

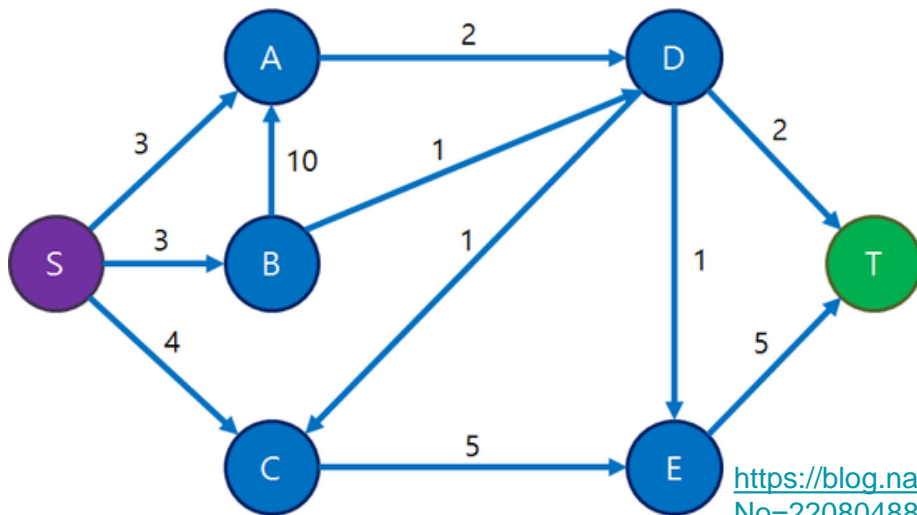
알고리즘

Network flow, Topological sorting

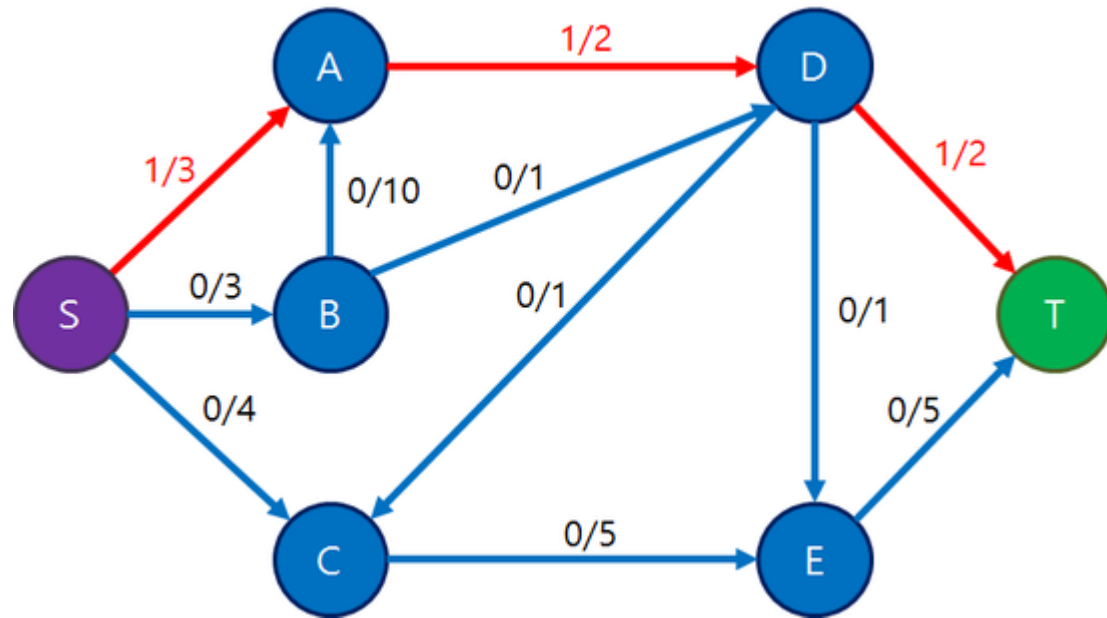
이영석

Network Flow

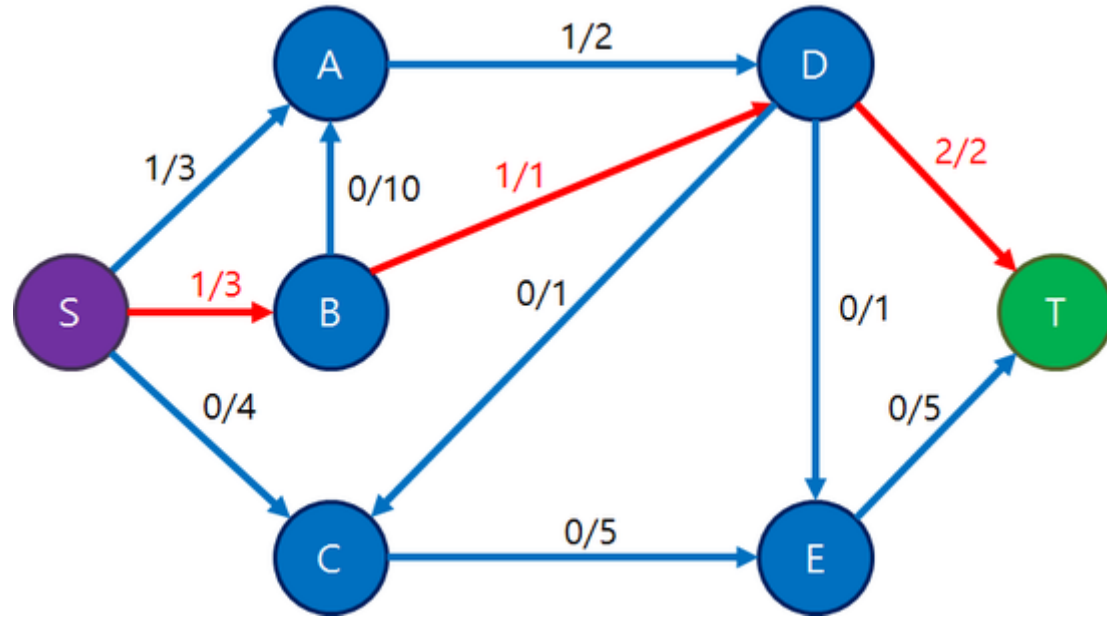
- 문제
