

Equações do 1º e 2º grau

Matemática II

Almir Junior

IME-USP

Abril 2021

Igualdade

Euclides 300 AEC

Livro I – Noções comuns

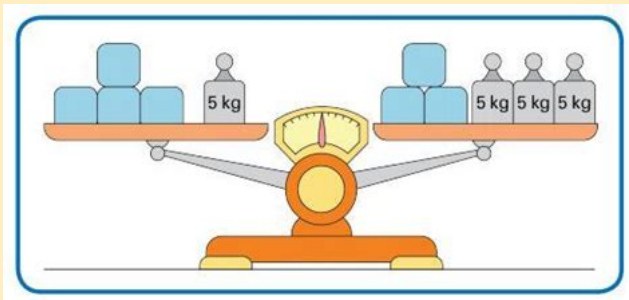
1. As coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si
2. E, caso sejam adicionadas coisas iguais a coisas iguais, os todos são iguais
3. E, caso de iguais sejam subtraídas iguais, as restantes são iguais
4. E, caso iguais sejam adicionadas a desiguais, os todos são desiguais

Referência

p. 132: Roque, T ; *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*, Rio de Janeiro: Zahar; 1ª edição 2012.

Igualdade

Operações numa igualdade



Referência

<https://brainly.com.br/tarefa/30893256>

Igualdade

Exemplo

- $3 = 1 + (1 + 1) = 1 + 2$

- $a = 4$

Equação do 1º grau

Definição 1

Uma equação do primeiro grau em uma variável é uma igualdade da forma $ax + b = 0$, onde $a \neq 0$ e b é um número qualquer, ambos são constantes, e x é a variável. O grau da equação é determinado pelo expoente da variável.

Resolver uma equação é encontrar o valor da variável.

Equação do 1º grau

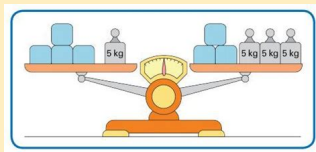
Exemplos

- $5k + 10 = 35$

- $\pi a + 112 = -8$

Equação do 1º grau

Exemplo: descubra o peso dos bloquinhos azuis que estão sobre a balança que está em equilíbrio.



Resolução

Equação do 1º grau

Definição 2

Uma equação do primeiro grau em duas variáveis é uma igualdade da forma: $ax + by + c = 0$ com a e b não nulos. Onde o valor de uma variável depende do valor da outra variável.

Equação do 1º grau

Definição 2

Uma equação do primeiro grau em duas variáveis é uma igualdade da forma: $ax + by + c = 0$ com a e b não nulos. Onde o valor de uma variável depende do valor da outra variável.

Exemplos

- $x + y = 1$
- $2p = q$
- $3a + 9b = 18$

Sistemas de duas equações do 1º grau

Definição 3

Um sistema de duas equações do primeiro grau em duas variáveis é dado por:

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{cases}$$

onde a, b, c, d, e e f são constantes.

Sistemas de duas equações do 1º grau

Definição 3

Um sistema de duas equações do primeiro grau em duas variáveis é dado por:

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{cases}$$

onde a, b, c, d, e e f são constantes.

Solução de um sistema

Para resolver um sistema devemos resolver uma primeira equação em função de alguma das variáveis e depois substituir o valor dessa variável na segunda equação.

Sistemas de duas equações do 1º grau

Exemplo

Resolva o sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

Resolução

Equação do 2º grau

Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma $ax^2 + bx + c = 0$, onde $a \neq 0$ e b, c são números quaisquer, ambos são constantes, e x é a variável.

Equação do 2º grau

Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma $ax^2 + bx + c = 0$, onde $a \neq 0$ e b, c são números quaisquer, ambos são constantes, e x é a variável.

Exemplos

- $x^2 - 1 = 0$

Equação do 2º grau

Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma $ax^2 + bx + c = 0$, onde $a \neq 0$ e b, c são números quaisquer, ambos são constantes, e x é a variável.

Exemplos

- $x^2 - 1 = 0$
- $2x^2 + 3x - 5 = 0$

Equação do 2º grau

Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma $ax^2 + bx + c = 0$, onde $a \neq 0$ e b, c são números quaisquer, ambos são constantes, e x é a variável.

Exemplos

- $x^2 - 1 = 0$
- $2x^2 + 3x - 5 = 0$
- $x^2 + 4x = 111$

Equação do 2º grau

Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma $ax^2 + bx + c = 0$, onde $a \neq 0$ e b, c são números quaisquer, ambos são constantes, e x é a variável.

Exemplos

- $x^2 - 1 = 0$
- $2x^2 + 3x - 5 = 0$
- $x^2 + 4x = 111$
- $104 - x^2 = 9x$

Equação do 2º grau

Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma $ax^2 + bx + c = 0$, onde $a \neq 0$ e b, c são números quaisquer, ambos são constantes, e x é a variável.

Exemplos

- $x^2 - 1 = 0$
- $2x^2 + 3x - 5 = 0$
- $x^2 + 4x = 111$
- $104 - x^2 = 9x$

Equação do 2º grau

Bhaskara

- (I) “De uma quantidade retiramos ou adicionamos a sua raiz multiplicada por um coeficiente e a soma ou a diferença é igual a um número dado.”
- (II) “Seja uma igualdade contendo a quantidade desconhecida, seu quadrado etc. Se temos os quadrados da quantidade desconhecida etc., em um dos membros multiplicamos os dois membros por um fator conveniente e somamos o que é necessário para que o membro das quantidades desconhecidas tenha uma raiz; igualando, em seguida, essa raiz à do membro das quantidades conhecidas, obtemos o valor da quantidade desconhecida.”
- (III) “É por unidades iguais a quatro vezes o número de quadrados que é preciso multiplicar os dois membros; e é a quantidade igual ao quadrado do número primitivo de quantidades desconhecidas simples que é preciso adicionar.”

Referência



. 190: Roque, T ; *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*, Rio de Janeiro: Zahar; 1ª edição 2012.

Equação do 2º grau

Bhaskara

Tradução do método de Bhaskara em nossa notação

Para resolver a equação $ax^2 + bx = c$:

Multiplicamos ambos os lados por $4a$, obtendo $4a^2x^2 + 4abx = 4ac$.

Em seguida, adicionamos b^2 a ambos os lados, $4a^2x^2 + 4abx + b^2 = 4ac + b^2$.

Agora podemos reescrever essa igualdade como $(2ax + b)^2 = 4ac + b^2$ e o membro contendo as quantidades desconhecidas possui uma raiz. Tomamos, então, a raiz quadrada para obter: $2ax + b = \sqrt{4ac + b^2}$ e $x = \frac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a}$.

Referência



. 191: Roque, T ; *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*, Rio de Janeiro: Zahar; 1ª edição 2012.

Equação do 2º grau

Proposição 1 (Fórmula de Bhaskara)

Seja $ax^2 + bx + c = 0$ uma equação do segundo grau. Então a solução é dada por $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Demonstração

Equação do 2º grau

Exemplos

- $2x^2 + x - 3 = 0$

- $x^2 + 1 = 0$

Equação do 2º grau

Proposição 2

Seja $ax^2 + bx + c = 0$ uma equação do segundo grau, com x_1 e x_2 suas raízes. Então temos $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Demonstração

Equação do 2º grau

Exemplos

- $x^2 + x - 6 = 0$

- $x^2 - 3x + 3 = 0$

ENEM 2013

A temperatura T de um forno(em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento ($t = 0$) e varia de acordo com a expressão $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39 graus centígrados. Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta? a)19,0 b)19,8 c)20,0 d)38,0 e)39,0

Solução