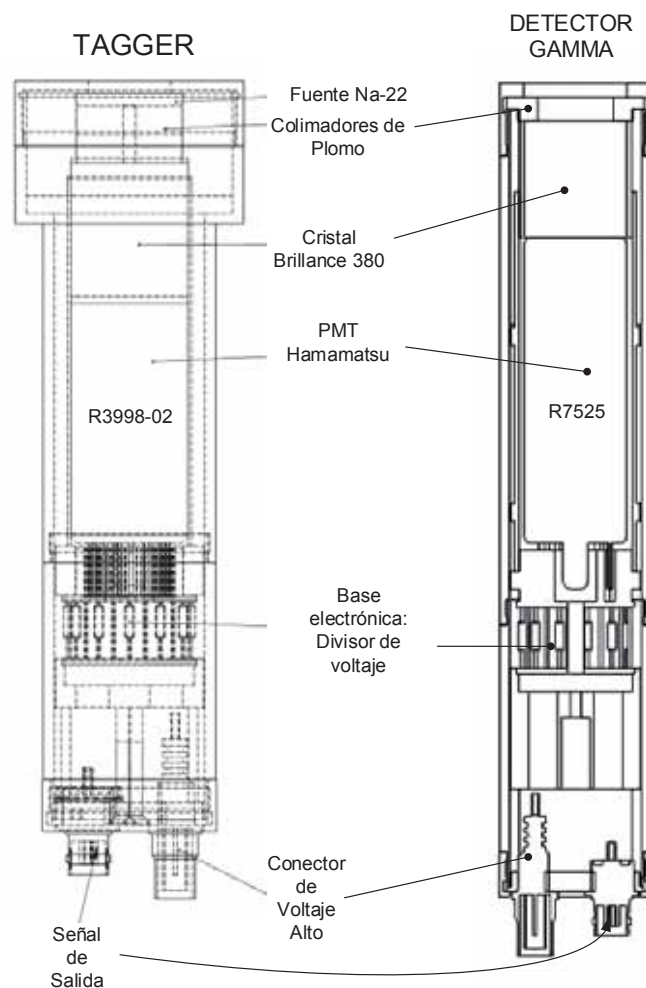


Figura 4.4: Tagger y detector gamma. El diagrama no está a escala, de modo que las dimensiones del tagger no son comparables a las dimensiones del detector gamma.

Las fuentes de Sodio-22 son producidas de muchas formas distintas, pero la mayoría de ellas involucra el bombardeo de una muestra con un haz de protones o partículas alfa [43]. El radioisótopo resultante es luego combinado con algún otro químico para producir un compuesto químico inerte y fácil de manipular. Los proveedores de la fuente radiactiva utilizada, *Spectrum Techniques*, entregan una fuente sellada en forma de un disco plástico producida depositando $5[\mu L]$ de una solución de Cloruro de Sodio ($NaCl$) en un agujero de $3[mm]$ de diámetro al centro de este disco. Luego la solución es secada, formando un área activa también de $3[mm]$ de diámetro. La cantidad

de $Na - 22$ es cercana a $1,6 \times 10^{-10}[g]$ de modo de obtener una actividad cercana a $1[uCi]^2$.

Los colimadores utilizados y la fuente se aprecian en la figura siguiente, en donde se muestra también un colimador con un agujero de $1[mm]$ de diámetro el cual sólo se utilizó con motivo de realizar pruebas y no formó parte del equipo final con el que se realizaron las mediciones.



Figura 4.5: De izquierda a derecha, el colimador de $3[mm]$, la fuente de $Na-22$ y el colimador de $1[mm]$.

El *tagger* desensamblado puede verse en la figura siguiente:



Figura 4.6: Vista desensamblada del *tagger*.

² Dicha información fue obtenida mediante contacto por correo electrónico con Spectrum Techniques

Por otro lado, el detector gamma es el siguiente:



Figura 4.7: Vista desensamblada del detector gamma.

Finalmente, el experimento se estructura de la manera siguiente:



Figura 4.8: Vista superior del experimento. Se aprecian el *tagger* (a la izq.) y el detector gamma (a la der.) alineados. La zona que se aprecia, de $15[cm] \times 15[cm] \times 15[cm]$ es donde se posicionan las muestras.

4.1.2. Diseño de la electrónica

4.1.2.1. Implementación de los sensores de radiación

Tal cual se mencionó en los capítulos anteriores, se optó por trabajar con tubos fotomultiplicadores (PMT) como sensores fotónicos. Los PMT escogidos son ambos de Hamamatsu, específicamente el R3998-02 para el *tagger* y el R7525 para el detector gamma. Ambos son PMT de alto desempeño, diseñados para conteo fotónico de detectores de centelleo y aplicaciones en experimentos de física de energías altas.

Algunos parámetros importantes de estos fotomultiplicadores se dan a continuación:

Parámetro	R3998-02	R7525
Ganancia máxima	$1,3 \times 10^6$	5×10^5
Voltaje máximo de polarización	1500[V]	1750[V]
Diámetro área sensible	25[mm]	25[mm]
Rango espectral	300 – 650 [nm]	300 – 650 [nm]
Respuesta máxima	420[nm]	420[nm]
Número de dínodos	9	8
Tiempo de tránsito de electrones	23[ns]	14[ns]
Tiempo de subida de pulso	3,4[ns]	1,3[ns]

Tabla 4.1: Características de los PMT Hamamatsu escogidos. Información obtenida de hojas de datos del fabricante.

El detector de centelleo escogido fue un cristal *Saint-Gobain Brillance 380* que está compuesto de Bromuro de Lantano dopado con Cerio como activador ($LaBr_3(Ce)$). Este cristal tiene excelentes propiedades, tanto en resolución energética como resolución temporal, siendo a la vez luminoso y bastante denso, lo que lo hace más sensible a la radiación incidente.

Una tabla comparativa entre este cristal y el cristal utilizado usualmente para espectrometría gamma, el cristal de Ioduro de Sodio dopado con Talio ($NaI(Tl)$) se da a continuación:

Cristal	<i>LaBr₃(Ce)</i>	<i>NaI(Tl)</i>
Densidad [<i>g/cm</i> ³]	5,08	3,67
Número atómico efectivo	48,3	50
Tiempo de decaimiento de pulso [<i>ns</i>]	16	250
Índice de refracción	1,90	1,85
Producción de luz [<i>fotones/keV</i>]	63	38
Longitud de onda de emisión máxima [<i>nm</i>]	380	415
Grosor, en [<i>cm</i>], para obtener 50 % de atenuación para radiación incidente de 662[<i>keV</i>]	2,5	1,8

Tabla 4.2: Características del cristal Brillance, en comparación al cristal de Ioduro de Sodio. Información obtenida de [44].

Otra de las características relevantes de este cristal es su gran resolución energética, de 2,9 % para la radiación de 662[*keV*] proveniente del decaimiento del Cs-137. Además, la eficiencia relativa al cristal de Ioduro de Sodio de dimensiones similares es del 118 %, como se aprecia en la figura siguiente:

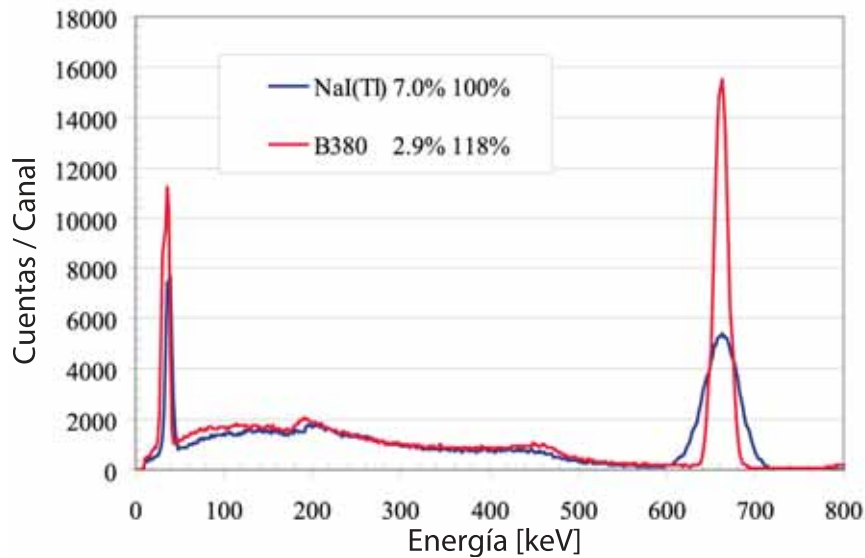


Figura 4.9: Comparación de espectros de energía de obtenidos con el cristal Brillance (en rojo) y el cristal de Ioduro de Sodio (en azul). Adaptada de [44]

Para el diseño de la electrónica necesaria para polarizar los tubos fotomultiplicadores, es necesario determinar:

- Modo de operación.
- Ganancia.
- Corriente media de operación.

Tal cual puede entenderse de la lectura del *PMT Handbook* de Hamamatsu, [46]. El modo de operación está directamente relacionado con la aplicación. Básicamente existen 3 modos de operación principales:

1. *Modo DC*: Es aquel en el cual el fotomultiplicador es expuesto a una señal luminosa de tipo continua. La salida del fotomultiplicador debe ser acoplada directamente al circuito de amplificación.
2. *Modo AC*: Es aquel en el cual el fotomultiplicador es expuesto a una señal luminosa que varía su intensidad en el tiempo. Se usa en aplicaciones en donde interesan las variaciones en desmedro del nivel medio de luz. Para medir las variaciones de luz y no el valor medio, antes de conectar la salida del fotomultiplicador al circuito de amplificación se utiliza un capacitor de desacople.
3. *Modo de Conteo de Fotones*: Es aquel en el cual existe un nivel de señal luminosa muy bajo. En este modo se utiliza un amplificador diseñado específicamente para la amplificación de pulsos de corriente, generalmente de gran ancho de banda.

A partir del modo de operación, podemos vislumbrar en primera instancia cuáles serán los requisitos de ganancia y la corriente media de operación. Sin embargo, vale la pena considerar los puntos siguientes:

- *Nivel de luz*: El nivel de luz, que depende de la aplicación, es aquel que define el modo de operación. En espectrometría gamma y experimentos de física de energías altas, se trabaja generalmente en el modo de conteo de fotones, ya que las señales provenientes de los detectores presentan niveles luminosos muy bajos (cuya magnitud calcularemos a continuación), debiendo operar los fotomultiplicadores en un rango cercano a los niveles máximos de ganancia que éstos permiten.
- *Rango dinámico del ADC*: El rango dinámico del ADC es aquel que determina los límites de la ganancia a utilizar en el experimento, de modo de tener una representación completa de las señales de interés.

La corriente media de operación es la corriente promedio que sale del PMT. En el caso de que la señal sea bipolar, como en la operación AC, es más conveniente utilizar el valor RMS de la corriente en vez del valor promedio. Sin embargo, en el modo de operación de conteo de fotones las señales son pulsos de carga (electrones) que dan a lugar pulsos de voltaje negativos, por lo que la corriente promedio se calcula como el promedio simple de la carga total contenida en un tren de pulsos dividida por el intervalo de tiempo durante el cual es registrado dicho tren de pulsos.

Sin embargo, para efectos de diseño, la corriente de salida se calcula de forma mucho más sencilla a partir de datos conocidos. En el caso del presente trabajo se desea fabricar un espectrómetro de rayos gamma. Si se parte de la suposición de que se utilizará una fuente radiactiva que emita radiación cercana a $1[MeV]$ con una actividad del orden de $1[\mu Ci]$, entonces, para el cristal Brillance acoplado al tubo Hamamatsu R7525 los datos relevantes son:

Producción de luz [<i>fotoelectrones/keV</i>]	63
Ganancia PMT necesaria (estimada)	2×10^5
Eficiencia cuántica del PMT (típica)	0,2
Energía radiación incidente	$1000[keV]$
Actividad fuente radiactiva	$\sim 10000[Hz]$
Coefficiente de transmisión Cristal/PMT (estimado)	0,5
Carga del electrón (fotoelectrón)	$1,6 \times 10^{-19}[C]$
Corriente media estimada	$2,02[\mu A]$

Tabla 4.3: Características más importantes para calcular la corriente media de salida y su valor.

Por simple análisis dimensional, podemos apreciar que si multiplicamos las cantidades presentadas en 4.3 entre sí, el resultado tendrá dimensiones de corriente, en *amperes*. Este valor es la corriente media estimada. A partir de ella se debe definir la red resistiva.

Antes que cualquier cosa, un tubo fotomultiplicador tiene requerimientos de voltaje entre sus dínodos, esto es, existe una distribución específica entre las razones de las diferencias de potencial entre los dínodos. Dicha distribución, que provee el fabricante, establece (en conjunto con otros factores, y como consecuencia de ellos) los límites de ganancia y linealidad de la respuesta del tubo fotomultiplicador. Esto se debe a que cada una de las etapas añade más electrones a la señal de salida. Los electrones son obtenidos de la red de resistiva de polarización, por lo que la corriente media que circula por las resistencias debe ser algo mayor a la corriente de la señal de salida, con el objeto de mantener la linealidad. Dicho comportamiento puede observarse en la figura siguiente:

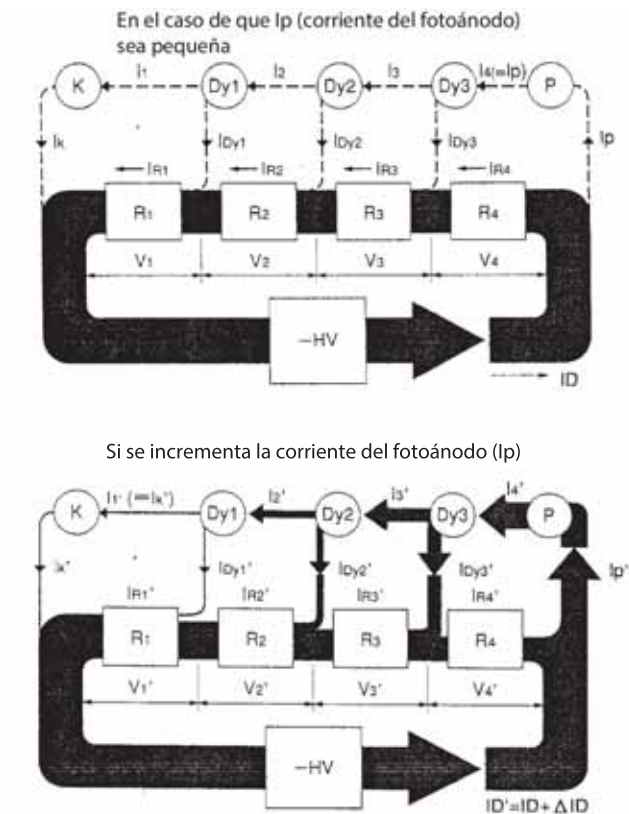


Figura 4.10: Comportamiento de la corriente de polarización del fotomultiplicador a medida que aumenta la corriente de salida. Adaptada de [45]

En el caso de un requerimiento específico de linealidad alta en un gran rango dinámico, como por ejemplo en espectrometría gamma, es necesario utilizar una configuración de voltajes aguzada (*tapered network*), en donde se da mayor ponderación a los voltajes de los últimos dínodos, de modo de contrarestar el efecto que se aprecia en la figura 4.10. Debido a que el comportamiento del fotomultiplicador depende mucho de las diferencias de potencial entre sus dínodos, normalmente el fabricante entrega 2 posibles configuraciones; de *ganancia máxima* y *red aguzada* (linealidad aumentada). El efecto de utilizar esta última configuración en desmesdros de una configuración de ganancia máxima se aprecia en la figura siguiente:

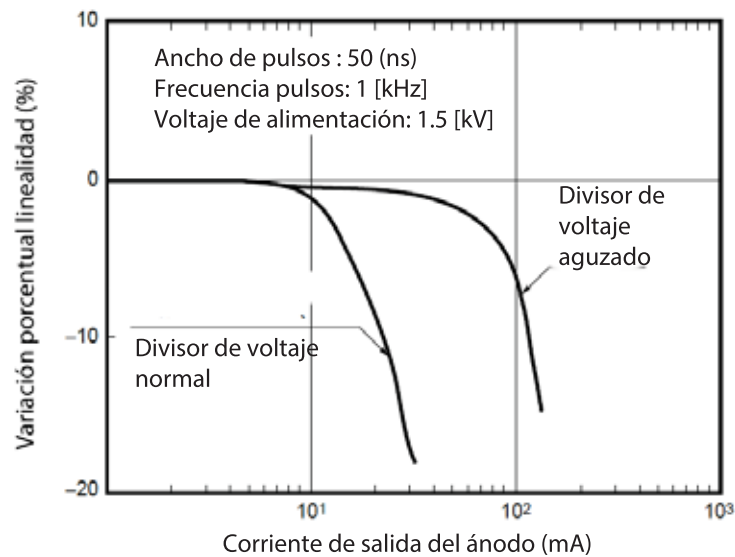


Figura 4.11: Comportamiento de la corriente de salida en iguales condiciones de operación, pero utilizando 2 configuraciones para el divisor de voltaje diferentes. Adaptada de [46]

La red resistiva aguzada para el fotomultiplicador Hamamatsu R7525 es la siguiente:

K	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	P
4	1	1.5	1	1.2	1.5	2	3.3	3	

Tabla 4.4: Distribución aguzada (tapered) de voltajes para PMT Hamamatsu R7525. Obtenida de hoja de datos del fabricante.

El paso que se debe realizar ahora es definir la corriente que circulará por la red resistiva. Ya que se conoce la corriente media de salida del PMT, se escoge una corriente de polarización de al menos *100 veces* la corriente de salida, de modo de asegurar una linealidad con un error del 1 %. Si la corriente de salida del PMT son $2[\mu A]$, la corriente de polarización debe ser de al menos $200[\mu A]$. En el caso del PMT Hamamatsu R3998-02, su red resistiva fue calculada según requerimientos de otro experimento, tema que se escapa de esta memoria, pero fue reutilizada en este experimento en particular. La corriente de salida de ese experimento era de $0,4[\mu A]$, por lo que se requería una red de polarización de al menos $40[\mu A]$. Sin embargo, por simplicidad, se escogió una red de $100[\mu A]$.

Dado a que conocemos la corriente necesaria para cada una de las redes de polarización, es necesario conocer el voltaje de polarización necesario para cumplir con los requisitos de ganancia impuestos por el experimento. En el caso del PMT R7525, diseñado específicamente para esta memoria, se escogió una ganancia de 2×10^5 , mientras que para el PMT R3998-02 se escogió previamente una ganancia de 3×10^5 , según requerimientos del experimento para el cual fue diseñado.

Los voltajes de polarización se obtienen de las gráficas proporcionadas por el fabricante, como se aprecia a continuación:

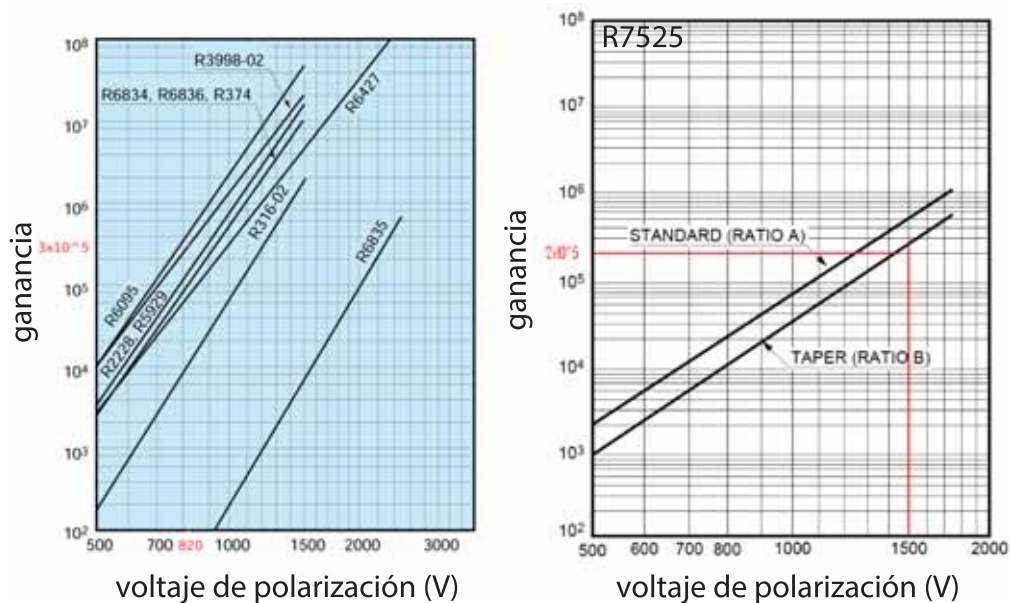


Figura 4.12: Ganancia en función del voltaje para el fotomultiplicador Hamamatsu R3998-02 (a la izq., entre otros) y el R7525 (a la der.). Adaptada de hojas de datos del fabricante.

Finalmente, a partir de la gráfica 4.12 obtenemos los voltajes de operación. En el caso del PMT R7525, para obtener la ganancia deseada se debe operar a $1500[V]$. Si se desea una red operando a $200[\mu A]$, por la ley de Ohm, se obtiene una red de resistencia equivalente de $7,5[M\Omega]$. Sin embargo, dado a que se debe cumplir con la red resistiva propuesta por el fabricante en la tabla 4.4, y a su vez contar con resistencias disponibles en el mercado, se opta por una resistencia equivalente de $7,31[M\Omega]$. Por último, otra de las contramedidas utilizadas para asegurar la linealidad es agregar capacitores en paralelo a las últimas etapas, de modo de proveer carga si es requerido, sin disminuir la corriente de polarización. Existe una manera de calcular los capacitores mínimos re-

queridos, que se explica en [46], sin embargo, por simplicidad, se utilizó la capacitancia recomendada por el fabricante en las hojas de datos. La red calculada es la siguiente:

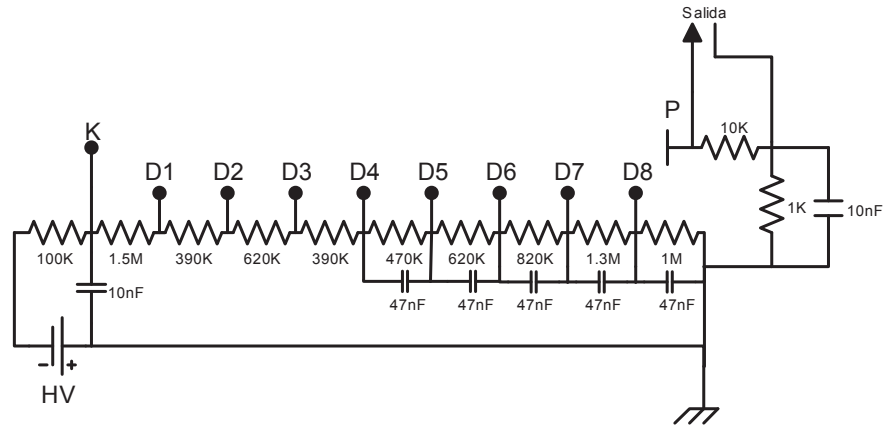


Figura 4.13: Red de polarización para fotomultiplicador Hamamatsu R7525. *HV* representa a la fuente de alto voltaje, que es externa al circuito.

