

1. Tautologisch oder kontradiktorisch?

$(X_1 \wedge X_2) \vee (\neg X_1 \wedge \neg X_2)$ - erfüllbar erfüllbar.

2. $X_1 \rightarrow (X_2 \rightarrow X_3)$.

$X_1 X_2$	$X_1 \wedge X_2$	$\neg X_1 \wedge \neg X_2$	$(X_1 \wedge X_2) \vee (\neg X_1 \wedge \neg X_2)$
0 0	0	1	1
0 1	0	0	0
1 0	0	0	0
1 1	1	0	1

2. $X_1 \rightarrow (X_2 \rightarrow X_3)$

$\neg X_1 \vee (\neg X_2 \vee X_3)$ bei oder kann man Klammer weglassen.

$X_1 X_2 X_3$	$\neg X_1 \vee \neg X_2 \vee X_3$
0 0 0	1
0 0 1	1
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	1
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

erfüllbar

Bei oder wenn etwas falsch ist, ist wahr.
total, total, oder total.

3. $(X_1 \rightarrow (X_2 \rightarrow X_3)) \leftrightarrow ((X_1 \wedge X_2) \rightarrow X_3)$

$(\neg X_1 \vee \neg X_2 \vee X_3) \leftrightarrow (\neg (X_1 \wedge X_2) \vee X_3)$ wenn \neg gereicht.
ändert.
 $(\neg X_1 \vee \neg X_2 \vee X_3) \leftrightarrow (\neg X_1 \vee \neg X_2 \vee X_3)$ tautologisch.
ist \wedge und zu oder!

x_1	x_2	$\neg x_1 \vee x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$\neg x_2 \vee x_3$
1
1
0
1

oder

$x_1 \vee x_2$
1
1
0
1

$x_2 \wedge x_3$
0
0
1
0

$$= \neg x_1 \vee x_2 \vee (x_2 \wedge x_3) =$$

$$= (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_2) \wedge (x_2 \vee x_3) =$$

$$= (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee x_3)$$

$$= (\neg x_1 \vee (x_2 \wedge x_3))$$

$$= ((\neg x_1 \vee x_2) \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3) \Rightarrow \text{falsch}$$

$$= ((\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3)) \Rightarrow \text{falsch}$$

$$= \neg(x_2 \vee x_2) \vee \neg(\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3) \Rightarrow$$

$$= (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3)$$

erfüllbar.

x_1	x_2	x_3	$x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

x_1	x_2	$x_1 \uparrow x_2$
f	f	w
f	w	w
w	f	w
w	w	f

square

x_1	x_2	and	or	$x_1 \uparrow x_2$ not	\uparrow and
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0

Wand $a \uparrow b \equiv \neg(a \wedge b)$ zu and
and $\neg(a \wedge b) \equiv \neg(\neg a \wedge \neg b)$ zu or.

$$\text{wand} \Rightarrow \text{and} \Rightarrow \text{or}$$

$$\neg \phi = \phi \uparrow \phi$$

$$\phi_1 \wedge \phi_2 = (\phi_1 \uparrow \phi_2) \uparrow (\phi_1 \uparrow \phi_2)$$

$$\phi_1 \vee \phi_2 = (((\phi_1 \uparrow \phi_1) \uparrow (\phi_2 \uparrow \phi_2)) \uparrow ((\phi_1 \uparrow \phi_1) \uparrow (\phi_2 \uparrow \phi_2)))$$

$$\uparrow(((\phi_1 \uparrow \phi_1) \uparrow (\phi_2 \uparrow \phi_2)) \uparrow ((\phi_1 \uparrow \phi_1) \uparrow (\phi_2 \uparrow \phi_2)))$$

$$= \phi_1 \vee \phi_2 = \neg \phi_1 \uparrow \neg \phi_2 = (\phi_1 \uparrow \phi_1) \uparrow (\phi_2 \uparrow \phi_2)$$

x_1	x_2	$\neg x_1$	$\neg x_2$	$\neg x_1 \wedge \neg x_2$	$\neg(\neg x_1 \wedge \neg x_2)$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1

Übung 3.

