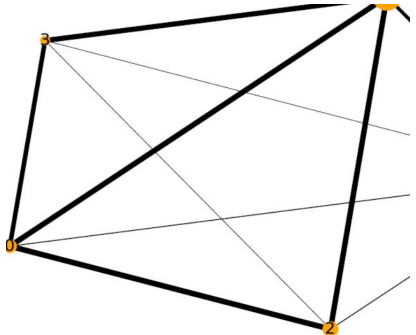


DGL-BASIERTES SEIR GRAPHENMODELL

CCEES SEMINAR - SOSE 2020 - PROF. DR. KURT ROTH

ALEXANDER KUNKEL
TOBIAS RICHTER
LAILA SCHMIDT
DANIEL MAIRHOFER



JULY 12, 2020

AUFBAU DES MODELS

Graph:

- Knoten: geographisch/ politisch getrennte Populationen
- Kanten: Austausch zwischen Populativen

- gut durchmischtes System
- 5 Kompartimente:
 - ▶ S (susceptible)
 - ▶ E (exposed)
 - ▶ I (infected)
 - ▶ R (recovered)
 - ▶ D (deceased)
- SEIR Model: Übergang zwischen Kompartimenten

DGL Parameter:

- Verbreitungsrate (Wahrscheinlichkeit Weitergabe)
- Inkubationszeit
- Krankheitsdauer
- Fatalität
- demographische Parameter: Geburten- und Sterberate
- Dauer bis Verlust von Immunität

Austauschgewichte

- abhängig vom Knoten
- abhängig vom Kompartiment

- Netzwerkgröße
- Vernetzungsgrad
- Netzwekstruktur
- DGL Paramter
- Initialisierung der Austauschparamter
- Initialisierung der Anfangspopulationen

- Lockdown
- lokaler Lockdown
- Impfung
- konstante Infektionsquelle
- einzelne Infektionsquelle

ANALYSE

- Vergleich der globalen Netzwerk Werte mit einem Referenzsystem
- Ausbreitung der Krankheit im Netzwerk
- ...

VERGLEICH DER GLOBALEN NETZWERK WERTE MIT EINEM REFERENZSYSTEM

Referenzsystem:

- Anfangsbedingungen
= Addition der Populationen an den Knoten
- DGL Parameter
= Mittelwerte von den Knoten Parametern

NETZWERKTOPOLOGIE UND DYNAMIK

Verschiedene Modelle zur Erzeugung von zufälligen Netzwerken:

■ Erdos-Renyi

▶ Parameter:

■ Anzahl der Knoten V (*num_vertices*)

■ Mittlere Kantenanzahl \bar{k} (*mean_degree*)

▶ $p_k \sim \text{Bin}(N, k)$

▶ $\bar{L} = \frac{V\bar{k}}{2}$

▶ Small World Eigenschaft

■ Bollobas-Riordan

▶ Skalenfreies Netzwerk: $p_k \sim k^{-\gamma}$

▶ Momente $\langle k^{\gamma-1} \rangle$ größer $\gamma - 1$ von p_k sind nicht endlich

▶ Parameter:

■ $\alpha = 0.2, \beta = 0.8, \gamma = 0., \delta_{in} = 0., \delta_{out} = 0.5$

In Utopia sind Netzwerkgeneratoren über Boost Graph Library implementiert.

Verschiedene Modelle zur Erzeugung von zufälligen Netzwerken:

■ Erdos-Renyi

▶ Parameter:

- Anzahl der Knoten V (*num_vertices*)
- Mittlere Kantenanzahl \bar{k} (*mean_degree*)

▶ $p_k \sim \text{Bin}(N, k)$

▶ $\bar{L} = \frac{V\bar{k}}{2}$

▶ Small World Eigenschaft

■ Bollobas-Riordan

▶ Skalenfreies Netzwerk: $p_k \sim k^{-\gamma}$

▶ Momente $\langle k^{\gamma-1} \rangle$ größer $\gamma - 1$ von p_k sind nicht endlich

▶ Parameter:

- $\alpha = 0.2, \beta = 0.8, \gamma = 0., \delta_{in} = 0., \delta_{out} = 0.5$

In Utopia sind Netzwerkgeneratoren über Boost Graph Library implementiert.