 - 그래프의 링크 비용은 용량(capacity)으로 주어짐!
 - 출발지(source) -> 목적지(sink)로 보내는 **최대** 흐름(물, 교통량, ...)을 찾아라!
- 예



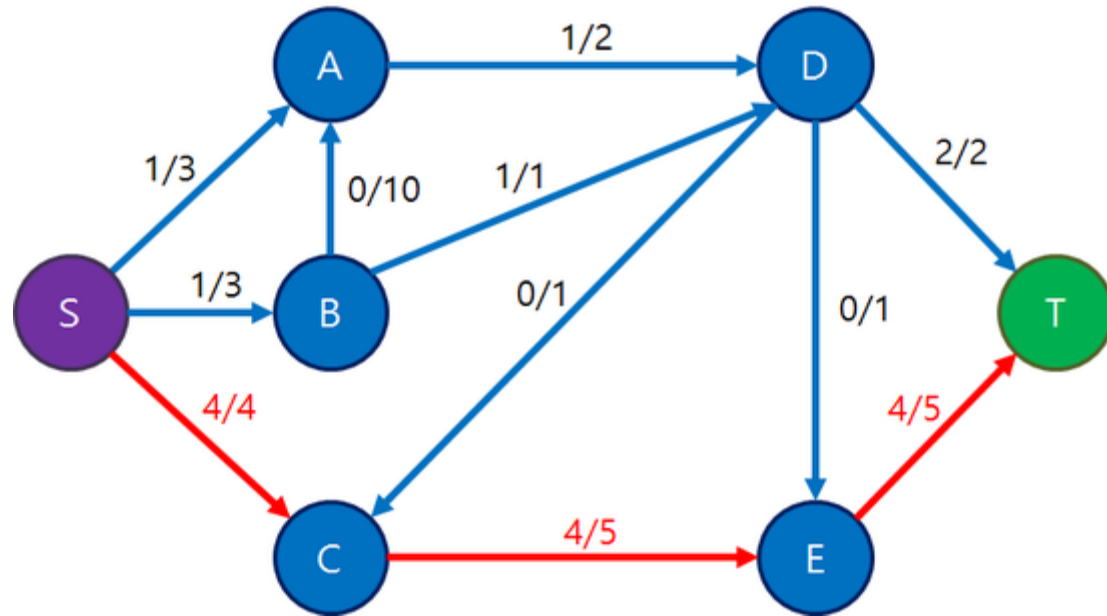
$S \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow T: 1$



