

עיבוד תמונות ואותות
במחשב
236327

2

תרגיל:

הוגש ע"י:

316258706	נוגה בר
מספר סטודנט	שם

300411659	דביר פרי
מספר סטודנט	שם

22.5.2017

בתאריך:

שיעורי בית 2

שאלה 1

a. עבור k זוגי נקבל:

$$\int_{t \in \Delta_i} (t - t_i)^k = \int_{\bar{t} = -\frac{|\Delta_i|}{2}}^{\frac{|\Delta_i|}{2}} \bar{t}^k d\bar{t} = \frac{\bar{t}^{k+1}}{k+1} \Big|_{-\frac{|\Delta_i|}{2}}^{\frac{|\Delta_i|}{2}} = \frac{1}{k+1} \left[\left(\frac{|\Delta_i|}{2}\right)^{k+1} + \left(\frac{|\Delta_i|}{2}\right)^{k+1} \right] = \frac{|\Delta_i|^{k+1}}{2^k(k+1)}$$

ביצענו שינוי משתנה אינטגרל ע"י ההצבה $t - t_i = \bar{t}$ ובהתאם לכך השתנו גבולות האינטגרציה. לאחר מכן פתרנו את האינטגרל באופן רגיל

עבור k אי זוגי נקבל אינטגרל שהוא סכימה של פונקציה אי זוגית על טווח סימטרי של ערכים, t_i הוא אמצע הקטע Δ_i . תוצאה של סכימה כזאת היא 0

$$\int_{t \in \Delta_i} (t - t_i)^k = \begin{cases} \frac{|\Delta_i|^{k+1}}{2^k(k+1)}, & k \text{ is even} \\ 0, & k \text{ is odd} \end{cases}$$

ובסה"כ קיבלנו את התוצאה הרצויה

b. השגיאה הריבועית היא: $\Psi_{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t) - \hat{\varphi}(t))^2 dt$ נרצה למזער את השגיאה.

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t) - \hat{\varphi}(t))^2 dt = 0$$

נוכל למזער את השגיאה עבור כל אינטרוול בנפרד

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t) - \hat{\varphi}(t))^2 dt = 0$$

הצבה $\hat{\varphi}(t)$:

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t) - a_i(t - t_i) - c_i)^2 dt = 0$$

$$\frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \frac{\partial}{\partial a_i} (\varphi(t) - a_i(t - t_i) - c_i)^2 dt = 0$$

גזירה :

$$\frac{1}{\Delta} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (-2\varphi(t) + 2c_i)(t - t_i) + 2a_i(t - t_i)^2 dt \right) = 0$$

נובע מהסעיף הקודם $\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (t - t_i) dt = 0$

$$\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt = a_i \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (t - t_i)^2 dt$$

נובע מהסעיף הקודם עבור k זוגי:

$$a_i \frac{\Delta^3}{12} = \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt$$

$$a_i = \frac{12}{\Delta^3} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt$$

עבור c_i :

$$\frac{\partial}{\partial c_i} \frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t) - a_i(t - t_i) - c_i)^2 dt = 0$$

$$\frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \frac{\partial}{\partial c_i} (\varphi(t) - a_i(t - t_i) - c_i)^2 dt = 0$$

גזירה :

$$\frac{1}{\Delta} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} 2c_i dt - 2 \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)c_i dt - \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} a_i(t - t_i) dt \right) = 0$$

$$\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} 2c_i dt = 2 \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt$$

$$c_i \Delta = \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt$$

$$c_i = \frac{\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt}{\Delta}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{MSE} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) - \hat{\varphi}(t) dt \\
&= \frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t) - a_i(t - t_i) - c_i)^2 dt \\
&= \frac{1}{\Delta} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t))^2 dt + \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (t - t_i)^2 a_i^2 dt + \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} c_i^2 dt - \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} 2\varphi(t) a_i (t - t_i) dt \right. \\
&\quad \left. - \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} 2\varphi(t) c_i dt + \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} 2a_i c_i (t - t_i) dt \right)
\end{aligned}$$

האיבר האחרון שווה ל-0 נובע ממה שהראינו בסעיף a.

