ТЕХНИЧЕСКИЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ ГОРНЫХ ТЕРРИТОРИЙ

Если бы я захотел читать, еще не зная букв, это было бы бессмыслицей.
Точно так же, если бы я захотел судить о явлениях природы,
не имея никакого представления о началах вещей, это было бы такой же бессмыслицей.
Михаил ЛОМОНОСОВ.

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЕ РАНЖИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ МЕТОДОМ ЭТАЛОНОВ КАК ИНСТРУМЕНТ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Вагин В.С.,
доктор экономических наук,
Гроппен В.О.,
доктор технических наук,
Позднякова Т.А.,
доктор экономических наук,
Будаева А.А.,
кандидат технических наук,
Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет),
Владикавказ, РФ

УДК 330.47:519.6

Предлагается новый подход к решению различных задач управления сведением последних к многокритериальным задачам ранжирования больших систем, в основе решения которых лежат понятия эталона и расстояния.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *ранжирование, многокритериальная оптимизация, экспертные оценки, голосование, эталон, критерий, расстояние.*

1. ВВЕДЕНИЕ

В двадцатом веке, благодаря работам Р. Беллмана, Л.В. Канторовича, Л.С. Понтрягина, А. Анго, Н.Н. Моисеева, В.В. Федорова и других, были заложены основы методов оптимального управления, базой для которых послужили результаты в области дифференциальных уравнений. Поскольку развитые подходы требовали полноты информации при описании объектов управления, что не всегда достижимо, в работах Л.М. Абрамова, Б. Берняу, А.Н. Колмогорова, Б.Л. Миллера, Д.Б. Юдина и других, были развиты и получили распространение математические модели стохастического программирования и теории рисков. Альтернативой подходам такого рода, используемой в случаях, когда формальные модели объектов управления отсутствуют, является выбор управляющих воздействий по объектам, характеризуемым наилучшим сочетанием критериев, определяющих их качество. Для определения объектов такого рода, как правило, используются различные технологии многокритериального ранжирования, применительно к которым ниже рассматривается использование метода эталонов [3 – 7]. К задачам, для которых такой подход *a priori* актуален, можно отнести:

- определение рейтинга (административных территориальных образований, объектов экологического контроля, социальных учреждений, студентов, педагогов, факультетов, учебных заведений);
- выделение наиболее достойных кандидатов на выборные должности,
- выбор оптимальных компонент материально-технической базы учреждений,
- конкурсный отбор заявок на финансирование исследований либо предприятий малого бизнеса, и т.п.

Так как вышеназванные задачи являются многокритериальными, естественно использовать для оценки качества их решения принцип Парето [11]:

вектор переменных в задачах такого рода считается оптимальным, если улучшение значений одних критериев может быть достигнуто только за счет ухудшения значений других критериев. Одним из основных недостатков такого определения оптимума является, как правило, сравнительно большая мощность множества оптимальных планов, которая может оказаться соизмеримой с мощностью множества всех допустимых планов [2]. Чтобы избежать этого задачу часто стараются свести к однокритериальной, для чего, обычно, используется некая добавочная информация, отсутствующая в оригинальной постановке задачи. Примерами такого рода подходов могут служить лексикографическое упорядочение критериев либо переход к одному интегральному критерию, которым может явиться сумма взвешенных критериев исходной задачи [8, 9].

Использование метода эталонов позволяет повысить избирательность различных технологий ранжирования, сохраняя оптимальность по Парето получаемых решений, и, одновременно, не требуя дополнительных условий, налагаемых на исходную задачу [3]. При этом эталону отвечает «наилучший» либо «наихудший» объект или сочетание значений критериев независимо от того, существует или не существует соответствующий такому объекту или сочетанию допустимый вектор переменных. Рассмотренные далее подходы базируются на поиске таких допустимых векторов переменных, которым соответствуют точки в пространстве критериев, находящиеся от эталонов на экстремальных расстояниях. Таким образом, поиск оптимального управления далее интерпретируется как выбор некоторого объекта, удовлетворяющего определенным условиям, связанным с расстояниями до эталонов, на множестве такого рода объектов.

Полагаем, что на множестве объектов можно выделить, либо создать, дополнительно два объекта – наилучший и наихудший. Одним из критериев качества анализируемого объекта, обозначаемым ниже символом Δ, может служить степень близости его к наилучшему объекту, другим, обозначаемым далее как θ, – его удаленность от наихудшего объекта. Естественно, что выбору наилучшего объекта могут отвечать целевые функции вида: $\Delta \to \min$, $\theta \to \max$. Недостатком такого подхода является его «однобокость», т.к. учитывается расстояние только до одного из эталонов. Этого недостатка лишен критерий, обозначаемый ниже как γ: он равен отношению расстояния от выбранного объекта до наилучшего к расстоянию от того же объекта до наихудшего: $\gamma = \Delta/\theta$. Очевидно, что γ, как и Δ, является минимизируемым критерием. Альтернативой использованию критерия γ является подход, описанный ниже в разделе 5.

Поскольку характеристики объектов и определение расстояния между ними зависят от конкретной решаемой задачи, используемые ниже обозначения привязаны к соответствующим предметным областям, общими для которых являются приведенные выше обозначения критериев и определенные далее обозначения эталонов:

a – объект, обладающий наилучшими характеристиками;

b – объект, характеристики которого являются наихудшими.