$S \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow T : 1$



$S \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow T: 4$



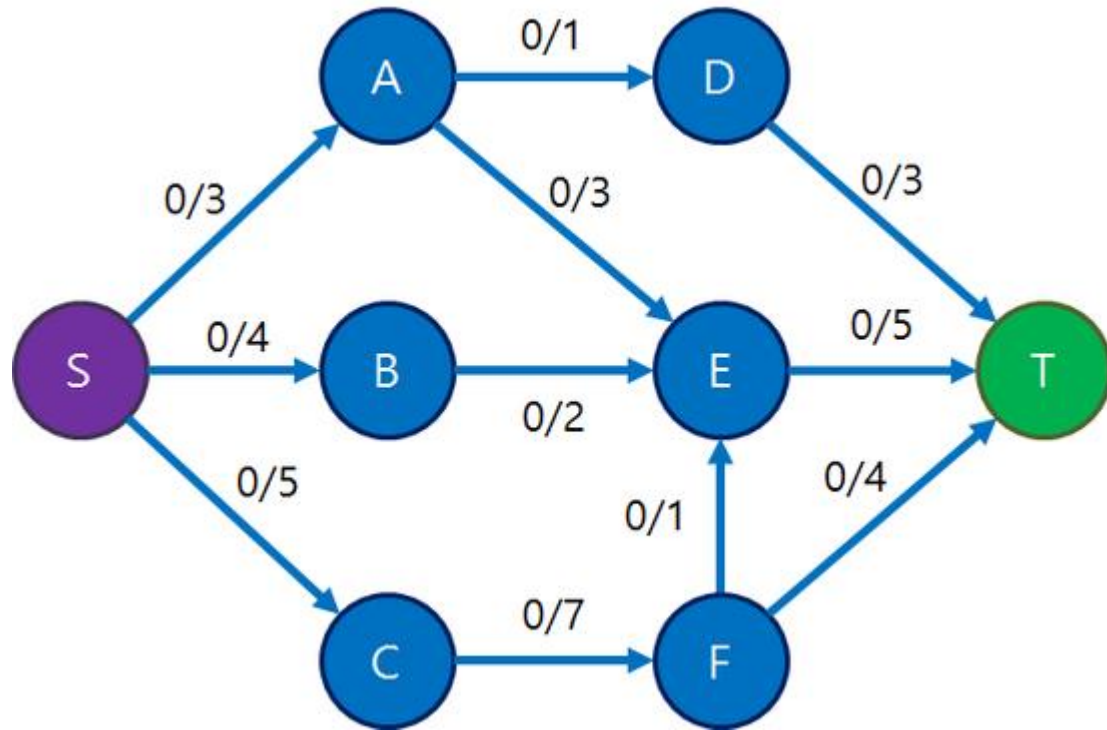
Ford-Fulkerson Algorithm

- 개요

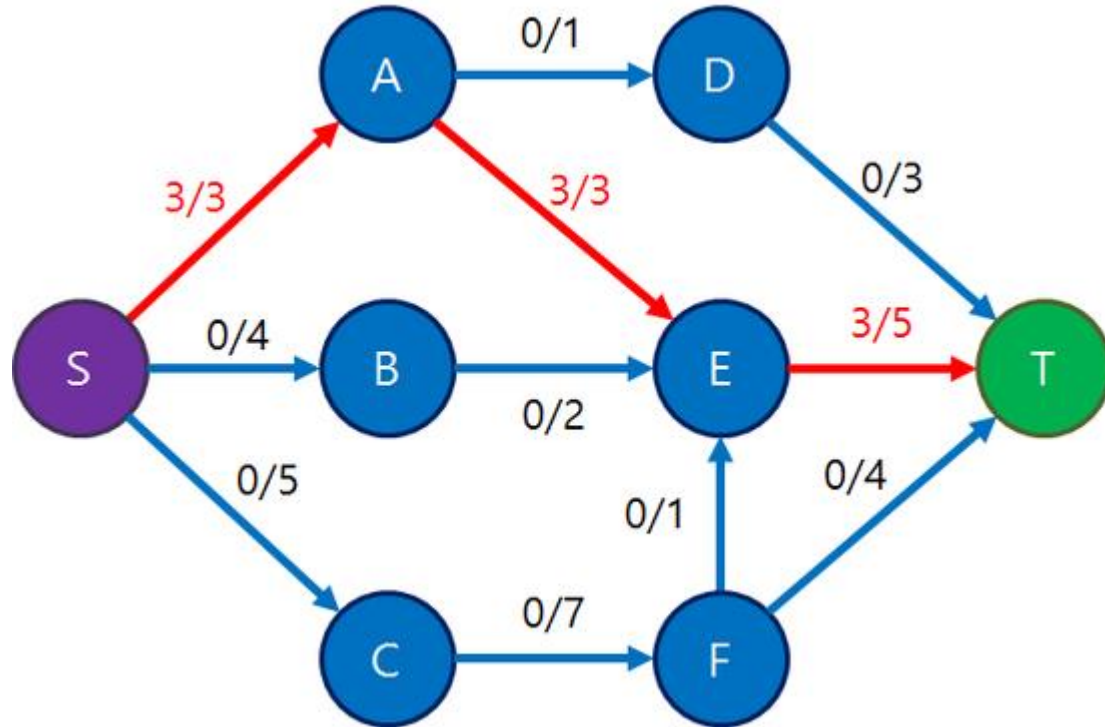
- a. $s \rightarrow t$ 경로 중 아무거나. 여유 용량이 있는 증가경로 (augmenting path)
 - DFS
- b. $s \rightarrow t$ 경로의 링크 용량중 최소값(bottleneck edge), F
- c. $s \rightarrow t$ 경로에서 F 값만큼 전송함
 - 경로 상 모든 간선 (u, v) 에 대해서 $f(u, v) += F$
 - 역방향으로 음의 유량을 흘려보내기 $f(v, u) -= F$
- d. 증가 경로가 없을 때까지 반복

