

# Operação entre frações

Almir Junior

Fevereiro 2022

## 1 Frações entre números inteiros

**Definição 1.** *Seja  $a \in \mathbb{Z}$  e  $b \in \mathbb{Z}^*$  não nulo. Definimos:*

$$(a) \quad \frac{a}{b} := a \div b$$

$$(b) \quad \frac{b}{b} := 1$$

## 2 Frações irredutíveis

Frações irredutíveis são aquelas cujo o máximo divisor comum entre o numerador e o denominador é 1.

**Exemplo 1.** (a)  $\frac{11}{2}$

$$(b) \quad \frac{42}{21}$$

$$(c) \quad \frac{100}{101}$$

## 3 Simplificação de frações

Podemos multiplicar e dividir o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número sem alterar seu valor. Simplificar uma fração é dividir o numerador e denominador por um mesmo número até a fração se tornar irredutível.

**Exemplo 2.** (a)  $\frac{14}{22}$

$$\frac{14}{22} = \frac{14 \div 2}{22 \div 2} = \frac{7}{11} \quad (1)$$

$$(b) \quad \frac{14}{22}$$

$$\frac{14}{22} = \frac{2 \cdot 7}{2 \cdot 11} = \frac{2}{2} \frac{7}{11} = \frac{7}{11}$$

## 4 Multiplicação de frações

**Definição 2.** Definimos a operação de multiplicação por:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} := \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

**Exemplo 3.** (a)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

(b)  $-\frac{11}{13} \cdot \frac{3}{2}$

$$-\frac{11}{13} \cdot \frac{3}{2} = -\frac{11 \cdot 3}{13 \cdot 2} = -\frac{33}{26}$$

## 5 Soma e subtração de frações

**Definição 3.** Sejam  $a, c \in \mathbb{Z}$  e  $b \in \mathbb{Z}^*$ .

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} := \frac{a \pm c}{b}$$

**Proposição 1.** Sejam  $a, c \in \mathbb{Z}$  e  $b, d \in \mathbb{Z}^*$ .

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

*Demonstração.*

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} \pm \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{b} = \frac{ad \pm cd}{bd}$$

□

**Comentário 1.** Multiplicamos a fração  $a/b$  por  $d/d = 1$  e a  $c/d$  por  $b/b = 1$  para igualar os denominadores e note que  $d/d = b/b = 1$ , ou seja, não alteramos o valor das frações. Dessa forma foi possível utilizar a **Definição 3** e chegar num resultado para a soma de frações com denominadores distintos.

**Exemplo 4.** 1.  $\frac{1}{4} + \frac{3}{2}$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 2 + 3 \cdot 4}{4} = \frac{2 + 12}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

2.  $\frac{3}{2} - \frac{1}{3}$

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 3 - 2 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{9 - 2}{6} = \frac{7}{6}$$

## 6 Divisão entre frações

**Proposição 2.** *Sejam  $a \in \mathbb{Z}$  e  $b, c, d \in \mathbb{Z}^*$ . Então*

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} := \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

*Demonstração.*

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} \cdot \frac{\frac{d}{d}}{\frac{c}{c}} = \frac{\frac{ad}{bc}}{\frac{cd}{dc}} = \frac{ad}{bc}$$

□

**Comentário 2.** *Multiplicamos a fração  $(a/b)/(c/d)$  por  $(d/c)/(d/c) = 1$  para tornar a fração de frações em uma única fração.*

**Exemplo 5.** (a)  $\frac{3}{5} \div \frac{2}{7}$

$$\frac{3}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{2} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{21}{10} = 2,1$$

(b)  $\frac{11}{13} \div \frac{3}{9}$

$$\frac{11}{13} \div \frac{3}{9} = \frac{11}{13} \cdot \frac{9}{4} = \frac{11 \cdot 3}{13 \cdot 4} = \frac{33}{52}$$