

TRƯỜNG ĐỜI 36
NỖ CON MÃ ĐÌNH



Course name

Assignment Report

Report title

Nợ phó: STUDENT: H (xxxxxxx)

THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH, 18 THÁNG SÁU 2025



Mục lục

1	Xác suất thống kê	1
1.1	Lý thuyết	1
1.2	Định nghĩa	1
1.2.1	Công thức xác suất đầy đủ	1
1.2.2	Công thức Bayes	1
1.3	Bài tập	2
1.4	Đề thi thử trường sở	3
2	Ứng dụng tích phân	5



1 Xác suất thống kê

1.1 Lý thuyết

1.2 Định nghĩa

Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu là $P(A|B)$.

Nếu $P(B) > 0$ thì:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Nhận xét

- Từ định nghĩa của xác suất có điều kiện, ta suy ra $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$.
- Người ta chứng minh được rằng

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B).$$

Công thức trên được gọi là **công thức nhân xác suất**.

- Người ta cũng tính $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$.

1.2.1 Công thức xác suất đầy đủ

Cho 2 biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$, ta có:

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}).$$

Mặt khác:

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

$$P(A \cap \overline{B}) = P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B})$$

Từ đó ta có công thức xác suất đầy đủ như sau:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B}).$$

1.2.2 Công thức Bayes

Từ công thức nhân xác suất:

$$P(B|A) \cdot P(A) = P(B) \cdot P(A|B) = P(A \cap B).$$



Với hai biến cố A, B mà $P(A) > 0$, ta có công thức xác suất Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}.$$

Do $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$, nên công thức Bayes còn có dạng:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})}.$$

1.3 Bài tập

Theo một số liệu thống kê, năm 2004 ở Canada có 65% nam giới là thừa cân và 53,4% nữ giới là thừa cân. Nam giới và nữ giới ở Canada đều chiếm 50% dân số cả nước. Hỏi trong năm 2004, xác suất để một người Canada được chọn ngẫu nhiên là người thừa cân bằng bao nhiêu?

Xét hai biến cố:

- A : “Người được chọn ra là người thừa cân”;
- B : “Người được chọn ra là nam giới” $\Rightarrow \bar{B}$: “Người được chọn ra là nữ giới”.

Từ giả thiết:
$$\begin{cases} P(B) = P(\bar{B}) = 50\% = 0,5 \\ P(A|B) = 65\% = 0,65 \\ P(A|\bar{B}) = 53,4\% = 0,534. \end{cases}$$

Theo công thức xác suất toàn phần:

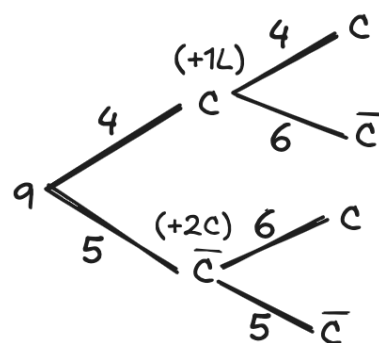
$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,5 \cdot 0,65 + 0,5 \cdot 0,534 = \boxed{0,592}.$$

Một hộp chứa 9 thẻ được đánh số từ 1 tới 9, bạn A lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ là số chẵn thì A cho vào hộp 2 số 10 và 11. Nếu thẻ là số lẻ thì A cho thêm vào số 12, 13, 14. Bạn B lấy 3 thẻ ngẫu nhiên từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ B lấy ra, biết X chia hết cho 2, tính xác suất của bạn A lấy ra được số chẵn.

Gọi C là biến cố lấy được số chẵn.

Ta có:
$$\begin{cases} P(C) \cdot P(X : 2|C) = \frac{4}{9} \cdot \left(1 - \frac{C_6^3}{C_{10}^3}\right) \\ P(\bar{C}) \cdot P(X : 2|\bar{C}) = \frac{5}{9} \cdot \left(1 - \frac{C_5^3}{C_{11}^3}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(C|X : 2) = \frac{\frac{4}{9} \cdot \left(1 - \frac{C_6^3}{C_{10}^3}\right)}{\frac{4}{9} \cdot \left(1 - \frac{C_6^3}{C_{10}^3}\right) + \frac{5}{9} \cdot \left(1 - \frac{C_5^3}{C_{11}^3}\right)} = \frac{572}{1351} \approx \boxed{0.4151}$$