Далее показана возможность единого подхода к ранжированию объектов, традиционно использующих различные процедуры получения исходных данных и упорядочения объектов: многокритериальные оптимизационные задачи, ранжирование объектов с помощью экспертных оценок и определение предпочтений путем голосования. В основе предлагаемого подхода лежит метод эталонов [3 – 7].

2. ЗАДАЧИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Ниже используются следующие обозначения:

$\vec{X}$ – вектор переменных;

X_k – множество значений, принимаемых *k*-й переменной;

$F_i(\vec{X})$- *i*-й критерий ($i = 1, 2, \ldots, n$);

$\varphi_j(\vec{X})$ – *j*- е ограничение.

K_i – величина, соответствующая наилучшему значению *i*-го критерия

Пусть формальная постановка многокритериальной задачи имеет вид:

$$\begin{cases} \forall i : F_i(\vec{X}) \to \max\ (\min); \\ \forall j : \varphi_j(\vec{X}) \le\ b_j; \\ \forall \mathrm{k} : \mathrm{x_k} \in X_k; \quad \vec{X} = \{x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_m.\}, \end{cases} \tag{1}$$

Тогда величина K_i определяется решением однокритериальной задачи вида:

$$\begin{cases} K_i = F_i(\vec{X}) \to \max\ (\min); \\ \forall j : \varphi_j(\vec{X}) \le\ b_j; \\ \forall \mathrm{k} : \mathrm{x_k} \in X_k; \quad \vec{X} = \{x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_m.\}. \end{cases} \tag{2}$$

Решая задачу (2) применительно к каждому критерию, получаем вектор

$$\vec{K} = \{K_1,\ K_2,\ \ldots, K_n\}, \tag{3}$$

которому в *n*-мерном пространстве критериев соответствует объект “а” (точка «а» на рис. 1), отвечающий сочетанию наилучших значений $F_i(\vec{X})$.

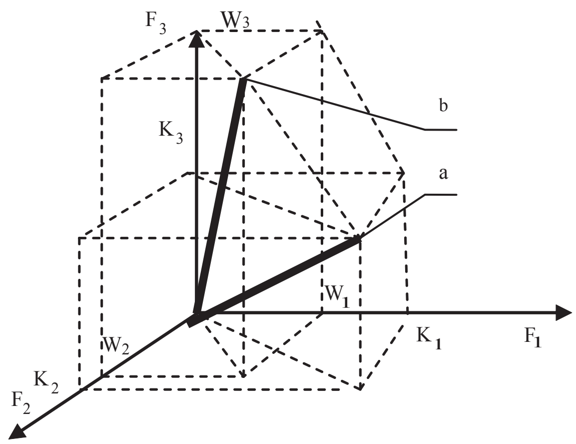


Рис. 1. *Число критериев n = 3.*

Инвертируя цели оптимизации в (2), аналогично можно получить «наихудший» объект “*b*”, которому на рис. 1 отвечает точка «b» и вектор критериев $\vec{W}=\{W_1, W_2, \ldots, W_n\}$, соответствующий сочетанию наихудших значений критериев $F_i(\vec{X})$ в задаче (1).

Далее, в соответствии с принятой выше классификацией, исследуются следующие подходы, позволяющие свести задачу (1) к однокритериальной:

1. Находится допустимый вектор переменных задачи (1), которому в пространстве критериев отвечает точка “*m*”, отстоящая от “*a*” на минимальное расстояние $\Delta(a, m)$. Очевидно, что $\Delta(a, m) \geq 0$.

2. Находится допустимый вектор переменных задачи (1), которому в пространстве критериев отвечает точка “*n*”, отстоящая от “*b*” на максимальное расстояние $\theta(b, n)$. При этом можно показать, что величина $\theta(b, n)$ может превысить длину отрезка (a, b).

3. Находится допустимый вектор переменных задачи (1), которому в пространстве критериев отвечает точка “*d*”, которой соответствует минимальное значение отношения $\gamma = \Delta(a, d)/\ \theta(d, b)$. Легко убедиться, что величина γ заключена в диапазоне: $0 \leq \gamma \leq \infty$.

Ниже, в рамках сформулированных выше подходов, приводятся формальные постановки и примеры решения многокритериальных задач для случая, когда критерии однородны, т.е. измерены в совпадающих шкалах.

2.1. Формальные постановки и решение задач для случая однородных критериев

Если критерии однородны, т.е. измерены в совпадающих шкалах, то дистанция между объектами определяется как расстояние в евклидовом пространстве, т.е. как квадратный корень из суммы квадратов разностей одноименных координат эталона и объекта. Справедливы три теоремы [3], позволяющие свести поиск Парето – оптимальных решений многокритериальных задач с однородными критериями – к поиску оптимальных значений определенных выше критериев α, β, и γ. Так, поиску вектора переменных задачи (1), которому в пространстве критериев соответствует некая точка “*m*”, отстоящая от “*a*” на минимальное расстояние $\Delta(a, m)$, отвечает минимизация функции:

$$\Delta = \sqrt{\sum_i [K_i - F_i(\vec{X})]^2}. \tag{4}$$

Таким образом, задача (1) заменяется системой вида:

$$\begin{cases} \Delta = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} [K_i - F_i(\vec{X})]^2} \to \min; \\ \forall j : \varphi_j(\vec{X}) \leq b_j; \\ \forall \mathrm{k} : \mathrm{x_k} \in X_k; \quad \vec{X} = \{x_1, x_2, \ldots.., x_m.\}. \end{cases} \tag{5}$$

Справедлива следующая теорема, доказательство которой приведено в [3]:

Теорема 1. Оптимальный вектор переменных задачи (5) является Парето – оптимальным решением задачи (1).