- Initialisierung der Population auf Knoten
 - ▶ Standard: Exponentiell verteilte Population
- Kantengewichte:
 - ▶ Zufälliges Gewicht $w_{ij} = [0, init_weight]$
 - ▶ Standard: $init_weight = 0.01$
- Randomisierung der Infektionsparameter auf Knoten
 - ▶ Standard: β randomisiert

- Initialisierung der Population auf Knoten
 - ▶ Standard: Exponentiell verteilte Population
- Kantengewichte:
 - ▶ Zufälliges Gewicht $w_{ij} = [0, \text{init_weight}]$
 - ▶ Standard: $\text{init_weight} = 0.01$
- Randomisierung der Infektionsparameter auf Knoten
 - ▶ Standard: β randomisiert

- Initialisierung der Population auf Knoten
 - ▶ Standard: Exponentiell verteilte Population
- Kantengewichte:
 - ▶ Zufälliges Gewicht $w_{ij} = [0, \textit{init_weight}]$
 - ▶ Standard: $\textit{init_weight} = 0.01$
- Randomisierung der Infektionsparameter auf Knoten
 - ▶ Standard: β randomisiert

NETZWERKTOPOLOGIE UND DYNAMIK

ERDOS-RENYI

ERDOS-RENYI: NETZWERK

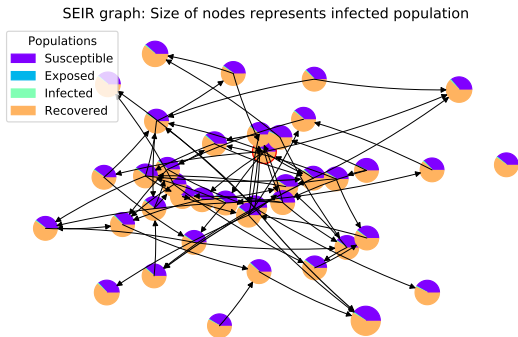


Figure: Erdos-Renyi Netzwerk mit $V = 40$, $\bar{k} = 2$ für den letzten simulierten Zeitpunkt ($t = 10^4$)

Simulation: Erdos-Renyi Derivative Network Animation

ERDOS-RENYI: KNOTENANZAHL

Gesamtpopulation für variierte Knotenanzahl $V = 12, 100$:

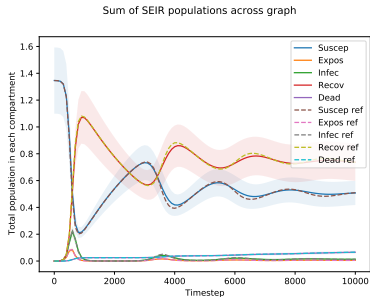


Figure: Knotenanzahl $V = 12$ und mittlere Kantenzahl $\bar{k} = 2$. Standardeinstellungen.

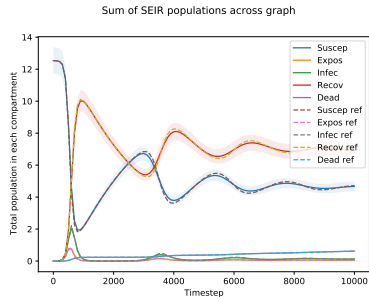


Figure: Knotenanzahl $V = 100$ und mittlere Kantenzahl $\bar{k} = 2$. Standardeinstellungen.

- Geringfügig bessere Übereinstimmung mit dem Referenzmodell für höhere V
- Höhere Robustheit gegenüber Seed

ERDOS-RENYI: KNOTENANZAHL

Prozentuale Abweichung der Infektionswellen (Sim/Ref)

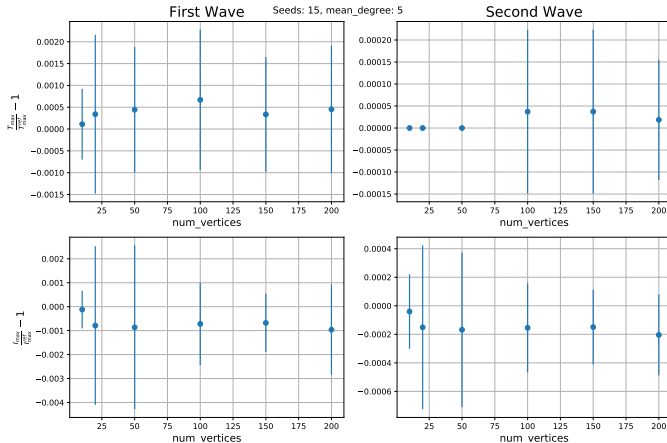


Figure: Fehlerbalken: Zweifache Standardabweichung. $\bar{k} = 5$. Fixe Infektionsparameter, sonst Standardeinstellungen.