Finalmente, como se mencionó anteriormente, se debe calcular la red resistiva del PMT del Tagger, que corresponde al R3998-02. Según los requerimientos del experimento para el cual fue concebida, la corriente a utilizar es de $100[\mu A]$, a una ganancia de 3×10^5 , que según la figura 4.12, corresponde a $820[V]$. Aplicando ley de Ohm nuevamente, se obtiene una resistencia equivalente de $8,2[M\Omega]$. La distribución de voltajes seleccionada fue instruida por el profesor Kuleshov. Dicha distribución se detalla a continuación:

K	G	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	P
3	1	1	1	1	1	1.5	1	1	1.5	2.5	

Tabla 4.5: Distribución aguzada (tapered) de voltajes para PMT Hamamatsu R3998-02. Definida por el profesor Kuleshov.

Luego, el esquemático de la red obtenida es el siguiente:

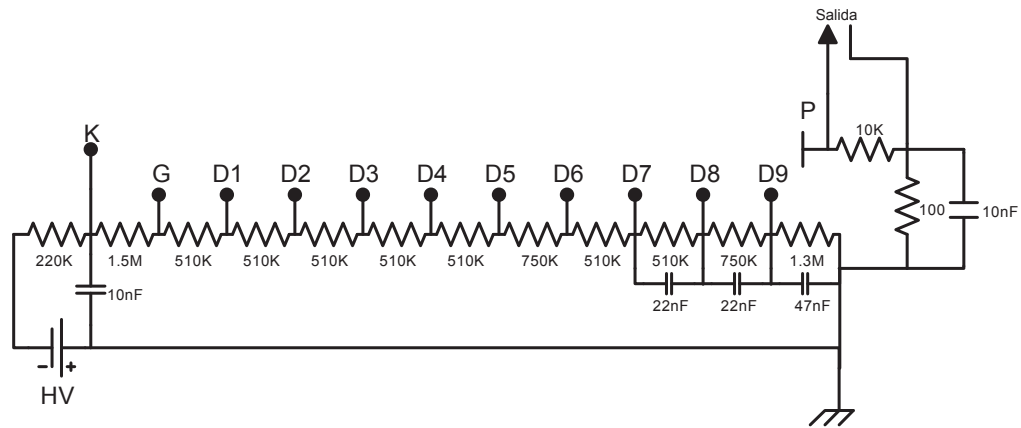


Figura 4.14: Red de polarización para fotomultiplicador Hamamatsu R3998-02. *HV* representa a la fuente de alto voltaje, que es externa al circuito.

Por requerimientos de espacio físico, las placas de circuito impresas (PCB por sus siglas en inglés) fueron diseñadas de modo que los componentes basados en tecnología de agujeros pasantes unieran dos PCB paralelas, formando así una simetría cilíndrica. Los componentes fueron seleccionados según las capacidades de soportar diferencias de potencial de varios centenares de voltios, así como también las placas fueron diseñadas tomando en consideración criterios que disminuyeran las posibilidades de que se produjeran cortocircuitos. A modo de ejemplo, se muestran las PCB diseñadas para el PMT R3998-02.

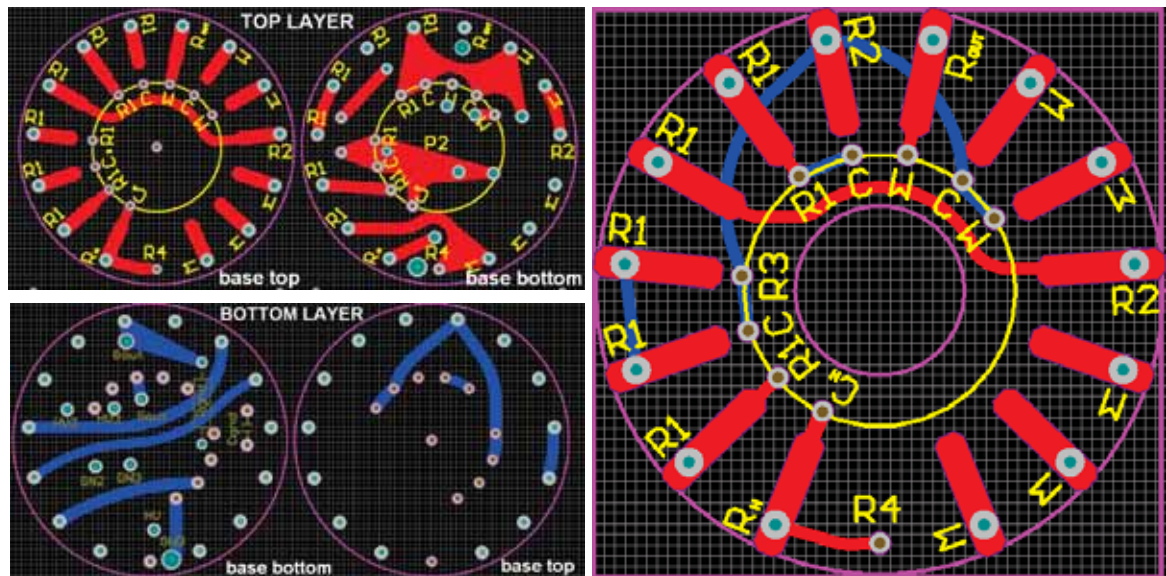


Figura 4.15: Placas diseñadas en Altium Designer para PMT R3998-02. Arriba a la izquierda se muestran las capas superiores (top layer) de las PCB; bajo esta se muestran las correspondientes capas inferiores (bottom layer). A la derecha para la PCB superior se muestran las 2 capas en una imagen.

Físicamente, las placas diseñadas se aprecian en la figura siguiente:



Figura 4.16: Placas ensambladas para PMT R3998-02. A la izquierda se ve el prototipo fabricado por fresadora CNC, señalando las placas según nomenclatura de la fig. 4.15. A la derecha se ve la versión final de las PCB fabricadas por PCBCART.

En el caso del detector gamma, las PCB fueron fabricadas en la fresadora CNC modelo Roland MDX-40a del laboratorio de detección de partículas perteneciente al departamento de física. Las placas se pueden apreciar en la imagen siguiente:



Figura 4.17: Placas fabricadas para PMT R7525. Se aprecian las placas por ambos lados y la vista ensamblada. Arriba es posible apreciar el cristal Brilliance y el socket de conexión del PMT.

4.1.2.2. Sistema de adquisición de datos

El sistema de adquisición de datos está basado en un sistema CAMAC, acrónimo de *Computer Automated Measurement and Control*. El estándar CAMAC fue desarrollado a finales de los sesenta en un esfuerzo conjunto de grupos de investigación europeos y norteamericanos con el fin de estandarizar los sistemas de adquisición de datos existentes hasta ese entonces para experimentos de física nuclear y física de energías altas, como también aumentar la capacidad de flujo de datos para experimentos mayores. El estándar CAMAC permite la adquisición de señales analógicas y digitales, la conversión de estas, la generación de rutinas de adquisición de datos, manejo de datos y lógica de señales digitales, todo mediante módulos que permiten la realización de sistemas a medida. El estándar CAMAC fue muy popular hasta mediados de los años ochenta, década en donde fue reemplazado por sistemas basados en VME, un estándar similar

pero más rápido que permite un flujo mayor de datos. Pese a su antigüedad, sistemas basados en CAMAC son siempre una primera elección a la hora de implementar experimentos de pequeña escala y bajo flujo de datos, ya que la robustez y el cuidado con el que se diseñó la electrónica de adquisición de datos se han transformado en un referente para los sistemas actuales. Fue esta razón por la cual se escogió este sistema para la realización del experimento.

El estándar CAMAC utiliza un módulo controlador que mediante funciones estándar, comunes a todos los módulos CAMAC, permite controlar los distintos módulos de manejo y adquisición de datos. El bus de datos se detalla en la imagen siguiente:

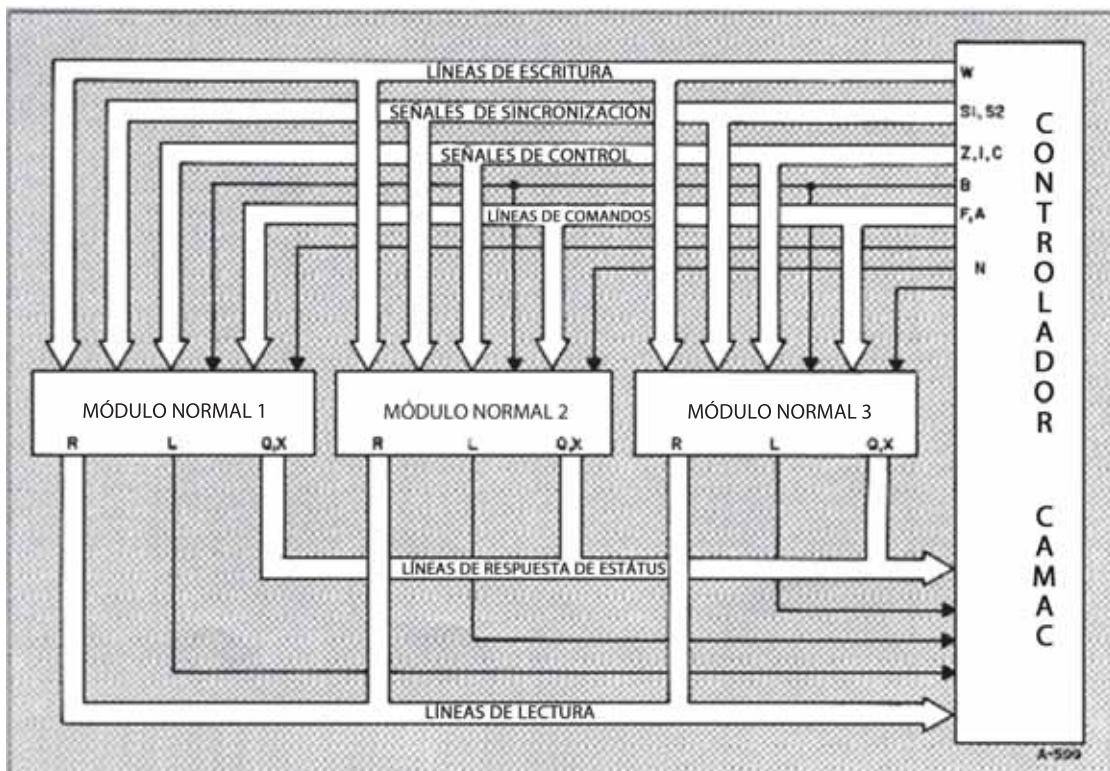


Figura 4.18: Diagrama de bloques del controlador CAMAC en conjunto con 3 módulos CAMAC normales. Créditos imagen Corporación Lecroy.

Para entender mejor el diagrama mostrado en 4.18, es necesario comprender que el bus de datos CAMAC consiste en un bus de datos en el cual todos los módulos están en paralelo; esto significa que todas las líneas blancas en el diagrama (líneas de escritura, lectura, etc.) son comunes a los módulos. Sólo las líneas negras *B* (de *Busy* “ocupado” en inglés), *N* (de *Número de estación*) y *L* (de *LAM* o *Look at Me*, que corresponde

a la señal de interrupción) son individuales para cada módulo. Un módulo ejecutará el comando enviado por el Controlador CAMAC sólo si su correspondiente línea “N” está en alto. Los comandos pueden ser de Lectura o Escritura, enviados en palabras de 16 u 8 bits. Por otro lado, una vez que el comando se ha ejecutado correctamente se enviará una señal “Q” o “X” de reconocimiento, según haya diseñado el fabricante del módulo. Para señales asíncronas, como en el caso de la digitalización de una señal proveniente de pulsos de fotomultiplicadores, el módulo levantará el bit correspondiente a la señal LAM, generando una señal de interrupción en el controlador e instando a este a iniciar una rutina de lectura de datos. Los comandos CAMAC enviados al controlador se codifican usando tres caracteres, de 5 bits cada uno. El primero F , corresponde a la función $F(i)$ con i que va de 0 al 31, con funciones específicas para cada módulo. El siguiente caracter es N corresponde al número de estación, el cual es la etiqueta del lugar físico en el cual está instalado el módulo en el bus, cuyo número se encuentra rotulado en el gabinete. El tercer caracter corresponde a A , que es la subdirección de memoria específica a ser escrita o leída. No todas las funciones requieren de subdirección, pero todas las funciones de lectura o escritura, como por ejemplo las funciones de adquisición de datos, así lo requieren.

El sistema implementado utiliza un controlador *CAEN C111C*, el cual se comunica con el computador mediante una interfaz ethernet. CAEN provee una librería en C para el manejo y la creación de rutinas de adquisición de datos. Para la adquisición de datos se utilizó un digitalizador Lecroy 2249A, que corresponde a un ADC por integración de carga (o *QDC*). Las características de este módulo se detallan en la siguiente tabla:

Canales de entrada	12
Resolución (QDC)	10 bit
Escala completa del ADC	256 [pC] $\pm 5\%$
Precisión	0.25 [pC]
Impedancia del gate	50 [Ohm]
Umbral del gate NIM	600 [mV] o mayor habilita
Duración mínima del gate	10 [nS]
Duración máxima recomendada del gate	200 [nS]
Tiempos de apertura y cerrado efectivos	2 [nS]
Retardo interno	2 [nS]

Tabla 4.6: Características del QDC Lecroy 2249A.

Finalmente, el diagrama del experimento se muestra a continuación:

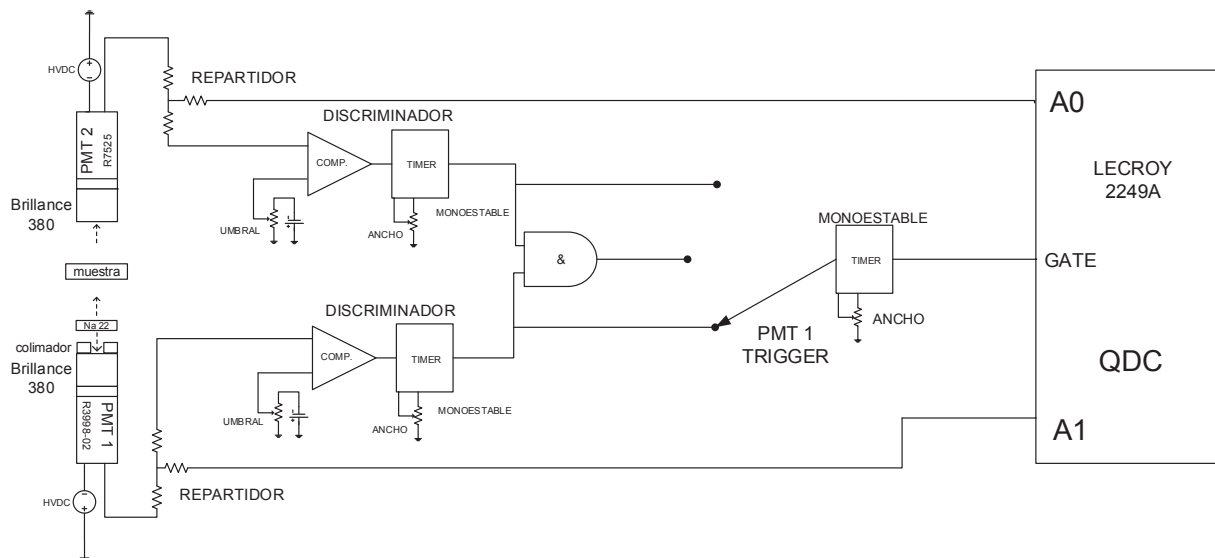


Figura 4.19: En la imagen se ve el diagrama que permite la adquisición de datos. No se muestra la forma en que se genera la interrupción en el controlador CAMAC.

En la figura 4.19 se muestra que la señal de gatillo (*trigger*) puede ser generada a partir del PMT1 (*tagger*), del PMT2 (detector gamma) o del *and* lógico entre ambas señales. Para las mediciones se utilizó al PMT1 como fuente de *trigger*. Las razones de esto se detallarán en el siguiente capítulo.

El esquemático implementado se puede apreciar en la fotografía siguiente:

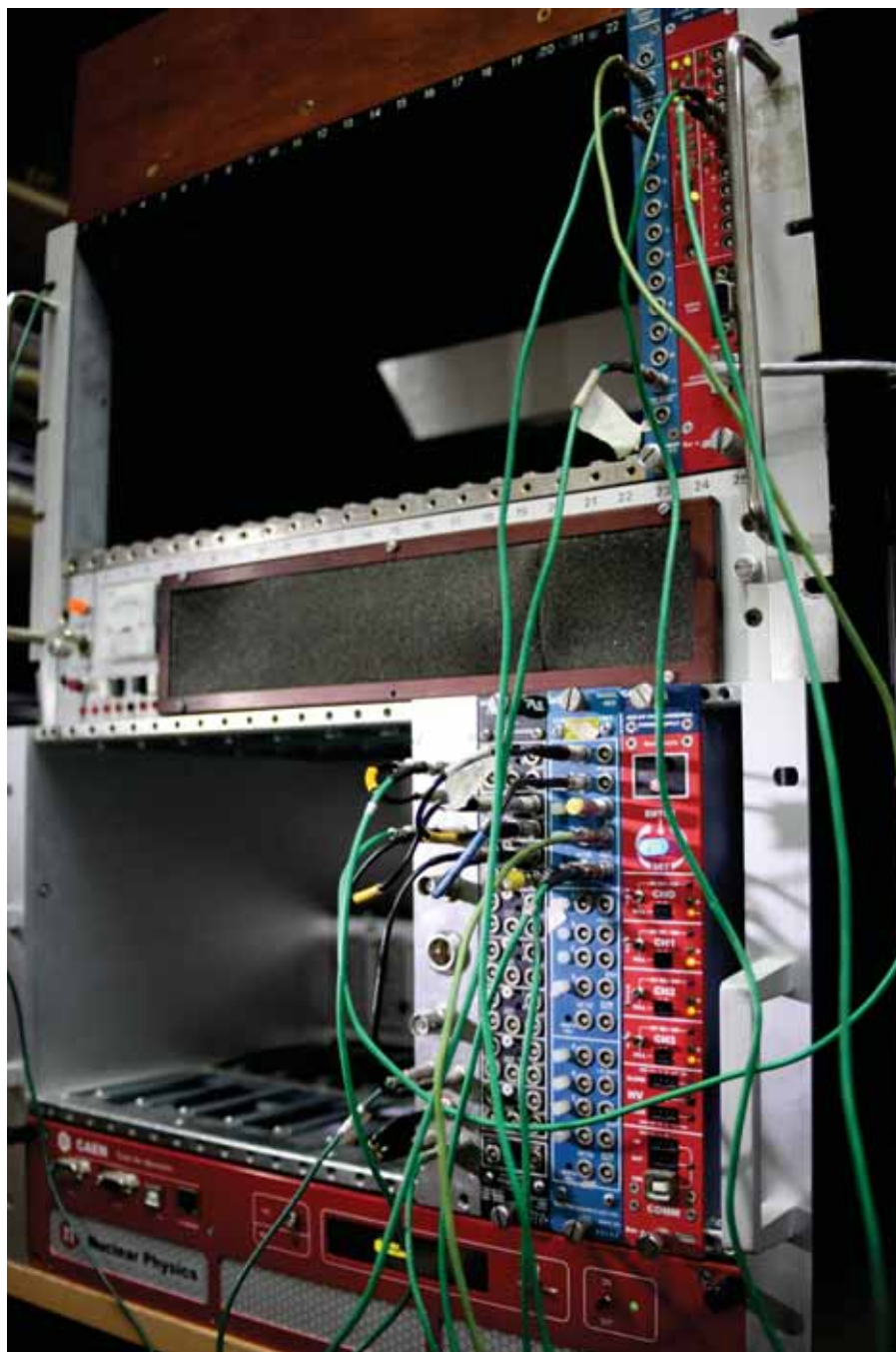
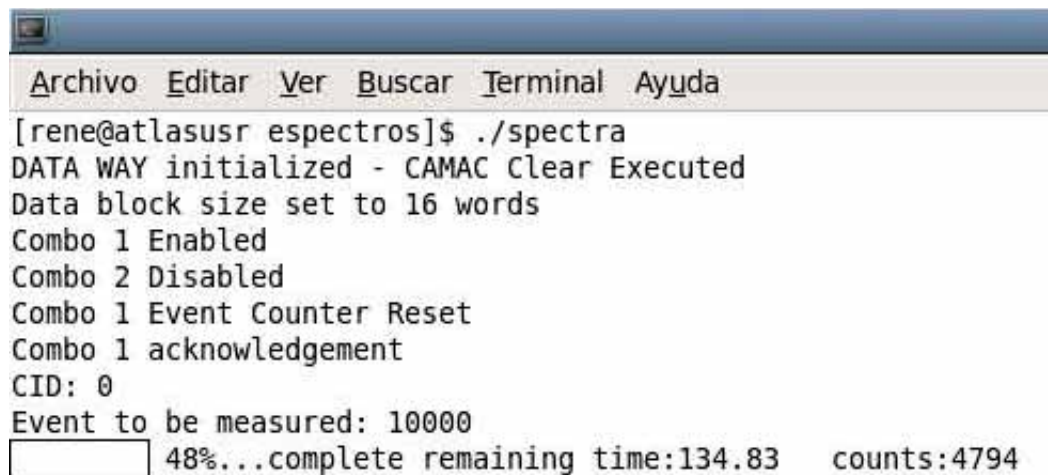


Figura 4.20: Sistema de adquisición de datos implementado. El gabinete superior es el CAMAC, donde el controlador está a la derecha y a su izquierda se encuentra el ADC. El gabinete inferior es NIM y contiene la lógica representada en el esquema 4.19.