- 복잡도

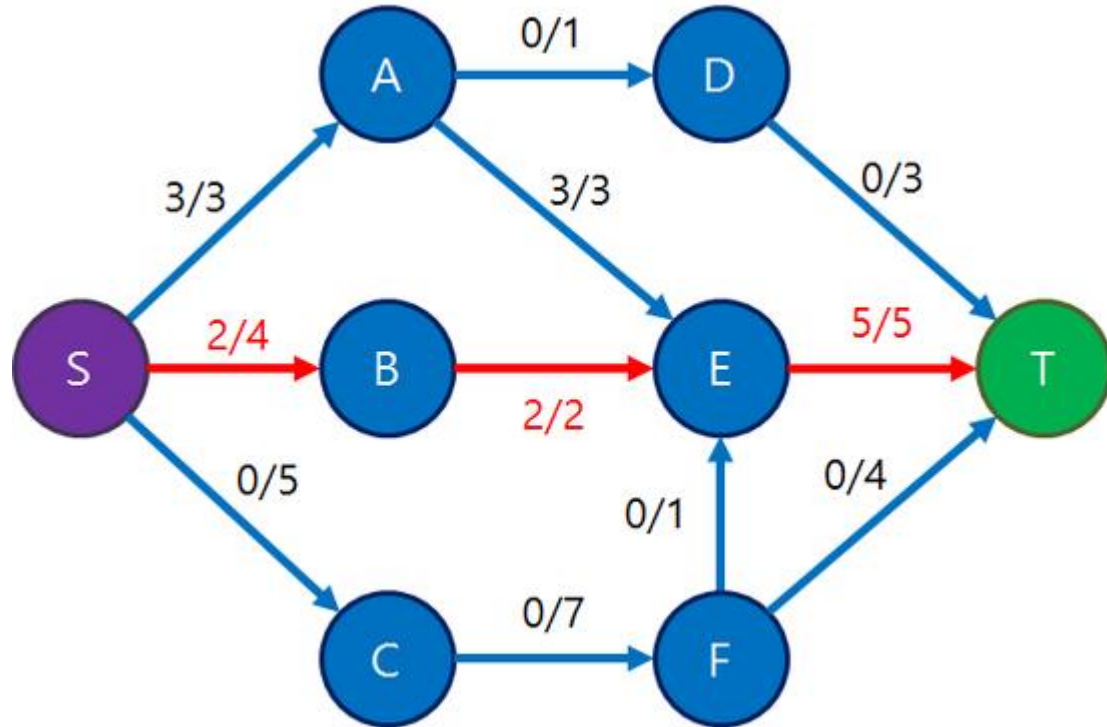
- a. $O((V + E) * F) = O(E * F)$
- b. 복잡도를 $O(V * E^2)$ or $O(E * F)$ 중 작은 값으로 줄이는 방법
 - DFS