ERDOS-RENYI: MITTLERE KANTENZAHL

Gesamtpopulation für konstantes $V = 12$ aber $\bar{k} = \{2, 6\}$

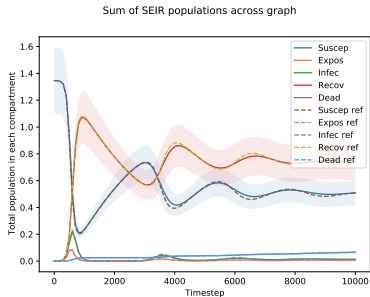


Figure: $\bar{k} = 2$, Standardeinstellungen.

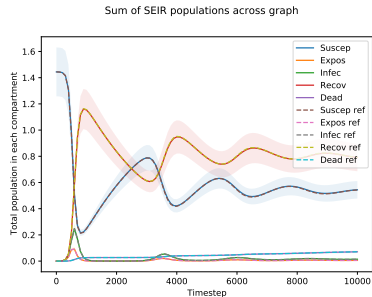


Figure: $\bar{k} = 6$, Standardeinstellungen.

- Höheres \bar{k} reduziert Abweichung zu Referenzmodell
- Robustheit gegenüber Seed ist erhöht

ERDOS-RENYI: MITTLERE KANTENZAHL

Prozentuale Abweichung der Infektionswellen (Sim/Ref)

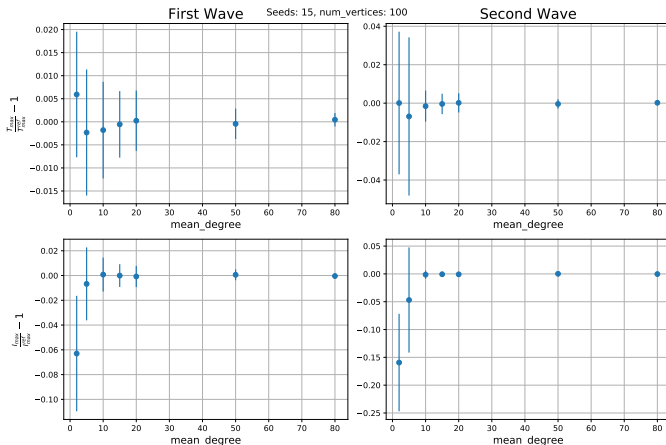


Figure: Fehlerbalken: Zweifache Standardabweichung. $V = 100$. Standardeinstellungen.

ERDOS-RENYI: MITTLERE KANTENZAHL

Vergleich der ersten Infektionswelle für verschiedene Seeds

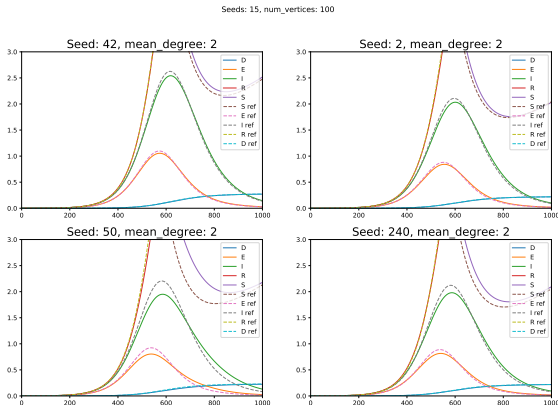


Figure: Darstellung der ersten Infektionswelle aus dem Gesamtpopulationsplot. $V = 100$, $\bar{k} = 2$. Standardeinstellungen.

