Um Pouco Sobre Conjuntos

Matemática II

Almir Junior

IME-USP

Abril 2021

O que é um conjunto?

Devemos ter a compreensão intuitiva e comum do que é um conjunto.

O que é um conjunto?

Devemos ter a compreensão intuitiva e comum do que é um conjunto.

`https://www.dicio.com.br/conjunto/`

conjunto

Compartilhar

Significado de Conjunto

substantivo masculino

Determinada quantidade de elementos que compõe um todo: um conjunto de medidas governamentais.

Coleção de objetos semelhantes: conjunto de móveis.

Conjuntos

Conjuntos

Para nos referirmos a um conjunto utilizamos, na maioria das vezes, letras maiúsculas: $\mathbf{A}$, $\mathbf{M}$. Quando trata-se de algum conjunto especial, utilizamos letras estilizadas: $\mathcal{P}$, $\mathcal{L}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}$.

Conjuntos

Para nos referirmos a um conjunto utilizamos, na maioria das vezes, letras maiúsculas: $\mathbf{A}$, $\mathbf{M}$. Quando trata-se de algum conjunto especial, utilizamos letras estilizadas: $\mathcal{P}$, $\mathcal{L}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}$.

Pertinência

Se um elemento a faz parte de um conjunto A, escrevemos:

$$a \in A$$

Caso contrário escrevemos:

$$a \notin A$$

Exemplo

Considere o conjunto $M = \{m_5, m_2, m_4, m_3, m_1\}$ o qual os elementos não são números. Indique a alternativa correta.

1. $a \in M$
2. $m_4 \notin M$
3. $\pi \notin M$
4. $m_6 \in M$

Subconjuntos

Subconjunto

Seja $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ conjuntos. Se todo elemento de $\mathcal{B}$ for um elemento de $\mathcal{A}$, então $\mathcal{B}$ é subconjunto de $\mathcal{A}$.

Subconjunto

Seja $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ conjuntos. Se todo elemento de $\mathcal{B}$ for um elemento de $\mathcal{A}$, então $\mathcal{B}$ é subconjunto de $\mathcal{A}$.

Notação

Se $\mathcal{B}$ é subconjunto de $\mathcal{A}$, escrevemos:

$$\mathcal{B} \subset \mathcal{A} \qquad \text{ou} \qquad \mathcal{A} \supset \mathcal{B}$$

Conjunto de conjuntos

Sejam $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E}$ conjuntos. Podemos definir um conjunto

$$\mathcal{M} = \{\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E}\}$$

. onde seus elementos são conjuntos.

Exemplo

Considere o conjunto $\mathbf{A} = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \theta\}$. Descreva alguns subconjuntos de $\mathbf{A}$ e defina um conjunto para esses subconjuntos.

Resolução

Maneiras de especificar os elementos de um conjunto

Podemos escrever um conjunto designando seus elementos um por um: $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$. Ou podemos designar uma propriedade $P(x)$ que os elementos desse conjunto satisfaça: $A = \{a\ ;\ a \text{ satisfaz } P(x)\}$

Maneiras de especificar os elementos de um conjunto

Podemos escrever um conjunto designando seus elementos um por um: $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$. Ou podemos designar uma propriedade $P(x)$ que os elementos desse conjunto satisfaça: $A = \{a\ ;\ a \text{ satisfaz } P(x)\}$

Exemplos

1. $\mathbf{P} = \{2, 5, 7, 11, 13, 17\}$
2. $\mathcal{P} = \{p; p \text{ é número primo}\}$
3. $\mathbf{C} = \{q; q \notin \mathcal{P}\}$

Paradoxo do Barbeiro(Bertrand Russell)

Suponha que exista uma cidade com apenas um barbeiro.Nesta cidade, todo mundo está sempre barbeado e isso é feito apenas de duas maneiras:

1. Barbeando-se
2. Frequentando o barbeiro

Quem barbeia o barbeiro?

Paradoxo do Barbeiro(Bertrand Russell)

Suponha que exista uma cidade com apenas um barbeiro.Nesta cidade, todo mundo está sempre barbeado e isso é feito apenas de duas maneiras:

1. Barbeando-se
2. Frequentando o barbeiro

Quem barbeia o barbeiro?

O Paradoxo é uma forma de interpretar o seguinte conjunto:

$$B = \{A; A \notin A\}$$

Axioma da Especificação

Para todo conjunto A e para toda propriedade $P(x)$ existe um conjunto B que é o conjunto dos elementos de A para os quais vale $P(x)$.

$$B = \{b \in A; b \text{ satisfaz P(x)}\}$$

Axioma da Especificação

Para todo conjunto A e para toda propriedade $P(x)$ existe um conjunto B que é o conjunto dos elementos de A para os quais vale $P(x)$.

$$B = \{b \in A; b \text{ satisfaz P(x)}\}$$

Exemplo

1. $A = \{a \in \mathbb{N}; 7 < a < 13\}$
2. $P = \{m \in \mathbb{N}; \text{m é par}\}$
3. $I = \{m \in \mathbb{N}; \text{m é ímpar}\}$

Axioma da Extenção

Dois conjuntos são iguais se, e somente se, possuem os mesmos elementos.