El programa de adquisición de datos fue implementado en lenguaje C, utilizando las librerías antes mencionadas. A continuación se muestra una captura de pantalla de la rutina de adquisición de datos.



```
Archivo  Editar  Ver  Buscar  Terminal  Ayuda
[rene@atlasusr espectros]$ ./spectra
DATA WAY initialized - CAMAC Clear Executed
Data block size set to 16 words
Combo 1 Enabled
Combo 2 Disabled
Combo 1 Event Counter Reset
Combo 1 acknowledgement
CID: 0
Event to be measured: 10000
48%...complete remaining time:134.83  counts:4794
```

Figura 4.21: Captura de pantalla de la rutina de adquisición de datos programada.

Con esto, tenemos una visión completa del sistema implementado para la medición de la atenuación gamma. En el siguiente capítulo se detallarán los resultados de la medición y la aplicación del modelo que permite la medición de densidad mediante métodos nucleares.

Capítulo 5

Resultados Experimentales

5.1. La calibración del experimento

Para la calibración del experimento, es necesario comenzar señalando las características del radioisótopo seleccionado, *Sodio-22*.

El radioisótopo *Sodio 22* decae según el esquema siguiente:

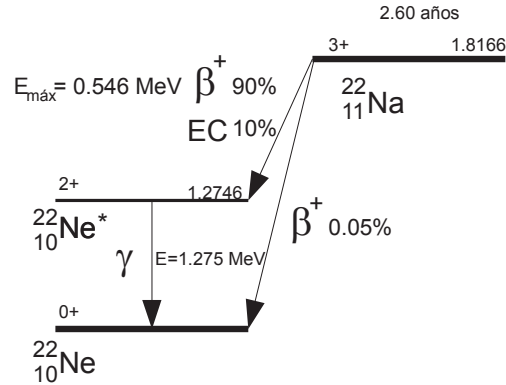


Figura 5.1: Esquema de decaimiento del Sodio-22.

Como se aprecia en la fig. 5.1, el Sodio decae al Neón mediante la emisión de positrones el 90 % de las veces. Además de ello, el 99,95 % de las veces decae en un estado excitado de Neón, por lo que un rayo gamma de 1,275[MeV] es liberado.

Sin embargo, el interés principal recae en el positrón. El positrón liberado por el Sodio interactúa con los electrones del material, produciendo finalmente un par de rayos

gamma de $511[MeV]$ de energía, los que viajan en direcciones opuestas ($\approx 180^\circ$ de diferencia en dirección).

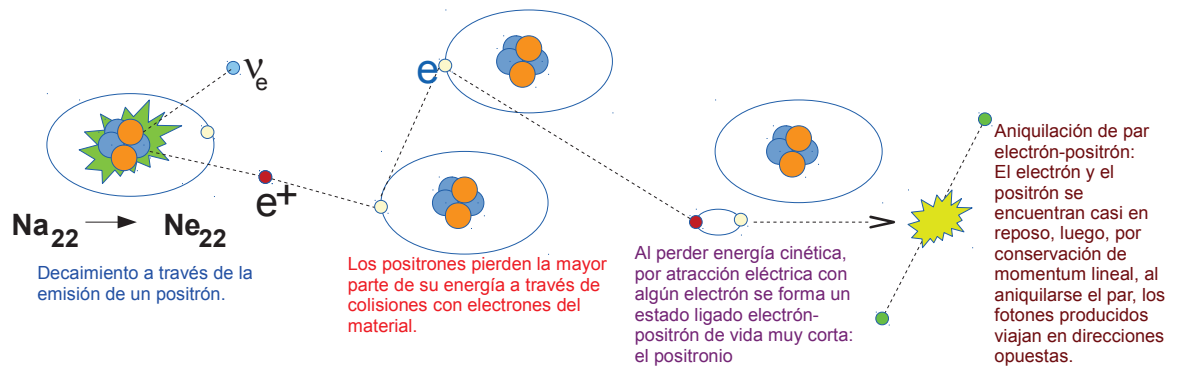


Figura 5.2: Esquema muy simplificado de la formación del par de rayos gamma.

A partir de esta información, es posible deducir que 2 haces de radiación gamma se forman, uno que viaja a través del colimador directamente desde la fuente radiactiva al cristal del Tagger, y otro que viaja al Detector Gamma, pasando a través de la muestra (ver figura 4.1). Se considera entonces sólo la radiación gamma que interactúa con ambos detectores a la vez, y por consiguiente, produce una señal de coincidencia en el sistema. Si se toma en consideración que el colimador fue diseñado para impedir que la radiación gamma lo atravesase salvo a través de la perforación que posee, es posible inferir la geometría del haz de radiación gamma que sale del tagger hacia el Detector Gamma.

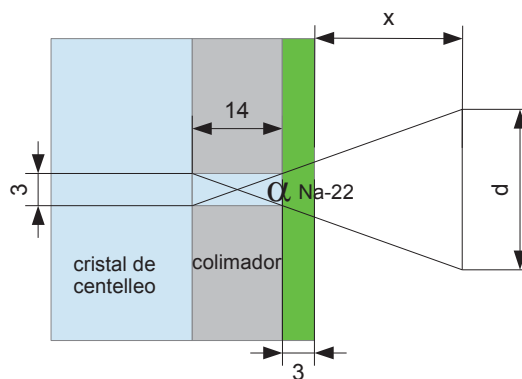


Figura 5.3: Corte de perfil haz gamma que produce coincidencia en ambos detectores, donde α es el ángulo sólido del haz. Las dimensiones están en [mm].

Por simple trigonometría y semejanza de triángulos, es posible calcular el ángulo sólido α .

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{14}{2}} = \frac{3}{14} \wedge \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{d}{2}}{x+d} \Rightarrow d = \frac{3(x+10)}{7} \quad (5.1)$$

Si se gráfica la expresión anterior (5.1) se obtiene:

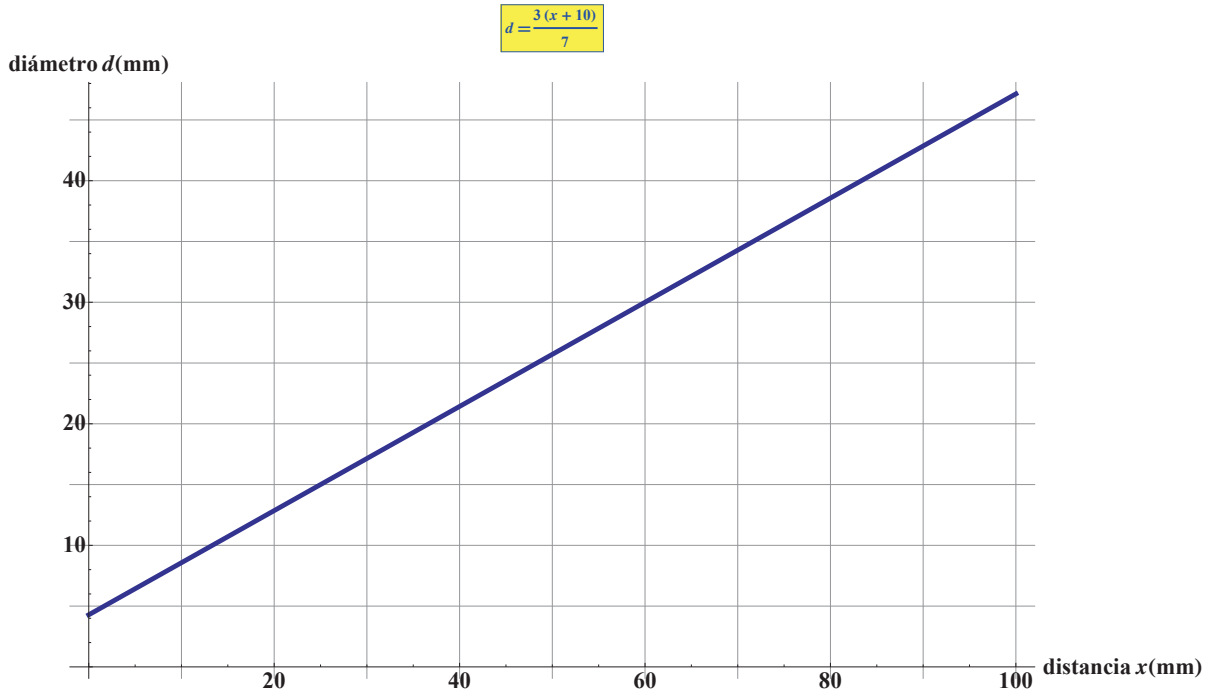


Figura 5.4: Diámetro del haz en función de la distancia.

El diámetro mostrado permite entonces determinar la posición a la cual se debe posicionar el detector gamma de modo de conseguir un nivel de coincidencias razonable. Sin embargo, este cálculo es sólo referencial, ya que en la práctica se optó por determinar experimentalmente la posición más adecuada.

5.1.1. La selección de la distancia adecuada

El procedimiento práctico de la selección de la distancia adecuada se realizó según los pasos siguientes. Se comenzó posicionando el Tagger y el detector Gamma uno frente al otro, sin ninguna muestra entre ellos. Se tomaron mediciones utilizando al Tagger como fuente de *trigger*, llamando 0[mm] a la menor distancia posible entre

ambos dispositivos (alineados y en contacto directo el uno con el otro). Los puntos de medición avanzan en pasos de $5[mm]$, con una separación máxima de $80[mm]$.

Se tomaron 50000 datos por punto de medición, manteniendo siempre la misma fuente de trigger y el mismo umbral para el trigger (situado a un nivel de voltaje equivalente a pulsos de energía provenientes de efecto Compton producido por radiación incidente de $511[keV]$). Debido a que el origen de trigger se encuentra en el Tagger, el detector Gamma presenta eventos en donde no existen pulsos de corriente (equivalente al nivel base de energía cero, llamado pedestal), como también una línea de Compton prolongada.

Para comprender esto a mayor detalle, es necesario recordar las interacciones de la radiación gamma con la materia, y en este caso en particular, con el detector:

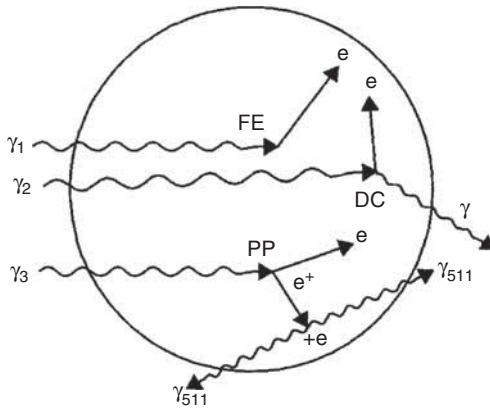


Figura 5.5: Interacciones de fotones gamma con el detector. Adaptada de [24].

Donde en la figura 5.5, el círculo representa al cristal, γ_1 , γ_2 y γ_3 son fotones gamma que interactúan con el cristal mediante efecto fotoeléctrico (FE), dispersión Compton (DC) y producción de pares (PP), respectivamente. La respuesta del cristal detector ante este tipo de interacciones se detalla en la figura a continuación:

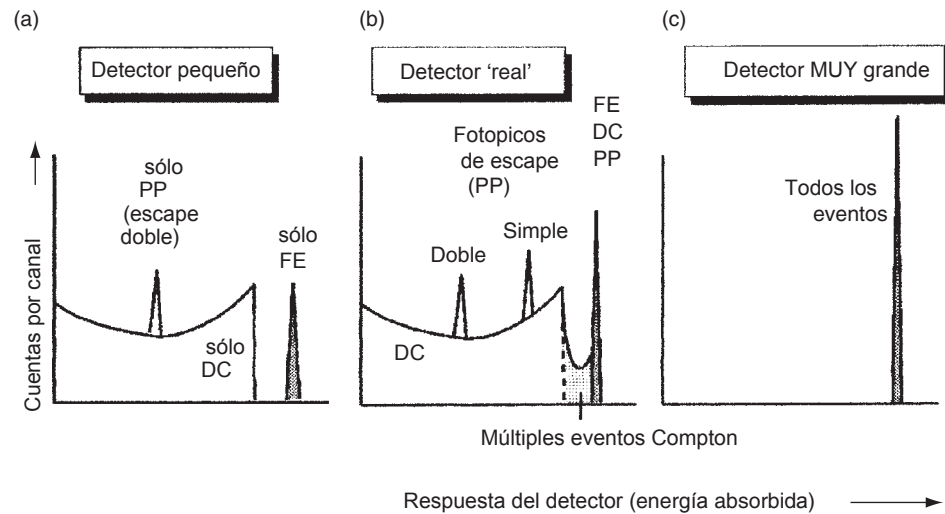


Figura 5.6: Respuesta del detector ante los distintos eventos posibles de interacción de fotones gamma. Adaptada de [24].

En la figura 5.6 se aprecian los posibles espectros que surgen como respuesta ante las interacciones de fotones gamma con el cristal detector. Físicamente, las posibilidades dependen de la energía de la radiación incidente, el tipo de cristal (densidad), y la geometría del detector. En el caso del detector utilizado, la respuesta corresponde a la de un detector real (tipo b).

A continuación se presenta un espectro de radiación gamma proveniente de una fuente de Sodio-22 utilizando un espectrómetro gamma similar al que se utilizó para el desarrollo de la presente memoria:

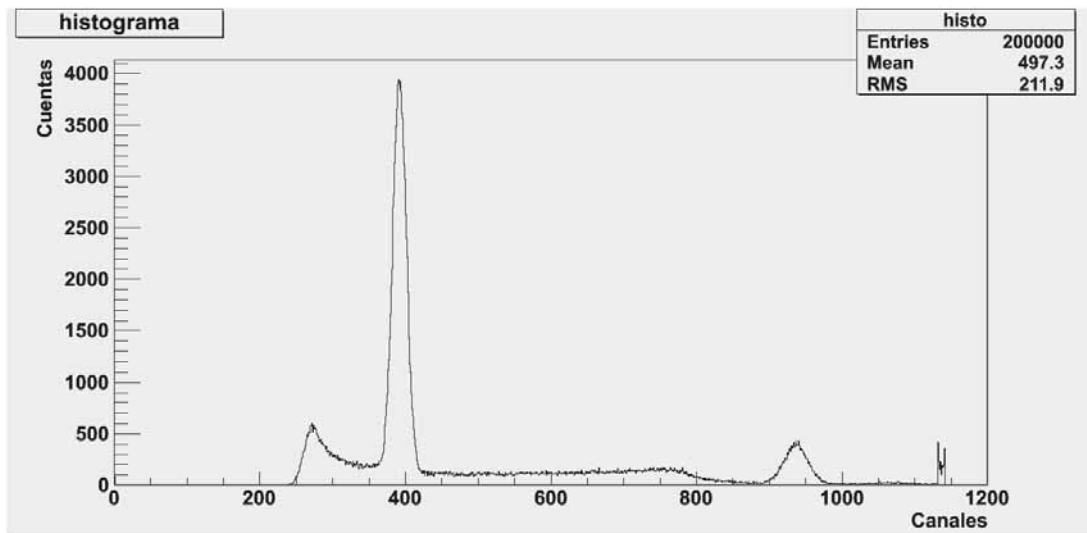


Figura 5.7: Espectro de Na-22.

La figura 5.7 representa un histograma de energías, en donde la escala no ha sido calibrada. El *eje Y* representa eventos en un respectivo canal, mientras el *eje X* representa los distintos canales del QDC (como se menciona en 2.1.6.3). En el espectrómetro se utilizó un Cristal Brilliance 380 y un PMT Phillips XP2262. La fuente de alto voltaje que alimenta al fototubo lo polariza a $1,43[kV]$, mientras el umbral del discriminador ha sido ubicado en $90[mV]$. El *fotopico*¹ cercano al canal 400 corresponde a la energía de absorción fotoeléctrica del gamma de $511[keV]$, mientras el fotopico cercano al canal 940 corresponde al gamma de $1,275[MeV]$, proveniente del Neón-22. Debido al rango dinámico del QDC, no es posible apreciar el espectro Compton completo generado por el fotopico de $511[keV]$.

Para realizar un análisis estadístico más detallado, se utilizaron las librerías de análisis de datos de C++ ROOT del CERN [47]. Estas librerías, entre otras cosas, permiten ajustar modelos a las distribuciones de datos obtenidas. A continuación se detalla un ajuste de datos realizado a la figura 5.7:

¹Si bien no es una palabra aceptada por la R.A.E., es ampliamente utilizada en el ámbito de la espectrometría.

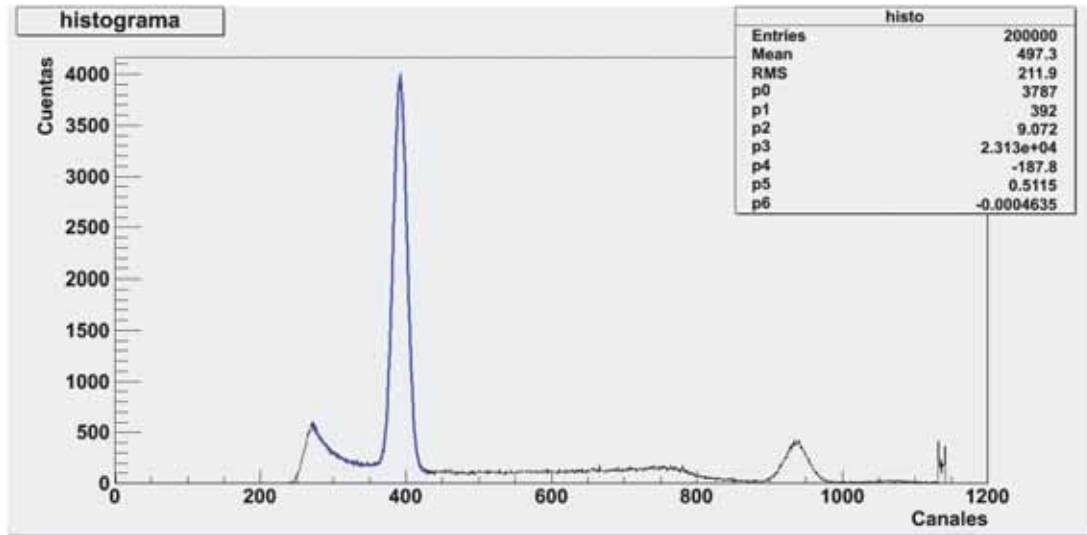


Figura 5.8: Espectro de Na-22 con función ajustada sobre fotopico de 511[keV].

El ajuste realizado en la figura 5.8 corresponde a una gaussiana sumada a un polinomio de tercer grado, función de los canales (abreviado *can*) que responde a la ecuación siguiente:

$$Ajuste\ de\ Sodio[can] = p[0]e^{\frac{(can-p[1])^2}{2p[2]^2}} + p[3] + can \cdot p[4] + can^2 \cdot p[5] + can^3 \cdot p[6] \quad (5.2)$$

En donde en la ecuación (5.2) los parámetros encontrados por el algoritmo de ajuste se muestran en la figura 5.8.

5.1.1.1. Midiendo la radiación incidente

Para el experimento, es necesario medir el fotopico de 511[keV], dado que éste proviene de la aniquilación del par electrón-positrón, produciendo una señal de coincidencia en el dispositivo.

Por simplicidad, de ahora en adelante, los espectros generados por el *Tagger* serán nombrados *PMT1*, y aquellos provenientes de detector gamma serán llamados *PMT2*, misma nomenclatura que se muestra en el esquemático del experimento 4.19. El voltaje de polarización escogido para el PMT1 fueron 830[V], mientras que el voltaje escogido para el PMT2 fueron 1100[V]. La razón de escoger estos voltajes está en el rango dinámico del ADC utilizado, ya que estos voltajes (y por ende, las ganancias de los PMT1 y PMT2) permiten observar de mejor forma los fotopicos de 511[keV].

Los espectros obtenidos se presentan a continuación:

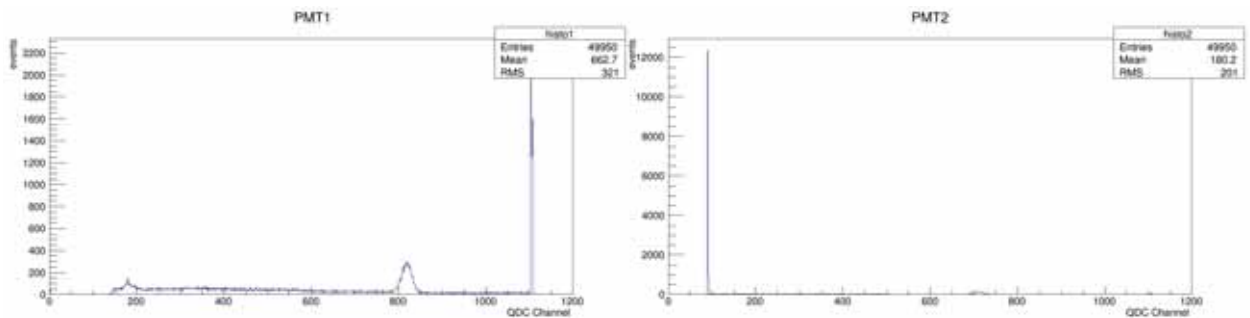


Figura 5.9: Espectros obtenidos. La señal de gatillo para ambos detectores fue generada por el PMT1.