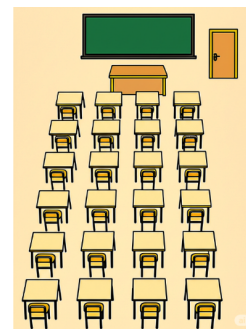




1.4 Đề thi thử trường sở

2425 – Sở GDDT Nghệ An – Đợt 3

Cúm A (Influenza A) là bệnh nhiễm trùng đường hô hấp cấp tính do các virus cúm mùa gây nên. Virus cúm A có thể lây truyền trực tiếp trong không khí thông qua đường hô hấp. Giả sử Virus cúm A có khả năng lây nhiễm đối với người ngồi trong vòng bán kính $1,9m$ là 85% và đối với người ngồi cách hơn $1,9m$ là 5%. An là một học sinh bị nhiễm cúm A nhưng bản thân không hay biết. An đi dự thi cuối kỳ. Phòng thi của An có 24 bạn được xếp vào 24 chỗ ngồi của một phòng thi có 4 dãy, mỗi dãy 6 chỗ ngồi như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai người theo hàng ngang là $1,6m$, theo hàng dọc là $1m$ (hình vẽ). Do không biết trước An bị cúm A nên các thí sinh được xếp ngẫu nhiên vào phòng thi. Một bạn cùng phòng của An sau khi dự thi đi kiểm tra thấy không bị nhiễm cúm. Tính xác suất để thí sinh đó ngồi gần An trong vòng $1,9m$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

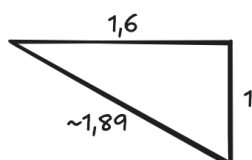


Gọi A là biến cố ngồi gần An, B là biến cố bị nhiễm bệnh.

Vì nếu ngồi chéo An thì bạn đó vẫn bị nhiễm bệnh nên xét vị trí An được xếp:

- Nếu An ngồi ở 1 trong 4 góc phòng, chỉ có 3 vị trí trong bán kính lây bệnh.
- Nếu An ngồi ở 1 trong 12 rìa phòng, có 5 vị trí trong bán kính lây bệnh.
- Nếu An ngồi ở 1 trong 8 vị trí giữa phòng, có 8 vị trí trong bán kính lây bệnh.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{24} \cdot \frac{3}{23} + \frac{12}{24} \cdot \frac{5}{23} + \frac{8}{24} \cdot \frac{8}{23} = \frac{17}{69} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{52}{69}$$



$$\Rightarrow P(A|\bar{B}) = \frac{\frac{17}{69} \cdot 0.15}{\frac{17}{69} \cdot 0.15 + \frac{52}{69} \cdot 0.95} \approx 0.0491 \approx \boxed{0.05}$$

2425 – Sở GDDT Nghệ An – Đợt 3

Một nghiên cứu dịch tễ học trong một cộng đồng dân số tại một địa phương X đưa ra các số liệu sau:

- Tỷ lệ người có hút thuốc lá là 25%.
- Tỷ lệ bị ung thư phổi ở nhóm người hút thuốc lá là 2%, trong khi ở nhóm người không hút thuốc lá chỉ là 0,1%.

Xét một người được chọn ngẫu nhiên từ cộng đồng này. Ký hiệu A là biến cố "Người đó bị ung thư phổi" và B là biến cố "Người đó có hút thuốc lá".

- $P(A|B) = 0,1$
- Nếu một người bị ung thư phổi, thì xác suất người đó có hút thuốc lá là 0,8 (làm tròn đến hàng phần mười).
- Tỷ lệ người bị ung thư phổi ở địa phương X là 1,5%



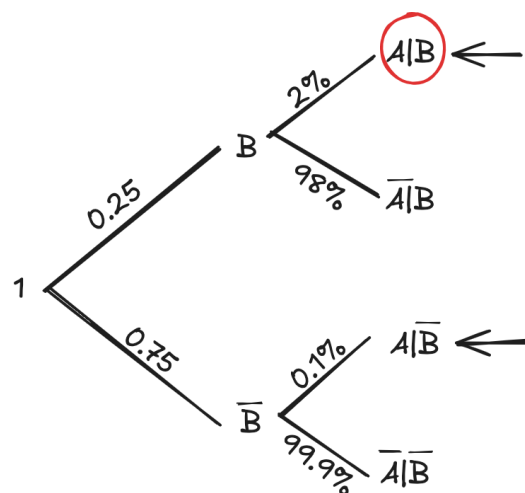
d) Dựa trên các số liệu này, tỷ lệ người bị ung thư phổi ở nhóm người có hút thuốc lá cao gấp 20 lần so với ở nhóm người không hút thuốc.