$S \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow T : 3$



$S \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow T: 2$

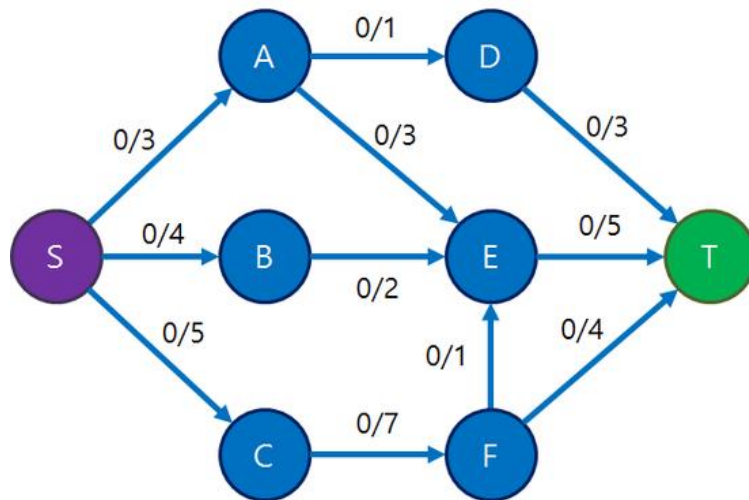
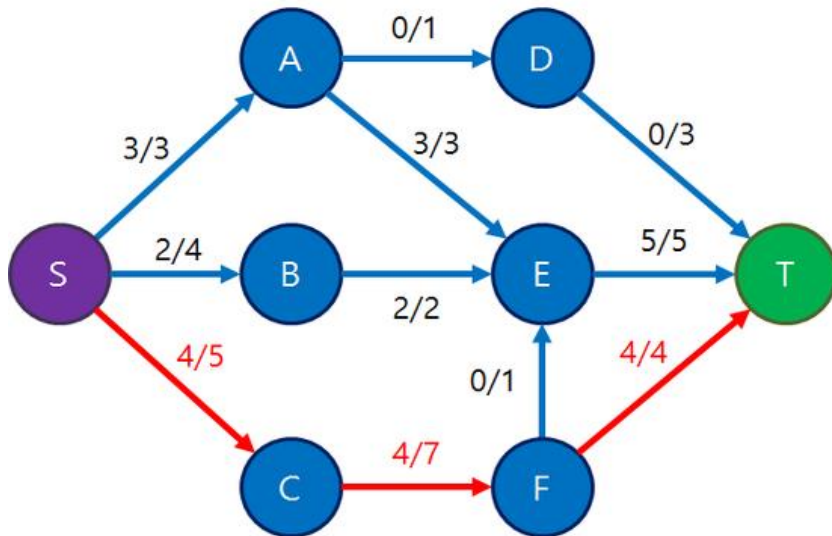
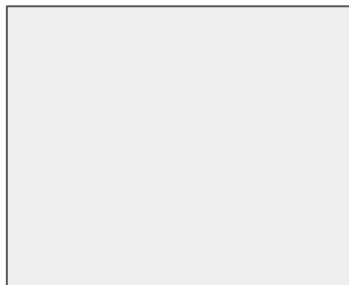


$S \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow T: 4$

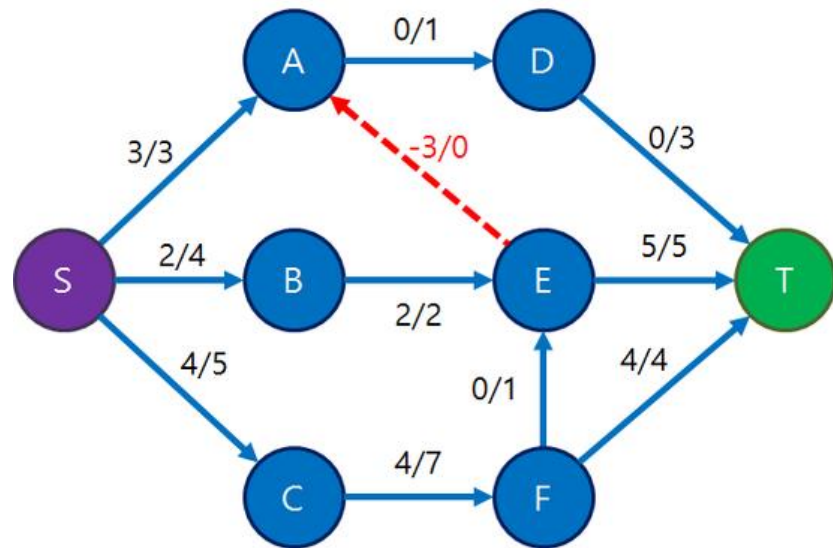
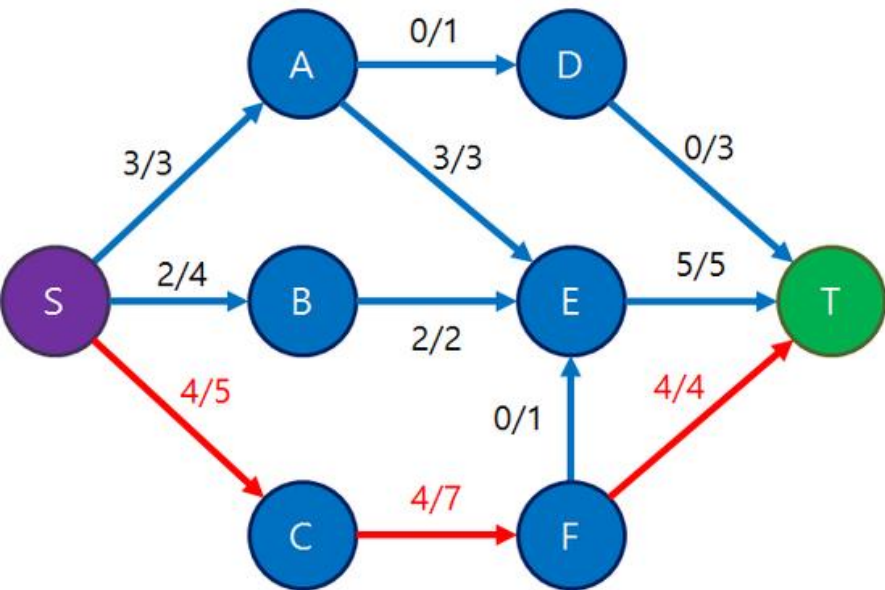
- $3+2+4 = 9$ 최대값일까?