Возвращаясь к случаю, когда в качестве критерия используется $\theta(b, n)$, т.е. когда ищется решение, наиболее удаленное от наихудшего, систему (1) можно преобразовать к виду:

$$\begin{cases} \theta = \sqrt{\sum_i [W_i - F_i(\vec{X})]^2} \to \max; \\ \forall j : \varphi_j(\vec{X}) \leq b_j; \\ \forall \mathrm{k} : \mathrm{x_k} \in X_k; \quad \vec{X} = \{x_1, x_2, \ldots.., x_m.\}. \end{cases} \tag{6}$$

Справедлива следующая теорема [3]:

Теорема 2. Оптимальный вектор переменных задачи (6) является оптимальным по Парето решением задачи (1).

Переходя к критерию γ, формальную постановку задачи поиска решения (1), минимизирующего отношение $\Delta(a, d)/\ \theta(d, b)$, с учетом (4) и (5) можно представить в виде:

$$\begin{cases} \gamma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} [K_i - F_i(\vec{X})]^2}{\sum_{i=1}^{n} [W_i - F_i(\vec{X})]^2}} \to \min; \\ \forall j : \varphi_j(\vec{X}) \leq b_j; \\ \forall \mathrm{k} : \mathrm{x_k} \in X_k; \quad \vec{X} = \{x_1, x_2, \ldots.., x_m.\}. \end{cases} \tag{7}$$

Применительно к (7) справедлива следующая теорема, аналогичная предыдущим двум [3]:

Теорема 3. Оптимальный вектор переменных задачи (7) является оптимальным по Парето решением задачи (1).

Примерами задач, относительно которых описанные выше подходы *a priori* эффективны, могут служить ранжирование студентов по оценкам, а предприятий с идентичным ассортиментом выпускаемой продукции – по ее стоимости.

Ниже допустимость аналогичного подхода демонстрируется применительно к случаю неоднородных критериев.

2.2. Использование метода эталонов для решения многокритериальных задач с неоднородными критериями

Рассмотренный выше подход оперирует евклидовыми расстояниями между векторами в пространстве критериев. Неоднородность этого пространства, характерная для многих прикладных задач, усложняет применение метода эталонов, но не исключает его. Если нормировать значения целевых функций системы (1) таким образом, чтобы все они были безразмерны и заключены в диапазоне {0 – 1}:

$$\begin{cases} \forall i : f_i(\vec{X}) = \dfrac{F_i(\vec{X}) - \min(\mathrm{K_i}; W_i)}{\max(\mathrm{K_i}; W_i) - \min(\mathrm{K_i}; W_i)} \to \max\ (\min); \\ \forall j : \varphi_j(\vec{X}) \le\ b_j; \\ \forall \mathrm{k} : \mathrm{x_k} \in X_k; \quad \vec{X} = \{x_1,\ x_2,\ .....,\ x_m.\}, \end{cases} \qquad (8)$$

то справедлива теорема [3]:

Теорема 4. Оптимальный вектор переменных задачи (8) является оптимальным по Парето решением задачи (1).

Поскольку все целевые функции системы (8) однородны, для её решения можно воспользоваться подходами, базирующимися на использовании теорем 1 – 3.

3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ЭТАЛОНОВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

Ранжирование объектов методом экспертных оценок применяется, когда получение количественных характеристик этих объектов вызывает затруднение. При этом каждый эксперт или группа экспертов, как правило, оценивает пару объектов «*c*» и «*d*», пользуясь только определениями [1]:

«объект “*c*” лучше объекта “*d*”»,

«объект “*c*” эквивалентен объекту “*d*”»,

«объект “*c*” хуже объекта “*d*”»,

обозначаемыми далее соответственно как *«$c \succ d$», «$c \equiv d$»* и *«$c \prec d$»*. Целью является ранжирование объектов, т. е. определение такой перестановки n объектов $\pi = \{i_1, i_2, i_3, ..., i_n\}$, для которой справедливо: если $k < j$, то $i_k \succ i_j$. Одним из способов реализации такого ранжирования является использование языка и методов теории графов: строится взвешенный ориентированный граф *G(X, U)*, вершины множества *X* которого соответствуют объектам, и существует дуга $(i, j) \in U$, если справедливо: $i \succ j$, причем вес этой дуги *r(i, j)* прямо пропорционален профессиональному рейтингу соответствующего эксперта или группы экспертов. Если граф *G(X, U)* содержит контуры, то это говорит о наличии противоречий в экспертных оценках. Наиболее простой способ избавиться от противоречий – отказаться от мнений некоторых экспертов, что сводится к задаче о разрыве контуров на графах [6]. Таким образом, задача ранжирования объектов может быть, в конечном счете, сведена к упорядочению вершин ориентированного графа без контуров. Процедура ранжирования вершин на каждой *i*-й итерации (*i*=1, 2, . . .) сводится к выделению вершин-источников, объекты, соответствующие этим вершинам, ставятся на *i*-е место в перестановке π, после чего выбранные вершины отбрасываются и, если граф не исчерпан, процедура повторяется на (*i*+1)-й итерации. Аналогично можно построить поиск упорядочения π от конца к началу: в этом случае на каждой итерации выбираются и отбрасываются вершины-стоки. Общим недостатком, присущим обеим процедурам, является возможность получения неоднозначного ответа – это происходит, если на какой-то итерации мощность множества выбранных вершин превышает единицу. Пример графа такого рода приведен на рис. 2 а, а результат применения первой из приведенных выше процедур – на рис. 2 б.

