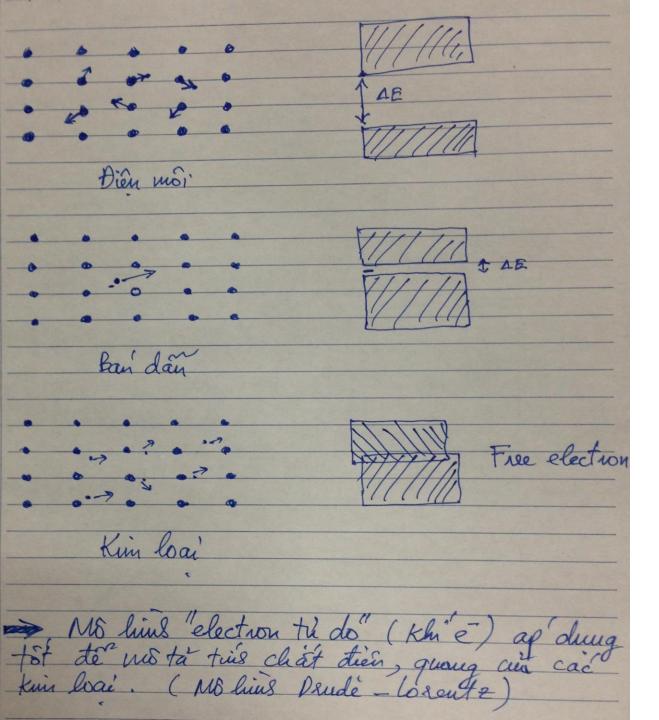
## CÔNG NGHỆ NANO

Các phân cực plasmon bề mặt Surface Plasmon Polaritons

### Nội dung bài giảng

- 1. Mô hình Drude cho các electron trong kim loại
- 2. Plasmon trong kim loại và Phân cực plasmon bề mặt
- 3. Ứng dụng của plasmon
- 4. Thực hành OptiFDTD
- 5. Homework

## I. Mô hình Drude về khí electron



Chuyển động của các electron

$$m\dot{\mathbf{v}} = q\mathbf{E} - \frac{m}{\tau}\mathbf{v}.$$

Với t là thời gian trung bình giữa hai lần va chạm liên tiếp cỡ 1-10ns.

Với các trường tĩnh, khi cân bằng, vận tốc của electron có giá trị

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{q\tau}{m} \mathbf{E}.$$

Mật độ dòng liên hệ với trường

$$\mathbf{J} = nq\bar{\mathbf{v}} = \frac{nq^2\tau}{m}\mathbf{E} \equiv \sigma \mathbf{E}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

$$I = V/R$$

Định luật Ohm 
$$I = V/R$$
  $R = \frac{L}{A} \frac{1}{\sigma} \equiv \frac{L}{A} \rho$ 

Với các trường biến thiên  $\mathbf{E}(t)=\mathbf{E}(\omega)e^{-i\omega t}$  vận tốc có dạng  $\mathbf{v}(t)=\mathbf{v}(\omega)e^{-i\omega t}$  với

$$\mathbf{v}(\omega) = \frac{q\tau/m}{1 - i\omega\tau} \mathbf{E}(\omega).$$

Khi đó mật độ dòng  $\mathbf{J}(t) = \mathbf{J}(\omega) e^{-i\omega t}$  Hay là  $\mathbf{J}(\omega) = nq\mathbf{v}(\omega) = \sigma(\omega)\mathbf{E}(\omega)$ ,

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}, \quad \sigma_0 = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

Từ các phương trình Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Ta rút ra phương trình lan truyền sóng điện từ trong kim loại

$$\nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 + \frac{4\pi i \sigma(\omega)}{\omega} \right) \mathbf{E} \equiv -\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega) \mathbf{E}.$$

