שאלה 3

1. נראה ש- DCT יוניטרית.

נפתח את הסכומים שקיבלנו כאיברי המטריצה:

איבר באלכסון עבור k>1:

נוכל לאמר כי משיקולי סימטריה של קוסינוס, עבור כל איבר בסכום יש את אותו איבר בסימן הפוך בדיוק 2\*(k-1) פעמים עבור כל איבר מכל סימן. K קובע את כמות המעגלים שנסכום עבורם ו-N מהווה את החלוקה של מעגלים אלה כאשר k גדול הזווית בין כל איבר בסכום לאיבר הסמוך לו תגדל, אך תמיד תשמר התכונה שלכל איבר יש את הנגדי שלו בסכום מפני שתמיד נסכןם על פני מעגלים מלאים, עדי כדי האיבר האחרון שלא ימוקם בזווית 0. הגענו למסקנה זו עקב תכונות של קוסינוס והתבוננות במעגל היחידה.

נעבור לסכומים מחוץ לאלכסון:

ניתן לראות מהסתכלת במעגל היחידה ניתן לראת כי האיברים מבטלים זה את זה, באופן דומה למה שקרה בסכום הקודם.

מתקבלת בדיוק אותה מטריצה ולכן:

1. מטריצת DCT אינה החלק הממשי של DFT, ניתן לראות כי עבור העמודה הראשונה שכולה ב- DFT ואילו ב- DCT היא כאשר k הוא מספר השורה, ערך זה שונה למשל עבור N=k כי בכניסה זאת של המטריצה יש 0. לפי ויקיפדיה קיים קשר כלשהו, לא ברור אם צריך להסביר.
2. נלכסן את המטריצה R הנתונה.

ננרמל את הוקטורים ונצור מטריצה יוניטרית שמלכסנת את R הנתונה:

1. *מטריצת DCT עבור N=3:*

*ניתן לראות כי הוקטורים מהם מורכבות שתי המטריצות זהים. כלומר הוקטורים שפורשים את המרחב עבור DCT ועבור U מצאנו הם זהים אך מסודרים בסדר הפוך.*