

# Equações do 1º e 2º grau

## Matemática II

Almir Junior

IME-USP

Abril 2021

# Igualdade

## Euclides 300 AEC

*Livro I – Noções comuns*

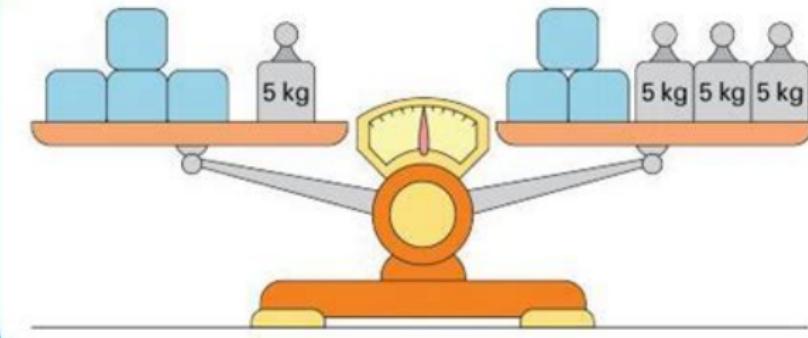
1. As coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si
2. E, caso sejam adicionadas coisas iguais a coisas iguais, os todos são iguais
3. E, caso de iguais sejam subtraídas iguais, as restantes são iguais
4. E, caso iguais sejam adicionadas a desiguais, os todos são desiguais

## Referência

p. 132: Roque, T ; *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*, Rio de Janeiro: Zahar; 1<sup>a</sup> edição 2012.

# Igualdade

## Operações numa igualdade



## Referência

<https://brainly.com.br/tarefa/30893256>

# Igualdade

## Exemplo

- $3 = 1 + (1 + 1) = 1 + 2$

- $a = 4$

# Equação do 1º grau

## Definição 1

Uma equação do primeiro grau em uma variável é uma igualdade da forma  $ax + b = 0$ , onde  $a \neq 0$  e  $b$  é um número qualquer, ambos são constantes, e  $x$  é a variável. O grau da equação é determinado pelo expoente da variável.

Resolver uma equação é encontrar o valor da variável.

# Equação do 1º grau

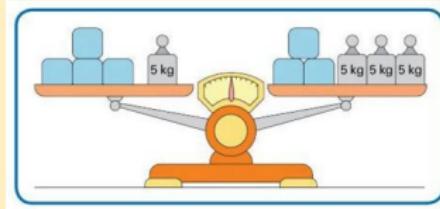
## Exemplos

- $5k + 10 = 35$

- $\pi a + 112 = -8$

# Equação do 1º grau

Exemplo: descubra o peso dos bloquinhos azuis que estão sobre a balança que está em equilíbrio.



## Resolução

# Equação do 1º grau

## Definição 2

Uma equação do primeiro grau em duas variáveis é uma igualdade da forma:  $ax + by + c = 0$  com  $a$  e  $b$  não nulos. Onde o valor de uma variável depende do valor da outra variável.

# Equação do 1º grau

## Definição 2

Uma equação do primeiro grau em duas variáveis é uma igualdade da forma:  $ax + by + c = 0$  com  $a$  e  $b$  não nulos. Onde o valor de uma variável depende do valor da outra variável.

## Exemplos

- $x + y = 1$
- $2p = q$
- $3a + 9b = 18$

# Sistemas de duas equações do 1º grau

## Definição 3

Um sistema de duas equações do primeiro grau em duas variáveis é dado por:

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{cases}$$

onde  $a, b, c, d, e$  e  $f$  são constantes.

# Sistemas de duas equações do 1º grau

## Definição 3

Um sistema de duas equações do primeiro grau em duas variáveis é dado por:

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{cases}$$

onde  $a, b, c, d, e$  e  $f$  são constantes.

## Solução de um sistema

Para resolver um sistema devemos resolver uma primeira equação em função de alguma das variáveis e depois substituir o valor dessa variável na segunda equação.

# Sistemas de duas equações do 1º grau

## Exemplo

Resolva o sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

## Resolução

# Equação do 2º grau

## Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , onde  $a \neq 0$  e  $b, c$  são números quaisquer, ambos são constantes, e  $x$  é a variável.