Como se puede apreciar en la figura 5.9, los espectros obtenidos son distintos al de la figura 5.7. Esto se debe a que para el PMT1 la ganancia escogida es tan alta que sólo es posible apreciar el fotopico de $511[keV]$ dentro del rango dinámico del ADC. Todos los valores de carga que son superiores al rango dinámico del ADC se representan en canales saturados, cercanos al canal 1100 aproximadamente (los datos sobre el canal 1024 tienen un bit de saturación encendido).

En el caso del PMT2, la situación es algo diferente. Como se aprecia, en general la estadística es mucho más baja, salvo por una gran estadística centrada aproximadamente en el canal 100. Este pico en la estadística representa el *pedestal*, que son eventos para los cuales el ADC sólo integró el nivel base de ruido sin tener señal alguna proveniente del fotomultiplicador. El pedestal es de gran utilidad, ya que representa el *nivel 0* de energía en un espectrómetro gamma y permite así realizar espectros calibrados en energía. En este caso no se utilizarán espectros calibrados en energía, pero la identificación del pedestal sí tiene gran relevancia estadística. Vale la pena destacar que los espectros mostrados en 5.9 fueron obtenidos a una distancia de $0[mm]$ entre el PMT1 y el PMT2, definida como la mínima distancia posible entre ambos detector y tagger, uno frente al otro.

Para apreciar más claramente los espectros, se realizó un acercamiento a los canales con información energética de los PMT. Dichos acercamientos se detallan a continuación, primero para el PMT1:

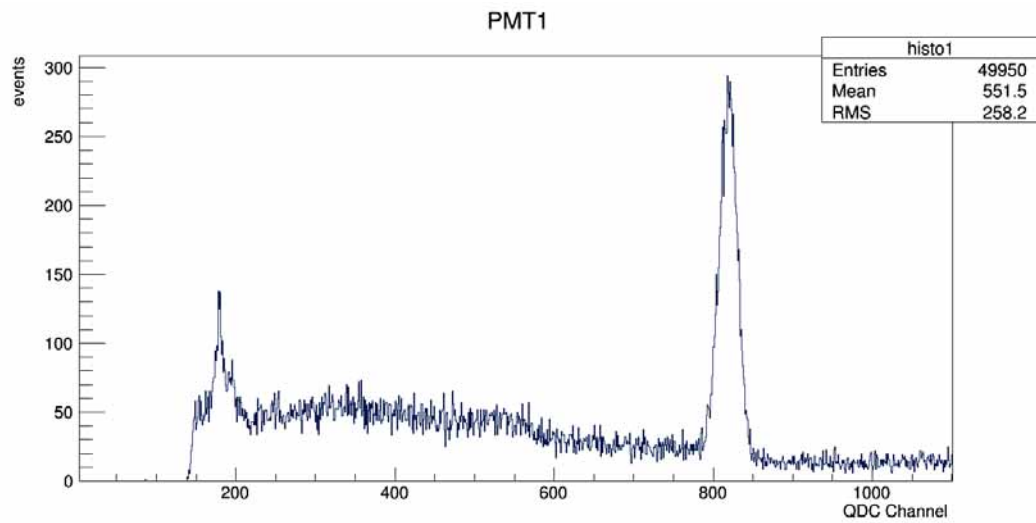


Figura 5.10: Acercamiento del espectro del PMT1.

Y luego para el PMT2:

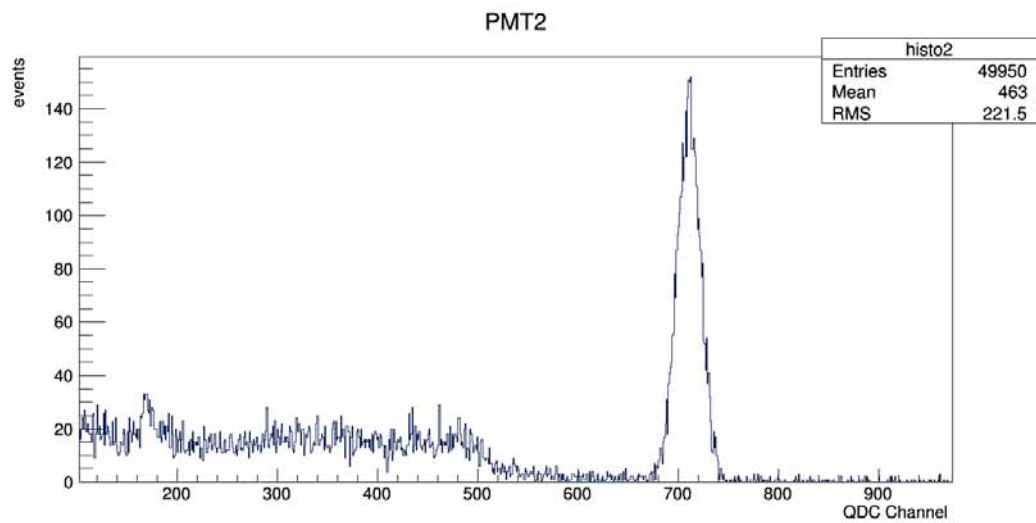


Figura 5.11: Acercamiento del espectro del PMT2.

Como puede apreciarse comparando ambos fotopicos de los espectros, la estadística es diferente, pese a estar un PMT frente al otro. Ésto se debe, entre otras cosas, a la eficiencia del cristal de centelleo a la hora de absorber radiación gamma incidente.

Eficiencia de absorción de cristal BrillanCe 380 [LaBr₃(Ce)]

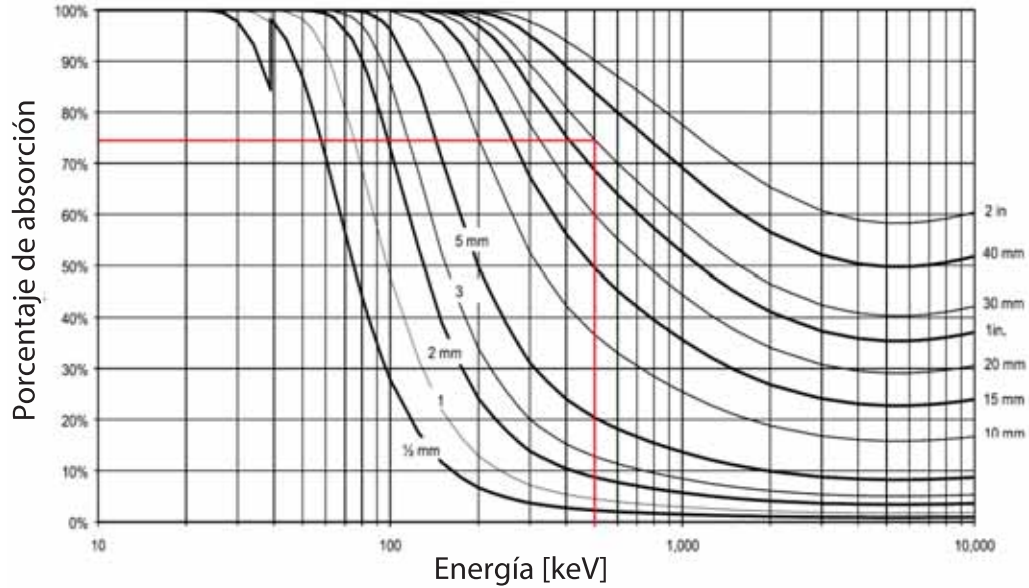


Figura 5.12: Eficiencia de absorción del cristal Brillance 380. La línea roja representa aproximadamente la eficiencia correspondiente a los 511[keV] en el detector utilizado de 25[mm]. Adaptada de hoja de datos de Saint-Gobain Brillance 380.

La figura 5.12 representa la eficiencia de detección para el centelleador utilizado, cuyo valor de eficiencia es de alrededor de 70 % para la energía de interés. Dado que el proceso de interacción de un fotón gamma con un detector es un proceso independiente de la interacción con otro detector, las probabilidades de interacción de un fotón gamma proveniente de un par electrón-positrón del Na-22 con uno de los PMT es independiente de la probabilidad de interactuar con el otro PMT, pese a que ambos fotones provengan de la misma aniquilación electrón-positrón que produjo el par de fotones gamma, esto es:

$$P(\text{gamma en PMT1} \cap \text{gamma en PMT2}) = P(\text{gamma en PMT1}) \cdot P(\text{gamma en PMT2}) \quad (5.3)$$

Debido a esto, la probabilidad de que un fotón gamma interactúe con el PMT2 dado a que interactuó con el PMT1 es simplemente la probabilidad de interactuar en el PMT2:

$$P(\text{gamma en PMT2} \mid \text{gamma en PMT1}) = P(\text{gamma en PMT2}) \quad (5.4)$$

Sin embargo, la probabilidad observada es bastante menor, como se aprecia en las figuras 5.10 y 5.11, siendo cercana al 50 %. Debido a esto, se consideró necesario encontrar experimentalmente el valor de la probabilidad de los eventos en función de la distancia entre los detectores.

Como dato adicional, es importante considerar la razón existente entre la estadística del fotopico de radiación y su nivel de Compton. Dicha razón es proporcionada por el fabricante, tomando un valor cercano a 0,45 para 511[keV], como se obtiene de la gráfica a continuación:

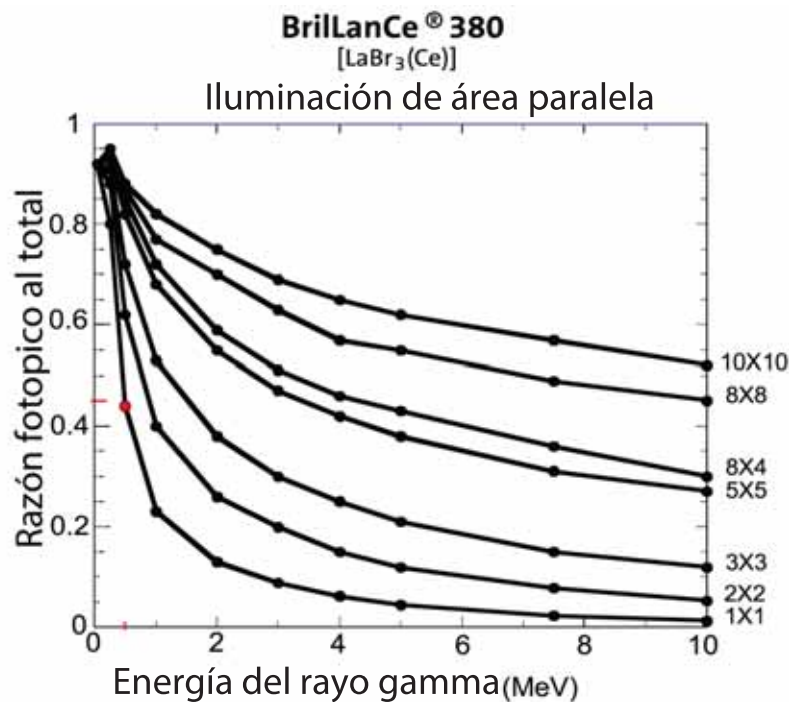


Figura 5.13: Razón de fotopico al resto del espectro, para distintos tamaños de centelleador (en pulgadas). Adaptada de “Efficiency Calculations for Selected Scintillators” de Saint-Gobain.

Dado a que lo que se intenta es calcular la densidad debido a la dispersión Compton, se procede a identificar los fotopicos del Sodio, de modo de calcular el nivel de atenuación a una energía específica. Para realizar esto se utilizaron las librerías de CERN ROOT para encontrar los fotopicos en los histogramas. Posteriormente se ajustó la función siguiente al histograma, consistente en una gaussiana y un polinomio de primer grado:

$$Ajuste\ de\ PMT1[can] = p[0]e^{\frac{(can-p[1])^2}{2p[2]^2}} + p[3] + can \cdot p[4] \quad (5.5)$$

A continuación, se realizó la **hipótesis** siguiente, piedra angular de las mediciones de densidad realizadas:

Los fotones gamma de interés son aquellos que interactúan mediante efecto fotoeléctrico en el “tagger”, ya que **si** ningún material se interpone entre la fuente radiactiva y el detector **debieran** producir un fotopico en el “detector gamma” (ya que *probablemente* siguieron un camino más directo hacia el detector, y asimismo viajarán en forma directa hacia el “detector gamma”), de este modo, se tomarán como fotones que tienen la **posibilidad** de generar un fotopico en el “detector gamma” a aquellos fotones que produjeron un fotopico en el “tagger”.

Como primer paso para obtener la condición de la hipótesis es generar la condición siguiente:

$$\begin{aligned} &Evento\ a\ graficar\ en\ histograma\ de\ PMT2 = \\ &Evento\ en\ PMT2\ sí\ y\ sólo\ sí\ Evento\ en\ PMT1\ estuvo\ en\ el\ fotopico \end{aligned} \quad (5.6)$$

Los histogramas resultantes de la condición establecida en (5.6) se dan a continuación:

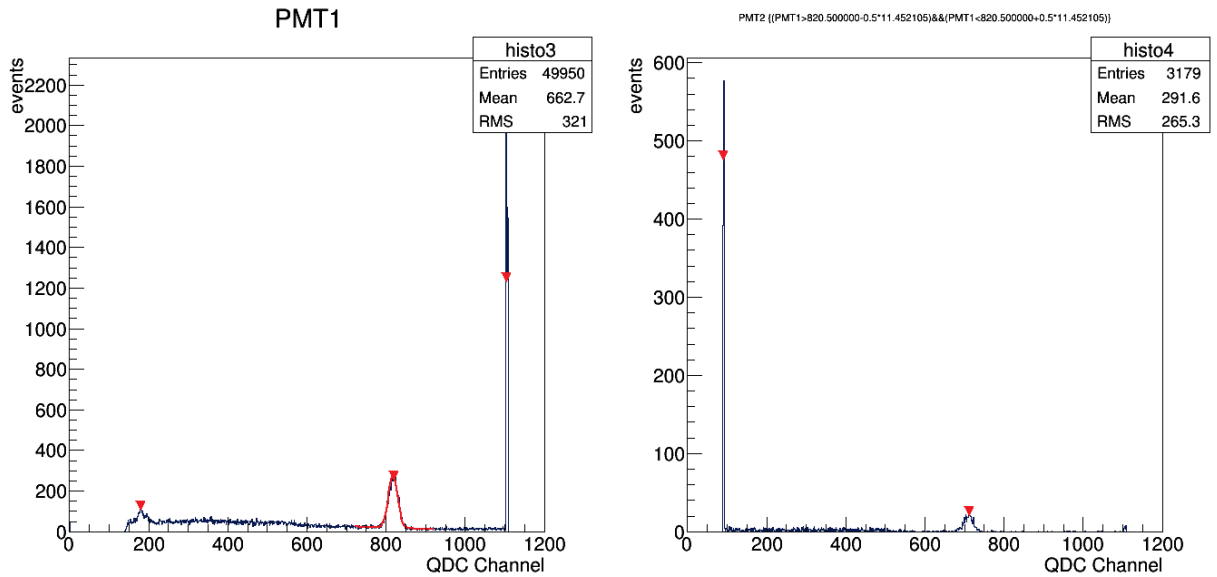


Figura 5.14: Espectros encontrados tras utilizar un ajuste en PMT1 y una condición en la gráfica del PMT2.

Mediante el histograma del PMT2 de la figura 5.14, es posible identificar el rango de energía del fótopico para el PMT2.

Utilizando estos rangos, es posible generar una última condición para los datos:

$$\begin{aligned}
 & \text{Evento a graficar en histograma de PMT2} = \\
 & \text{Evento en fótopico de PMT2 sí y sólo sí} \\
 & \text{Evento en PMT1 estuvo en el fótopico}
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

Los datos obtenidos mediante esta última condición se ven a continuación:

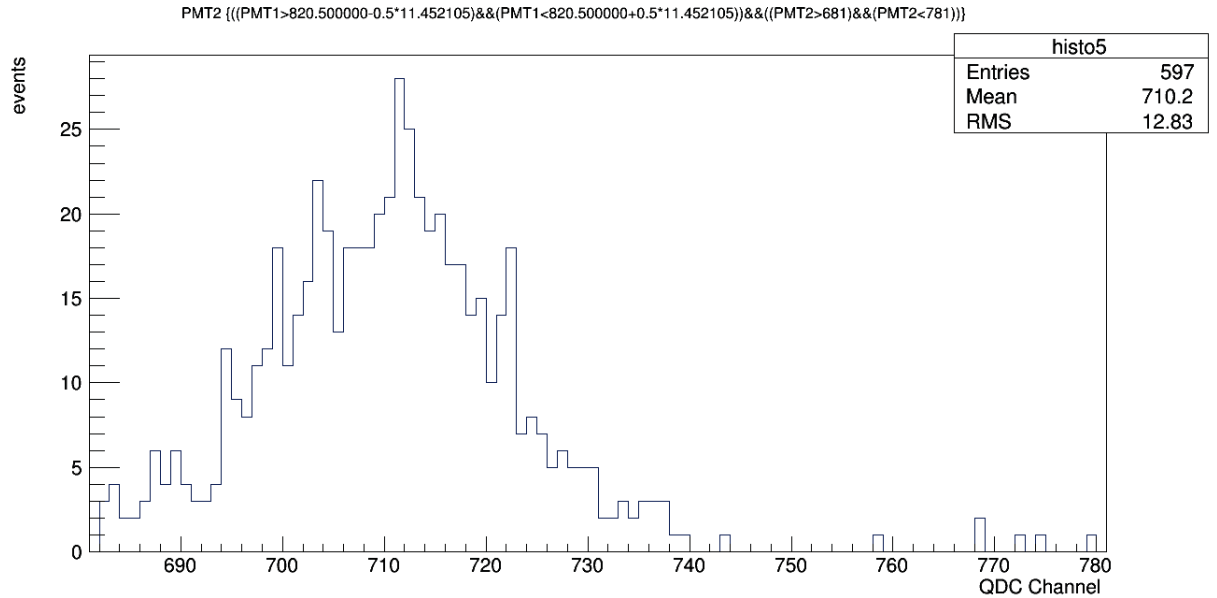


Figura 5.15: Espectros encontrados tras utilizar la condición detallada en (5.7).

El efecto de realizar esta última condición es el mismo que realizar una coincidencia en el trigger durante la adquisición de datos. Sin embargo, realizando el trigger mediante software, como se ha realizado, permite obtener mayor información de la estadística de los datos.

Finalmente, para calcular la probabilidad de interacción de un gamma en ambos detectores a la vez, cuando en el PMT1 hubo interacción fotoeléctrica, se puede definir fácilmente de la manera siguiente:

$$\text{Probabilidad de evento en PMT2} = \frac{(\text{Eventos en PMT2 mientras PMT1 estuvo en fotopico})}{\text{Eventos en el fotopico de PMT1}} - \frac{\text{Eventos en pedestal de PMT2 mientras PMT1 estuvo en fotopico}}{\text{Eventos en el fotopico de PMT1}} \quad (5.8)$$

De esta forma es sencillo identificar, sin realizar ajustes complejos, la probabilidad de eventos en PMT2.

Utilizando la definición anterior, se procedió a graficar la probabilidad de interacción en función de la distancia entre el PMT1 y el PMT2.

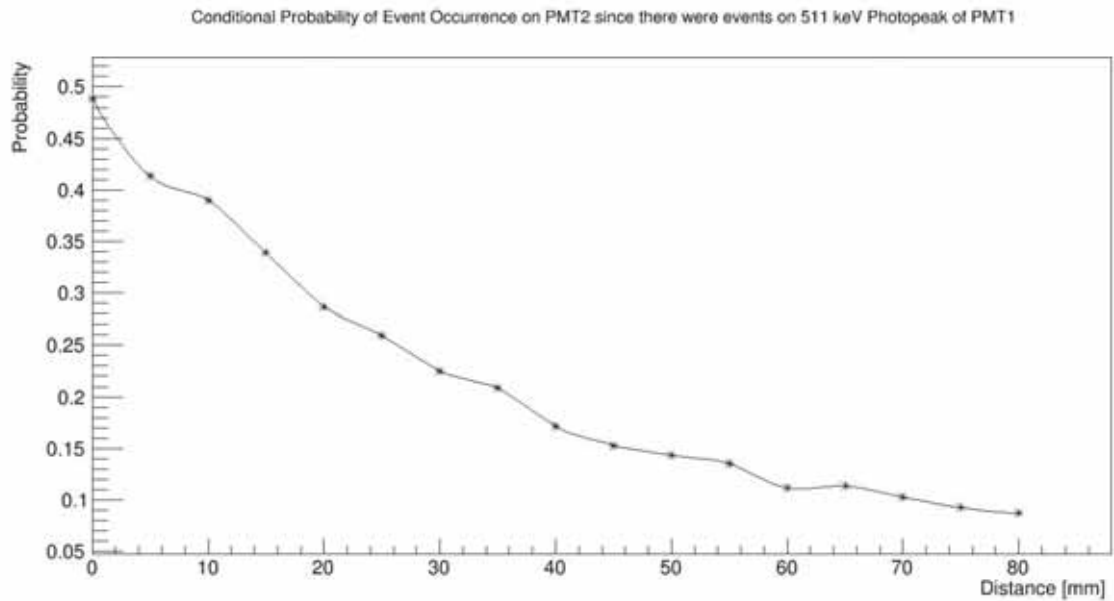


Figura 5.16: Probabilidad en función de la distancia en $[mm]$, según definición de (5.8).

La figura 5.16 muestra la probabilidad de que dado un evento en el fotopico del PMT1 se produzca un evento en el fotopico de PMT2. Esta probabilidad disminuye al aumentar la distancia entre el PMT1 y el PMT2. Por otro lado, al restar el pedestal, lo que se hace es comprobar la probabilidad de *coincidencias*, ya que se dejan fuera los eventos en que los fotones gamma no produjeron señal en el PMT2.

Analizando la gráfica, tomando un compromiso cualitativo entre distancia y probabilidad, se escogió como distancia de trabajo para la medición de densidad $30[mm]$ entre el PMT1 y el PMT2.

