Métodos Numéricos

Prova prática

Recorrência: 08-01-2019

Esta prova tem uma página e 1 questão.
Duração: 1h:30m.

Use % para comentar as funcionalidades dos seus programas tão detalhadamente quanto possível.

Os programas devem ser enviados para jpboto@fc.ul.pt.

Faça um programa que implemente, em Matlab, o método de Runge-Kutta de ordem quatro

$$\begin{cases} w_0 = x_0 \\ \\ w_{k+1} = w_k + h \sum_{j=1}^{4} \omega_j F_j \left(t_k, w_k\right) \end{cases} , \quad k = 0, ..., N-1,$$

que tem a tabela de Butcher

$$\begin{array}{c|cccc|} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & & & \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}-1}{2} & \frac{2-\sqrt{2}}{2} & & \\ 1 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{2+\sqrt{2}}{2} & \\ \hline & \frac{1}{6} & \frac{2-\sqrt{2}}{6} & \frac{2+\sqrt{2}}{6} & \frac{1}{6} \end{array}$$

Use o seu programa para resolver o seguinte problema:

$$\begin{cases} x'\left(t\right) = x\left(t\right)^2 - 1 \\ \\ x\left(0\right) = 0 \end{cases} , \ 0 \leq t \leq 1$$

usando passo $h = 0.01$.

Sabendo que a solução analítica do problema é

$$x\left(t\right) = \frac{1 - e^{2t}}{1 + e^{2t}}$$

faça um gráfico que permita comparar os resultados obtidos pelo programa e os valores exatos da solução.