- S-A-E-T: 3
- S-B-E-T: 2
- S-C-F-T: 4

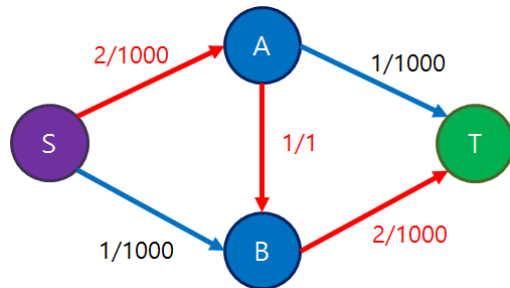
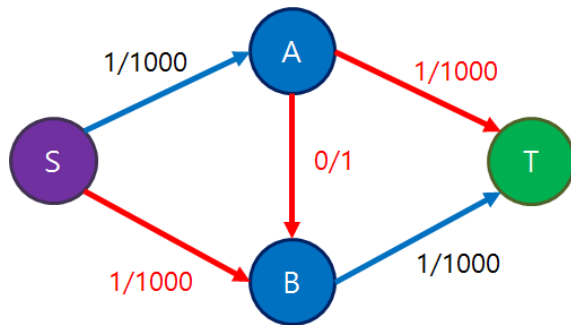
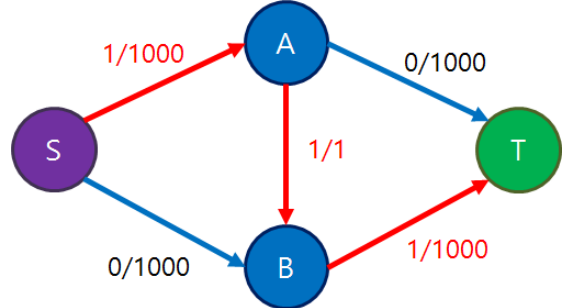
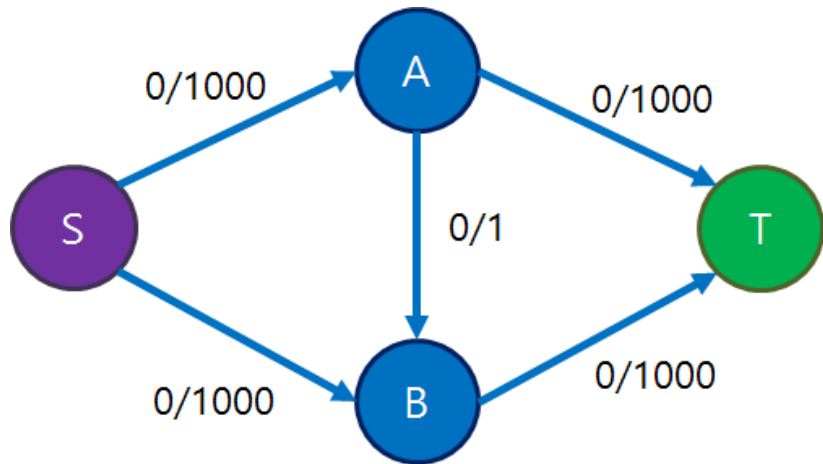
- 다른 경우는?