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\Delta} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t))^2 dt + \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (t - t_i)^2 \left(\frac{12}{\Delta^3} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt \right)^2 dt + \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \left(\frac{\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt}{\Delta} \right)^2 dt \right. \\
&\quad \left. - \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) \frac{24}{\Delta^3} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt (t - t_i) dt - \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} 2\varphi(t) \frac{\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt}{\Delta} dt = \right. \\
&\quad \frac{1}{\Delta} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t))^2 dt + \frac{12}{\Delta^3} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt \right)^2 \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (t - t_i)^2 dt + \left(\frac{\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt}{\Delta} \right)^2 \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} 1 dt \\
&\quad - \frac{24}{\Delta^3} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt - 2 \frac{\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt \right) \\
&= \frac{1}{\Delta} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t))^2 dt + \frac{12}{\Delta^3} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt \right)^2 + \frac{\left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt \right)^2}{\Delta} \right. \\
&\quad \left. - \frac{24}{\Delta^3} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt \right)^2 - \frac{2}{\Delta} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt \right)^2 \right) = \\
&\quad \frac{1}{\Delta} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t))^2 dt - \frac{12}{\Delta^3} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t - t_i) dt \right)^2 - \frac{\left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt \right)^2}{\Delta} \right)
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t))^2 dt - \frac{12}{\Delta^4} \left(\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t)(t-t_i) dt \right)^2 - \left(\frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt \right)^2$$

: d

השגיאה עבור קירוב קבוע למקוטעין:

$$\frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} (\varphi(t))^2 dt - \left(\frac{1}{\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \varphi(t) dt \right)^2$$

לכן קל לראות כי השגיאה עבור קירוב ליניארי למקוטעין קטנה כיוון שנוסף ביטוי שלילי

שאלה 2:

a. האנרגיה של הנגזרת של הסיגנל הנתון היא:

$$\phi(t)^2 = (-2\pi\omega A \sin(2\pi\omega t))^2 = (2\pi\omega A \sin(2\pi\omega t))^2$$

גודל טווח הערכים הוא:

$$\varphi_H - \varphi_L = A - (-A) = 2A$$

b. כעת נציג את בעיית ה-Bit Allocation:

(i). נרצה למזער את השגיאה עם האילוץ $B = Nb$:

$$\Psi_{MSE} = \frac{1}{12N^2} (2\pi\omega A)^2 \sin^2(2\pi\omega) + \frac{1}{12} \frac{4A^2}{2^{2b}} = \frac{1}{12N^2} (2\pi\omega A)^2 \sin^2(2\pi\omega) + \frac{1}{3} * \frac{A^2}{2^{2b}}$$

(ii). נחפש את b האופטימלי:

$$N = \frac{B}{b} \text{ הצבה:}$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{b^2}{12B^2} (2\pi\omega A)^2 \sin^2(2\pi\omega) + \frac{1}{3} * \frac{A^2}{2^{2b}} \right) = 0$$

$$\left(\frac{b}{6B^2} (2\pi\omega A)^2 \sin^2(2\pi\omega) + \frac{A^2}{3} * \ln(2) * 2 * 2^{-2b} \right) = 0$$

$$\left(\frac{b}{2B^2} (2\pi\omega)^2 \sin^2(2\pi\omega) + \ln(2) * 2^{1-2b} \right) = 0$$

c. תוצאות מתוך חישוב במטלב (קוד מצורף באופן אלקטרוני):

For omega = 10 N is: 4 b is: 48

For omega = 1 N is: 3 b is: 54

עבור אמפליטודה זהה ותדירות גבוהה יותר, בה הסיגנל משתנה באופן "מהיר" יותר, נקבל שיש צורך ב-N גדול יותר. כלומר, באופן יחסי יש צורך ליותר דגימות בציר האנכי כדי לטפל בשינויים המהירים בסיגנל.

שאלה 3

a.

$$\begin{aligned}\psi_{MSE} &= \int_0^1 \left(\varphi(t) - \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} \beta_i(t) \right)^2 dt = \\ &= \int_0^1 \varphi(t)^2 dt + \int_0^1 \left(\sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} \beta_i(t) \right)^2 dt - 2 \int_0^1 \varphi(t) \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} \beta_i(t) dt =\end{aligned}$$

נפשט כל אינטגרל בביטוי שקיבלנו בנפרד:

$$\int_0^1 \left(\sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} \beta_i(t) \right)^2 dt = \int_0^1 \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2} \beta_i(t)^2 dt - 2 \int_0^1 \sum_{\substack{i=1 \\ i < j}}^{N-1} \varphi_i^{opt} \beta_i(t) \varphi_j^{opt} \beta_j(t) dt =$$