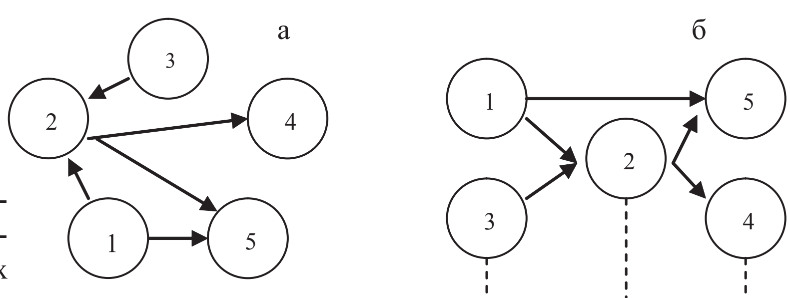


Рис. 2. *Граф G(X,U) до и после упорядочения вершин*

Из рис. 2 б следует, что для графа G(X, U) существует четыре эквивалентные перестановки вершин, неоднозначно распределяющих объекты – претенденты на первые и последние места:

$\pi_1=\{1,3,2,4,5\}$, $\pi_2=\{3,1,2,4,5\}$, $\pi_3=\{1,3,2,5,4\}$, $\pi_4=\{3,1,2,5,4\}$.

Для того чтобы снизить неопределенность такого рода, введем в граф *G(X, U)* две эталонные вершины: вершину «*a*», которой соответствует фиктивный объект, лучший, чем наилучшие, определенные ранее, и соответствующие вершинам-источникам на *G(X, U)* и вершину «*b*», которой отвечает фиктивный объект, худший, чем наихудшие реальные объекты, соответствующие вершинам-стокам на *G(X, U)*. Графически это соответствует следующему преобразованию исходного графа *G(X, U)*:

добавляется вершина-источник x_a, дуги из которой заходят в вершины, являвшиеся источниками на *G(X, U)*;

добавляется вершина-сток x_b, в которую заходят дуги из вершин, являвшихся стоками на *G(X, U)*.

Модификация такого рода применительно к графу *G(X, U)*, изображенному на рис. 2б, представлена на рис. 3.

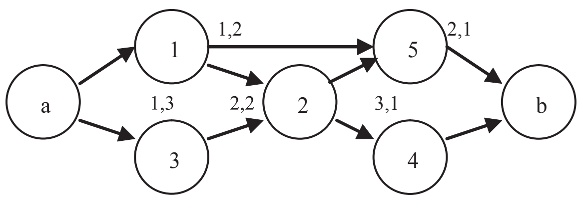


Рис. 3. *Граф G(X,U) после преобразования*

Обозначая новый граф вновь *G(X,U)*, далее, для простоты, полагаем, что все эксперты равноценны, что позволяет присвоить каждой дуге этого графа вес *r(i,j)*: $\forall(i,j)\in U: r(i,j)=1$.

Обозначая $S_d(p,q)$ – *d*-й путь из *p*-й вершины в *q*-ю, можно каждой *i*-й вершине множества *X\(aUb)* присвоить вектор *v(i)*, первая компонента которого равна длине кратчайшего пути из вершины «*a*» в *i*-ю, а вторая компонента, – длине кратчайшего пути из *i*-й вершины в вершину «*b*» (рис. 3).

Таким образом, каждый *i*-й объект теперь характеризуется только двумя критериями $\Delta(i)$ и $\theta(i)$, заключенными в диапазоне: $\forall i$: $1 \le \Delta(i) \le 3$; $1 \le \theta(i) \le 3$. Это позволяет в пространстве критериев Δ и θ определить (рис. 4):

координаты двух эталонов: наилучшего «*a*» с координатами (0, 3) и наихудшего «*b*» с координатами (3,0) соответственно;

положение *i*-й точки, отвечающей *i*-й вершине (*i*=1, 2, . . , 5) графа *G(X,U)* после его модификации.

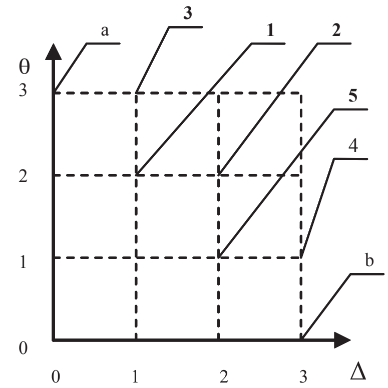


Рис. 4. *Расположение эталонов и объектов в пространстве критериев*

Таблица 1

Расстояния от каждого объекта до эталонов «a» и «b»

i L	(a,i)	L(b,i)
1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{8}$
2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$
3	1	$\sqrt{13}$
4	$\sqrt{13}$	1
5	$\sqrt{8}$	$\sqrt{2}$

Пользуясь координатами вершин модифицированного графа *G(X,U)* (рис. 3), в пространстве критериев (рис. 4) строится таблица расстояний $L(a,i)=\min_d S_d(a,i)$ и $L(i,b)=\min_d S_d(i,b)$, *i*=1, 2, …,5 (табл. 1). Легко убедиться, что оптимальным упорядочением объектов в соответствии с табл. 1 является единственная перестановка $\pi=\{3,1,2,5,4\}$.