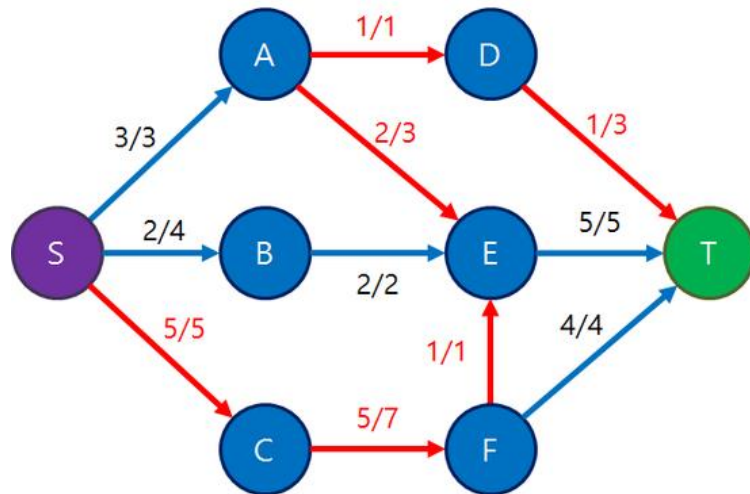
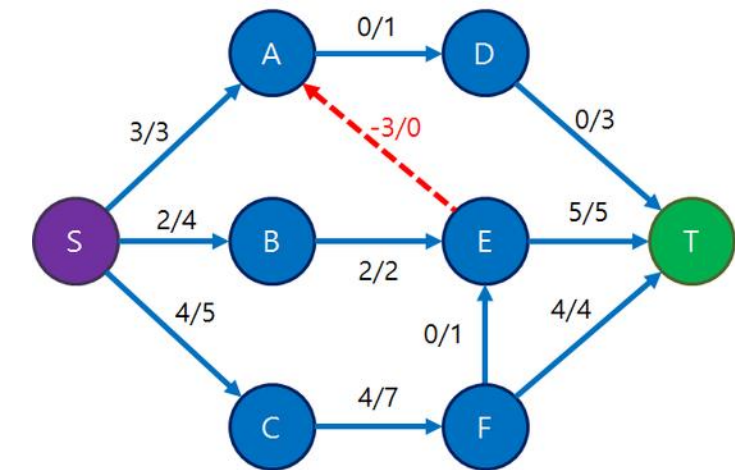
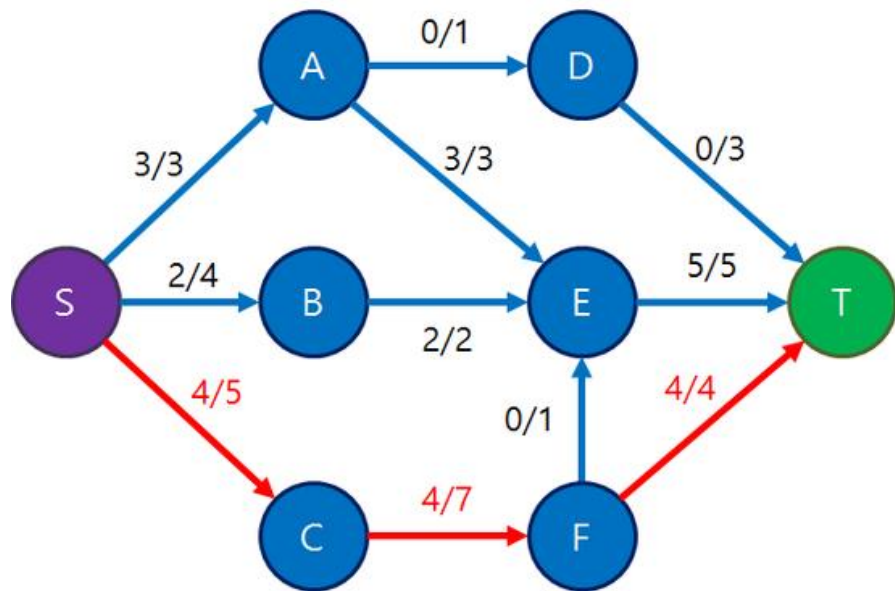


음의 유량 그래프에서 S-C-F-E-A-D-T: 1



최악의 경우

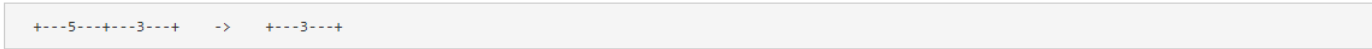




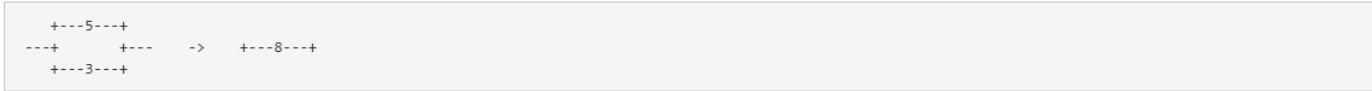
문제

농사꾼 존은 소들이 충분한 물을 마시길 원했다. 그래서 농장에서 우물에서 외양간을 잇는 N개의 배수관의 지도를 만들기로 했다. 존은 아주 다양한 크기의 배수관들이 완전히 우연한 방법으로 연결돼있음을 알았다. 존은 파이프를 통과하는 유량을 계산하고 싶다.