Por completitud, se muestra la salida del intérprete de ROOT luego de ejecutar el algoritmo que permitió realizar el análisis correspondiente.

```
shape_80_3mm.lst
Warning in <TCanvas::Constructor>: Deleting canvas with same name: c1
Warning in <TCanvas::Constructor>: Deleting canvas with same name: c2
Warning in <TCanvas::Constructor>: Deleting canvas with same name: canvas1
Se encontraron los peaks del PMT1, donde peaks[1] es 831.5y peaks[2] es 182.5
FCN=262.173 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 372 CALLS 373 TOTAL
EDM=3.87605e-09 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE

EXT PARAMETER STEP FIRST
NO. NAME VALUE ERROR SIZE DERIVATIVE
1 p0 2.52392e+02 3.93915e+00 2.97017e-05 -1.30981e-02
2 p1 8.32680e+02 1.60694e-01 1.26729e-05 -1.53705e-02
3 p2 1.17712e+01 1.41026e-01 1.80202e-05 -2.60277e-02
4 p3 7.50169e+01 4.49706e+00 1.49535e-05 -1.45385e-03
5 p4 -6.83633e-02 5.27897e-03 1.24488e-05 1.00770e-03
Warning in <TCanvas::Constructor>: Deleting canvas with same name: c3
*****events on Histograms*****
Counts on Fitted Peak of PMT1 3159
Counts of Histogram of PMT2 data when PMT1 was on peak 3135
Pedestal Events on PMT2 when PMT1 was on peak: 2859
*****
*****AIR PMT1 & PMT2*****
Probability of events on peak PMT1: 0.06324
probability of events in photopeak pmt2: 0.02711324
Probability of having peak in PMT1 AND PMT2: 0.00171473
Probability of having events on PMT2 if PMT1 was on peak: 0.08736942
Counts PMT2 680-780 85
*****
(int)0
root [1] █
```

Figura 5.17: Salida del intérprete de ROOT luego de ejecutar el algoritmo de análisis.

5.2. Medición de la densidad.

Para proceder a comprobar la veracidad de los modelos, se trabajó con muestras de Plomo, Duraluminio y Poliestireno. La información de los materiales utilizados se da en la tabla a continuación:

Tabla 5.1: Composición de las muestras utilizadas. A la izquierda aleaciones; a la derecha compuestos.

Aleaciones	Duraluminio				Plomo	Compuestos	Poliestireno	
Densidad $[g/cm^3]$	2,79	-	-	-	11,34	Densidad $[g/cm^3]$	1,05	-
Composición	Cu	Mg	Mn	Al	Pb	Composición	C	H
Porcentaje peso w_i	0,044	0,015	0,006	0,935	1	Átomos por molécula	8	8
Z	29	12	25	13	82	Z	6	1
A	63,55	24,33	54,94	26,98	207,2	A	12,011	1
Z/A	0,4563	0,493	0,455	0,48	0,396	$m \times Z$	48	8
$w_i \times Z/A$	0,0201	0,007	0,0027	0,451	0,396	$m \times A$	96,088	8,1
Z/A equivalente	0,4807	-	-	-	0,396	Z/A equivalente	0,5377	-
Espesor muestra $[cm]$	1,6	-	-	-	1,0	Espesor muestra $[cm]$	1,0	-

Para el *poliestireno* se calculó la razón Z sobre A equivalente según las ecuaciones (3.50), (3.51) y (3.52); mientras que para el *duraluminio* se utilizó la expresión (3.74).

Se escogió una distancia de trabajo de $30[mm]$ entre el Tagger y el detector Gamma para todas las mediciones realizadas. Utilizando al Tagger como fuente de trigger para todas las mediciones, se tomaron del orden de 50000 eventos por medición. La función de ajuste fue la misma utilizada para las mediciones de calibración, dada por (5.5).

A modo de ejemplo, se muestra una fotografía del equipo midiendo Plomo:



Figura 5.18: Medición de densidad de plomo.

En la figura se muestra que se utilizó espuma de poliuretano (comunmente llamada esponja), para mantener a la muestra en su lugar. Esto no afecta en gran medida a la medición, ya que la densidad de la espuma se encuentra en el rango de los $0,02 - 0,2[g/cm^3]$, densidad que es a lo más un orden de magnitud menor que aquellas de los materiales utilizados.

Para medir la radiación incidente, primero se realizó una medición sin ninguna muestra, es decir, sólo con aire entre el PMT1 y el PMT2.

Los histogramas obtenidos fueron los siguientes:

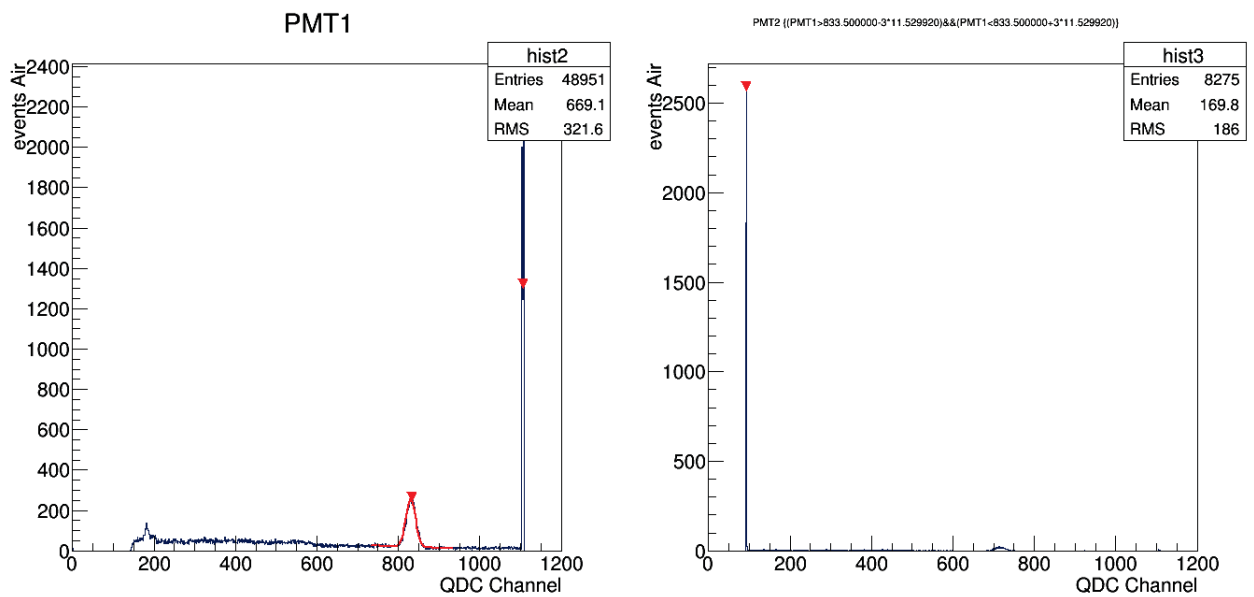


Figura 5.19: Ajuste del PMT1 y consecuente histograma de eventos en el PMT2 condicionados por eventos dentro del ajuste.

Si hacemos un acercamiento al fotopico del PMT2:

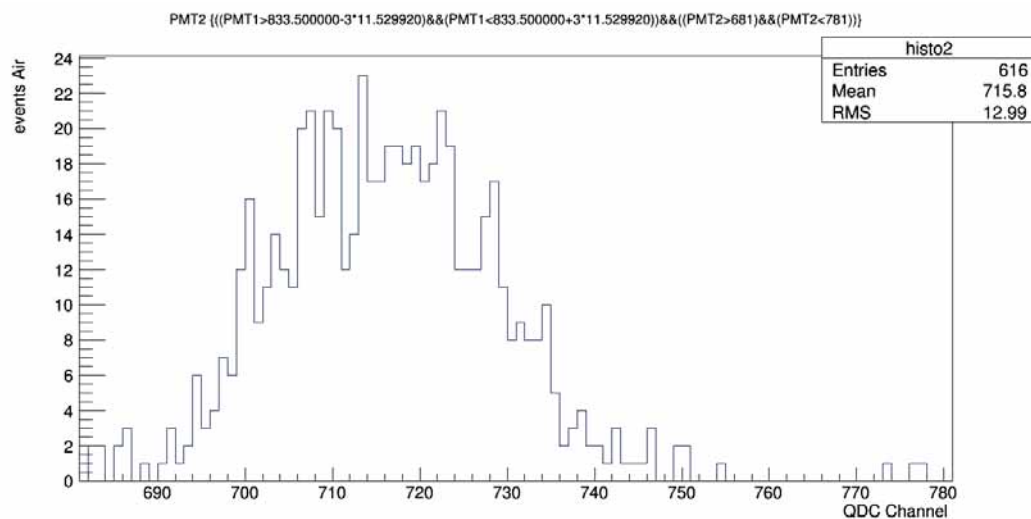


Figura 5.20: Histograma del fotopico del PMT2 condicionada para eventos dentro del fotopico del PMT1.

Si se aprecia la figura 5.20, se denota que pese a que la estadística es baja, aún existe suficiente estadística como para realizar un análisis, ya que se distingue aún a los eventos provenientes del fotopico.

Si se utiliza ahora poliestireno, se obtienen los histogramas siguientes equivalentes:

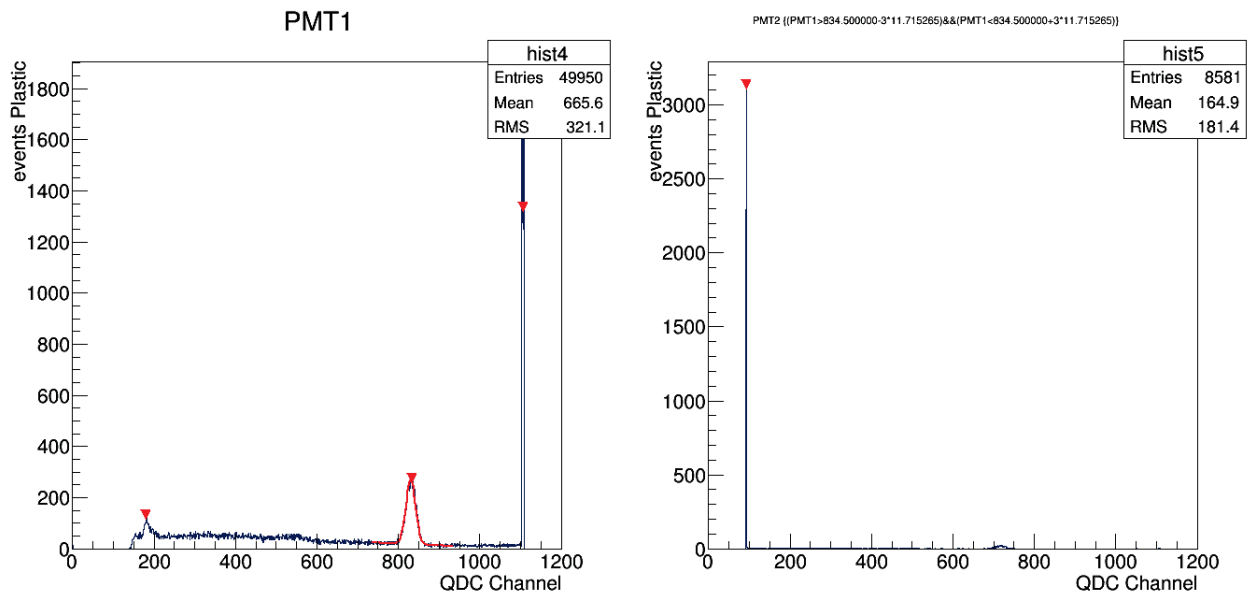


Figura 5.21: Ajuste del PMT1 y consecuente histograma de eventos en el PMT2 condicionados por eventos dentro del ajuste, para el poliestireno.

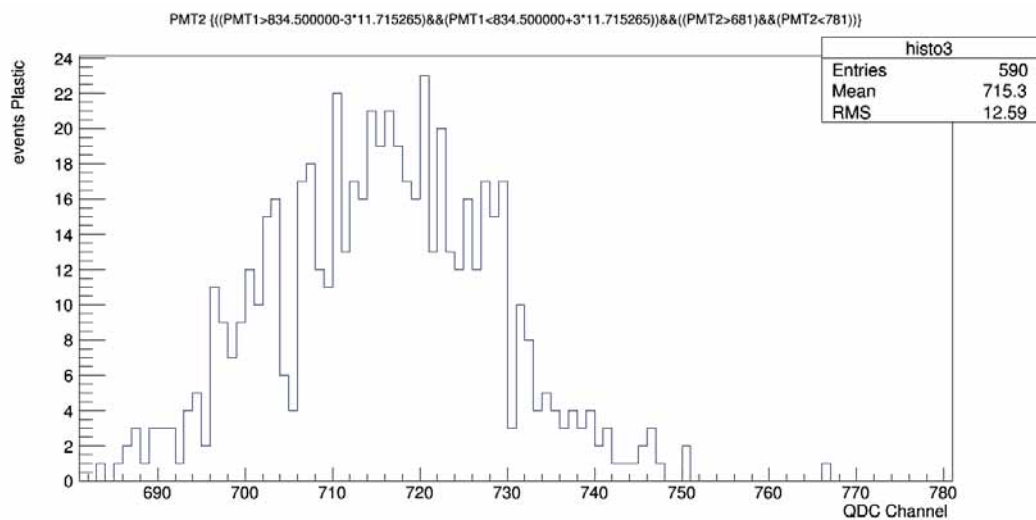


Figura 5.22: Histograma del fotopico del PMT2 condicionada para eventos dentro del fotopico del PMT1, para el poliestireno.

Como se aprecia en los histogramas 5.21 y 5.22, no existe gran diferencia estadística

entre estas mediciones y las mediciones realizadas sin muestra (5.19 y 5.20); esto se debe simplemente a que el poliestireno tiene una densidad relativamente baja.

Análogamente, para el duraluminio se obtiene lo siguiente:

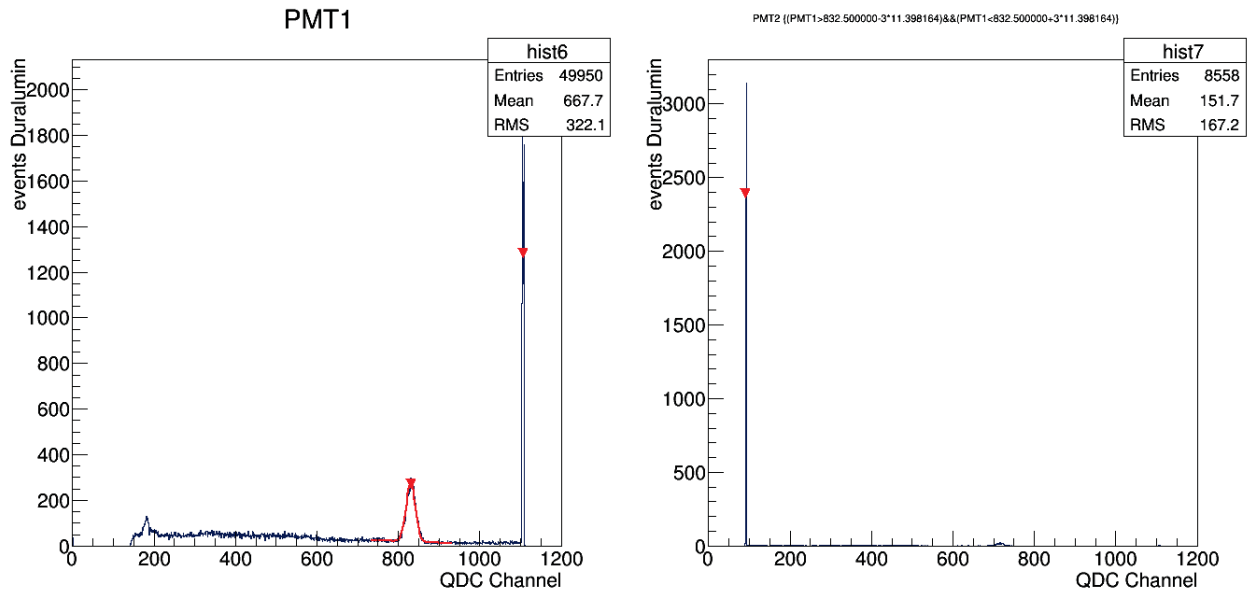


Figura 5.23: Ajuste del PMT1 y consecuente histograma de eventos en el PMT2 condicionados por eventos dentro del ajuste, para el duraluminio.

En estos histogramas ya se aprecian diferencias, ya que la estadística del PMT2 ha bajado bastante. Esto se aprecia mejor en el fotopico condicionado de la figura siguiente:

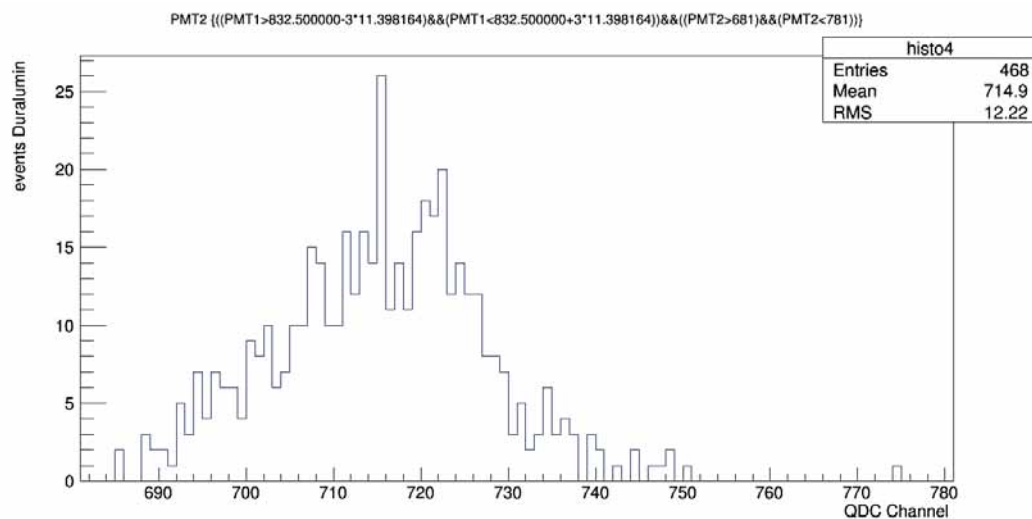


Figura 5.24: Histograma del fotopico del PMT2 condicionada para eventos dentro del fotopico del PMT1, para el duraluminio.

Se aprecia claramente una diferencia notoria respecto al histograma del PMT2 del aire 5.20. Esto se debe a que el duraluminio, al ser más denso, representa un blanco con mayor número de electrones por unidad de volumen, y por ende, una mayor atenuación.

Ahora se verá que sucede con el plomo, el cual tiene una densidad muchísimo mayor que aquellas de los materiales antes comprobados.

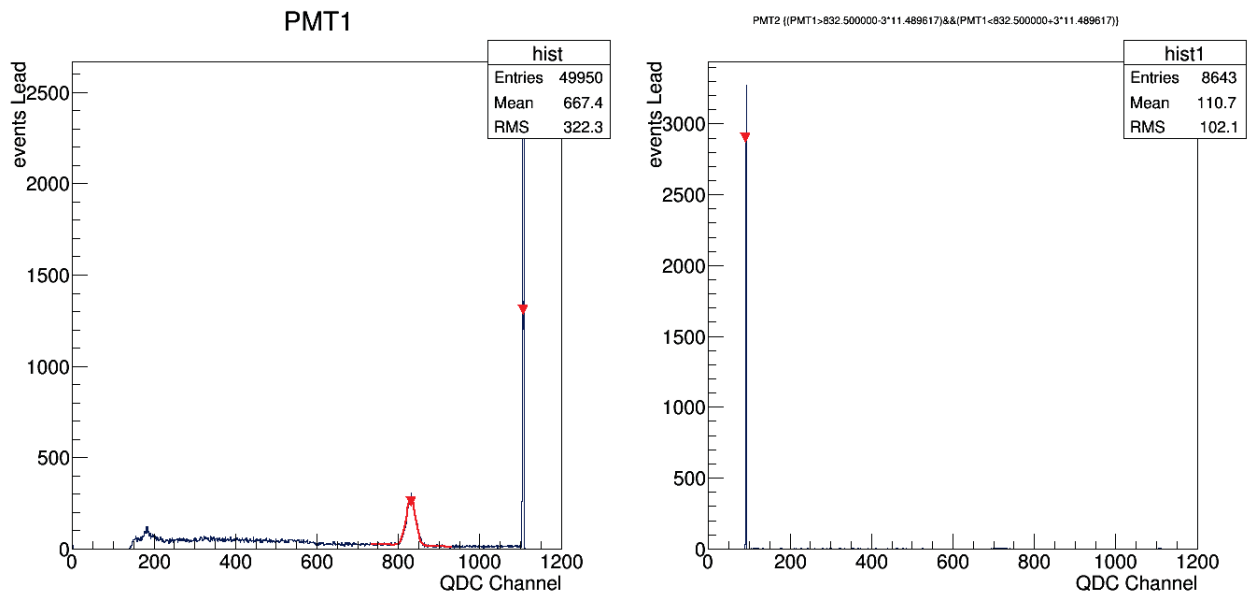


Figura 5.25: Ajuste del PMT1 y consecuente histograma de eventos en el PMT2 condicionados por eventos dentro del ajuste, para el plomo.

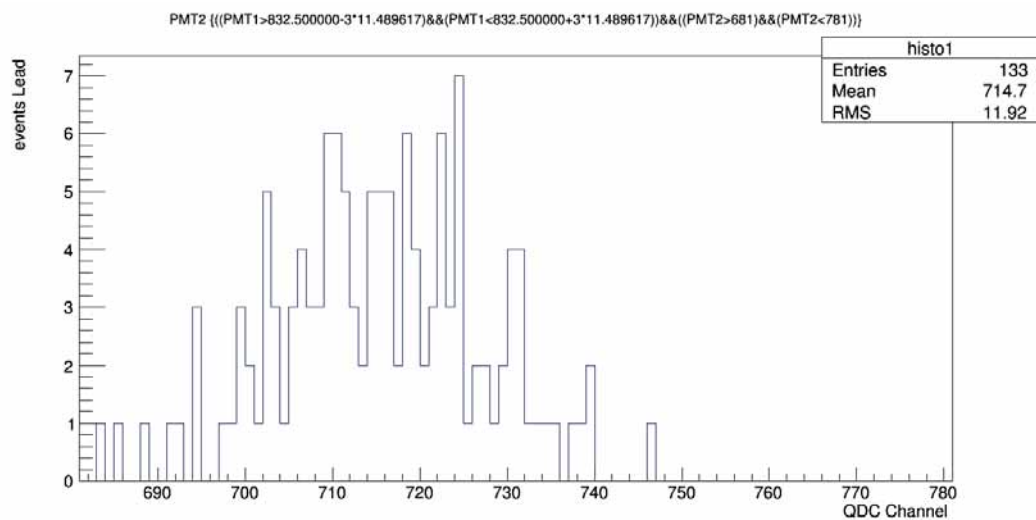


Figura 5.26: Histograma del fotopico del PMT2 condicionada para eventos dentro del fotopico del PMT1, para el plomo.