Exemplo1

Sejam $M = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \theta, \varphi\}$ e $N = \{\varphi, \theta, \lambda, \gamma, \beta, \alpha\}$. Então $M = N$.

Axioma da Extenção

Dois conjuntos são iguais se, e somente se, possuem os mesmos elementos.

Exemplo1

Sejam $M = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \theta, \varphi\}$ e $N = \{\varphi, \theta, \lambda, \gamma, \beta, \alpha\}$. Então $M = N$.

Exemplo2

Sejam $M = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \theta, \varphi\}$ e $N = \{\varphi, \theta, \lambda, \pi, \gamma, \beta, \alpha\}$. Então $M \neq N$.

Axioma da Extenção

Dois conjuntos são iguais se, e somente se, possuem os mesmos elementos.

Exemplo1

Sejam $M = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \theta, \varphi\}$ e $N = \{\varphi, \theta, \lambda, \gamma, \beta, \alpha\}$. Então $M = N$.

Exemplo2

Sejam $M = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \theta, \varphi\}$ e $N = \{\varphi, \theta, \lambda, \pi, \gamma, \beta, \alpha\}$. Então $M \neq N$.

Conjunto vazio

Considere o conjunto $A = \{x; x \neq x\}$. Chamamos esse tipo de conjunto de Conjunto Vazio e denotamos por $\varnothing$. Assim $A = \varnothing$.

União entre conjuntos

Sejam A e B conjuntos. A união de A e B é o conjunto:

$$A \cup B = \{a; a \in B \text{ ou } a \in A\}$$

União entre conjuntos

Sejam A e B conjuntos. A união de A e B é o conjunto:

$$A \cup B = \{a; a \in B \text{ ou } a \in A\}$$

Exemplo

Considere os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{m, d, f, c, a\}$. Então a união de A e B é?

União entre conjuntos

Sejam A e B conjuntos. A união de A e B é o conjunto:

$$A \cup B = \{a; a \in B \text{ ou } a \in A\}$$

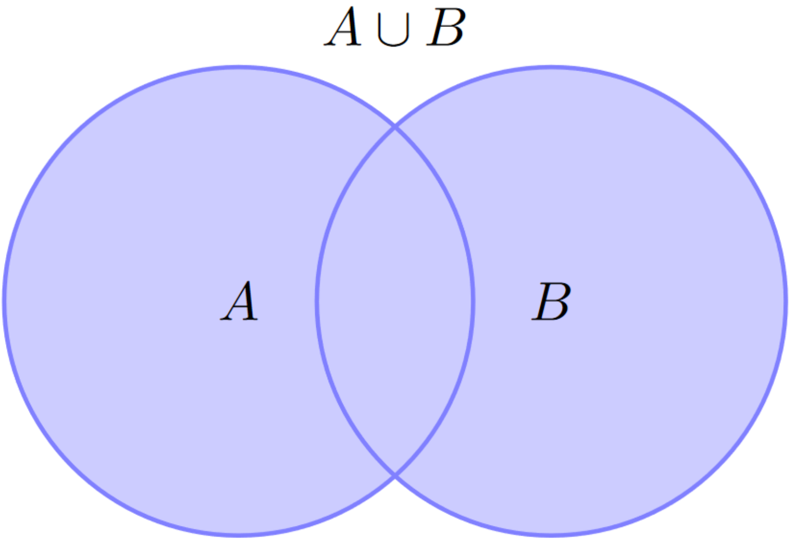
Exemplo

Considere os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{m, d, f, c, a\}$. Então a união de A e B é?

Exercício

Determine a união dos seguintes conjuntos: $M = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \theta, \varphi\}$ e $N = \{\alpha, \omega, \lambda, \pi, \varphi, \epsilon\}$.

Diagrama de Venn



Intersecção entre conjuntos

Seja A e B conjuntos. A intersecção de A e B é conjunto:

$$A \cap B = \{a; a \in A \text{ e } a \in B\}$$

Intersecção entre conjuntos

Seja A e B conjuntos. A intersecção de A e B é conjunto:

$$A \cap B = \{a; a \in A \text{ e } a \in B\}$$

Exemplo

Considere os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{m, d, f, c, a\}$. Então a intersecção de A e B é?