Переходя к критерию γ, который применительно к рассматриваемой предметной области представляет собой вес *q*-й вершины, равный:

$$\forall q \ne a, b: \gamma_q = \frac{\min\limits_d \sum\limits_{(i,j)\in S_d(a,q)} r(i,j)}{\min\limits_d \sum\limits_{(i,j)\in S_d(q,b)} r(i,j)}, \qquad (9)$$

и упорядочив вершины по возрастанию их веса, получим единственную оптимальную перестановку π, совпадающую с определенной ранее на основании критериев Δ и θ.

Таким образом, применение метода эталонов для обработки экспертных оценок позволяет снизить неоднозначность ранжирования, присущую традиционной реализации этой технологии ранжирования.

4. ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ ГОЛОСОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ЭТАЛОНОВ

Голосование является одним из основных инструментов ранжирования, применяемым для решения задач, связанных с заполнением выборных должностей, в вузах – с выдвижением претендентов на ученые звания, решением разного рода конфликтных ситуаций. Существующие технологии проведения и обработки результатов голосования [8, 9] не гарантируют однозначность результатов, поэтому далее описывается еще одна методика принятия решений голосованием, дающая шанс на сокращение числа оптимальных перестановок и базирующаяся на использовании эталонов.

Пусть имеется *n* мест, на которые претендуют *m* кандидатов, причем каждому *k*- му кандидату ставится в соответствие вектор

$v_k = \{i_1^k, i_2^k, i_3^k, ..., i_n^k\}$, $k = 1, 2, \ldots, m$, где i_j^k – число голосов, поданных за то, чтобы *k*-й кандидат занял *j*-е место. Тогда очевидна справедливость равенств:

$$\forall j \neq q : \sum_k i_j^k = \sum_k i_q^k = \mathrm{const}. \tag{10}$$

Далее будем полагать, что правилами подсчета результатов голосования зафиксированы функции *f(j)* и *h(j),* причем первая позволяет определить нижнюю границу числа голосов победителя в конкурсе на *j*-е место. Например, если победитель определяется методом абсолютного большинства, *f(j)* имеет вид:

$$f(j) = 1 + 0{,}5\sum_k i_j^k, \; j = 1, 2, \ldots, n. \tag{11}$$

Вторая функция определяет верхнюю границу числа голосов, исключающую победу претендента на *j*-е место, например:

$$h(j) = \min_k i_j^k, \; j = 1, 2, ..., n. \tag{12}$$

С учетом (10) легко убедиться, что для (11) справедливо:

$$\forall j : f(j) = \mathrm{const} = w. \tag{13}$$

Введем две группы фиктивных кандидатов, группу «*a*» и группу «*b*», каждая из которых насчитывает *n* фиктивных претендентов, являющихся эталонами относительно реальных кандидатов: *j*-му претенденту группы «*a*» отвечает вектор $v(a_j)$, все элементы которого, кроме *j*-го, принимают нулевые значения, а *j*-й элемент определяется выражением (11). Аналогично *j*-му претенденту группы «*b*» отвечает вектор $v(b_j)$, все элементы которого, кроме *j*-го, принимают нулевые значения, а *j*-й элемент определяется выражением (12).

Таким образом, в *n*-мерном пространстве размещаются 2*n* эталонных точек и *m* точек, отвечающих реальным кандидатам. Расстояние от последних до эталонных точек позволяет определять победителей в конкурсе за *j*-е место. В рамках сформулированных ранее принципов, выбор претендента «*c*» на *j-е* место, определяется одним из условий:

$$\forall j: \Delta(c) = \sqrt{(i_j^c - i_j^a)^2 + (\sum_{q \neq j} i_q^c)^2} = \\ = \min_d \left\{ \sqrt{(i_j^d - i_j^a)^2 + (\sum_{q \neq j} i_q^d)^2} \right\}, \tag{14}$$

$$\forall j: \theta(c) = \sqrt{(i_j^c - i_j^b)^2 + (\sum_{q \neq j} i_q^c)^2} = \\ = \max_d \left\{ \sqrt{(i_j^d - i_j^b)^2 + (\sum_{q \neq j} i_q^d)^2} \right\}, \tag{15}$$

$$\forall j: \gamma(c) = \sqrt{\frac{(i_j^c - i_j^a)^2 + (\sum_{q \neq j} i_q^c)^2}{(i_j^c - i_j^b)^2 + (\sum_{q \neq j} i_q^c)^2}} = \\ = \min_d \sqrt{\frac{(i_j^d - i_j^a)^2 + (\sum_{q \neq j} i_q^d)^2}{(i_j^d - i_j^b)^2 + (\sum_{q \neq j} i_q^d)^2}}. \tag{16}$$

К негативным сторонам рассмотренной выше технологии обработки результатов голосования можно отнести случаи, когда:

- один претендент оказывается лучшим для различных значений *j*;
- нескольким претендентам соответствуют одинаковые значения критериев (14) – (16).

Поскольку описанная выше технология обработки результатов голосования, использующая эталоны, равно как и рассмотренные выше, лишь повышает шансы на однозначность ранжирования претендентов, но не гарантирует его, далее предлагается модификация метода эталонов, обеспечивающая при определенных условиях однозначность такого рода.

5. ОДНОЗНАЧНОСТЬ РАНЖИРОВАНИЯ

Ни одна из рассмотренных выше технологий ранжирования не гарантирует получения однозначного ранжирования объектов, т.е. случая, когда выполняются условия:

- все объекты упорядочены перестановкой π;
- каждому месту в перестановке π отвечает только один объект.