Como se aprecia en el histograma 5.26, la estadística ahora es muy baja. Este hecho

afectará las mediciones que se realicen, lo que puede ser apreciado superponiendo sobre el histograma la desviación estadística que tiene cada una de las frecuencias asociadas a los distintos rangos graficados en él. Ya que se trata de histogramas de conteo (número de eventos), la probabilidad de que un evento caiga en uno u otro rango está dada por la estadística de *Poisson*, cuya dispersión se obtiene mediante la raíz cuadrada del número de eventos. Superponiendo esta cantidad al histograma 5.26, se obtiene el histograma siguiente:

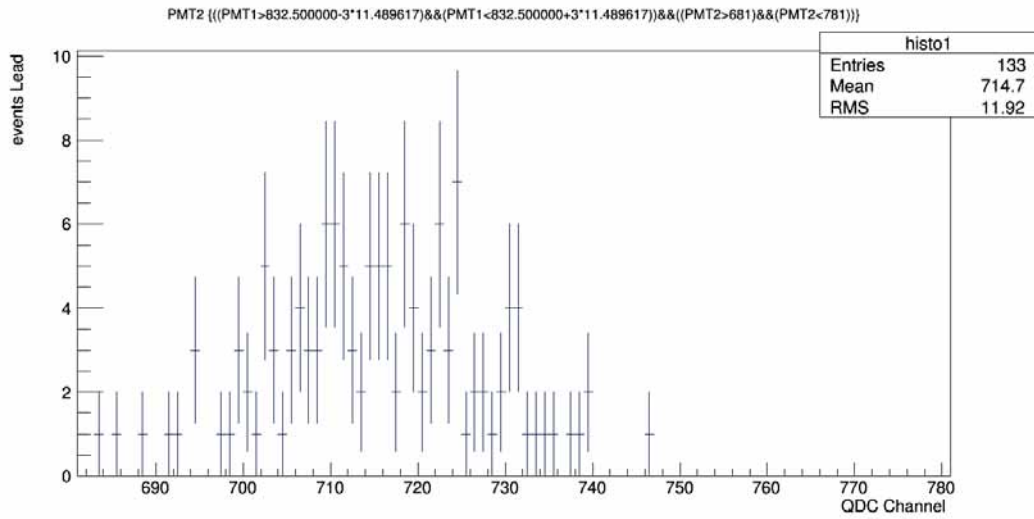


Figura 5.27: Histograma del fotopico del PMT2 condicionada para eventos dentro del fotopico del PMT1, para el plomo, en donde para cada una de las frecuencias se ha graficado su dispersión según Poisson.

5.2.1. El cálculo de la densidad medida

Antes de proceder, es necesario plantear nuevamente algunas definiciones.

Si recordamos la ecuación (3.29), se tiene que la atenuación $1/\lambda$ está dada por:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\ln(\frac{I_0}{I_1})}{x}$$

Donde I_0 corresponde a la intensidad del flujo de radiación incidente, I_1 del flujo de radiación saliente y x al espesor del material medido, los cuales están dados en la tabla 5.1.

Para definir la intensidad del flujo de radiación incidente se procederá de la forma siguiente:

$$I_0 = \frac{\text{Eventos en el fotopico del PMT2 midiendo aire}}{\text{Eventos en el fotopico del PMT1 midiendo aire}} \quad (5.9)$$

Donde la expresión “*midiendo aire*” se refiere a la situación en donde el Tagger y el Detector Gamma están separados 30[mm] entre sí sin ninguna muestra posicionada entre ellos. Esta definición es importantísima, ya que permite realizar mediciones de densidad sin considerar un tiempo de integración (medición) definido, sino basándose en la razón del número de eventos. Para un número suficiente de datos, dicha razón debería mantenerse constante sin importar la cantidad de eventos considerados². Realizar esta razón es imposible si no se cuenta con un radioisótopo que produzca una señal de coincidencia y los detectores que permitan medirla. Por otro lado, básicamente, al medir el rayo gamma en el Tagger, lo que se define es un *evento* que puede o no producir señal en el Detector Gamma. De este modo, I_0 no es más que la fracción de esos eventos que producen efectivamente señal en el detector (ya que los otros gamma podrían no producir señal por múltiples razones: geométricas, interacción con el aire, eficiencia del detector, etc). Así, la elección del fotopico como centro de interés no tiene ninguna otra razón de ser más que la de definir un rango de energía acotado para la radiación gamma (y los eventos así seleccionados), con una sección eficaz total de interacción Compton conocida y una estadística definida.

Análogamente, el flujo de radiación saliente de la muestra estará dado por:

$$I_1 = \frac{\text{Eventos en el fotopico del PMT2 midiendo un material}}{\text{Eventos en el fotopico del PMT1 midiendo un material}} \quad (5.10)$$

Esta cantidad definida en (5.10) tiene la misma característica que (5.9): con suficiente estadística, debería ser independiente de la cantidad de eventos medidos.

Así, los coeficientes de atenuación medidos son los siguientes:

Tabla 5.2: Valores medidos de flujo incidente, saliente y atenuación para los distintos materiales medidos.

		$x [cm]$	$1/\lambda [cm^{-1}]$
I_0	0,069	-	-
I_1 poliestireno	0,064	1	0,075
I_1 duraluminio	0,0509	1,6	0,19
I_1 plomo	0,0144	1	1,567

²Si bien es natural concluir esto, no se realizaron las mediciones correspondientes que comprueben la invarianza de este cociente.

Luego, se procede a calcular la densidad. Antes que nada se debe recordar, como se mencionó en el capítulo 3, que la densidad no puede ser calculada por si sola, sino que se hace mediante comparación de mediciones. Entonces, se calculará una densidad del material 2 ρ_2 en función de la densidad del material 1 ρ_1 y los coeficientes de atenuación lineal medidos para cada uno de los materiales $1/\lambda_1$ y $1/\lambda_2$, respectivamente. Primero esto se realizará sin considerar corrección alguna de la razón Z/A , lo que se expresa como (3.40):

$$\rho_2 = \frac{\frac{1}{\lambda_2} \rho_1}{\frac{1}{\lambda_1}}$$

Y, para verificar los resultados, se utiliza la expresión que considera la razón Z/A equivalente:

$$\rho_2 = \frac{\frac{Z_{eq1}}{A_{eq1}} \frac{1}{\lambda_2} \rho_1}{\frac{Z_{eq2}}{A_{eq2}} \frac{1}{\lambda_1}} \quad (5.11)$$

El plomo fue utilizado como un parámetro, por lo que su densidad no aparece en las mediciones. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Tabla 5.3: Densidad medida en función de la densidad del Duraluminio.

Sin Z/A	Densidad real	Densidad medida	Error relativo
Poliestireno	1,05	1,1106	5,77 %
Duraluminio	2,79	-	-
Con Z_{eq}/A_{eq}	Densidad	Densidad medida	Error relativo
Poliestireno	1,05	0,9928	5,45 %
Duraluminio	2,79	-	-

Tabla 5.4: Densidad medida en función de la densidad del Poliestireno.

Sin Z/A	Densidad	Densidad medida	Error relativo
Poliestireno	1,05	-	-
Duraluminio	2,79	2,6379	5,5 %
Con Z_{eq}/A_{eq}	Densidad	Densidad medida	Error relativo
Poliestireno	1,05	-	-
Duraluminio	2,79	2,9507	5,8 %

Como se aprecia en las tablas 5.3 y 5.4, los resultados están dentro de lo esperado. Sin embargo, para las mediciones utilizando plomo como referencia se obtienen resultados no tan satisfactorios.

Tabla 5.5: Densidad medida en función de la densidad del Plomo.

Sin Z/A	Densidad	Densidad medida	Error relativo
Poliestireno	1,05	0,5459	48 %
Duraluminio	2,79	1,3714	51 %
Con Z_{eq}/A_{eq}	Densidad	Densidad medida	Error relativo
Poliestireno	1,05	0,4018	62 %
Duraluminio	2,79	1,129	60 %

Esto se debe a que para el Plomo, la hipótesis de que los fotones gamma interactúan con el material principalmente mediante dispersión Compton deja de ser correcta, ya que el efecto fotoeléctrico toma mayor preponderancia, y el modelo entonces aplicado deja de tener validez. Por otro lado, la estadística de los datos medidos para el plomo es mucho más baja.

Si comparamos los histogramas en la zona cercana a los fotopicos para las mediciones en orden de densidad creciente de aire, poliestireno, duralumino y plomo, se apreciará cómo decrece la estadística.

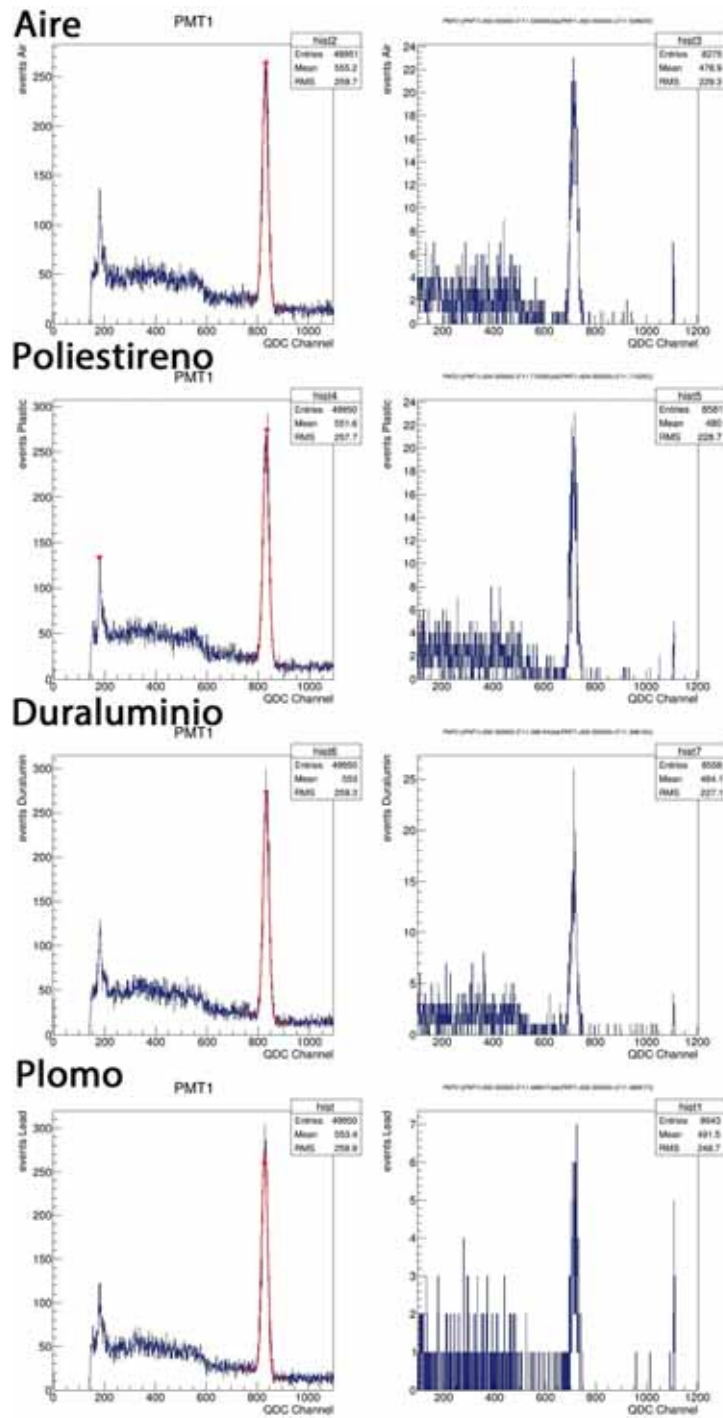


Figura 5.28: Histogramas de los PMT1 y el PMT2 condicionado, para los distintos materiales medidos.

Por completitud, se muestra la salida del intérprete de ROOT para el algoritmo de medición de densidad:

```
*****air PMT1 & PMT2*****
Counts PMT1 780-880 8931
Counts PMT2 680-780 616
Normalized Incoming Photons I0=0.0690
*****LEAD PMT1 & PMT2*****
Counts PMT1 780-880 9313
Counts PMT2 680-780 134
10 mm of lead,  $\ln(0.0690/0.0144)/1 \text{ cm}=1.567$ 
Density of Lead : 11.34 [gr/cm^3]
*****Plastic PMT1 & PMT2*****
Counts PMT1 780-880 9240
Counts PMT2 680-780 591
10 mm of Plastic,  $\ln(0.0690/0.0640)/1 \text{ cm}=0.075$ 
Density of Plastic, in terms of Duralum = 1.1106
Density of Plastic, in terms of Duralum, with ratio correction= 0.9928
Density of Plastic, in terms of Lead = 0.5459
Density of Plastic, in terms of Lead, with ratio correction = 0.4018
Nominal Density of Plastic = 1.05
*****Aluminium PMT1 & PMT2*****
Counts PMT1 780-880 9189
Counts PMT2 680-780 468
16 mm of Duraluminium,  $\ln(0.0690/0.0509)/1.6 \text{ cm}=0.190$ 
Density of Duralum, in terms of Plastic = 2.6379
Density of Duralum, in terms of Plastic, with ratio correction= 2.9507
Density of Duralum, in terms of Lead = 1.3714
Density of Duralum, in terms of Lead, with ratio correction= 1.1290
Nominal Density of Duralum = 2.79
*****
root [2] █
```

Figura 5.29: Salida del intérprete de ROOT para el algoritmo de análisis de datos.

En la sección siguiente del capítulo, se verán los alcances que podrían tener las aplicaciones del modelo propuesto para el coeficiente de atenuación en la cuantificación de metales pesados en muestras de mineral.

5.3. Aplicación del modelo: cuantificación de Oro en una muestra de Mineral de Oro

Cuando existe en alta ley, el oro aparece en forma de intrusiones en las rocas, sin formar compuestos químicos, o formando aleaciones con plata o mercurio.



Figura 5.30: Mineral de oro de ley alta, obtenido de una veta de cuarzo en Alma, Colorado, EE.UU. La apariencia de la roca es típica para un muy buen mineral de oro-cuarzo. Créditos de Imágen: Wikipedia.

Muchas de las veces, el oro aparece asociado al cuarzo, el cual tiene una densidad muchísimo menor.

Tabla 5.6: Características del oro y del cuarzo.

	Oro		Cuarzo	
Densidad $[g/cm^3]$	19,3	Densidad $[g/cm^3]$	2,65	-
Composición	Au	Composición	Si	O
Fracción peso w_i	1	Átomos por molécula m	1	2
Z	79	Z	14	8
A	196,97	A	28,085	15,999
Z/A	0,4011	$m \times Z$	14	16
$w_i \times Z/A$	0,4011	$m \times A$	28,085	31,998
Z_{eq}/A_{eq}	0,4011	Z_{eq}/A_{eq}	0,499	-

Si lo que se desea es calcular la densidad de una muestra de mineral de oro-cuarzo utilizando nuestro modelo, primero se debe relacionar la fracción peso de cada componente de la roca y la densidad de cada uno de los componentes, para luego obtener a partir de estos datos una expresión de la densidad total.

5.3.1. Cálculo de la densidad para una muestra compuesta de 2 componentes distintos

Sean M_a y M_b las masas de los componentes a y b respectivamente; análogamente sean ρ_a y ρ_b las densidades; V_a y V_b los volúmenes. Por otro lado, sea V el volumen total de la muestra y M la masa total de la muestra. Siendo así, se tiene:

$$M = M_a + M_b \wedge M = \rho V \Rightarrow \rho V = \rho_a V_a + \rho_b V_b \quad (5.12)$$

Además, se definen las fracciones volumen f_a y f_b de la forma siguiente:

$$f_{a,b} = \frac{V_{a,b}}{V_a + V_b} = \frac{V_{a,b}}{V} \Rightarrow f_a + f_b = 1 \Rightarrow f_b = 1 - f_a \quad (5.13)$$

Con esta definición, es posible reescribir (5.12) de la forma siguiente:

$$\rho V = \rho_a V f_a + \rho_b V (1 - f_a) \Rightarrow \rho = \rho_a f_a + \rho_b (1 - f_a) \quad (5.14)$$

Lo que es útil, ya que se está buscando una expresión para la densidad. Sin embargo, lo que se necesita es una expresión en función de las fracciones peso w_a y w_b , las cuales son de interés. Mediante álgebra, es posible encontrar la expresión siguiente:

$$f_a = \frac{V_a}{V_a + V_b} = \frac{\frac{M_a}{\rho_a}}{\frac{M_a}{\rho_a} + \frac{M_b}{\rho_b}} = \frac{\frac{w_a M}{\rho_a}}{\frac{w_a M}{\rho_a} + \frac{w_b M}{\rho_b}} = \frac{\frac{w_a M}{\rho_a}}{\frac{w_a M}{\rho_a} + \frac{(1-w_a)M}{\rho_b}} = \frac{w_a}{w_a + \frac{(1-w_a)}{\rho_b} \rho_a} \quad (5.15)$$

La cual es la fracción volumen en términos de la fracción peso. Reemplazando (5.15) en (5.14) se tiene:

$$\rho = \rho_a \frac{w_a}{w_a + \frac{(1-w_a)}{\rho_b} \rho_a} + \rho_b \left(1 - \frac{w_a}{w_a + \frac{(1-w_a)}{\rho_b} \rho_a} \right) = \frac{w_a \rho_a \rho_b}{w_a \rho_b + (1-w_a) \rho_a} + \rho_b - \frac{w_a \rho_b^2}{w_a \rho_b + (1-w_a) \rho_a} \quad (5.16)$$

Finalmente, simplificando se obtiene:

$$\rho = \frac{w_a \rho_b (\rho_a - \rho_b)}{w_a \rho_b + (1-w_a) \rho_a} + \rho_b \quad (5.17)$$

A continuación, se utilizará este resultado para el mineral de oro-cuarzo.

5.3.2. Modelado de un mineral de oro-cuarzo

A partir de la ecuación (3.75), se tiene lo siguiente:

$$\frac{1}{\lambda_{mez}} = N_a \sigma_C \rho_{mez} \sum_{i=1}^{n_{el}} \frac{w_i Z_i}{A_i}$$

Reescribiendo esta expresión para el mineral de oro-cuarzo:

$$\frac{1}{\lambda_{min}} = N_a \rho_{min} \sigma_C (w_{Au} \frac{Z_{Au}}{A_{Au}} + w_Q \frac{Z_Q}{A_Q}) = N_a \rho_{min} \sigma_C \left\{ w_{Au} \left(\frac{Z_{Au}}{A_{Au}} - \frac{Z_Q}{A_Q} \right) + \frac{Z_Q}{A_Q} \right\} \quad (5.18)$$

Donde en (5.18) los subíndices *min*, *Au* y *Q* corresponden a datos del *mineral*, *Oro* y *Cuarzo*, respectivamente.

Luego, si se utiliza la definición de la ecuación (5.17) en la expresión anterior, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{1}{\lambda_{min}} = N_a \left(\frac{w_{Au} \rho_Q (\rho_{Au} - \rho_Q)}{w_{Au} \rho_Q + (1-w_{Au}) \rho_{Au}} + \rho_Q \right) \sigma_C \left\{ w_{Au} \left(\frac{Z_{Au}}{A_{Au}} - \frac{Z_Q}{A_Q} \right) + \frac{Z_Q}{A_Q} \right\} \quad (5.19)$$

Ahora, si se utilizaran rocas de cuarzo puro, sin oro, como referencias para la medición de la densidad del mineral oro-cuarzo, se tiene que la atenuación para el cuarzo estaría dada por la expresión:

$$\frac{1}{\lambda_Q} = N_a \rho_Q \sigma_C \frac{Z_Q}{A_Q} \quad (5.20)$$

Dado a que interesa la razón entre las atenuaciones medida y de referencia para el cálculo de la densidad, se procede entonces a calcular este cuociente:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{\lambda_{min}}}{\frac{1}{\lambda_Q}} &= \frac{\left(\frac{w_{Au}(\rho_{Au} - \rho_Q)}{w_{Au}\rho_Q + (1-w_{Au})\rho_{Au}} + 1 \right) \left\{ w_{Au} \left(\frac{Z_{Au}}{A_{Au}} - \frac{Z_Q}{A_Q} \right) + \frac{Z_Q}{A_Q} \right\}}{\frac{Z_Q}{A_Q}} \\ &= \frac{\left(\frac{16,65w_{Au}}{2,65w_{Au} + 19,3(1-w_{Au})} + 1 \right) (0,499 - 0,0982w_{Au})}{0,499} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Gráficamente, este cuociente se comporta como:

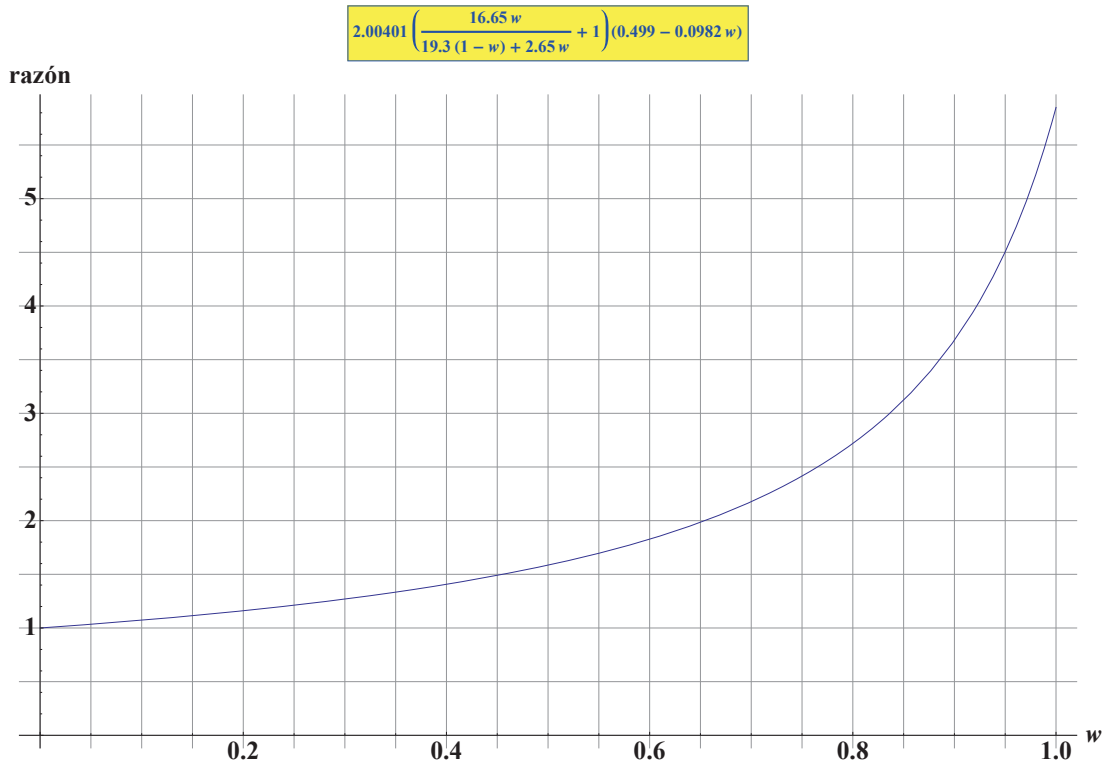


Figura 5.31: Cuociente de las constantes de atenuación (5.21). El eje X representa el aumento de la fracción peso del oro, mientras el eje Y representa al cuociente.