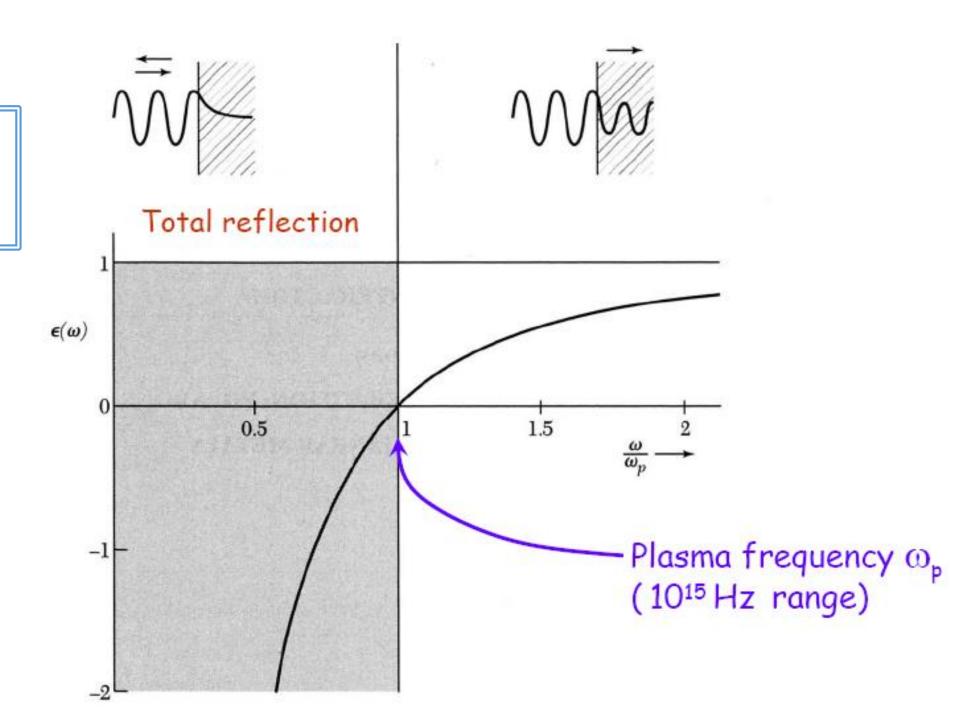
Ở miền tần số lớn thì 
$$\epsilon$$
 (

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

ở miền tần số lớn thì 
$$\epsilon(\omega)=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$
 Trong đó  $\omega_p\equiv\sqrt{\frac{4\pi\,n\,e^2}{m}}$  là tần số plasma

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

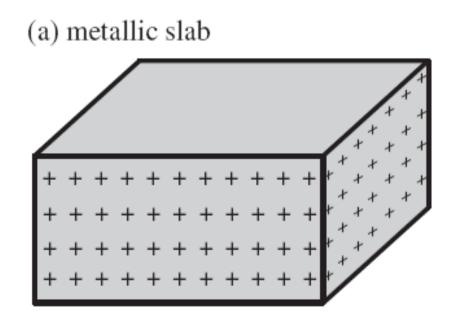
Với phần lớn các kim loại, tần số plasma nằm trong miền tử ngoại, do đó kim loại phản xạ gần như hoàn toàn ánh sáng miền nhìn thấy.