NETZWERKTOPOLOGIE UND DYNAMIK

BOLLOBAS-RIORDAN

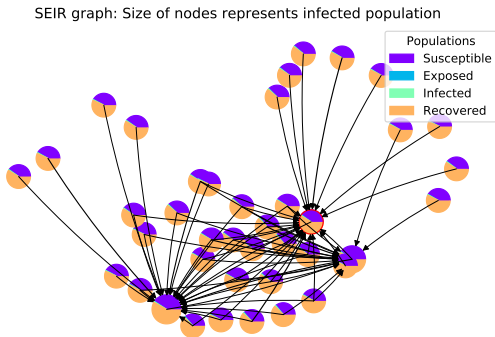


Figure: Bollobas-Riordan Netzwerk mit $V = 40$, $\bar{k} = 2$ für den letzten simulierten Zeitpunkt ($t = 10^4$)

Simulation: Bollobas-Riordan Derivative Network Animation

Sum of SEIR populations across graph

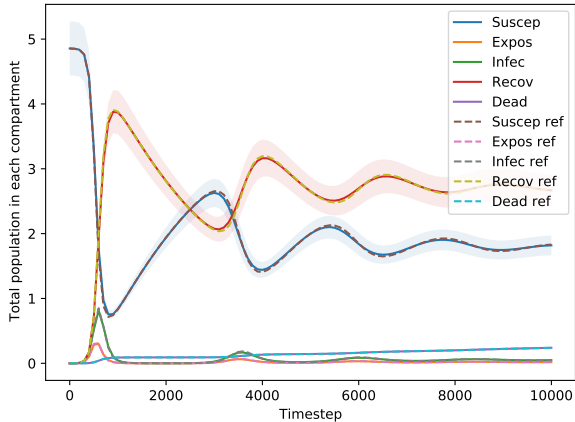


Figure: Gesamtpopulation für $V = 40$. Standardeinstellungen.

Prozentuale Abweichung der Infektionswellen (Sim/Ref)

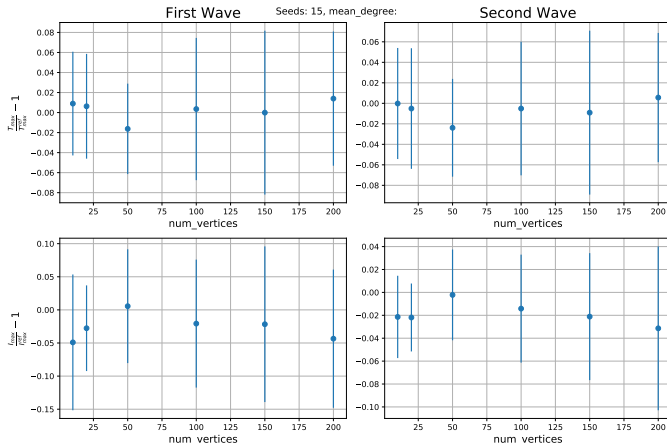


Figure: Fehlerbalken: Zweifache Standardabweichung. Standardeinstellungen.

Vergleich der ersten Infektionswelle für verschiedene Seeds

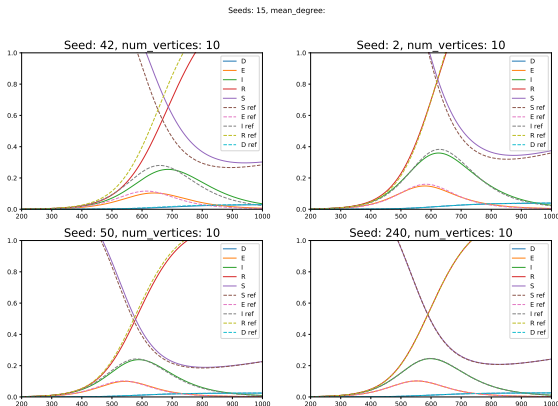


Figure: Darstellung der ersten Infektionswelle aus dem Gesamtpopulationsplot. $V = 100$, $\bar{k} = 2$. Standardeinstellungen.

VERGLEICH ERDOS-RENYI UND BOLLOBAS-RIORDAN

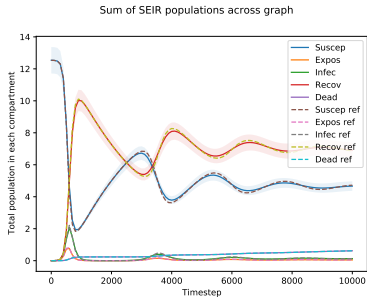


Figure: Erdos-Renyi mit $V = 100$, $\bar{k} = 2$.
Standardeinstellungen.