נוכל להסתמך על תכונה האורתו-נורמליות של $\beta_i(t)$, מתקיים: $\int_0^1 \beta_i(t) \beta_j(t) dt = 0$ וכן:

$$= \int_0^1 \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2} \beta_i(t)^2 dt = \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2} \int_0^1 \beta_i(t)^2 dt =$$

בנוסף מתקיים $\int_0^1 \beta_i(t)^2 dt = 1$ ולכן:

$$= \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2}$$

אינטגרל שלישי, שימוש בהגדרת מכפלה פנימית:

$$\int_0^1 \varphi(t) \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} \beta_i(t) dt = \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} \int_0^1 (\varphi(t) \beta_i(t)) dt = \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} \langle \varphi(t), \beta_i(t) \rangle$$

נגזור את הביטוי כדי למצוא את השגיאה המינימלית:

$$\begin{aligned}& \frac{\partial}{\partial \varphi_i^{opt}} \int_0^1 \varphi(t)^2 dt + \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2} dt - 2 \frac{\partial}{\partial \varphi_i^{opt}} \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} \int_0^1 (\varphi(t) \beta_i(t)) dt = \\ & \int_0^1 \frac{\partial}{\partial \varphi_i^{opt}} \varphi(t)^2 dt + \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2} dt - 2 \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial \varphi_i^{opt}} \varphi_i^{opt} \int_0^1 (\varphi(t) \beta_i(t)) dt =\end{aligned}$$

נשווה ל-0 כדי למצוא את נקודת המינימום:

$$\begin{aligned}2 \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} - 2 \sum_{i=1}^N 1 \int_0^1 (\varphi(t) \beta_i(t)) dt &= 0 \\ \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} &= \sum_{i=1}^N 1 \int_0^1 (\varphi(t) \beta_i(t)) dt \\ \varphi_i^{opt} &= \int_0^1 (\varphi(t) \beta_i(t)) dt = \langle \varphi(t), \beta_i(t) \rangle\end{aligned}$$

השגיאה:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^1 \varphi(t)^2 + \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2} dt - 2 \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt} \int_0^1 (\varphi(t) \beta_i(t)) dt = \\
 & \int_0^1 \varphi(t)^2 + \sum_{i=1}^N \langle \varphi(t), \beta_i(t) \rangle^2 dt - 2 \sum_{i=1}^N \langle \varphi(t), \beta_i(t) \rangle \int_0^1 (\varphi(t) \beta_i(t)) dt = \\
 & \int_0^1 \varphi(t)^2 + \sum_{i=1}^N \langle \varphi(t), \beta_i(t) \rangle^2 dt - 2 \sum_{i=1}^N \langle \varphi(t), \beta_i(t) \rangle \langle \varphi(t), \beta_i(t) \rangle = \\
 & \int_0^1 \varphi(t)^2 - \sum_{i=1}^N \langle \varphi(t), \beta_i(t) \rangle^2
 \end{aligned}$$

b. נחשב את השגיאה לאחר שימוש בקוונטיזר יוניפורמי

$$\begin{aligned}
 \Psi_{MSE} &= \int_0^1 \left(\varphi(t) - \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt,Q} \beta_i(t) \right)^2 dt = \\
 &= \int_0^1 \varphi(t)^2 dt + \int_0^1 \left(\sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt,Q} \beta_i(t) \right)^2 dt - 2 \int_0^1 (\varphi(t) \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt,Q} \beta_i(t)) dt = \\
 &\text{שימוש בפישוטים שנעשו בסעיף הקודם:}
 \end{aligned}$$

$$= \int_0^1 \varphi(t)^2 dt + \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt,Q^2} - 2 \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt,Q} \langle \varphi(t), \beta_i(t) \rangle =$$

מהגדרת φ_i^{opt} שהתקבלה בסעיף קודם:

$$= \int_0^1 \varphi(t)^2 dt + \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt,Q^2} - 2 \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt,Q} \varphi_i^{opt} =$$

משחקים אלגבריים:

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^1 \varphi(t)^2 dt + \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2} - 2 \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt,Q} \varphi_i^{opt} + \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt,Q^2} - \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2} = \\
 &= \int_0^1 \varphi(t)^2 dt + \sum_{i=1}^N (\varphi_i^{opt} - \varphi_i^{opt,Q})^2 - \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2} = \\
 &= \int_0^1 \varphi(t)^2 dt - \sum_{i=1}^N \varphi_i^{opt^2} + \sum_{i=1}^N (\varphi_i^{opt} - \varphi_i^{opt,Q})^2 =
 \end{aligned}$$

נשים לב שהתקבלה שהשגיאה היא סכום של שגיאת הדגימה ושגיאת הקוונטיזציה.