Finalmente, la densidad medida por este método estaría dada por:

$$\rho_{min}^* = \frac{\frac{1}{\lambda_{min}}}{\frac{1}{\lambda_Q}} \rho_Q \quad (5.22)$$

A partir de la definición (5.17) se obtiene que la densidad del mineral oro-cuarzo en función de la fracción peso del oro debiera estar dada por:

$$\rho_{min} = \frac{w_{Au}\rho_Q(\rho_{Au} - \rho_Q)}{w_{Au}\rho_Q + (1 - w_{Au})\rho_{Au}} + \rho_Q = 2,65 + \frac{44,123 \times w_{Au}}{2,65 \times w_{Au} + 19,3 \times (1 - w_{Au})} \quad (5.23)$$

Si ahora se define el cuociente entre la densidad medida según (5.22) y la densidad real del mineral, dada por (5.23), se obtiene:

$$\frac{\rho_{min}^*}{\rho_{ore}} = \frac{\left(\frac{16,65w_{Au}}{2,65w_{Au} + 19,3(1 - w_{Au})} + 1 \right) (0,499 - 0,0982w_{Au}) \times 2,65}{2,65 + \frac{44,123 \times w_{Au}}{2,65 \times w_{Au} + 19,3 \times (1 - w_{Au})}} \quad (5.24)$$

Graficando este cuociente se obtiene:

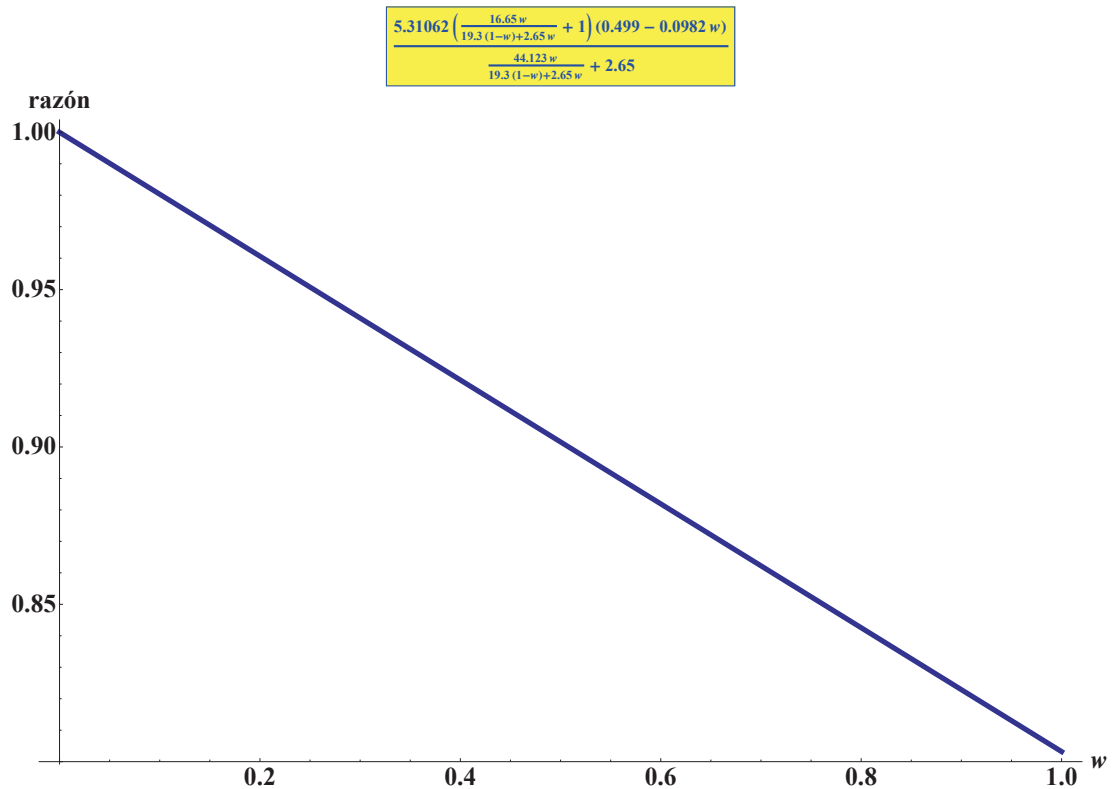


Figura 5.32: Cuociente de las densidades, según (5.24). El eje X corresponde a la fracción peso de oro, mientras el eje Y al cuociente.

A partir de la gráfica 5.32, se concluye que es posible utilizar este modelo de medición de densidad para obtener porcentajes pesos de muestras de mineral, si es que se tiene información precisa acerca de la densidad real del material, medida mediante otro método.

Conclusión

En el presente trabajo se ha presentado una visión detallada del desarrollo de un experimento capaz de medir la atenuación de radiación, y los algoritmos que permiten obtener una medición de densidad a partir de esta atenuación.

A primera vista el resultado del experimento es óptimo, ya que se implementó un sistema desde cero, integrando tanto detectores como equipos de adquisición de datos y el posterior análisis de datos. Todo lo anterior se logró forma correcta, con resultados dentro de lo esperado, ya que fue posible medir densidad utilizando una fuente radiactiva con una actividad miles de veces menor a aquellas utilizadas en la industria. Los resultados obtenidos tienen un error cercano al de equipos comerciales (se obtuvo un error relativo del 5 %, mientras los equipos industriales trabajan con un error del 1 % sobre el *Span*).

Si bien esto resulta alentador, el desarrollo del experimento ha dejado algunos cabos sueltos. Primero, la metodología desarrollada por el memorista a la hora de verificar los resultados es susceptible a mejoras. Una primera sugerencia radica en el hecho que todas las mediciones de densidad se realizaron en forma cruzada entre los materiales, lo que no permite corroborar fielmente el hecho de que las *atenuaciones* hayan sido medidas correctamente para un material en particular. Una corrección simple a este problema consiste en medir varias veces la misma muestra, generando una *estadística*, como también procediendo a medir varias muestras del mismo material variando el espesor de éste. Otro punto por definir es verificar que el flujo incidente normalizado no variara demasiado con diferentes estadísticas. Sin embargo, al ser estas sugerencias fáciles de implementar, no invalidan el trabajo hecho en la presente memoria, sino por el contrario permiten extender el trabajo aportándole mayor confiabilidad a los resultados. Por ello, si bien se logró comprobar que la metodología propuesta es adecuada para medir densidad, no es posible aún cuantificar de forma definitiva la ventaja de esta metodología respecto a los métodos de medición tradicionales (sin utilizar coincidencia). Queda entonces mucho trabajo por desarrollar y continuar, contando con la ventaja de tener un equipo funcional y un modelo acabado que permite medir la densidad de distintos materiales.

Trabajo Futuro

Las primeras etapas de un posible trabajo futuro a desarrollar a partir de esta memoria caen en finalizar los detalles que han quedado sueltos, ya que una de las principales repercusiones de la metodología propuesta es que permitiría utilizar fuentes radiactivas de menor intensidad a las usadas en la actualidad por este tipo de equipos. Queda a futuro comprobar la veracidad de esta afirmación.

Por otro lado, una forma alternativa de corroborar la hipótesis expuesta consiste en calcular el error estadístico asociado a las mediciones de densidad realizadas con el método propuesto. Mediante este cálculo sería posible comprobar si la estadística requerida para mediciones con cierto error definido es menor que la estadística requerida para mediciones con un equipo tradicional.

Dada la importancia que podría tener responder estas interrogantes, se procedió a postular con este trabajo de memoria al “*Tercer Concurso CONICYT de Valoración de la Investigación en la Universidad*”, el cual tiene como objetivos específicos:

1. Impulsar a jóvenes universitarios para que desarrollen un espíritu que valore la ciencia y la tecnología y una capacidad de emprendimiento para transformar resultados de la investigación hacia fines productivos o sociales.
2. Apoyar a alumnos(as) universitarios(as) de pre o posgrado que materialicen en nuevos emprendimientos, negocios o empresas, conocimientos ya disponibles basados en investigaciones dirigidas, tesis, memorias o proyectos de titulación, en conjunto con sus profesores(as) guía, investigadores(as) asociados(as) y expertos en el desarrollo de negocios innovadores basados en ciencia.
3. Promover un modelo asociativo de emprendimiento para alumnos(as), y que con la ayuda de sus profesores(as) guía, investigadores(as) asociados(as), expertos en negocios innovadores y la universidad, tengan como objetivo la creación de nuevas empresas u oportunidades de negocio basadas en el nuevo conocimiento desarrollado en la universidad lideradas por los(as) alumnos(as).
4. Promover el compromiso de la universidad en la generación de un sistema de apoyo efectivo a alumnos(as), profesores(as) e investigadores(as) en los emprendimientos basados en la investigación.

La postulación a dicho fondo mediante el proyecto “Producción de densímetros nucleares para minería” fue exitosa, y actualmente se está trabajando en dar respuesta a las dudas surgidas durante el desarrollo de la presente memoria, como también, ver la posibilidad de realizar un prototipo piloto para mediciones dentro de un entorno industrial.

Bibliografía

- [1] Colaboradores de Wikipedia. Nuclear Density Gauge [en línea].Wikipedia, La enciclopedia libre, 2013 [fecha de consulta: 9 de julio del 2013]. Disponible en <http://en.wikipedia.org/wiki/nuclear_density_gauge>.
- [2] Johansen, Geir Anton; Jackson, Peter, “Chapter 1: Introduction”, Radioisotope Gauges for Industrial Process Measurements, John Wiley & sons ltd, 2004, p. 14-15.
- [3] Thereska, Jovan, *Consultant and Expert on Radioisotopes and Radiation Applications in industry and environment, International Atomic Energy Agency, Vienna, Austria.* , “Application of nuclear techniques in industry and environment and their impact on the economy of developed and developing countries”, Seminario, Departamento de Física de la Universidad de Varsovia, 1 de Marzo de 2007.
- [4] Wills, B.A., Napier-Munn, T.J., “Chapter 3: Metallurgical Accounting, Control and Simulation”, Mineral Processing Technology, Elsevier Science & Technology Books, 2006, p. 39.
- [5] Gobierno de Chile, Minería: Nuestra Gran Riqueza, Programa de Gobierno, 2009. Fecha de consulta: 10 de julio del 2013. Disponible en <<http://www.gob.cl/programa-de-gobierno/oportunidades/mineria/>>
- [6] Solminihac, Hernán, *Ministro de Minería*, “Desafíos de la minería en Chile: Una oportunidad de Crecimiento y Desarrollo”, 6° Seminario de Acercamiento Tecnológico: “Codelco Digital, Construyendo la Minería del Futuro” , Calama, 5

de julio de 2012.

- [7] Canfield, Murrat, *Gerente Técnico de Operaciones de Antofagasta Minerals*, “Etapas del proceso productivo de una mina”, “Curso de Minería para Periodistas 2012”, SONAMI, Santiago, 7 de Junio de 2012.
- [8] Davenport, W.G., “Chapter 1: Overview”, *Extractive Metallurgy of Copper*, 4th Edition, Elsevier Science, 2002, p. 1.
- [9] Bustos, Pablo, “Clase 07: Espesamiento y Floculación”, “Apuntes de Concentración de Minerales”, Departamento de Ingeniería Metalúrgica, Universidad de Santiago de Chile, 2011.
- [10] Pavez, Orlando, “Apuntes de Concentración de Minerales I”, Departamento de Metalurgia, Facultad de Ingeniería, Universidad de Atacama, p. 17-19.
- [11] Artsybashev, V.A., *Exploración Geofísica Nuclear*, Atomizdat, Moscú, 1972 (*original en ruso*).
- [12] Leo, W. R., “Chapter 2: Passage of Radiation Through Matter”, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to Approach*, Springer-Verlag, 1987, p. 57-58.
- [13] Kalyanaraman, Deepa, “Industrial flow meters/flow transmitters”, *Analog Applications Journal*, Texas Instruments, 2012.
- [14] Lipták, Béla G., “Chapter 6: Density Measurement”, *Instrument Engineers’ Handbook: Process Measurement and Analysis*, 4th Edition, CRC Press, 2003.
- [15] G. Nelson, D. Reilly “Gamma-Ray Interactions with Matter”, in *Passive Non-destructive Analysis of Nuclear Materials*, Los Alamos National Laboratory, NUREG/CR-5550, LA-UR-90-732 ,1991, pp. 27-42.

- [16] Pike, R. W., Wilkins, B. and Ward, H. C. (1965), Measurement of the void fraction in two-phase flow by x-ray attenuation. *AIChE J.*, 11: 794–800.
- [17] Xu, Jian, et al., Application of gamma-ray attenuation technology in density measurement of a slurry reactor, *Frontiers of Chemical Engineering in China* 04/2012; 4(4):486-490.
- [18] International Atomic Energy Agency, Technical Data on Nucleonic Gauges, IAEA-TECDOC-1459, IAEA, Vienna, 2005.
- [19] Tjugum, Stein-Arild, Mr. X-ray Based Densitometer for Multiphase Flow Measurement. Roxar Flow Measurement As, assignee. Patent US20120087467 A1. 12 Apr. 2012.
- [20] Radiation Protection, Australian Radiation Protection and Nuclear Safety Agency, Australian Government [fecha de consulta: 9 de julio del 2013]. Disponible en <<http://www.arpsa.gov.au/radiationprotection/basics/xrays.cfm>>.
- [21] Ionization Chamber, Encyclopedia, European Nuclear Society [fecha de consulta: 9 de julio del 2013]. Disponible en <<https://www.euronuclear.org/info/encyclopedia/i/ionizationchamber.htm>>.
- [22] Ahmed, Syed, “Chapter 6: Scintillator Detectors and Photodetectors”, *Physics and Engineering of Radiation Detection*, 1st Edition, Elsevier Academic Press, 2007.
- [23] Ahmed, Syed, “Chapter 2: Interaction of Radiation with Matter”, *Physics and Engineering of Radiation Detection*, 1st Edition, Elsevier Academic Press, 2007.
- [24] Ahmed, Syed, “Chapter 3: Gas Filled Detectors”, *Physics and Engineering of Radiation Detection*, 1st Edition, Elsevier Academic Press, 2007.
- [25] Gilmore, Gordon, “Chapter 10: Scintillation Spectrometry”, *Practical Gamma-Ray Spectrometry*, 2nd Edition, John Wiley & Sons Ltd, 2008.
- [26] Knoll, Glenn F., *Radiation Detection and Measurement*, 2nd Edition, Chapter 2
- [27] T.D. Steiger et al., Development of intense, long-lived positron sources, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 299 (1990), pp. 255-260.

- [28] R. D. Evan, Atomic Nucleus (McGraw-Hill New York, 1955), Chaps 23 – 25.
- [29] L.D. Landau, E.M. Lifshitz, Mechanics, Volume 1 of Course of Theoretical Physics, Third Edition, Butterworth Heinemann, Elsevier, 1976.
- [30] Guzmán Bahamonde, Gabriela Catalina, Diseño de Estrategias de Control para Espesadores, Tesis Ingeniero Civil Electrónico, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción, Concepción, 2009, p. 74.
- [31] Norambuena Valdebenito, Fabiola, Análisis de estrategia operacional en flotación columnar planta Las Tórtolas, División Los Bronces Anglo American, Tesis Ingeniero Civil en Metalurgia Extractiva, Escuela de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, 2011.
- [32] Wills, B.A., Napier-Munn, T.J., “Chapter 7: Grinding mills”, Mineral Processing Technology, Elsevier Science & Technology Books, 2006, p. 177.
- [33] Tintori, Carlo, *Chief Technical Officer of CAEN S.p.A.*, “Digital Pulse Processing for Physics Applications”, “Digital Pulse Processing Workshop”, Paul Scherrer Institute, Villigen, Suiza, 15 de Marzo de 2011.
- [34] AUTOR: SOTO SANDOVAL, ORLANDO JAVIER, SALINAS, MANUEL ANTONIO (COMISIÓN DE TESIS), PROF. GUÍA, KULESHOV, SERGEY (COMISIÓN DE TESIS), *Tesis: Desarrollo de una metodología estadística de análisis de características operacionales de sensores fotónicos MPPC Array*, Departamento de Electrónica. Valparaíso: UTFSM, 2013.
- [35] ORLANDO SOTO, RIMSKY ROJAS, SERGEY KULESHOV, HAYK HAKOBYAN, ALAM TORO, WILLIAM K. BROOKS, RENE RIOS, *Novel Hamamatsu Multi Pixel Photon Counter (MPPC) Array Studies for the GlueX Experiment: New Results*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, Volumen 739, págs. 89 a 97, 1 de Marzo de 2014.
- [36] Colaboradores de Wikilibros. Efecto Fotoeléctrico [en línea]. Wikilibros, Libros libres para un mundo libre, 2013 [fecha de consulta: 9 de julio del 2013]. Disponible en <https://es.wikibooks.org/wiki/Física/Física_moderna/Efecto_fotoeléctrico>.

- [37] Colaboradores de Wikipedia. Compton scattering [en línea].Wikipedia, La enciclopedia libre, 2013 [fecha de consulta: 9 de julio del 2013]. Disponible en <http://en.wikipedia.org/wiki/Compton_scattering>.

- [38] YES I Can! Science, York University, Canada. K-12 Science Database of Educational Resources for Science Teachers. [fecha de consulta: 9 de julio del 2013]. Disponible en <http://resources.yesican-science.ca/trek/radiation/final/trans_em_hit4.html>.

- [39] Colaboradores de Wikipedia. Tabla periódica de los elementos [en línea]. Wikipedia, La enciclopedia libre, 2013 [fecha de consulta: 9 de julio del 2013]. Disponible en <http://es.wikipedia.org/wiki/Tabla_peri%C3%B3dica_de_los_elementos>.

- [40] Lutgens, Frederick K. and Tarbuck, Edward J., Essentials of Geology, 7th Ed., Capítulo 2, Prentice Hall, 2000.

- [41] Tittman, J. and Wahl, J. (1965). “The Physical Foundations of Formation Density Logging (Gamma-Gamma).”, Geophysics, Vol. 30(2), p. 284-294.

- [42] R. D. Evan, Atomic Nucleus (McGraw-Hill New York, 1955), Capítulos 23 - 25.

- [43] T.D. Steiger et al., Development of intense, long-lived positron sources, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A299 (1990), pp. 255-260.

- [44] Saint-Gobain Crystals, Scintillation Products, Technical Note, “Brilliance Scintillators Performance Summary”, Revision: January, 2009.

- [45] Y. Yoshizawa et al., The study of Countrate Stability of Photomultiplier Tube with Different types of Voltage Dividers, IEEE Trans. Nucl. Sci., 3, 43, (1996), 1656-1660.

- [46] Photomultiplier Tubes: Basics and Applications (Second Edition), Hamamatsu Photonics, Hamamatsu City, Japan, (1999).

- [47] Brun, R. & Rademakers, F. (1997), ‘ROOT – An object oriented data analysis framework’, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 389 (1-2) , 81–86 .

Apéndice A

Códigos utilizados

A continuación se presentan los códigos utilizados en el intérprete de ROOT para el análisis de los datos.

