

1. Случайната величина T , която $[T] = h$, измерва продължителността на живот на случайно избрана батерия от производствената линия. Плътността на разпределение на тази величина е

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

където λ е параметър.

- (а) Пресметнете математическото очакване (3)

- (б) Ако средното време на разряд е $400h$, пресметнете вероятността батерия да има продължителност на живот по-малко от $500h$. (4)

- (в) Намерете медианата, ако знаете че тя дели разпределението по такъв начин, че вероятността да имаме по-голяма или по-малка стойност от нея е точно 50%. (3)

Общо за въпрос 1.: 10 т.

2. Случайната величина X има плътност на разпределение:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4x^2} + \frac{1}{4}, & 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & x \notin [1; 3] \end{cases}$$

(а) Намерете разпределението F (4)

(б) Намерете разликата между третия и първия квантил: (3)

Общо за въпрос 2.: 7 т.

3. Непрекъснатата случайна величина X има плътност на разпределение:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20} \left(3 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right), & 1 \leq x \leq 9 \\ 0, & x \notin [1; 9] \end{cases}$$

Нека да въведем нова случайна величина $Y = \sqrt{X}$

(а) покажете, че плътността на разпределение на Y е

(5)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10} (3y - 1), & 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & x \notin [1; 3] \end{cases}$$

(б) Намерете средната стойност на Y

(2)

Общо за въпрос 3.: 7 т.

4. Непрекъснатата величина X има плътност на разпределение зададена като

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ a \exp(x \ln 2), & x \geq 0 \end{cases}$$

(а) намерете стойността на параметъра a (2)

(б) намерете $E(X)$ (3)

(в) пресметнете разликата между първия и третия квартил на X (3)

(г) ако сменим променливата $Y = 2^X$ запишете плътностната функция на разпределение на Y (5)

Общо за въпрос 4.: 13 т.

Въпрос	1	2	3	4	Общо
Точки	10	7	7	13	37
Резултат					