

שאלה 1:

(א) מינימיזציה של expected absolute deviation של כפונקציה של רמות הייצוג ורמות ההחלטה:

$$\text{Minimize } E\{\varepsilon_Q^1\} = \sum_{i=1}^J \int_{d_{i-1}}^{d_i} |x - r_i| P(x) dx$$

$$\frac{\partial}{\partial r_j} \sum_{i=1}^J \int_{d_{i-1}}^{d_i} |x - r_i| P(x) dx = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial d_j} \sum_{i=1}^J \int_{d_{i-1}}^{d_i} |x - r_i| P(x) dx = 0$$

(ב) תנאי אופטימליות:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r_j} E\{\varepsilon_Q^1\} &= 0 \quad \text{for } j=1, \dots, J \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r_j} E\{\varepsilon_Q^1\} &= - \int_{d_{i-1}}^{d_i} \text{sign}(x - r_i) dx = - \int_{x > r_i} 1 P(x) dx - \int_{x < r_i} -1 P(x) dx \\ &\Rightarrow \int_{x > r_i} P(x) dx = \int_{x < r_i} P(x) dx \end{aligned}$$

כלומר תנאי האופטימליות דומה לחציון, כלומר נבחר את רמת הייצוג להיות בנקודה שמחלקת את ההסתברות בתוך האינטרוול באופן שווה. ההסתברות לקבל $x < r_i$ שווה להסתברות לקבל $x > r_i$ עבור x שנמצא בתוך תחומי האינטרוול.

(ג) תנאי אופטימליות:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial d_j} E\{\varepsilon_Q^1\} &= 0 \quad \text{for } j=1, \dots, J-1 \Rightarrow |d_j - r_j| P(d_j) - |d_j - r_{j+1}| P(d_j) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow d_j = \frac{r_j + r_{j+1}}{2} \end{aligned}$$

כלומר תנאי האופטימליות הוא שרמות ההחלטה נמצאות באמצע של רמות הייצוג התוחמות אותן. מדובר בממוצע החשבוני של שתי רמות הייצוג הסמוכות.

(ד) אלגוריתם:

(1) ניחוש d_i

(2) חישוב r_j

(3) חישוב d_i

(4) בדיקה האם השגיאה קטנה אם כן חזרה לשלב 2