Intersecção entre conjuntos

Seja A e B conjuntos. A intersecção de A e B é conjunto:

$$A \cap B = \{a; a \in A \text{ e } a \in B\}$$

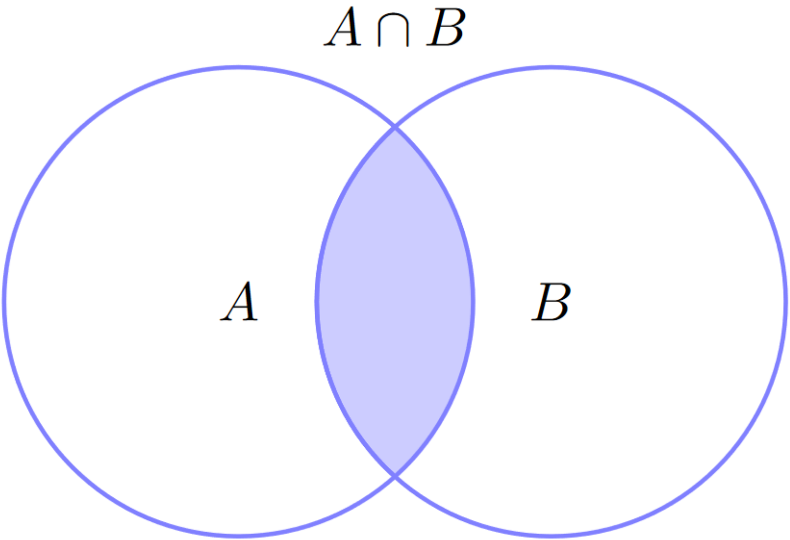
Exemplo

Considere os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{m, d, f, c, a\}$. Então a intersecção de A e B é?

Exercício

Determine a intersecção dos seguintes conjuntos: $M = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \theta, \varphi\}$ e $N = \{\alpha, \omega, \lambda, \pi, \varphi, \epsilon\}$.

Diagrama de Venn



Diferença entre conjuntos

Sejam A e B conjuntos. A diferença do conjutno A em relação ao conjunto B é o conjunto:

$$A - B = AB = \{a; a \in A \text{ e } a \notin B\}$$

Diferença entre conjuntos

Sejam A e B conjuntos. A diferença do conjutno A em relação ao conjunto B é o conjunto:

$$A - B = AB = \{a; a \in A \text{ e } a \notin B\}$$

Exemplo

Considere os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{m, d, f, c, a\}$. Então a diferença de A em relação a B é?

Diferença entre conjuntos

Sejam A e B conjuntos. A diferença do conjutno A em relação ao conjunto B é o conjunto:

$$A - B = AB = \{a; a \in A \text{ e } a \notin B\}$$

Exemplo

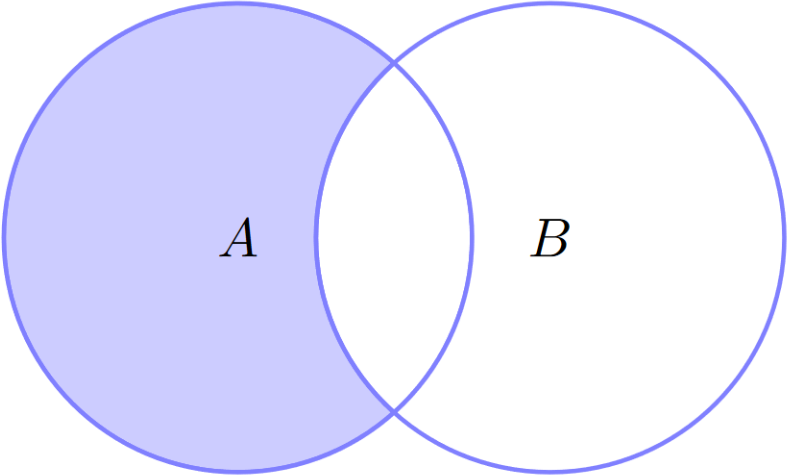
Considere os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{m, d, f, c, a\}$. Então a diferença de A em relação a B é?

Exercício

Sejam $M = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \theta, \varphi\}$ e $N = \{\alpha, \omega, \lambda, \pi, \varphi, \epsilon\}$. Determine o conjunto $M - N$.

Diagrama de Venn

$$A - B$$



Cardinalidade de um conjunto

Seja A um conjunto. A cardinalidade de A é o número de elementos que A possui.Denotamos a cardinalidade de A por $|A|$.

Cardinalidade de um conjunto

Seja A um conjunto. A cardinalidade de A é o número de elementos que A possui.Denotamos a cardinalidade de A por $|A|$.

Exercício

Considere $M = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \theta, \varphi\}$. Qual é a cardinalidade de M?

PUC

Em um colégio de 100 alunos, 80 gostam de sorvete de chocolate, 70 gostam de sorvete de creme e 60 gostam dos dois sabores. Quantos alunos não gostam de nenhum dos dois sabores?

1. a)0
2. b)10
3. c)20
4. d)30
5. e)40