Métodos Numéricos

Prova prática

2^a Data: 07-01-2020

Esta prova tem uma página e 1 questão.
Duração: 1h:30m.

Use % para comentar as funcionalidades dos seus programas tão detalhadamente quanto possível.

Os programas devem ser enviados para jpboto@fc.ul.pt.

(5 valores) Um esquema às diferenças finitas para a equação do calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

consiste no seguinte

$$w_j^{k+1} = \frac{1}{2}\left(2 - 5\mu + 6\mu^2\right) w_j^k + \frac{2}{3}\mu\left(2 - 3\mu\right)\left(w_{j+1}^k + w_{j-1}^k\right) - \frac{1}{12}\mu\left(1 - 6\mu\right)\left(w_{j+2}^k + w_{j-2}^k\right)$$

onde

$$\mu = \frac{h}{l^2}$$

Pode mostrar-se que este esquema é estável para $0 < \mu \leq \frac{1}{6}$.

Faça um programa em Matlab, que implemente este esquema, para achar aproximações a

$$u\left(x, 1\right), \;\; 0 \leq x \leq 1$$

onde $u\left(x, t\right)$ é a solução do problema

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u\left(x, 0\right) = x^2 - 1 & , \; 0 \leq x \leq 1, \; 0 \leq t \leq 1 \\ u\left(0, t\right) = -e^t, \quad u\left(1, t\right) = t \end{cases}$$

Para além de fornecer aproximações a $u\left(x, 1\right)$, o programa deve também apresentar um gráfico da aproximação à solução em $t = 1$.