חלק יבש:

a (1

Value range: 1.000e+04

Horizontal drivative energy: 6.1685e+09

Vertical drivative energy: 9.8696e+08

Original Signal



.b

Value range: 1.000e+04

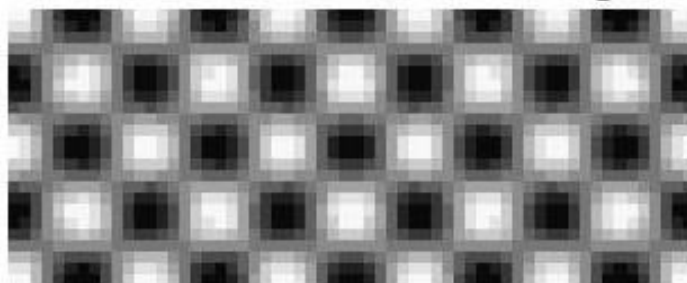
Horizontal drivative energy: 6.193e+09

Vertical drivative energy: 9.909e+08

.c

ניתן לראות כי התוצאה הנומרית דומה לתוצאה האנליטית, ההבדל בין התוצאות הוא פחות מ-1%.

Numeric Result for 5e+03 Bit Budget



.d

Bit budget: 5000

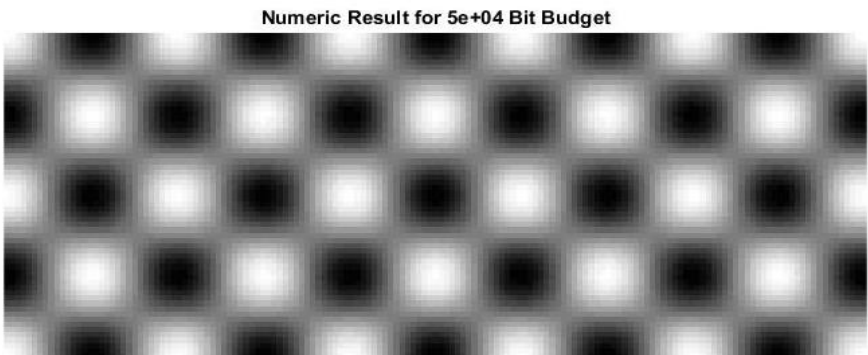
Nx optimal numeric: 59

Ny optimal numeric: 23

b optimal numeric: 3

MSE :3.8458e+05

Bit budget: 50000
 Nx optimal numeric: 154
 Ny optimal numeric: 61
 b optimal numeric: 5
 MSE :4.9532e+04



.e

Bit budget: 5000
 Nx optimal: 54
 Ny optimal: 23
 b optimal: 4
 MSE :3.6431e+05



Bit budget: 50000
 Nx optimal: 156
 Ny optimal: 64
 b optimal: 5
 MSE :4.9340e+04



ניתן לראות כי N_x N_y b דומים עבור החיפוש ועבור החישוב הנומרי, ניתן לראות כי השגיאה קטנה יותר עבור פתרון בעזרת חיפוש. עבור 50000 ביטים פתרון החיפוש טוב בכ- 0.3% ועבור 5000 ביטים השגיאה קטנה יותר בכ- 5.6% עבור פתרון זה.

Value range: 1.000e+04 .a (2)

Horizontal drivative energy:
 6.1685e+09

Vertical drivative energy: 6.1685e+09

Original Signal



.b

Value range: 1.000e+04

.c

Horizontal drivative energy: 6.193e+09

Vertical drivative energy: 6.193e+09

ניתן לראות כי גם עבור סיגנל זה התוצאות הנומריות והאנליטיות דומות מאוד, אחוז השגיאה עבור החישוב הנומרי קטן מאחוז.

