Produto Cartesiano e Introdução às Funções

Matemática II

Almir Junior

IME-USP

Junho 2021

Pares ordenados

Definição

Sejam a e b elementos quaisquer. Admitiremos a existência de um novo elemento (a, b) chamado *par ordenado*, de modo que:

$$(a, b) = (c, d) \iff a = c \quad \text{e} \quad b = d$$

Pares ordenados

Definição

Sejam a e b elementos quaisquer. Admitiremos a existência de um novo elemento (a, b) chamado *par ordenado*, de modo que:

$$(a, b) = (c, d) \iff a = c \quad \text{e} \quad b = d$$

Exemplos

1. $(1, 4) \neq (4, 1)$

Pares ordenados

Definição

Sejam a e b elementos quaisquer. Admitiremos a existência de um novo elemento (a, b) chamado *par ordenado*, de modo que:

$$(a, b) = (c, d) \iff a = c \quad \text{e} \quad b = d$$

Exemplos

1. $(1, 4) \neq (4, 1)$
2. $(\sqrt{5}, 7) = (x, 7)$

Pares ordenados

Definição

Sejam a e b elementos quaisquer. Admitiremos a existência de um novo elemento (a, b) chamado *par ordenado*, de modo que:

$$(a, b) = (c, d) \iff a = c \quad \text{e} \quad b = d$$

Exemplos

1. $(1, 4) \neq (4, 1)$
2. $(\sqrt{5}, 7) = (x, 7)$
3. $\left(\frac{1}{7}, \sqrt{11}\right) \neq (\lambda, 0)$

Pares ordenados

Definição

Sejam a e b elementos quaisquer. Admitiremos a existência de um novo elemento (a, b) chamado *par ordenado*, de modo que:

$$(a, b) = (c, d) \iff a = c \quad \text{e} \quad b = d$$

Exemplos

1. $(1, 4) \neq (4, 1)$
2. $(\sqrt{5}, 7) = (x, 7)$
3. $\left(\frac{1}{7}, \sqrt{11}\right) \neq (\lambda, 0)$
4. $(9, 3) = (3^2, \sqrt{9})$

Definição(Produto Cartesiano)

Sejam A e B conjuntos. O produto cartesiano de A por B é o conjunto:

$$A \times B := \{(a, b) : a \in A \quad \text{e} \quad b \in B\}$$

Definição(Produto Cartesiano)

Sejam A e B conjuntos. O produto cartesiano de A por B é o conjunto:

$$A \times B := \{(a, b) : a \in A \quad \text{e} \quad b \in B\}$$

Exemplos

Sejam $A = \{0, \sqrt{13}, \pi\}$ e $B = \{3, \frac{1}{2}\}$. Quais são os elementos do produto cartesiano de A por B e de B por A?

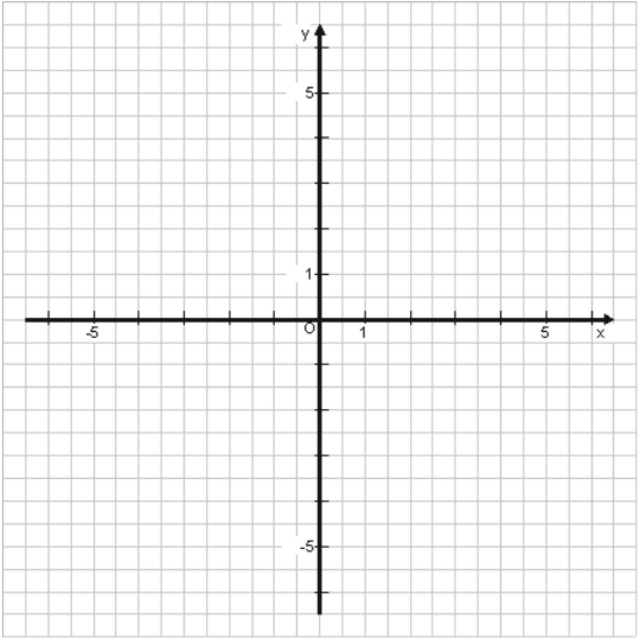
Solução

Plano Cartesiano

Chamamos de Plano Cartesiano o conjunto $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, isto é,

$$\mathbb{R}^2 = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{R}\}.$$

Chamamos de ponto os pares ordenados que pertencem a $\mathbb{R}^2$.


y
5
1
-5
O
1
5
x
-5

Funções

Definição

Função é uma relação entre dois conjuntos não vazios. Definimos uma função f de A (domínio) em B (contradomínio) por uma relação de forma que para todo $x \in A$ existe um único $y \in B$ tal que $f(x) = y$. Chamamos de Imagem de f o conjunto $Im(f)$ dos elementos de B (contradomínio) que possuem relação com algum elemento de A (domínio).

Funções

Definição

Função é uma relação entre dois conjuntos não vazios. Definimos uma função f de A (domínio) em B (contradomínio) por uma relação de forma que para todo $x \in A$ existe um único $y \in B$ tal que $f(x) = y$. Chamamos de Imagem de f o conjunto $Im(f)$ dos elementos de B (contradomínio) que possuem relação com algum elemento de A (domínio).

Exemplo

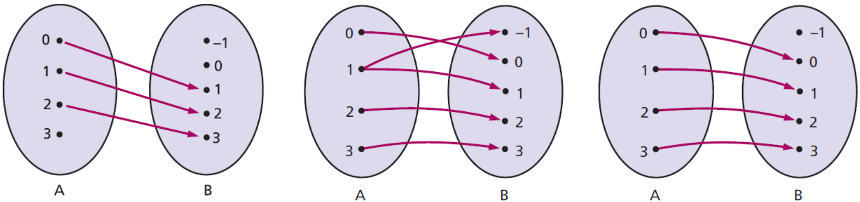


Gráfico e Raízes

Definição

O gráfico de uma função $f : A \to B$ é conjunto:

$$G(f) := \{(x, f(x)) : x \in A \quad \text{e} \quad f(x) \in B\}$$

Gráfico e Raízes

Definição

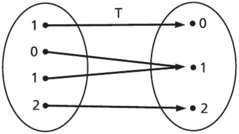
O gráfico de uma função $f : A \to B$ é conjunto:

$$G(f) := \{(x, f(x)) : x \in A \quad \text{e} \quad f(x) \in B\}$$

Definição

As raízes de uma função $f : A \to B$ são os elementos $x \in A$ tais que $f(x) = 0$

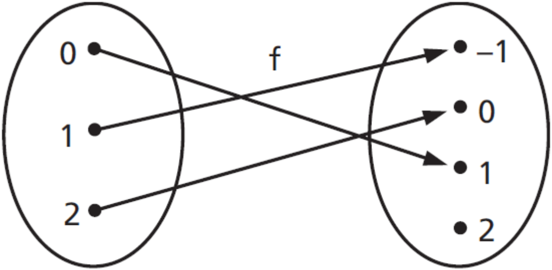
Exemplo



Exercício

Determine o domínio, o contradomínio, a imagem,o gráfico e as raízes de cada função abaixo.

$f : A \to B$



Exercício

$g : A \to B$