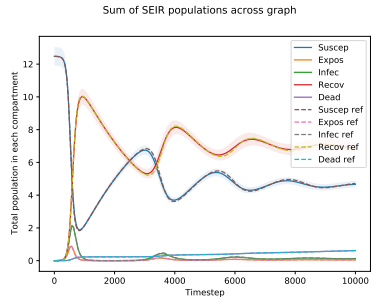


Figure: Bollobas-Riordan mit $V = 100$.
Standardeinstellungen.

STABILITÄT DES MODELLS

STABILITÄT DES MODELLS

- Differentialgleichung dominiert Graphenmodell
- Simulation läuft recht zügig in Fixpunkt der DGL

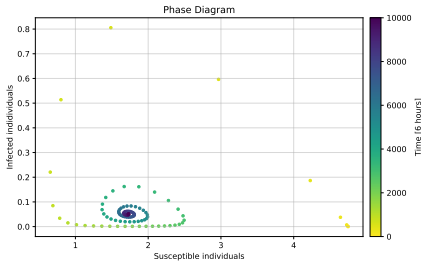


Figure: Suszeptible-Infektiöse Phasendiagramm für Erdos-Renyi mit $V = 40$, $\bar{k} = 2$. Standardeinstellungen.

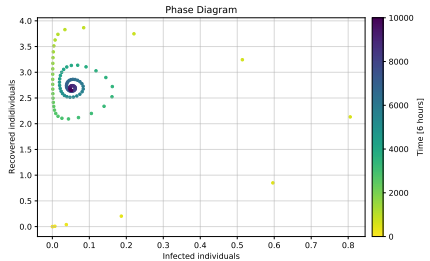


Figure: Infektiöse-Recovered Phasendiagramm für Erdos-Renyi mit $V = 40$, $\bar{k} = 2$. Standardeinstellungen.

■ Beobachtbar für jede Parameterkonstellation.

STABILITÄT DES MODELLS

- Differentialgleichung dominiert Graphenmodell
- Simulation läuft recht zügig in Fixpunkt der DGL

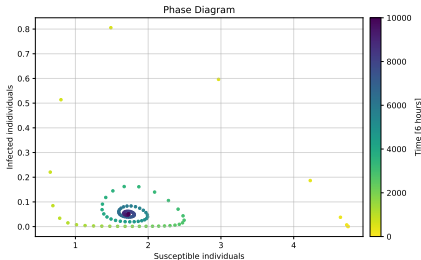


Figure: Suszeptible-Infektiöse Phasendiagramm für Erdos-Renyi mit $V = 40$, $\bar{k} = 2$. Standardeinstellungen.

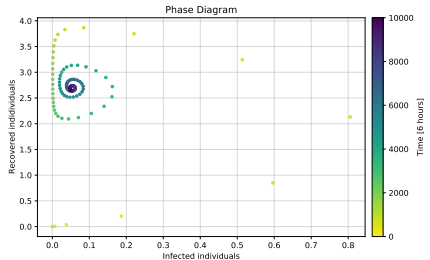


Figure: Infektiöse-Recovered Phasendiagramm für Erdos-Renyi mit $V = 40$, $\bar{k} = 2$. Standardeinstellungen.

- Beobachtbar für jede Parameterkonstellation.