Bit budget: 5000

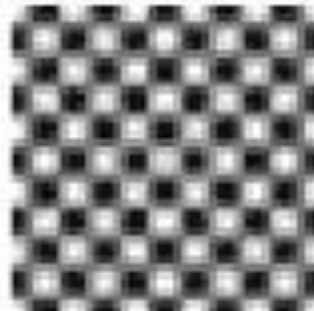
Nx optimal numeric: 41

Ny optimal numeric: 41

b optimal numeric: 2

MSE :9.6662e+05

Numeric Result for 5e+03 Bit Budget



.d

Numeric Result for 5e+04 Bit Budget



Bit budget: 50000

Nx optimal numeric: 104

Ny optimal numeric: 104

b optimal numeric: 4

MSE :1.1599e+05

.e

Bit budget: 5000

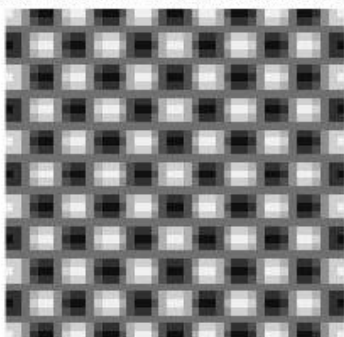
N_x optimal: 41

N_y optimal: 40

b optimal: 3

MSE :7.5728e+05

Search Result for 5e+03 Bit Budget



Bit budget: 50000

N_x optimal: 100

N_y optimal: 100

b optimal: 5

MSE :1.1095e+05

Search Result for 5e+04 Bit Budget



גם עבור סיגנל זה ניתן לראות כי המספרים שנמצאו בשיטה הנומרית ובעזרת חיפוש דומים מאוד, גם המקרה זה השגיאה קטנה יותר כאשר פותרים את הבעיה בעזרת חיפוש.

בנוסף, נשים לב שבהשוואה לסיגנל הקודם $N_x=N_y$ עבור הסיגנל הקודם השינוי בציר ה- x היה מהיר יותר ולכן קיבלנו $N_x>N_y$. בנוסף קיבלנו b יחסית זה בין שני המקרים כי טווח הערכים זהה עבור שני המקרים.

Value range: $2.550e+02$

Horizontal drivative energy: $2.815e+07$

Vertical drivative energy: $2.395e+07$



:Image1 (3

Numeric Result for $5e+05$ Bit Budget

Bit budget: 500000

Nx optimal numeric: 333

Ny optimal numeric: 307

b optimal numeric: 4

MSE : $5.6489e+01$



Search Result for $5e+05$ Bit Budget

Bit budget: 500000

Nx optimal: 423

Ny optimal: 394

b optimal: 3

MSE : $3.3020e+01$



Value range: $2.550e+02$

Horizontal drivative energy: $2.604e+07$

Vertical drivative energy: $3.238e+07$



:image2

Numeric Result for $5e+05$ Bit Budget



Bit budget: 500000

N_x optimal numeric: 305

N_y optimal numeric: 340

b optimal numeric: 4

MSE : $6.0566e+01$

Search Result for $5e+05$ Bit Budget



Bit budget: 500000

N_x optimal: 384

N_y optimal: 434

b optimal: 3

MSE : $3.6098e+01$

ניתן לראות כי $N_y > N_x$ עבור תמונה 2 ואילו עבור תמונה 1 הדבר הפוך, תוצאה זו מתקבלת כיוון שהאנרגיה המאוזנת של תמונה 1 גדולה מהאנרגיה האנכית שלה, כלומר התמונה משתנה יותר בציר ה- x . בתמונה 2 המצב הפוך ולכן היחס של N_y, N_x הפוך. בנוסף נשים לב כי התוצאה b יצאה זהה ב-2 התמונות כי טווח הערכים של תמונות אלה זהה.

בניתוח הבעיה עבור תמונות שקיבלנו לאחר דגימה, כלומר עבור סיגנל של סט ערכים דיסקרטי ואינו רציף, קיבלנו שהפתרון הנומרי פחות טוב באופן משמעותי מאשר הפתרון עבור חיפוש. יתכנו מספר סיבות לתוצאה זו, אחת מהן היא העובדה שהמרת התוצאות למספרים שלמים גורמת לכך שנעלמים המון ביטים, כלומר אם נסתכל על מכפלת הערכים $N_x * N_y * b$ עבור הפתרון הנומרי נראה כי היא קטנה בהרבה מהמכפלה עבור הפתרון בעזרת חיפוש, כלומר בפועל אנחנו לא משתמשים בכל תקציב הביטים שניתן לנו.