

# Potenciação e Radiciação

## Matemática II

Almir Junior

IME-USP

Março 2021

# Sobre Definição e Argumentação

## Definições por Euclides

ensina e aceita-a sem demonstração. As definições que iniciam os *Elementos*<sup>5</sup> fazem referência aos objetos matemáticos que serão utilizados ao longo da obra e que possuem um conteúdo intuitivo. Alguns exemplos:

### *Livro I – Definições*

1. Ponto é aquilo de que nada é parte
2. E linha é comprimento sem largura
3. E extremidades de uma linha são pontos
4. E linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma
5. E superfície é aquilo que tem somente comprimento e largura
6. E extremidades de uma superfície são retas

## Referência

 p. 131: Roque, T ; *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*, Rio de Janeiro: Zahar; 1<sup>a</sup> edição 2012.

# Sobre Definição e Argumentação

## Definições por Euclides

O objetivo de diversos outros resultados do livro I seria, portanto, permitir a construção requerida em I-45 por meio de outras mais simples, o que caracteriza um procedimento típico dos *Elementos*. Se um postulado foi usado para demonstrar um teorema (ou para efetuar uma construção), esse teorema (ou essa construção) se torna uma verdade disponível para a demonstração de novos teoremas (ou para a realização de novas construções). Cada resultado constitui a base para o aprendizado de novos resultados. Os primeiros princípios servem, portanto, à demonstração dos primeiros resultados, que, em seguida, efetuam o papel de premissas para novas demonstrações. O encadeamento dedutivo das proposições pode ser compreendido, assim, como a busca de uma espécie de economia na argumentação.

## Referência

1 p. 135: Roque, T ; *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*, Rio de Janeiro: Zahar; 1<sup>a</sup> edição 2012.

# Definição e Argumentação

## Dialética

dialética

### Significado de Dialética

substantivo feminino

Arte do diálogo; arte de, através do diálogo, fazer a demonstração de um tema, argumentando para definir e distinguir com clareza os assuntos e conceitos debatidos nessa discussão.

Processo de busca da verdade por meio da argumentação e/ou da discussão racional, tentando demonstrar alguma coisa.

[Filosofia] Aristóteles. Dedução lógica que se efetiva tendo em conta as proposições demonstráveis.

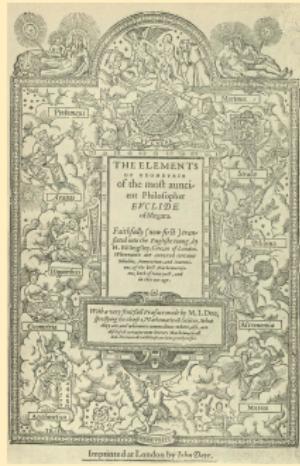


## Referência

<https://www.dicio.com.br/dialectica/>

# Os Elementos por Euclides

Imagens do livro: contracapa da primeira versão em inglês de Sir Henry Billingsley dos Elementos de Euclides, 1570



## Referência

[https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid's\\_Elements](https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid%27s_Elements)

# Os Elementos por Euclides

Imagens do livro: uma página da primeira edição impressa de Elementos, impressa por Erhard Ratdolt em 1482



## Referência

[https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid's\\_Elements](https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid%27s_Elements)

# Os Elementos por Euclides

Imagens do livro: fragmento do Elementos de Euclides contido em Oxyrhynchus papyri



## Referência

[https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid's\\_Elements](https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid%27s_Elements)

## Site legal sobre o livro

<https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/java/elements/bookI/bookI.html>

# Potenciação

## Definição 1

Seja  $a$  um número qualquer e  $n > 0$ . Definimos:

$$a^1 := a \quad a^n := \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ vezes}} \quad a^{-n} := \frac{1}{a^n}.$$

# Potenciação

## Definição 1

Seja  $a$  um número qualquer e  $n > 0$ . Definimos:

$$a^1 := a \quad a^n := \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ vezes}} \quad a^{-n} := \frac{1}{a^n}.$$

## Exemplos

- $2^4 =$
- $(-3)^3 =$
- $10^{-1} =$

# Potenciação

## Definição 2

Sejam  $a$  e  $b$  números quaisquer e  $n > 0$ . Definimos:

$$a^n \cdot b^n := (a \cdot b)^n \quad a^n \cdot a^m := a^{n+m}.$$

## Ideia

# Potenciação

## Exemplos

- $2^4 \cdot 2^5 =$

- $\pi^{49} \cdot \pi^{51} =$

- $7^4 \cdot 3^4 =$

- $10^a \cdot 55^a =$

# Propriedades de Potenciação

## Propriedade 1

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

## Demonstração

# Propriedades de Potenciação

## Exemplos

- $(y^3)^5 =$

- $(z^{-13})^{-3} =$

- $(e^{-5})^5$

# Propriedades de Potenciação

## Propriedade 2

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

## Demonstração

# Propriedades de Potenciação

## Exemplo

- $\left(\frac{r}{s}\right)^2 =$

- $\left(-\frac{3}{y}\right)^3 =$

- $\left(\frac{\varphi}{2}\right)^{-4} =$

# Propriedades de Potenciação

## Propriedade 3

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

## Demonstração

# Propriedades de Potenciação

## Exemplos

- $\frac{(-\delta)^3}{(-\delta)^2} =$

- $\frac{p^{20}}{p^{25}} =$

# Propriedades de Potenciação

## Propriedade 4(Exercício)

Seja  $a$  um número qualquer não nulo. Prove que  $a^0 = 1$ .

# Propriedades de Potenciação

## Exemplos

- $1^0 =$
- $\pi^0 =$
- $(10^9)^0 =$

# Propriedades de Potenciação

## Propriedade 5

Sejam  $a$  e  $b$  números quaisquer e não nulos. Temos  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$ .

## Demonstração

# Propriedades de Potenciação

## Exemplos

- $\left(\frac{33}{47}\right)^{-1} =$

- $\left(\frac{4f}{7g}\right)^{-3} =$

- $\left(\frac{3x}{9y}\right)^{-2} =$

## VUNESP

Se  $x = 10^{-3}$ , então  $\frac{(0,1) \cdot (0,001) \cdot 10^{-1}}{10 \cdot (0,0001)}$  é igual a:

- a)  $100x$
- b)  $10x$
- c)  $x$
- d)  $\frac{x}{10}$
- e)  $\frac{x}{100}$

## Resolução