INVERTIERTE ANFANGSBEDINGUNGEN

- Population startet im immunen Zustand
- Sukzessive geht Immunität verloren

Sum of SEIR populations across graph

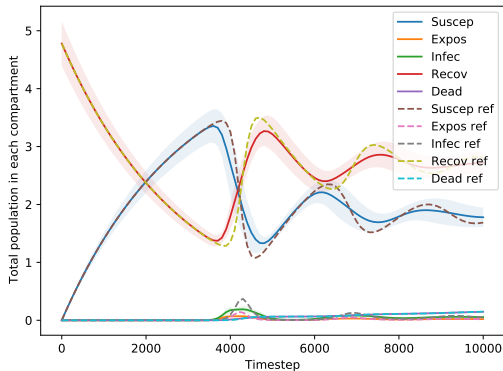


Figure: Erdos-Renyi mit $V = 40$, $\bar{k} = 2$

VARIIERTE INITIALISIERUNG DER KANTENGEWICHTE

Parameter sweep over init weight parameter on edges

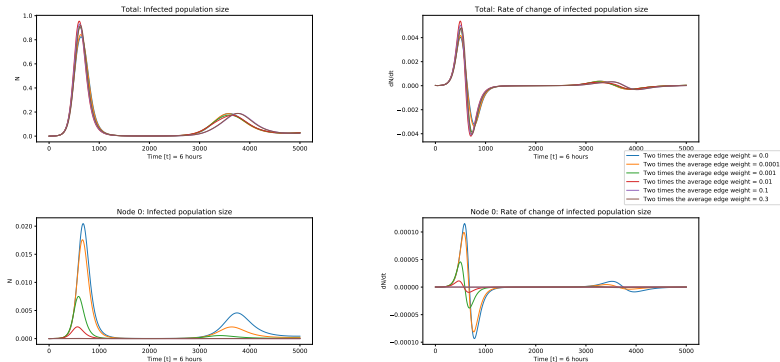


Figure: Erdos-Renyi für $V = 40$, $\bar{k} = 2$. Standardeinstellungen.

VARIIERTE INITIALISIERUNG DER KANTENGEWICHTE

Vergleich der Infektionswellen (Proz. Abweichung: I_{max} , T_{max}):

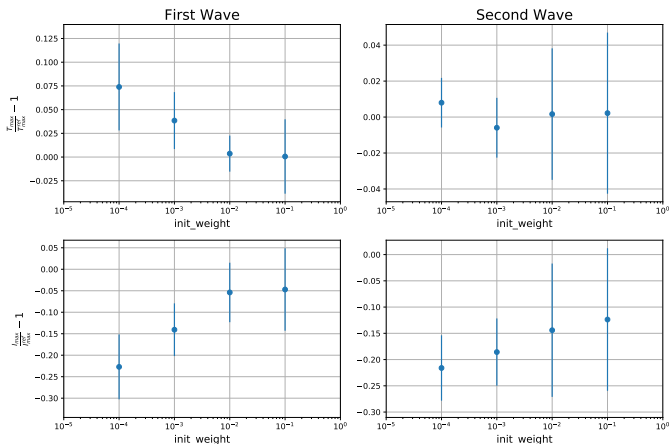


Figure: Erdos-Renyi mit $V = 50$, $\bar{k} = 2$. Standardeinstellung mit variiert Initialisierung der Kantengewichte.

VARIIERTE MOBILITÄT VON INFIZIERTEN

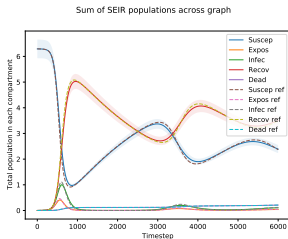


Figure: Erdos-Renyi mit $V = 50$, $\bar{k} = 2$ und $i_weight = 0.1$.

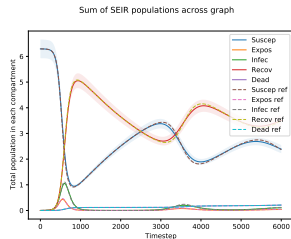


Figure: Erdos-Renyi mit $V = 50$, $\bar{k} = 2$ und $i_weight = 0.5$.

- Eingeschränkte Mobilität von Infizierten lässt Dynamik im Wesentlichen unverändert
- Leichte Abweichungen zu Referenzmodell sind beobachtbar

VARIIERTE MOBILITÄT VON INFIZIERTEN

Vergleich der Infektionswellen (Proz. Abweichung: I_{max} , T_{max}):

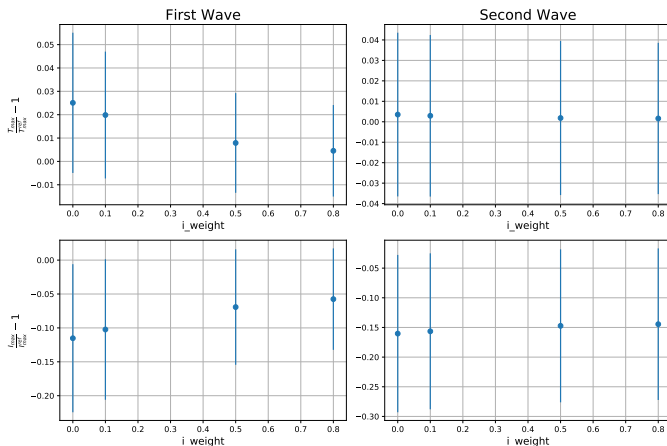


Figure: Erdos-Renyi für $V = 50$, $\bar{k} = 2$. Standardeinstellungen mit Sweep über die Gewichtung der Infizierten.