# Equação do 2º grau

## Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , onde  $a \neq 0$  e  $b, c$  são números quaisquer, ambos são constantes, e  $x$  é a variável.

## Exemplos

- $x^2 - 1 = 0$

# Equação do 2º grau

## Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , onde  $a \neq 0$  e  $b, c$  são números quaisquer, ambos são constantes, e  $x$  é a variável.

## Exemplos

- $x^2 - 1 = 0$
- $2x^2 + 3x - 5 = 0$

# Equação do 2º grau

## Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , onde  $a \neq 0$  e  $b, c$  são números quaisquer, ambos são constantes, e  $x$  é a variável.

## Exemplos

- $x^2 - 1 = 0$
- $2x^2 + 3x - 5 = 0$
- $x^2 + 4x = 111$

# Equação do 2º grau

## Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , onde  $a \neq 0$  e  $b, c$  são números quaisquer, ambos são constantes, e  $x$  é a variável.

## Exemplos

- $x^2 - 1 = 0$
- $2x^2 + 3x - 5 = 0$
- $x^2 + 4x = 111$
- $104 - x^2 = 9x$

# Equação do 2º grau

## Definição 4

Uma equação do segundo grau é uma igualdade da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , onde  $a \neq 0$  e  $b, c$  são números quaisquer, ambos são constantes, e  $x$  é a variável.

## Exemplos

- $x^2 - 1 = 0$
- $2x^2 + 3x - 5 = 0$
- $x^2 + 4x = 111$
- $104 - x^2 = 9x$

# Equação do 2º grau

## Bhaskara

- (I) “De uma quantidade retiramos ou adicionamos a sua raiz multiplicada por um coeficiente e a soma ou a diferença é igual a um número dado.”
- (II) “Seja uma igualdade contendo a quantidade desconhecida, seu quadrado etc. Se temos os quadrados da quantidade desconhecida etc., em um dos membros multiplicamos os dois membros por um fator conveniente e somamos o que é necessário para que o membro das quantidades desconhecidas tenha uma raiz; igualando, em seguida, essa raiz à do membro das quantidades conhecidas, obtemos o valor da quantidade desconhecida.”
- (III) “É por unidades iguais a quatro vezes o número de quadrados que é preciso multiplicar os dois membros; e é a quantidade igual ao quadrado do número primitivo de quantidades desconhecidas simples que é preciso adicionar.”

## Referência

-  . 190: Roque, T ; *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*, Rio de Janeiro: Zahar; 1ª edição 2012.

# Equação do 2º grau

## Bhaskara

*Tradução do método de Bhaskara em nossa notação*

Para resolver a equação  $ax^2 + bx = c$ :

Multiplicamos ambos os lados por  $4a$ , obtendo  $4a^2x^2 + 4abx = 4ac$ .

Em seguida, adicionamos  $b^2$  a ambos os lados,  $4a^2x^2 + 4abx + b^2 = 4ac + b^2$ .

Agora podemos reescrever essa igualdade como  $(2ax + b)^2 = 4ac + b^2$  e o membro contendo as quantidades desconhecidas possui uma raiz. Tomamos, então, a raiz quadrada para obter:  $2ax + b = \sqrt{4ac + b^2}$  e  $x = \frac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a}$ .

## Referência

-  . 191: Roque, T ; *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*, Rio de Janeiro: Zahar; 1ª edição 2012.

# Equação do 2º grau

## Proposição 1(Fórmula de Bhaskara)

Seja  $ax^2 + bx + c = 0$  uma equação do segundo grau. Então a solução é dada por  $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .

## Demonstração

# Equação do 2º grau

## Exemplos

- $2x^2 + x - 3 = 0$

- $x^2 + 1 = 0$

# Equação do 2º grau

## Proposição 2

Seja  $ax^2 + bx + c = 0$  uma equação do segundo grau, com  $x_1$  e  $x_2$  suas raízes. Então temos  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  e  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

## Demonstração

# Equação do 2º grau

## Exemplos

- $x^2 + x - 6 = 0$

- $x^2 - 3x + 3 = 0$

## ENEM 2013

A temperatura  $T$  de um forno(em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento ( $t = 0$ ) e varia de acordo com a expressão  $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$ , com  $t$  em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39 graus centígrados. Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta? a)19, 0    b)19, 8    c)20, 0    d)38, 0    e)39, 0

## Solução