Ниже рассмотрен подход, являющийся развитием предложенной в разделе 3 технологии обработки экспертных оценок, гарантирующий получение однозначного ранжирования. В основе этого подхода лежит переход от *n*-мерного пространства критериев к двумерному пространству, в котором:

- каждый объект отображается точкой, координаты которой соответствуют его расстояниям в n-мерном пространстве до «лучшего» “*a*” и «худшего» “*b*” эталонов;

- на множестве ранжируемых объектов отсутствуют такие, для которых совпадают точки в определенной выше плоскости.

Соединив в построенной плоскости лучший и худший эталоны отрезком (*a, b*), можно показать, что точки, отвечающие ранжируемым объектам, обладают следующими свойствами (рис. 5):

• Все они расположены внутри квадрата, диагональю которого является отрезок (*a, b*);

• те из них, которые расположены слева от перпендикуляра (0, *d*), восстановленного в точке “*c*”, являющейся серединой отрезка (*a, b*), расположены ближе к точке “*a*”;

• те из этих точек, которые расположены справа от этого перпендикуляра, – ближе к точке “*b*”.

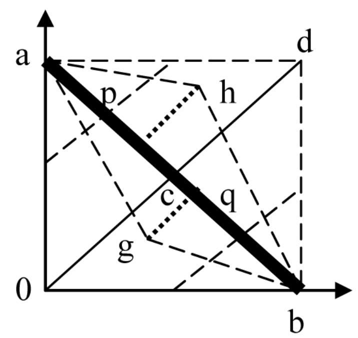


Рис. 5. *Точка “h” ближе к “a”, чем к “b”, а точка “g” – наоборот. Величина m = 4.*

Разделив отрезок (*a, b*) на *m* равных частей, где *m* – число ранжируемых объектов (рис. 5), и восстановив перпендикуляры из точек, разделяющих эти части отрезка (*a, b*), легко убедиться, что проекции точек, отвечающих ранжируемым объектам на (*a, b*), дают возможность получить первое приближение ранжирования. Возможны три варианта исхода:

Если все проекции принадлежат различным частям отрезка, то процедура ранжирования завершена.

Если существует $0 < f < m$ точек, принадлежащих одной части отрезка (*a, b*), то величине *m* присваивается новое значение, равное *f,* после чего процедура ранжирования вновь повторяется для *f* объектов, отвечающих выделенным точкам.

Пусть неоднократное повторение процедуры ранжирования приводит к предельно малой длине отрезка (*a, b*), но не уменьшает величины *f*. Последнее имеет место, только если все *f* точек принадлежат перпендикуляру к отрезку (*a, b*). На рис. 6 ниже эта ситуация отображается точками *h* и *g* (величина *m* = 2), принадлежащими отрезку (*h,t*), перпендикулярному (*a,b*), причем длина отрезка (*g,t*), обозначаемая *r(g, t*), меньше, чем *r(h,t)*. Отклонение отрезка (*h, t*) на малый угол *α* приводит к смещению *h* в *h*’ и *g* в *g*’, причем справедлива система (рис. 6):

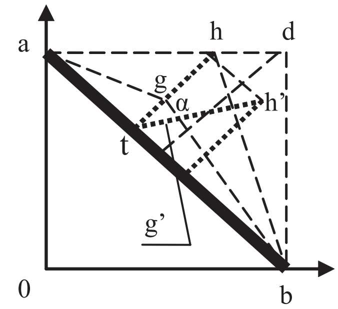


Рис. 6. *Устойчивость точки “h” меньше, чем точки “g”. Величина m = f = 2.*

$$\begin{cases} r(h,h') = r(t,h)\cdot tg(\alpha); \\ r(g,g') = r(t,g)\cdot tg(\alpha); \\ r(t,h) > r(t,g). \end{cases} \quad (17)$$

Отсюда следует неравенство: *r(h,h’)* > *r(g,g’)*, т.е. устойчивость объекта, отвечающего точке *g* относительно принадлежности ранее выбранному интервалу на отрезке (*a, b*) при *α* > 0 выше, чем у объекта, отвечающего точке *h*. Легко убедиться (рис. 6), что существует такой угол *α* > 0, при котором проекция точки *h’* на (*a, b*) уже не принадлежит интервалу (*a, t*), в то время, как перпендикуляр, опущенный из *g’* на (*a, b*), остается в интервале (*a, t*). Иными словами, применительно к рассматриваемому случаю вводится еще один локальный критерий, характеризующий устойчивость объекта и позволяющий утверждать, что при прочих равных условиях в оптимальном ранжировании объект, отвечающий точке *g*, для которой справедливо последнее неравенство системы (17), предшествует объекту, отвечающему точке *h*.

Очевидно, что, если все ранжируемые объекты удовлетворяют принятым выше ограничениям, т.е. если всем этим объектам отвечают не совпадающие в плоскости *a*0*b* точки, то описанная выше процедура упорядочения всегда приводит к однозначному результату. Далее эффективность описанной выше технологии иллюстрируется ранжированием административно-территориальных образований Южного федерального округа.

6. РАНЖИРОВАНИЕ РЕГИОНОВ ЮЖНОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА

С использованием методики, описанной в предыдущем разделе, было выполнено ранжирование регионов ЮФО на основе официальных данных Федеральной службы государственной статистики об уровне их социально-экономического развития, содержащих 91 показатель – индексы производства, индексы цен, продуктивность скота и птицы, задолженность по заработной плате, уровень безработицы и др., в динамике за 2005 – 2008 гг. [10]. Результаты проведенного ранжирования сведены в табл. 2.

Таблица. 2

Результирующее ранжирование регионов ЮФО за период 2005-2008 гг.