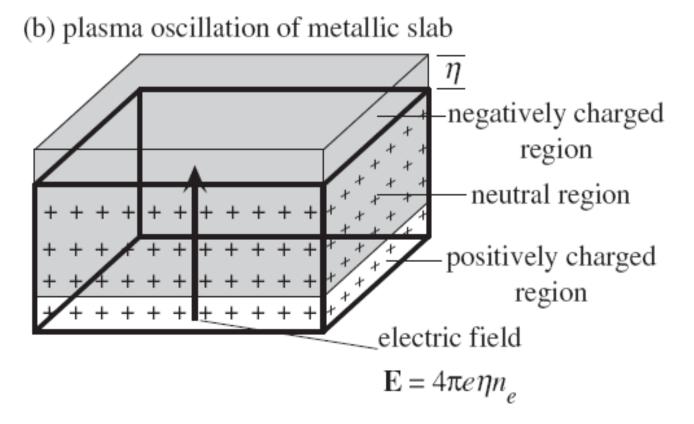


## II. Khái niệm về Plasmon trong kim loại và Phân cực plasmon bề mặt

## Plasmon khối (Bulk plasmon)

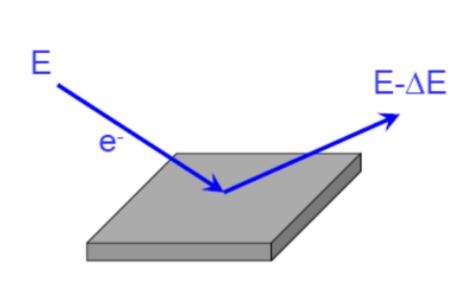
Dịch chuyển của các điện tích âm của khối kim loại khi có trường ngoài đặt vào.



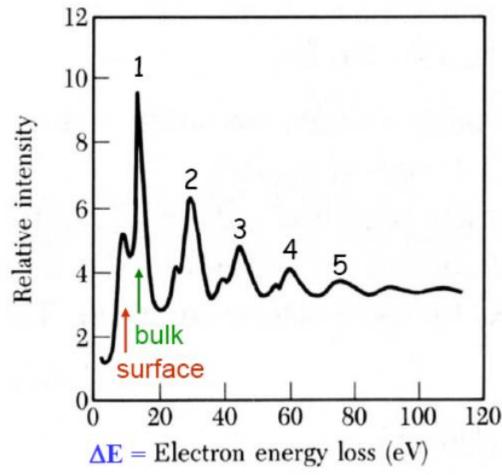


Khi trường ngoài được ngắt đi thì các hệ các điện tích âm này sẽ bị nền ion dương của mạng hút về vị trí ban đầu bởi lực Coulomb, tạo ra sự dao động của (mật độ) hệ điện tích âm trong khối kim loại. Dao động tập thể này được gọi là dao động plasma (hay Plasma khối).

Phương pháp kích thích dao động plasma: Dùng các chùm electron năng lượng cao đi xuyên qua hoặc phản xạ trên khối kim loại. Tại các vị trí xác định trên phổ năng lượng, ta nhận thấy các đỉnh cường độ tăng mạnh, tại đó sẽ ứng với các tần số của dao động plasma được kích thích trong kim loại. Tại các tần số này, năng lượng chùm electron bị suy giảm, do truyền sang cho hệ các "Plasmon".

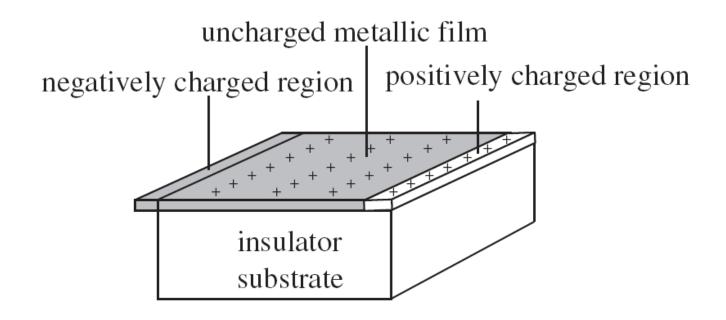


Plasmon khối có tần số (cực đại) là Omegap (Drude model)