a) Từ đề bài:
$$\begin{cases} P(A|B)=2\% \\ P(A|\bar{B})=0,1\% \\ P(B)=0,25 \end{cases} \Rightarrow \text{Sai}$$

b)
$$P(A|B) = \frac{2\% \cdot 0,25}{2\% \cdot 0,25 + 0,1\% \cdot 0,75} = \frac{20}{23} \approx 0,9 \Rightarrow \text{Sai}$$

c)
$$P(A) = 2\% \cdot 0,25 + 0,1\% \cdot 0,75 = 5,75\% \Rightarrow \text{Sai}$$

d)
$$\frac{P(A|B)}{P(A|\bar{B})} = \frac{2\%}{0,1\%} = 20 \Rightarrow \text{Đúng}$$

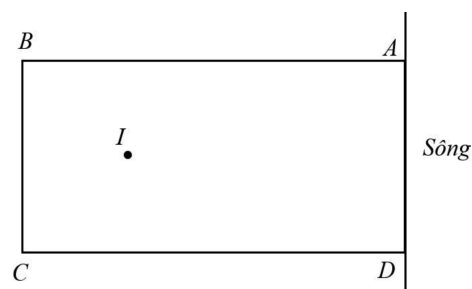




2 Ứng dụng tích phân

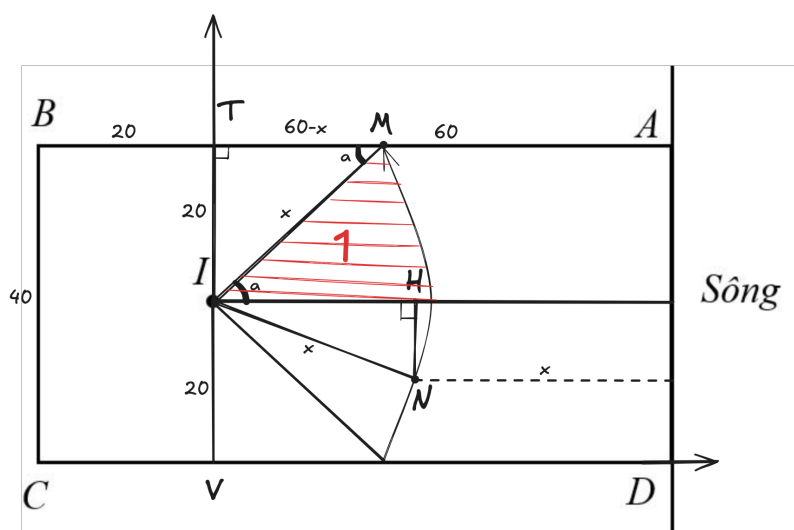
2425 – Sở GDDT Nghệ An – Đợt 3

Một lập trình viên tạo một trò chơi. Trong trò chơi đó có một vùng đất hình chữ nhật $ABCD$. Một con sông nằm bên cạnh vùng đất đó, AD là bờ sông. Một giếng nước khoan được đặt tại điểm I nằm trong hình chữ nhật, với: $AB = 80\text{m}$, $AD = 40\text{m}$. Điểm I cách cạnh AB 20m , cách cạnh AD 60m . Nhân vật trong game khi đến vùng đất này cần phải di chuyển đến giếng nước hoặc bờ sông để lấy nước.



Lập trình viên muốn tô màu một phần của vùng đất đó sao cho khi đứng trong vùng tô màu này, nhân vật di chuyển đến giếng nước để lấy nước nhanh hơn so với đến bờ sông.

Diện tích vùng tô màu đó là bao nhiêu mét vuông? (Giả sử rằng khi di chuyển, vận tốc của nhân vật không đổi; làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Khai thác dữ kiện, dễ thấy ranh giới cần tìm có dạng parabolic và ta có số liệu như hình vẽ.

$$\text{Xét } \triangle TIM: x^2 = 20^2 + (60 - x)^2 \Leftrightarrow x = \frac{100}{3}(\text{m})$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{20}{100/3} = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$\text{Xét } \triangle IHN: IN = \frac{IH}{\cos \alpha} = \frac{60 - IN}{\cos \alpha} \Leftrightarrow IN = \frac{60}{\cos \alpha + 1}$$

$$\begin{aligned} S &= S_{BCVT} + 2S_{\triangle ITM} + 2S_1 = 40 \cdot 20 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \left(60 - \frac{100}{3}\right) + 2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^\alpha \left(\frac{60}{\cos \alpha + 1}\right)^2 dx \\ &= \frac{17600}{9} \approx 1956(m^2) \end{aligned}$$