

Analyse 1 uitwerkingen

College 1

Sophie van den Eerenbeemt
Dennis van den Berg

14 november 2016

1. Zijn de volgende deelverzamelingen van \mathbb{R} begrensd naar boven / beneden? Bepaal supremum, infimum, maximum en minimum (voorzover die bestaan).

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \exists_{n \in \mathbb{N}}: 2n - 1 < x < 2n\}$$

$$B = \left\{ -\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}_+ \right\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid 4x - x^2 > 3\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid 4x - x^2 \geq 3\}$$

$$E = [0, 1] \setminus \mathbb{Q}$$

2. Zij $A \subset \mathbb{R}$ niet leeg en begrensd, $\varepsilon > 0$. Laat zien: Er is een $x \in A$ zodanig dat $x > \sup A - \varepsilon$ en er is een $y \in A$ zodanig dat $y < \inf A + \varepsilon$.

(**Hint:** Geef een bewijs uit het ongerijmde!)

3. Zij $A, B \subset \mathbb{R}$ niet leeg en begrensd. Definieer:

$$-A = \{-a \mid a \in A\}$$

$$A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$$

$$A - B = \{a - b \mid a \in A, b \in B\}$$

Laat zien

(a)

$$\sup(-A) = -\inf A$$

$$\sup(A + B) = \sup A + \sup B$$

$$\inf(A - B) = \inf A - \sup B$$

(b)

$$(\forall a \in A \forall b \in B : a < b) \rightarrow \sup A \leq \inf B$$