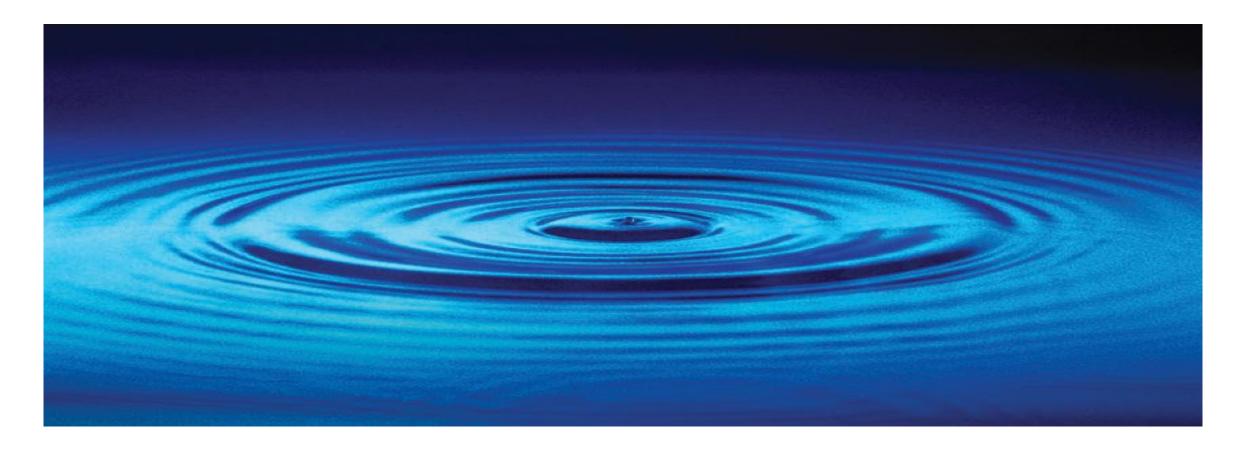
## Plasmon bề mặt (Surface plasmon)

- Kích thích dao dộng tập thể của các electron cũng có thể xuất hiện tại các bề mặt màng kim loại mỏng. Kích thích tập thể này cũng có thể được lượng tử hóa, và các lượng tử được gọi là plasmon bề mặt.

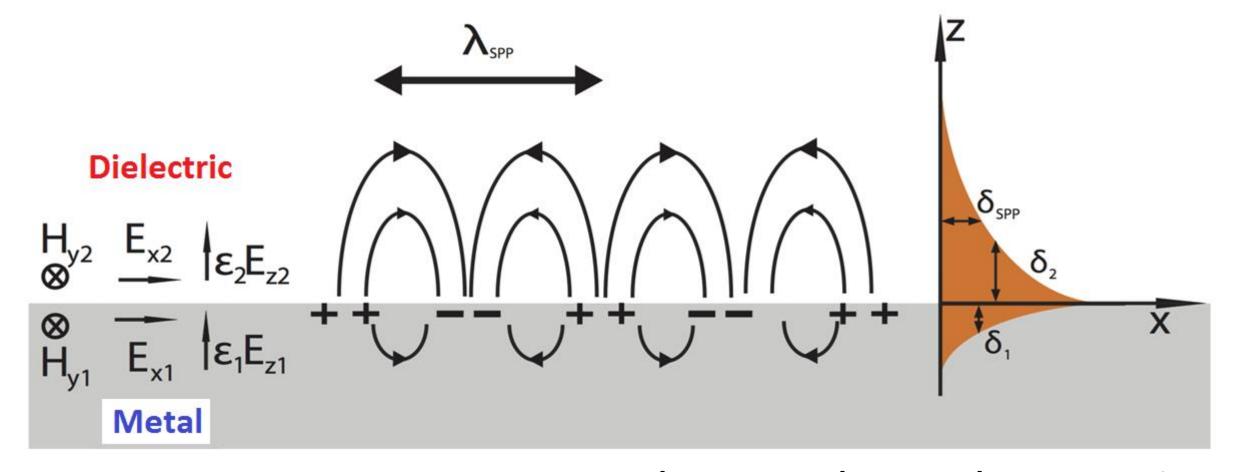


# Phân cực Plasmon bề mặt (Surface plasmon polariton)

- Để kích thích plasmon bề mặt, ta có thể sử dụng sóng ánh sáng.