Регион	Место по рангу				
	За период 2005-2008 гг.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
Астраханская область	5	5	5	5	5
Волгоградская область	3	3	2	4	3
Кабардино-Балкарская Республика	7	7	7	7	7
Карачаево-Черкесская Республика	10	10	9	10	11
Краснодарский край	1	1	1	1	1
Республика Адыгея	9	9	10	6	6
Республика Дагестан	6	6	6	9	8
Республика Ингушетия	13	13	13	13	13
Республика Калмыкия	12	11	11	11	12
Республика Северная Осетия-Алания	8	8	8	8	9
Ростовская область	2	2	4	2	2
Ставропольский край	4	4	3	3	4
Чеченская Республика	11	12	12	12	10

Первые позиции по уровню социально-экономического развития среди регионов Южного федерального округа в 2005-2008 гг. занимали Краснодарский край, Ростовская и Волгоградская области. За ними следовали Ставропольский край, Астраханская область, Республика Дагестан, Кабардино-Балкарская Республика, Республика Северная Осетия-Алания, Республика Адыгея. Замыкают рейтинг регионов

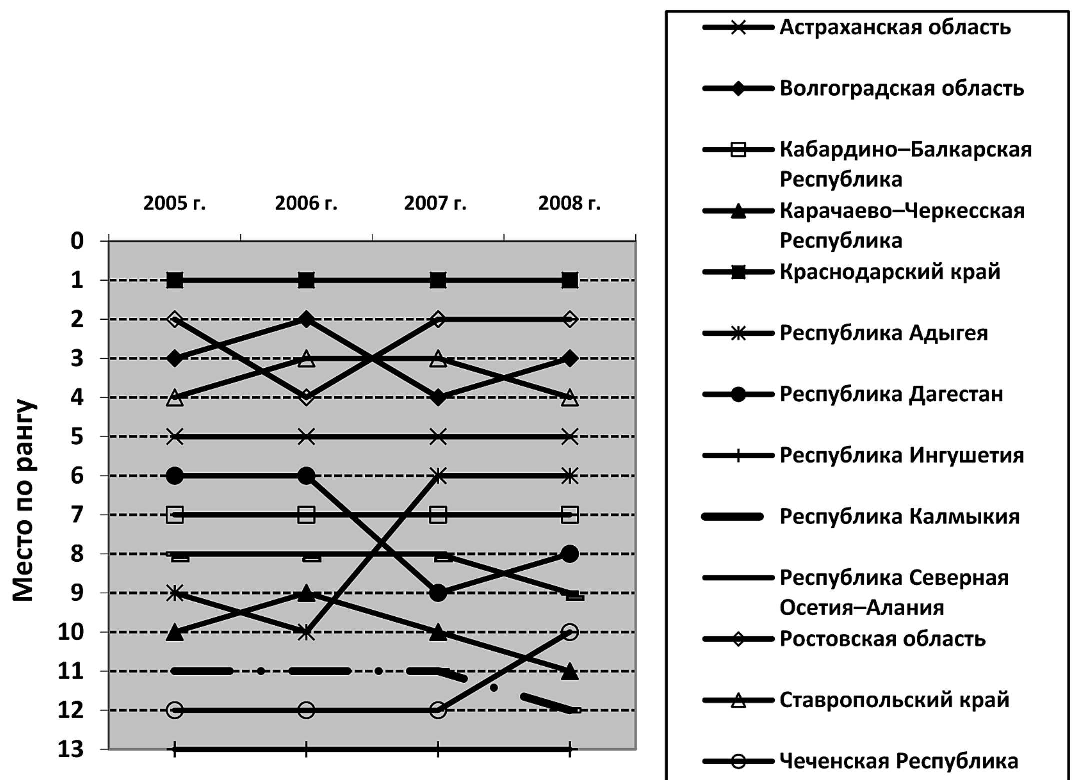


Рис. 7. *Динамика ранжирования административно-территориальных образований Южного федерального округа на период 2005 – 2008 годы.*

ЮФО в указанном периоде Карачаево-Черкесская Республика, Чеченская Республика, Республика Калмыкия и Республика Ингушетия.

Динамика проведенного ранжирования, отраженная также на рис. 7, свидетельствует, что неизменные позиции в рейтинге регионов ЮФО в 2005-2008 были у Краснодарского края, Астраханской области и Кабардино-Балкарской Республики (соответственно, 1, 5 и 7 места). Изменчивость ранжирования по годам у остальных регионов Южного федерального округа свидетельствует о наличии как положительных (как, например, у Ростовской и Астраханской областей, Республики Дагестан, Республики Адыгеи и Чеченской Республики), так и негативных тенденций в темпах социально-экономического развития по сравнению с другими регионами ЮФО (ухудшился рейтинг у Карачаево-Черкесской Республики и у Республики Калмыкия). Очевидна рациональность применения последними технологий управления, используемых администрациями Ростовской, Волгоградской областей и Краснодарского края, возглавляющими полученное выше упорядочение регионов ЮФО.