A.1. Calibración de la distancia adecuada

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <string>
#include <TH1F.h>
#include <math.h>
TFile * rootfile;
Double_t histshape(char *file_list){
    rootfile = new TFile("shape.root","update");
    ifstream distance_list(file_list);

    char distance_file[300];
    TSpectrum *distancePMT1 = new TSpectrum(10);
    TSpectrum *distancePMT2 = new TSpectrum(10);

    TNtuple *distance = new TNtuple("distance","Distance_QDC_data","PMT1:PMT2");

    while(distance_list>>distance_file){

        distance->ReadFile(distance_file);

    }
    distance_list.close();

    new TCanvas("c1","PMT1_Charge_Distribution");

    distance->Draw("PMT1>>histo1(1200,0,1200)");
    //Dibujo la columna PMT1 del TNtuple como un Histograma
    TH1F* histo1 = (TH1F *)gROOT->FindObject("histo1");
    // Busco el objeto y asigno un puntero para el histograma recién dibujado

    new TCanvas("c2","PMT2_Charge_Distribution");
    distance->Draw("PMT2>>histo2(1200,0,1200)");
    //Dibujo la columna PMT1 del TNtuple como un Histograma
    TH1F* histo2 = (TH1F *)gROOT->FindObject("histo2");
    // Busco el objeto y asigno un puntero para el histograma recién dibujado

    TCanvas *canvas1 = new TCanvas("canvas1","Histogramas");
    canvas1->Divide(2,1);
    canvas1->cd(1);

    distance->Draw("PMT1>>histo3(1200,0,1200)");
```

```

//Dibujo la columna PMT1 del TNtuple como un Histograma
TH1F* histo3 = (TH1F *)gROOT->FindObject("histo3");
// Busco el objeto y asigno un puntero para el histograma recién dibujado
Int_t npeaks = distancePMT1->Search(histo3,3,"",0.03);
// Al objeto de clase TSpectrum le hago buscar peaks en el histograma apuntado por el puntero h
Double_t distance_pmt1=histo3->Integral(781,881);

//Finding peaks and fitting gaussians
Float_t *peaks = distancePMT1->GetPositionX();
// Obtengo las posiciones de los peaks, guardadas en un arreglo de mayor a menor en amplitud
Float_t *peaksY= distancePMT1->GetPositionY();
Double_t sigma = 100;
// establezco un sigma para el fitting

if(npeaks > 1)
    std::cout<<"Se encontraron los peaks del PMT1, donde peaks[1] es " \
    <<peaks[1]<<" y peaks[2] es " <<peaks[2]<<std::endl;
else
{
    std::cout<<"Se encontraron menos de 2 peaks" <<std::endl;
    return 1;
}

TF1 *func = new TF1("func","gaus(0)+pol1(3)",peaks[1]-sigma,peaks[1]+sigma);
//hago un fit de la gaussiana, con el primer parametro de nombre 0
func->SetLineColor(kRed);
func->SetParameters(peaksY[1],peaks[1],sigma/2,50,-0.1);
//parametros iniciales
func->SetParLimits(0,0,3000);
func->SetParLimits(1,peaks[1]-sigma,peaks[1]+sigma);
func->SetParLimits(2,0,2*sigma);
func->SetParLimits(3,0,500); //constante polinomio b
func->SetParLimits(4,-1,0); //pendiente m

histo3->Fit("func","RB+");
// El "+" agrega la funcion a la lista de funciones del histograma y el "B" es para considerar
// los limites.
Double_t sig = func->GetParameter(2);
// asigno a sig el valor del sigma encontrado por el fitting

canvas1->cd(2);

distance->Draw("PMT2>>histo4(1200,0,1200)",Form("(PMT< 781-0.5*%f)&&(PMT< 781+0.5*%f)" \
,peaks[1],sig,peaks[1],sig));
// establezco la condicion para generar el segundo histograma
TH1F* histo4 = (TH1F *)gROOT->FindObject("histo4");
// Asigno el puntero al histograma dibujado
Int_t inf_limit=(Int_t)(ceil(peaks[1]-0.5*sig));
Int_t sup_limit=(Int_t)(floor(peaks[1]+0.5*sig));
Double_t events_pmt1_peak=histo1->Integral(inf_limit,sup_limit);
npeaks = distancePMT2->Search(histo4,3,"",0.03);
// Al objeto de clase TSpectrum le hago buscar peaks en el histograma apuntado por el puntero h
Float_t *peaks2 = distancePMT2->GetPositionX();
Int_t inf_limit_ped=(Int_t)(ceil(1));
Int_t sup_limit_ped=(Int_t)(floor(peaks2[0]+10));
Double_t pedestal_pmt2=histo4->Integral(inf_limit_ped,sup_limit_ped);
Double_t entries=histo4->GetEntries();

Double_t distance_pmt2=histo4->Integral(681,781);

new TCanvas("c3","PMT2_Charge_Distribution_with_Limits");
distance->Draw("PMT2>>histo5(100,681,781)", \
Form("(PMT< 781-0.5*%f)&&(PMT< 781+0.5*%f)&&((PMT2>681)&&(PMT2<781))",peaks[1],sig,peaks[1],sig));
TH1F* histo5 = (TH1F *)gROOT->FindObject("histo5"); // Asigno el puntero al histograma dibujado
std::cout<<"***** events_on_Histograms*****"<<std::endl;
printf("Counts_on_Fitted_Peak_of_PMT1: %.0f\n",events_pmt1_peak);
printf("Counts_of_Histogram_of_PMT2_data_when_PMT1_was_on_peak: %.0f\n",entries);
printf("Pedestal_Events_on_PMT2_when_PMT1_was_on_peak: %.0f\n",pedestal_pmt2);
std::cout<<"***** AIR_PMT1_&PMT2*****"<<std::endl;
printf("Probability_of_events_on_peak_PMT1: %.5f\n",events_pmt1_peak/(histo1->GetEntries()));
// printf("Counts PMT1 780-880 %.0f\n",distance_pmt1);
printf("probability_of_events_in_photopeak_pmt2: %.8f\n", \
(float)(((float)distance_pmt2)/((float)(entries))));
printf("Probability_of_having_peak_in_PMT1_AND_PMT2: %.8f\n", \
(float)(((float)distance_pmt2)/((float)(entries))*events_pmt1_peak/(histo1->GetEntries()));

```



```

TH1F* histo1;
TH1F* histo2;
canvas1->Divide(2,2);

//Creating Ntuples to save data from CAMAC
TNtuple *lead = new TNtuple("lead","Lead_QDC_data","PMT1:PMT2");
TNtuple *air = new TNtuple("air","Air_QDC_data","PMT1:PMT2");
TNtuple *plastic = new TNtuple("plastic","Plastic_QDC_data","PMT1:PMT2");
TNtuple *alum = new TNtuple("alum","Aluminium_QDC_data","PMT1:PMT2");

//aquí leia los multiples archivos de una sola vez, leyendolos de la lista
//y almacenandolos en tuplas
while(air_list>>air_file){
    air->ReadFile(air_file);
}

while(lead_list>>lead_file){
    lead->ReadFile(lead_file);
}

while(plastic_list>>plastic_file){
    plastic->ReadFile(plastic_file);
}

while(alum_list>>alum_file){
    alum->ReadFile(alum_file);
}

alum_list.close();
plastic_list.close();
lead_list.close();
air_list.close();

//creo el primer canvas, para leer los datos de la tupla como un histograma
canvas1->cd(1);
lead->Draw("PMT1>>hist(1200,0,1200)");
//Dibuja la columna PMT1 del TNtuple como un Histograma
TH1F* h;
h = (TH1F *)gROOT->FindObject("hist");
// Busco el objeto y asigno un puntero para el histograma recién dibujado
Int_t npeaks = leadPMT1->Search(h,3);
// Al objeto de clase TSpectrum le hago buscar peaks en el histograma apuntado por el puntero h
Double_t pb_pmt1=h->Integral(781,881);

//Finding peaks and fitting gaussians
Float_t *peaks = leadPMT1->GetPositionX();
// Obtengo las posiciones de los peaks, guardadas en un arreglo de mayor a menor en amplitud
Float_t *peaksY= leadPMT1->GetPositionY();
Double_t sigma = 100;
// establezco un sigma para el fitting

if(npeaks > 1)
    std::cout<<"Se encontraron los peaks del PMT1 del plomo, donde peaks[0] es " \
    <<peaks[0]<<"y peaks[1] es " <<peaks[1]<<std::endl;
else
{
    std::cout<<"Se encontraron menos de 2 peaks en el plomo"<<std::endl;
    return 1;
}

TF1 *func = new TF1("func","gaus(0)+pol1(3)",peaks[1]-sigma,peaks[1]+sigma);
//hago un fit de la gaussiana, con el primer parametro de nombre 0
func->SetLineColor(kRed);
func->SetParameters(peaksY[1],peaks[1],sigma/2,50,-0.1); //parametros iniciales
func->SetParLimits(0,0,3000);
func->SetParLimits(1,peaks[1]-sigma,peaks[1]+sigma);
func->SetParLimits(2,0,2*sigma);
func->SetParLimits(3,0,200); //constante polinomio b
func->SetParLimits(4,-1,0); //pendiente m

h->Fit("func","RB+");
// El "+" agrega la funcion a la lista de funciones del histograma y el "B" es para considerar los limites.
Double_t sig = func->GetParameter(2);
// asigno a sig el valor del sigma encontrado por el fitting

canvas1->cd(2);
TH1F* h1; // creo un puntero para el histograma del PMT2
lead->Draw("PMT2>>hist1(1200,0,1200)",Form("(PMT> %3*%f)&&(PMT< %3*%f)",peaks[1],sig,peaks[1],sig));

```

```

// establezco la condicion para generar el segundo histograma
lead->Draw("PMT2>>histo1(100,681,781)",Form("(PMT> %f)&&(PMT< %f)&&_\\
-----((PMT>681)&&(PMT<781))",peaks[1],sig,peaks[1],sig));
histo1 = (TH1F *)gROOT->FindObject("histo1"); // Asigno el puntero al histograma dibujado

h1 = (TH1F *)gROOT->FindObject("hist1"); // Asigno el puntero al histograma dibujado
npeaks = leadPMT2->Search(h1,3);
// Al objeto de clase TSpectrum le hago buscar peaks en el histograma apuntado por el puntero h
//comenzamos a trabajar con los datos del air
canvas1->cd(3);
Double_t pb_pmt2=h1->Integral(681,781);

TH1F* h2;
air->Draw("PMT1>>hist2(1200,0,1200)");
h2 = (TH1F *)gROOT->FindObject("hist2");
npeaks = airPMT1->Search(h2,3); // buscamos los peaks del histograma del PMT1 para air
Double_t air_pmt1=h2->Integral(781,881);
//Finding peaks and fitting gaussians

peaks = airPMT1->GetPositionX(); //obtengo las posiciones de los peaks
peaksY= airPMT1->GetPositionY();
if(npeaks > 1)
    std::cout<<"Se encontraron los peaks del PMT1 del air, donde peaks[0] es << peaks[0]<< \
    "y peaks[1] es << peaks[1]<< std::endl;
else
{
    std::cout<<"Se encontraron menos de 2 peaks en el air"<< std::endl;
    return 1;
}
sigma = 100;

TF1 *func1 = new TF1("func1","gaus(0)+_pol1(3)",peaks[1]-sigma,peaks[1]+sigma);
//hago un fit de la gaussiana, con el primer parametro de nombre 0
func1->SetLineColor(kRed);
func1->SetParameters(peaksY[1],peaks[1],sigma/2,50,-0.1);
func1->SetParLimits(0,0,3000);
func1->SetParLimits(1,peaks[1]-sigma,peaks[1]+sigma);
func1->SetParLimits(2,0,2*sigma);
func1->SetParLimits(3,0,200);
func1->SetParLimits(4,-1,0);
h2->Fit("func1","RB+");
// El "+" agrega la funcion a la lista de funciones del histograma y el "B" es para considerar los limites.

sig = func1->GetParameter(2);
canvas1->cd(4);

TH1F* h3;
air->Draw("PMT2>>hist3(1200,0,1200)",Form("(PMT> %f)&&(PMT< %f)",peaks[1],sig,peaks[1],sig));
h3 = (TH1F *)gROOT->FindObject("hist3");
air->Draw("PMT2>>histo2(100,681,781)",Form("(PMT> %f)&&(PMT< %f)&&_\\
-----&&(PMT>681)&&(PMT<781))",peaks[1],sig,peaks[1],sig));
histo2 = (TH1F *)gROOT->FindObject("histo2"); // Asigno el puntero al histograma dibujado

Double_t air_pmt2=h3->Integral(681,781);
npeaks = airPMT2->Search(h3,3);
// Al objeto de clase TSpectrum le hago buscar peaks en el histograma apuntado por el puntero h

TCanvas *canvas2 = new TCanvas("canvas2","Histogramas");
histo1->Draw();
TCanvas *canvas3 = new TCanvas("canvas3","Histogramas");
histo2->Draw();

// Comienzo a buscar datos del Plastico
TCanvas *canvas4 = new TCanvas("canvas4","Histogramas");
canvas4->Divide(2,1);
canvas4->cd(1);

plastic->Draw("PMT1>>hist4(1200,0,1200)"); //Dibujo la columna PMT1 del TNtuple como un Histograma
TH1F* h4;
h4 = (TH1F *)gROOT->FindObject("hist4");
// Busco el objeto y asigno un puntero para el histograma recién dibujado
npeaks = plasticPMT1->Search(h4,3);
// Al objeto de clase TSpectrum le hago buscar peaks en el histograma apuntado por el puntero h
Double_t plastic_pmt1=h4->Integral(781,881);

//Finding peaks and fitting gaussians
peaks = plasticPMT1->GetPositionX();

```

```

// Obtengo las posiciones de los peaks, guardadas en un arreglo de mayor a menor en amplitud
peaksY= plasticPMT1->GetPositionY();
sigma = 100;
// establezco un sigma para el fitting

if(npeaks > 1)
    std::cout<<"Se encontraron los peaks del PMT1 del plastico , donde peaks[0] es " \
    <<peaks[0]<<"y peaks[1] es " <<peaks[1]<<std::endl;
else
{
    std::cout<<"Se encontraron menos de 2 peaks en el plastico" <<std::endl;
    return 1;
}

TF1 *func2 = new TF1("func2","gaus(0)+pol1(3)",peaks[1]-sigma,peaks[1]+sigma);
//hago un fit de la gaussiana, con el primer parametro de nombre 0
func2->SetLineColor(kRed);
func2->SetParameters(peaksY[1],peaks[1],sigma/2,50,-0.1); //parametros iniciales
func2->SetParLimits(0,0,3000);
func2->SetParLimits(1,peaks[1]-sigma,peaks[1]+sigma);
func2->SetParLimits(2,0,2*sigma);
func2->SetParLimits(3,0,200); //constante polinomio b
func2->SetParLimits(4,-1,0); //pendiente m

h4->Fit("func2","RB+");
// El "+" agrega la funcion a la lista de funciones del histograma y el "B" es para considerar los limites.
sig = func2->GetParameter(2); // asigno a sig el valor del sigma encontrado por el fitting

canvas4->cd(2);
TH1F* h5; // creo un puntero para el histograma del PMT2
plastic->Draw("PMT2>>hist5(1200,0,1200)",Form("(PMT> %f)&&(PMT< %f)",peaks[1],sig,peaks[1],sig));
// establezco la condicion para generar el segundo histograma
plastic->Draw("PMT2>>histo3(100,681,781)",Form("((PMT> %f)&&(PMT< %f)) \
-----&&((PMT2>681)&&(PMT2<781))",peaks[1],sig,peaks[1],sig));
TH1F* histo3 = (TH1F *)gROOT->FindObject("histo3"); // Asigno el puntero al histograma dibujado

h5 = (TH1F *)gROOT->FindObject("hist5"); // Asigno el puntero al histograma dibujado
npeaks = plasticPMT2->Search(h5,3);
// Al objeto de clase TSpectrum le hago buscar peaks en el histograma apuntado por el puntero h
//comenzamos a trabajar con los datos del air

Double_t plastic_pmt2=h5->Integral(681,781);
TCanvas *canvas5 = new TCanvas("canvas5","Histogramas");
histo3->Draw();

// Comienzo a buscar datos del Aluminio
TCanvas *canvas6 = new TCanvas("canvas6","Histogramas");
canvas6->Divide(2,1);
canvas6->cd(1);

alum->Draw("PMT1>>hist6(1200,0,1200)"); //Dibujo la columna PMT1 del TNtuple como un Histograma
TH1F* h6;
h6 = (TH1F *)gROOT->FindObject("hist6");
// Busco el objeto y asigno un puntero para el histograma recién dibujado
npeaks = alumPMT1->Search(h6,3);
// Al objeto de clase TSpectrum le hago buscar peaks en el histograma apuntado por el puntero h
Double_t alum_pmt1=h6->Integral(781,881);

//Finding peaks and fitting gaussians
peaks = alumPMT1->GetPositionX();
// Obtengo las posiciones de los peaks, guardadas en un arreglo de mayor a menor en amplitud
peaksY= alumPMT1->GetPositionY();
sigma = 100; // establezco un sigma para el fitting

if(npeaks > 1)
    std::cout<<"Se encontraron los peaks del PMT1 del aluminio , donde peaks[0] es " \
    <<peaks[0]<<"y peaks[1] es " <<peaks[1]<<std::endl;
else
{
    std::cout<<"Se encontraron menos de 2 peaks en el aluminio" <<std::endl;
    return 1;
}

TF1 *func3 = new TF1("func3","gaus(0)+pol1(3)",peaks[1]-sigma,peaks[1]+sigma);
//hago un fit de la gaussiana, con el primer parametro de nombre 0
func3->SetLineColor(kRed);
func3->SetParameters(peaksY[1],peaks[1],sigma/2,50,-0.1); //parametros iniciales
func3->SetParLimits(0,0,3000);

```

```

func3->SetParLimits(1, peaks[1]-sigma, peaks[1]+sigma);
func3->SetParLimits(2, 0, 2*sigma);
func3->SetParLimits(3, 0, 200); //constante polinomio b
func3->SetParLimits(4, -1, 0); //pendiente m

h6->Fit("func3", "RB+");
// El "+" agrega la funcion a la lista de funciones del histograma y el "B" es para considerar los limites.
sig = func3->GetParameter(2); // asigno a sig el valor del sigma encontrado por el fitting

canvas6->cd(2);
TH1F* h7: // creo un puntero para el histograma del PMT2
alum->Draw("PMT2>>hist7(1200,0,1200)", Form("(PMT> %f)&&(PMT< %f+3*%f)" \
, peaks[1], sig, peaks[1], sig)); // establezco la condicion para generar el segundo histograma
plastic->Draw("PMT2>>histo4(100,681,781)", Form("(PMT> %f)&&(PMT< %f+3*%f)&&(PMT< %f+3*%f)&&((PMT2>681)&&(PMT2<781))", peaks[1], sig, peaks[1], sig));
TH1F* histo4 = (TH1F *)gROOT->FindObject("histo4"); // Asigno el puntero al histograma dibujado

h7 = (TH1F *)gROOT->FindObject("hist7"); // Asigno el puntero al histograma dibujado
npeaks = alumPMT2->Search(h7, 3);
// Al objeto de clase TSpectrum le hago buscar peaks en el histograma apuntado por el puntero h
//comenzamos a trabajar con los datos del air

Double_t alum_pmt2=h7->Integral(681,781);
TCanvas *canvas7 = new TCanvas("canvas7", "Histogramas");

histo4->Draw();
// Calculating Required Amounts

Double_t I0=air_pmt2/air_pmt1;
Double_t mu_pb=(log((I0/(pb_pmt2/pb_pmt1))))/1;
Double_t mu_alum=(log((I0/(alum_pmt2/alum_pmt1))))/1.6;
Double_t mu_plastic=(log((I0/(plastic_pmt2/plastic_pmt1))))/1;

std::cout<<"***** air_PMT1_&PMT2*****"<<std::endl;
printf("Counts_PMT1_780-880_%.0f\n", air_pmt1);
printf("Counts_PMT2_680-780_%.0f\n", air_pmt2);
printf("Normalized_Incoming_Photons_I0=%.4f\n", air_pmt2/air_pmt1);

std::cout<<"*****LEAD_PMT1_&PMT2*****"<<std::endl;
std::cout<<"*****LEAD_PMT1_&PMT2*****"<<std::endl;
printf("Counts_PMT1_780-880_%.0f\n", pb_pmt1);
printf("Counts_PMT2_680-780_%.0f\n", pb_pmt2);

Double_t ratio_pb=(82/207.2);

printf("10_mm_of_Lead, ln(%.4f/%.4f)/1_cm=%.3f\n", I0, pb_pmt2/pb_pmt1, mu_pb);
printf("Density_of_Lead=:11.34_[gr/cm^3]\n");

std::cout<<"*****Plastic_PMT1_&PMT2*****"<<std::endl;
std::cout<<"*****Plastic_PMT1_&PMT2*****"<<std::endl;
printf("Counts_PMT1_780-880_%.0f\n", plastic_pmt1);
printf("Counts_PMT2_680-780_%.0f\n", plastic_pmt2);

printf("10_mm_of_Plastic, ln(%.4f/%.4f)/1_cm=%.3f\n", I0, plastic_pmt2/plastic_pmt1, mu_plastic);
Double_t ratio_plastic=0.5377;
Double_t plastic_dens=2.79*((mu_plastic)/(mu_alum));
Double_t plastic_dens2=2.79*((mu_plastic*ratio_alum)/(mu_alum*ratio_plastic));
//Double_t plastic_dens2=11.34*((mu_plastic*ratio_pb)/(mu_alum*ratio_plastic));

printf("Density_of_Plastic, in_terms_of_Duralum=:%.4f\n", plastic_dens);
printf("Density_of_Plastic, in_terms_of_Duralum, with_ratio_correction=:%.4f\n", plastic_dens2);
// printf("Density of Plastic, in terms of Lead = %.4f\n", plastic_dens2);
printf("Nominal_Density_of_Plastic=:1.05\n");

std::cout<<"*****Aluminium_PMT1_&PMT2*****"<<std::endl;
std::cout<<"*****Aluminium_PMT1_&PMT2*****"<<std::endl;
printf("Counts_PMT1_780-880_%.0f\n", alum_pmt1);
printf("Counts_PMT2_680-780_%.0f\n", alum_pmt2);

printf("16_mm_of_Duraluminium, ln(%.4f/%.4f)/1.6_cm=%.3f\n", I0, alum_pmt2/alum_pmt1, mu_alum);
Double_t ratio_alum=0.4807;
Double_t alum_dens=1.05*((mu_alum)/(mu_plastic));
Double_t alum_dens2=1.05*((mu_alum*ratio_plastic)/(mu_plastic*ratio_alum));

printf("Density_of_Duralum, in_terms_of_Plastic=:%.4f\n", alum_dens);
printf("Density_of_Duralum, in_terms_of_Plastic, with_ratio_correction=:%.4f\n", alum_dens2);
printf("Nominal_Density_of_Duralum=:2.79\n");

std::cout<<"*****"<<std::endl;
return 0;
}

```