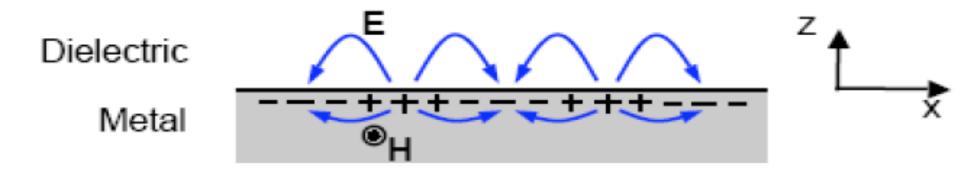
Biểu diễn các trường và phân bố điện tích tại bề mặt tiếp xúc (Điện môi-kim loại)



Trạng thái plasmon được kích thích và truyền đi trên bề mặt tiếp xúc (mô tả trên hình vẽ) có sự liên kết rất chặt chẽ giữa các trường và sự phân cực trên bề mặt kim loại (gây ra do sự dao động của mật độ điện tử). Do đó kích thích này còn được gọi là phân cực plasmon bề mặt (surface plasmon polaritons).

#### Hệ thức tán sắc của trạng thái phân cực plasmon bề mặt

Biểu diễn các đường sức điện trường và từ trường (mode TM):



Biểu thức của các trường tại các miền z<0 (điện môi) và z>0 (kim loại):

Z<0 
$$\begin{cases} \boldsymbol{H}_{d} = (0, H_{yd}, 0) \exp i \left( k_{xd} x + k_{zd} z - \omega t \right) \\ \boldsymbol{E}_{d} = \left( E_{xd}, 0, E_{zd} \right) \exp i \left( k_{xd} x + k_{zd} z - \omega t \right) \end{cases}$$

$$Z>0 \qquad \begin{cases} \boldsymbol{H}_{m} = (0, H_{ym}, 0) \exp i \left( k_{xm} x + k_{zm} z - \omega t \right) \\ \boldsymbol{E}_{m} = \left( E_{xm}, 0, E_{zm} \right) \exp i \left( k_{xm} x + k_{zm} z - \omega t \right) \end{cases}$$

Biến đổi của các trường tuân theo phương trình Maxwell:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{E} = 0 \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{H} = 0 \qquad \nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \qquad \nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{\varepsilon}_i \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

Điều kiện biên của các trường tại mặt tiếp xúc kim loại - điện môi:

$$E_{x,m} = E_{x,d}$$
  $\varepsilon_m E_{zm} = \varepsilon_d E_{zm}$   $H_{ym} = H_{yd}$ 

Từ phương trình Maxell thứ tư (với chỉ số i=m cho kim loại, i=d cho điện môi)

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_{i} = \boldsymbol{\varepsilon}_{i} \frac{\partial \boldsymbol{E}_{i}}{\partial \boldsymbol{t}}$$

Suy ra:

$$\left(\frac{\partial H_{zi}}{\partial y} - \frac{\partial H_{yi}}{\partial z}, \frac{\partial H_{xi}}{\partial z} - \frac{\partial H_{zi}}{\partial x}, \frac{\partial H_{yi}}{\partial x} - \frac{\partial H_{xi}}{\partial y}\right) = \left(\underline{ik_{zi}H_{yi}}, 0, ik_{xi}H_{yi}\right) = \left(-\underline{i\omega\varepsilon_i E_{xi}}, 0, i\omega\varepsilon_i E_{zi}\right)$$

$$k_{zi}H_{yi} = -\omega \varepsilon_i E_{xi}$$

Xét thành phần thứ nhất:  $k_{zi}H_{yi}=-\omega\varepsilon_{i}E_{xi}$   $\implies \frac{k_{zm}}{\varepsilon_{m}}H_{ym}=\frac{k_{zd}}{\varepsilon_{d}}H_{yd}$  Kết hợp với điều kiện biên của điện trường:  $E_{x,m}=E_{x,d}$ 

$$\Rightarrow \frac{k_{zm}}{\varepsilon_m} H_{ym} = \frac{k_{zd}}{\varepsilon_d} H_{ym}$$

