

# Expressões algébricas e fatoração

Almir Junior

Março de 2022

## 1 Expressões algébricas

**Definição 1.** *Expressões algébricas são aquelas que envolvem números, letras e operações.*

**Exemplo 1.** (a)  $2x$

(b)  $a(x + 1)$

(c)  $4m^2 + 8m + 1$

**Comentário 1.** *Chamamos as letras de variáveis e os números de constantes.*

## 2 Distributividade e fator comum

A distributividade é uma operação envolvendo soma e multiplicação.

**Definição 2.** • *Distributividade à esquerda*

$$a(x \pm y) = ax \pm ay.$$

• *Distributividade à direita*

$$(x \pm y)a = xa \pm ya.$$

• *Distributividade avançada*

$$(a + b)(x + y) = (a + b)x + (a + b)y = xa + xb + ay + by.$$

$$(a - b)(x + y) = (a - b)x + (a - b)y = xa - xb + ay - by.$$

$$(a + b)(x - y) = (a + b)x - (a + b)y = xa + xb - ay - by.$$

$$(a - b)(x - y) = (a - b)x - (a - b)y = xa - xb - ay + by.$$

**Exemplo 2.** (a)  $4(a + 3)$

$$4(a + 3) = 4a + 12$$

$$(b) \quad (2t - 5g)3$$

$$(2t - 5g)3 = 6t - 15g$$

$$(c) \quad (4 - r)(11 + s)$$

$$\begin{aligned}(4 - r)(11 + s) &= (4 - r)11 + (4 - r)s \\ &= 44 - 11r + 12 - 3r \\ &= 28 - 11r - 3r\end{aligned}$$

**Comentário 2.** Note que após realizar a distributiva as duas parcelas restante possuem fator comum.

### 3 Produtos Notáveis

É muito útil memorizar algumas expressões oriundas do produto de expressões algébricas aplicando a distributividade. Essas expressões são chamadas de *produtos notáveis* e as mais utilizados são:

**Proposição 1.** (a)  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(b)  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(c)  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

(d)  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(e)  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

*Demonstração.*

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= (a + b)a + (a + b)b \\ &= a^2 + ba + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a - b)(a - b) \\ &= (a - b)a - (a - b)b \\ &= a^2 - ba - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= (a + b)a - (a + b)b \\ &= a^2 + ba - ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(a+b)^3 &= (a+b)(a+b)^2 \\
&= (a+b)(a^2+2ab+b^2) \\
&= a^3+2a^2b+ab^2+ba^2+2ab^2+b^3 \\
&= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(a-b)^3 &= (a-b)(a-b)^2 \\
&= (a-b)(a^2-2ab+b^2) \\
&= a^3-2a^2b-ab^2-ba^2+2ab^2-b^3 \\
&= a^3-3a^2b+3ab^2-b^3.
\end{aligned}$$

□

**Exemplo 3.**

$$(a+1)^2$$

$$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$$

$$(s+4)^3$$

$$(s+4)^3 = s^3 + 12s^2 + 48s + 64$$

$$(2x-3)(2x+3)$$

$$(2x-3)(2x+3) = 4x^2 - 9$$

$$(2x-3)^2$$

$$(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$(2-s)^3$$

$$(2-s)^3 = 8 - 12s + 6s^2 - s^3$$

## 4 Fatoração de expressões algébricas

**Definição 3.** Fatorar um expressão algébrica é transformar uma soma de uma ou mais parcelas em um produto de um ou mais fatores.

**Comentário 3.** Para efetuar a fatoração de uma expressão algébrica precisamos encontrar fatores em comum nas parcelas e utilizar a distributividade e os produtos notáveis para transformar a soma em produto.

**Exemplo 4.** (a)  $3x + 12$

$$3x + 12 = 3(x + 4).$$

(b)  $15x^4 - 20x^7$

$$15x^4 - 20x^7 = 5x^4(3 - 4x^3).$$

(c)  $3x(a + b) - 4(a + b)$

$$3x(a + b) - 4(a + b) = (a + b)(3x - 4).$$

(d)  $9m^2 - 25$

$$9m^2 - 25 = (3m - 5)(3m + 5).$$

(e)  $2x(x - 1) - 3(1 - x)$

$$2x(x - 1) - 3(1 - x) = 2x(x - 1) + 3(-1 + x) = (x - 1)(2x + 3).$$

## 5 Exercícios

**Exercício 1.** *Simplifique as expressões.*

(a)  $\frac{k^2-9}{k+3}$

(b)  $\frac{m^2-2mn+n^2}{m^2-n^2}$

**Exercício 2.** *Se  $x + 1/x = a$ , reescreva em termos de  $a$  a expressão  $x^2 + 1/x^2$ .*