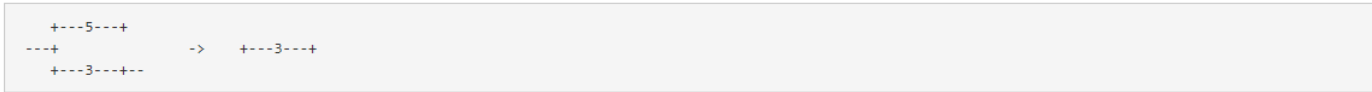
두개의 배수관이 한줄로 연결 돼 있을 때 두 관의 유량 중 최솟값으로 흐르게 된다. 예를 들어 용량이 5인 파이프가 용량이 3인 파이프와 연결되면 한개의 용량 3짜리 파이프가 된다.



게다가, 병렬로 연결돼 있는 배수관들은 각 용량의 합만큼의 물을 보낼 수 있다.



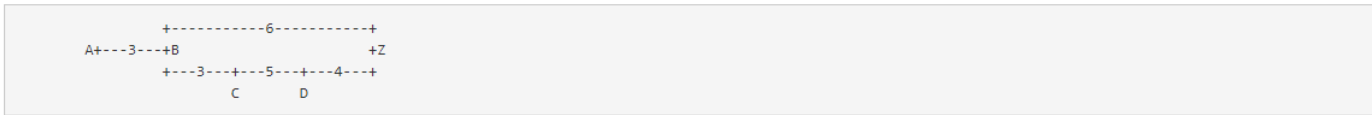
마지막으로, 어떤 것에도 연결돼 있지 않은 파이프는 물을 흐르게 하지 못하므로 제거된다.



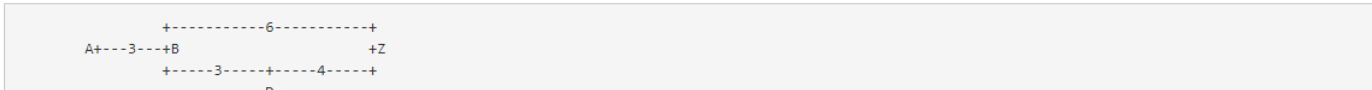
이로 인해 복잡하게 연결된 모든 배수관들은 한개의 최대 유량을 갖는 배수관으로 만들어진다.

주어진 파이프들의 맵으로부터 우물(A)와 외양간(Z) 사이의 유량을 결정하라.

각 노드의 이름은 알파벳으로 지어져 있다.



파이프 BC와 CD는 합쳐질 수 있다.



위상정렬(Topological Sorting)

- 문제

- 비순환 유향 그래프(directed acyclic graph)가 주어질 때 방향성을 거스리지 않게 모든 정점들을 나열

- 예제

- 프로젝트 관리
- 선수 과목
- 스타크래프트 빌드오더



■ 커맨드 센터(command center) -> 배럭스(barracks) -> 팩토리(factory)

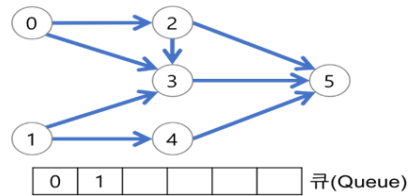
- 화장하기 순서

■ 토너 -> 스킨 -> 에센스 -> 수분크림 -> 자외선 차단제 -> 베이스 -> 파운데이션

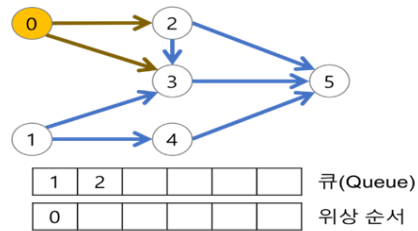
- 요리하기

해결 방법: In degree 이용

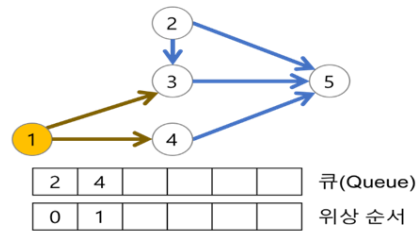
(1) 초기 상태



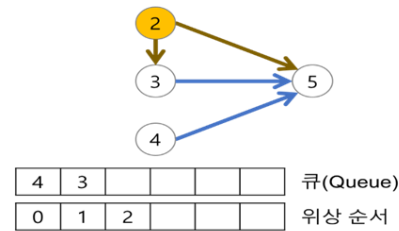
(2) 0 제거



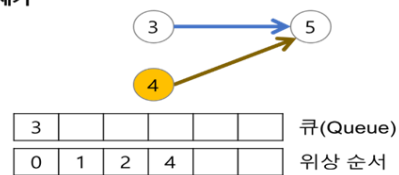
(3) 1 제거



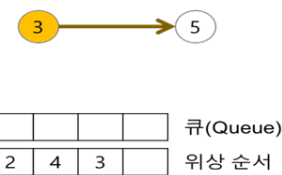
(4) 2 제거



(5) 4 제거



(6) 3 제거



(7) 5 제거