Điều kiện biên của từ trường: 
$$H_{vm}=H_{vd}$$

Do đó ta có liên hệ:

$$\frac{k_{zm}}{\varepsilon_m} = \frac{k_{zd}}{\varepsilon_d}$$

Điều kiện cho thành phần vec tơ sóng dọc theo trục Ox:  $k_{xm}=k_{xd}$ 

Kết hợp hai hệ thức trên với biểu thức chung cho liên hệ giữa vec tơ sóng và tần số:

$$k_x^2 + k_{zi}^2 = \varepsilon_i \left(\frac{\omega}{c}\right)^2$$

Ta suy ra biểu thức cho liên hệ tán sắc giữa vec tơ sóng và tần số của trạng thái phân cực plasmon trên bề mặt kim loại – điện môi:

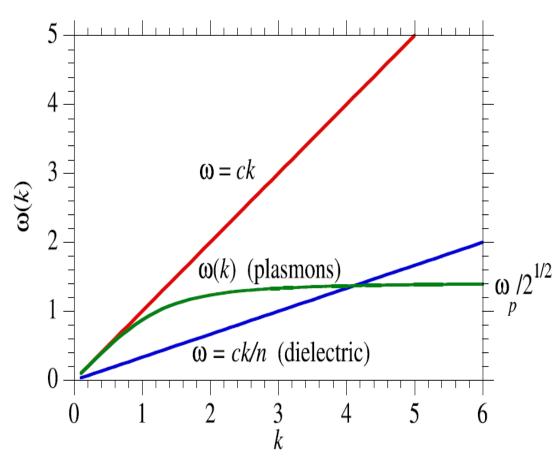
$$k_{sp} = k_{x} = \sqrt{\varepsilon_{i} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2} - k_{zi}^{2}} \quad \Longrightarrow \quad k_{x} = \frac{\omega}{c} \left(\frac{\varepsilon_{m} \varepsilon_{d}}{\varepsilon_{m} + \varepsilon_{d}}\right)^{1/2} \quad \Longrightarrow \quad \omega^{2} = c^{2} k^{2} \left(\frac{1}{\varepsilon_{1}} + \frac{1}{\varepsilon_{2}}\right).$$

Từ mô hình Drude cho kim loại, ta có:  $\varepsilon_1=1-\omega_p^2/\omega^2$  Nếu xét điện môi là không khí:  $\varepsilon_2=1$ 

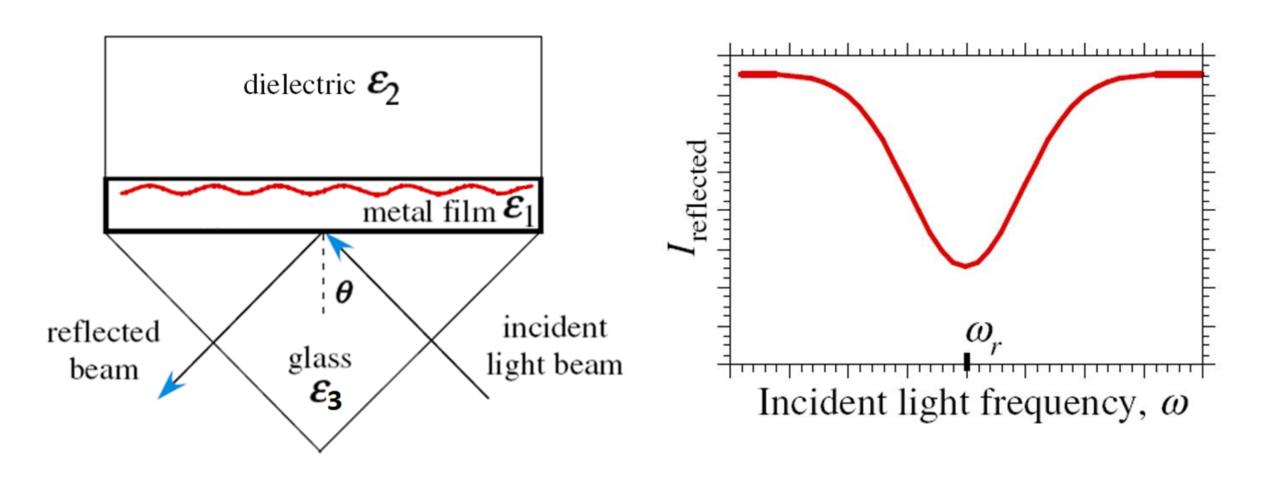
thì ta rút ra mối liên hệ tán sắc của phân cực plasmon bề mặt như sau:

