

Um pouco sobre sistemas lineares

Almir Junior

Maio de 2022

Vamos nos concentrar em sistemas lineares de duas variáveis e duas equações.

Exemplo 1.

$$\begin{cases} 4x + y = 10 \\ 3x + 17y = 0 \end{cases}$$

Para resolver esse tipo sistema podemos selecionar uma das equações e isolar alguma das variáveis. Depois devemos substituir a expressão da variável na outra equação. No caso do **Exemplo 1**, vamos isolar a variável x da primeira equação e vamos substituir na segunda equação. Então obtemos:

$$4x + y = 10 \implies x = \frac{10 - y}{4}$$

Agora substituindo $x = (10 - y)/4$ na segunda equação temos:

$$\begin{aligned} 3\left(\frac{10 - y}{4}\right) + 17y &= 0 \implies \frac{30 - 3y}{4} + 17y = 0 \\ \implies 120 - 12y + 17y &= 0 \implies y = -\frac{120}{5} = -24 \end{aligned}$$

Acabamos de encontrar o valor de y , agora basta substituir esse valor em alguma das equações para conseguirmos o valor de x . Vamos substituir na primeira equação:

$$4x - 24 = 10 \implies x = \frac{34}{4} = \frac{17}{2}$$

Assim, encontramos os valores de x e y . Esse tipo de sistema (que possui solução numérica) é chamado de Sistema Possível e Determinado. Existem sistema impossíveis de resolver, esses são chamados de Sistema Impossível:

Exemplo 2.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

Ora, por um lado temos $x + y = 1$ e por outro $x + y = -1$, ou seja, temos uma soma $x + y$ com resultados diferentes:

$$-1 = x + y = 1 \implies -1 = 1 \text{ Absurdo!}$$

Então, de fato, esse sistema é IMPOSSÍVEL.

Por final, existem sistemas que são possíveis mas não temos um resultado numérico para eles. Vejamos um exemplo:

Exemplo 3.

$$\begin{cases} -x + y = 13 \\ -\sqrt{3}x + \sqrt{3}y = 13\sqrt{3} \end{cases}$$

Note que a segunda equação é idêntica a primeira, para isso basta dividi-la por $\sqrt{3}$

$$-\sqrt{3}x + \sqrt{3}y = 13\sqrt{3} \implies \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3}x + \sqrt{3}y) = \frac{1}{\sqrt{3}}13\sqrt{3} \implies -x + y = 13$$

Como precisamos de duas equações distintas para solucionar um sistema, nesse exemplo encontraremos infinitas soluções de forma que o valor de y depende do valor de x . Ou seja, para cada valor dado para x temos um valor diferente para y .

Exercício 1. *Sabe-se x e y são as incógnitas do seguinte sistema linear:*

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 5y = 2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3}y = 13\sqrt{3} \end{cases}$$

O valor do produto entre x e y é:

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 4
- (e) 5

Exercício 2 (FUVEST). *Um casal tem filhos e filhas. Cada filho tem o número de irmãos igual ao número de irmãs. Cada filha tem o número de irmãos igual ao dobro do número de irmãs. Qual o total de filhos e filhas do casal?*

- (a) 3
- (b) 4
- (c) 5
- (d) 6
- (e) 7