Таким образом, продемонстрирована эффективность применения рассмотренной выше модификации метода эталонов для исследования сравнительной динамики процессов формирования различий между отдельными территориями государства: макрорегионами (федеральными округами), регионами (субъектами федерации), административно-территориальными образованиями, населенными пунктами. В результате, внедрение метода эталонов в региональную диагностику будет способствовать совершенствованию ее методического аппарата.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный выше подход позволяет в ряде случаев с единых позиций подойти к определению оптимального управления и администрирования решением многокритериальных задач ранжирования объектов: оптимальным считается управление, присущее наилучшему объекту. Использование при этом метода эталонов дает возможность «естественно» переходить от поиска оптимального решения многокритериальных задач к оптимальному решению задач с одной целевой функцией без привлечения дополнительных условий. Таким образом, достоинствами применения метода эталонов являются:

- при его применении сохраняется оптимальность по Парето полученных решений;
- его использование не требует привлечения дополнительной информации и позволяет снизить неоднозначность решения задач ранжирования объектов, а в ряде случаев и гарантировать однозначное их упорядочение.

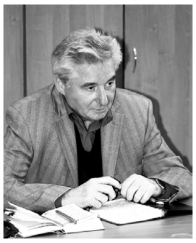
ЛИТЕРАТУРА

1. *Брук Б.И., Бурков В.Н.* Методы экспертных оценок в задачах. // Тех. кибернетика. 1972. №3. С. 29 – 37.
2. *Виноградская Т.М., Гафт М.Г.* Точная верхняя оценка числа неподчиненных решений в многокритериальных задачах. // Автоматика и телемеханика. 1974. №9. С. 111 – 118.
3. *Groppen V.O.* New Solution Principles of Multi-criteria Problems Based on Comparison Standards. www.arxiv.org/ftp/math/papers/0501/0501357. pdf, 2005.
4. *Гроппен В.О.* Принципы оценки качества многокритериальных оптимизационных задач с помощью эталонов. // Материалы V Международной конференции «Устойчивое развитие горных территорий: проблемы и перспективы интеграции науки и образования». Владикавказ. 2004. С. 572 – 580.
5. *Гроппен В.О.* Принципы решения многокритериальных задач с помощью эталонов. // Труды XII Всероссийской научно-методической конференции Телематика, Санкт Петербург, 6 – 9 июня 2005. Т. 1. С. 125 – 128.
6. *В.О. Гроппен.* Основы теории принятия решений. Владикавказ: СКГМИ, Изд. «Терек», 2004. 106 с.
7. *Groppen V.O.* New Solution Principle for Multi-criteria Problems Based on Comparison Standards: Models, Algorithms, Applications. Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control. Applications to Industrial and Societal Problems. CIMNE, Barcelona, Spain, 2008. P.p. 201 – 209.
8. *Кини Р.Л., Райфа Х.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. 560 с.
9. *Ларичев О.И.* Теория и методы принятия решений. М.: Логос, 2002. 392 с.
10. Экспресс-информация Территориального органа Федеральной службы государственной статистики по Республике Северная Осетия-Алания «Сравнительные данные социально-экономического положения регионов Южного Федерального округа» за январь – декабрь 2005-2008 гг.
11. *Pareto V.* Cours d'Economie Politique. Lausanne: Houge, 1889.

ВАГИН Владимир Стефанович, доктор экономических наук, профессор, ректор СКГМИ (ГТУ), руководитель Международного инновационного научно-технологического центра «Устойчивое развитие горных территорий» (МИНТЦ «Горы»). Депутат, член Совета Парламента Республики Северная Осетия-Алания.

Главный редактор журнала «Устойчивое развитие горных территорий».

Тел.: (8672) 40-72-48, 40-75-70.



ГРОППЕН Виталий Оскарович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой СКГМИ (ГТУ), директор НИИ теоретической и прикладной информатики.

Окончил Северо-Кавказский горно-металлургический институт (СКГМИ) по специальности «Промышленная электроника». Научную стажировку проходил в Техническом Университете г. Дрездена и Высшей Технической Школе г. Лейпцига (Германия).

Действительный член Европейского Математического Сообщества (EMS) с штаб-квартирой в Хельсинки (Финляндия).

Опубликовал более ста работ, в том числе пять монографий, имеет три патента и авторское свидетельство.

Адрес: 362021 г. Владикавказ,
ул. Николаева, 44, корп. 1.
Тел.: 8 (8672) 407-107.
E-mail: groppen@mail.ru

ПОЗДНЯКОВА Тамара Алексеевна, доктор экономических наук, профессор, заведующая кафедрой «Налоги и налогообложение» Северо-Кавказского горно-металлургического института (государственного технологического университета), руководитель отдела комплексного изучения социально-экономических проблем развития горных территорий Международного инновационного научно-технологического центра «Устойчивое развитие горных территорий» СКГМИ (ГТУ).

Эксперт комиссии по аттестации государственных служащих и регулированию трудовых споров при Президенте Республики Северная Осетия-Алания, член экспертного совета Контрольно-счетной палаты РСО-Алания, диссертационных советов по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора экономических наук, редакционных советов журнала «Устойчивое развитие горных территорий» и издательства «Терек».

Адрес: 362021 г. Владикавказ, ул. Николаева, 44.
Тел.: 8 (8672) 407-545, 407-546.

БУДАЕВА Алина Алибековна, кандидат технических наук, доцент кафедры Автоматизированной обработки информации, ведущий программист Научно-исследовательского института теоретической и прикладной информатики СКГМИ (ГТУ).

В 1998 году окончила СКГМИ по специальности «Бакалавр информатики и вычислительной техники», в 2000 году получила степень «Магистр технологий». В 2004 г. защитила кандидатскую диссертацию. В 2008 г. ей присвоено ученое звание доцента.

Количество публикаций – 16.
Адрес: 362021 г. Владикавказ,
ул. Николаева, 44, корп. 1.
Тел.: 8 (8672) 407-108.
E-mail: budalina@yandex.ru