$$\omega^{2}(k) = \frac{1}{2}\omega_{p}^{2} + c^{2}k^{2} - \left[\frac{1}{4}\omega_{p}^{4} + c^{4}k^{4}\right]^{1/2}$$

Do các đường tán sắc của không khí (đỏ) và của phân cực plasmon bề mặt (xanh) không cắt nhau nên không kích thích được plasmon! Để kích thích trạng thái này, người ta phải sử dụng môi trường điện môi (lăng kính) (tím) để tăng giá trị vectơ sóng k lên (vì có hằng số điện môi lớn hơn 1). Ví trí cắt nhau ứng với tần số plasmon được kích thích.



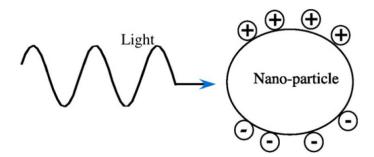
## Sơ đồ thí nghiệm kích thích Plasmon bề mặt



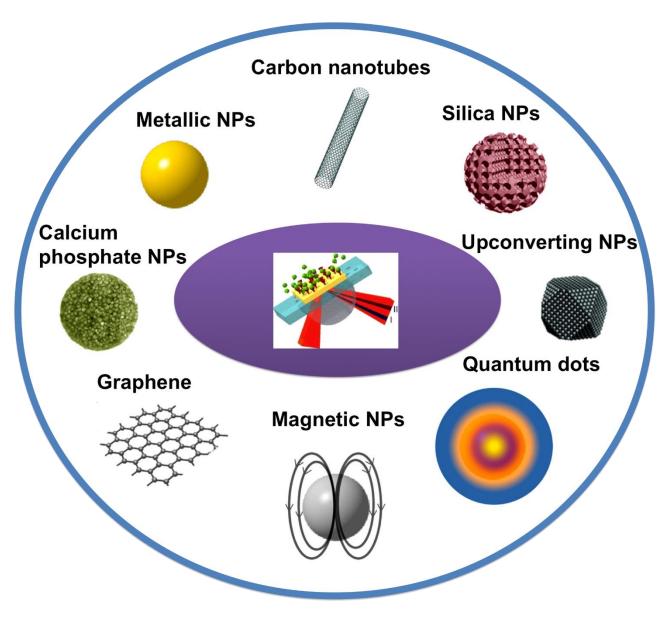
## Thí nghiệm minh họa (Xem video)

## III. Một số ứng dụng

- Cảm biến phân tử (molecular sensors)



- Computer chips



- Truyền dẫn thông tin dưới giới hạn nhiễu xạ

### IV. Thực hành với OptiFDTD

Thực hành theo các ví dụ 1 và 2 trong Bài 15 của file Tutorials, trong Documentations của phần mềm OptiFDTD

#### Homework

Ôn tập các nội dung bài giảng và làm bài tập lớn kết thúc môn học.