1. $a \vee \neg a$ $b \iff a$
2. $a \rightarrow b$ Preis steigt \rightarrow Nachfrage
3. $a \vee (a \wedge (c \vee d)) \parallel a \rightarrow (c \vee d) \wedge \neg(c \wedge d)$
4. $a \vee b \wedge (\neg c \vee c) \parallel a \rightarrow (b \vee \neg b)$

Übung 4.

$$1. \neg(x_1 \vee x_2 \vee (x_1 \wedge x_3)) =$$

$$= \neg(\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge (\neg x_1 \wedge \neg x_3))$$

$$= \neg((x_1 \vee x_2 \vee x_1) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)) =$$

Konjunktive:

$$= \neg((x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)) =$$

$$= (\neg(x_1 \vee x_2) \vee \neg(x_1 \vee x_2 \vee x_3)) =$$

$$= ((\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3))$$

Disjunktive: $= ((\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3)) =$

$$= (\neg x_1 \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3)) \wedge$$

$$= (\neg x_2 \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3)) =$$

$$= \neg(x_1 \wedge \neg(\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3)) \wedge$$

$$\neg(x_2 \wedge \neg(\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3)) =$$

$$= \neg(x_1 \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)) \wedge$$

$$\neg(x_2 \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)) =$$

~~Konjunktive:~~

~~$$= (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee$$~~
~~$$(\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee$$~~

~~$$= (\neg x_1 \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)) \vee$$~~
~~$$\vee (\neg x_2 \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)) =$$~~

~~$$\neg(x_1 \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)) \vee$$~~
~~$$= \neg(x_2 \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3))$$~~

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \neg x_1 \wedge (x_1 \rightarrow x_2) = \\
 & = \neg x_1 \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \Rightarrow \underline{\text{KNF}} \\
 & = (\neg x_1 \wedge \neg x_1) \vee (\neg x_1 \wedge x_2) = \\
 & = \neg x_1 \vee (\neg x_1 \wedge x_2) = \underline{\text{DNF}}
 \end{aligned}$$

$$3. (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \Rightarrow \underline{\text{KNF}}$$

$$\begin{aligned}
 & (x_1 \wedge \neg x_1) \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee \\
 & (x_2 \wedge \neg x_1) \vee (x_2 \wedge \neg x_2) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee \\
 & (x_3 \wedge \neg x_1) \vee (x_3 \wedge \neg x_2) \vee (x_3 \wedge x_3) =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & = (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_1) \vee \\
 & (x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge \neg x_1) \vee (x_3 \wedge x_2) \vee x_3 = \\
 & = (x_1 \wedge \neg x_2) \vee x_3 \vee (x_2 \wedge \neg x_1) \vee x_3 = \\
 & \underline{\text{Übergang}} \quad = (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_2 \wedge \neg x_1) \vee x_3.
 \end{aligned}$$

$$\tau_G = (E_1^2 = 2)$$

existiert mindestens einmal $(\exists x)$
 E Kante.

$$1. \exists x. \exists y. E(x, y) \wedge E(y, x) \quad - \text{wahr. Ja, weil es welche gibt.}$$

$$2. \forall x. \forall y. E(x, y) \wedge E(y, x) \quad - \text{wahr.}$$

~~3.~~ nicht der gleiche Kante zu allen anderen Knoten

$$3. \exists x. \forall y. \neg (x = y) \rightarrow E(x, y). \quad \text{Ja, da es immer eine Kante von } x \text{ zu } y \text{ gibt und nicht zurück.}$$

$$4. \exists x. \forall y. x = y \vee E(x, y) \vee \exists z (E(x, z) \wedge E(z, y)) \text{ gilt.}$$

$$5. \text{gilt immer} = \text{gilt}$$



Übung 6.

gibt es 3 Knoten, zwischen denen keine Kante existiert?

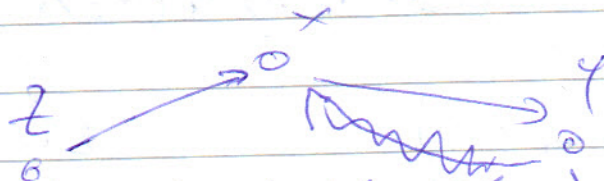
$$1. \exists x. \exists y. \exists z. \neg (x=y) \wedge \neg (y=z) \wedge \neg (z=x) \wedge \neg (y=x) \wedge \neg (x=z) \wedge \neg (z=y) \\ \neg E(x,y) \wedge \neg E(y,x) \wedge \neg E(z,x).$$

2. Gibt es einen Knoten, der von keinem anderen Knoten aus erreichbar ist.

$$\exists x. \forall y. \neg (x=y) \rightarrow \neg E(x,y)$$

$$3. \forall x. \forall y. \forall z. E(x,y) \wedge E(z,x)$$

$$\forall x. \exists! y. \exists! z. E(x,y) \wedge E(z,x).$$



$$\forall x. \exists y. E(y,x) \wedge \forall x. \forall y. \forall z. E(y,x) \wedge E(z,x) \rightarrow y=z \wedge \forall x. \exists y. E(x,y) \wedge \forall x. \forall y. \forall z. (E(x,y) \wedge E(x,z) \rightarrow y=z).$$