

# Um pouco sobre sistemas lineares

Almir Junior

Maio de 2022

Vamos nos concentrar em sistemas lineares de duas variáveis e duas equações.

## Exemplo 1.

$$\begin{cases} 4x + y = 10 \\ 3x + 17y = 0 \end{cases}$$

Para resolver esse tipo sistema podemos selecionar uma das equações e isolar alguma das variáveis. Depois devemos substituir a expressão da variável na outra equação. No caso do **Exemplo 1**, vamos isolar a variável  $x$  da primeira equação e vamos substituir na segunda equação. Então obtemos:

$$4x + y = 10 \implies x = \frac{10 - y}{4}$$

Agora substituindo  $x = (10 - y)/4$  na segunda equação temos:

$$\begin{aligned} 3\left(\frac{10 - y}{4}\right) + 17y &= 0 \implies \frac{30 - 3y}{4} + 17y = 0 \\ \implies 120 - 12y + 17y &= 0 \implies y = -\frac{120}{5} = -24 \end{aligned}$$

Acabamos de encontrar o valor de  $y$ , agora basta substituir esse valor em alguma das equações para conseguirmos o valor de  $x$ . Vamos substituir na primeira equação:

$$4x - 24 = 10 \implies x = \frac{34}{4} = \frac{17}{2}$$

Assim, encontramos os valores de  $x$  e  $y$ . Esse tipo de sistema (que possui solução numérica) é chamado de Sistema Possível e Determinado. Existem sistemas impossíveis de resolver, esses são chamados de Sistema Impossível:

## Exemplo 2.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

Ora, por um lado temos  $x + y = 1$  e por outro  $x + y = -1$ , ou seja, temos uma soma  $x + y$  com resultados diferentes:

$$-1 = x + y = 1 \implies -1 = 1 \text{ Absurdo!}$$

Então, de fato, esse sistema é IMPOSSÍVEL.

Por final, existem sistemas que são possíveis mas não temos um resultado numérico para eles. Vejamos um exemplo:

**Exemplo 3.**

$$\begin{cases} -x + y = 13 \\ -\sqrt{3}x + \sqrt{3}y = 13\sqrt{3} \end{cases}$$

Note que a segunda equação é idêntica a primeira, para isso basta dividi-la por  $\sqrt{3}$

$$-\sqrt{3}x + \sqrt{3}y = 13\sqrt{3} \implies \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3}x + \sqrt{3}y) = \frac{1}{\sqrt{3}}13\sqrt{3} \implies -x + y = 13$$

Como precisamos de duas equações distintas para solucionar um sistema, nesse exemplo encontraremos infinitas soluções de forma que o valor de  $y$  depende do valor de  $x$ . Ou seja, para cada valor dado para  $x$  temos um valor diferente para  $y$ .

**Exercício 1.** *Sabe-se  $x$  e  $y$  são as incógnitas do seguinte sistema linear:*

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 5y = 2 \end{cases}$$

*O valor do produto entre  $x$  e  $y$  é:*

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 4
- (e) 5

**Exercício 2 (FUVEST).** *Um casal tem filhos e filhas. Cada filho tem o número de irmãos igual ao número de irmãs. Cada filha tem o número de irmãos igual ao dobro do número de irmãs. Qual o total de filhos e filhas do casal?*

- (a) 3
- (b) 4
- (c) 5
- (d) 6
- (e) 7