

# Métodos Numéricos

Prova teórica

2ª Data: 07-01-2020

Esta prova tem uma página e 5 questões.

Duração: 1h:30m.

**Apresente detalhadamente todos os cálculos**

**Escreva todas as fórmulas usadas.**

1. (3.0 valores) Usando o método dos mínimos quadrados, determine um polinômio aproximante, de grau máximo 2, que melhor se ajusta aos valores da tabela

$x$	0	1	2	3	4
$y$	1	0	3	5	8

e calcule o resíduo da aproximação.

2. (3.0 valores) Descreva três maneiras distintas de calcular valores aproximados à derivada de uma função  $f(x)$ , num ponto  $x = x_0$ , indicando a ordem do erro em cada uma das aproximações.
3. (3.0 valores) Obtenha a fatorização de Cholesky da matriz

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

4. (3.0 valores) Descreva o método de Euler implícito, com passo  $h$ , para calcular aproximações à solução  $x(t)$  do problema de valores iniciais

$$\begin{cases} x'(t) = f(t, x(t)) \\ x(0) = x_0 \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq T,$$

5. (3.0 valores) Considere a equação de transporte

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad c > 0$$

Usando aproximações convenientes às derivadas

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t, x) \quad \text{e} \quad \frac{\partial u}{\partial x}(t, x)$$

deduza o esquema de Lax-Friedrichs:

$$w_j^{k+1} = \frac{1}{2} (1 + \lambda c) w_{j-1}^k + \frac{1}{2} (1 - \lambda c) w_{j+1}^k, \quad \lambda = \frac{h}{l}$$

e mostre que este esquema é estável para  $\lambda \leq \frac{1}{c}$ .

(Total: 15 valores)

**Fim**