

第一节：数据结构基本知识

1.1 什么是数据结构

例：写程序实现一个函数 PrintN，使得传入一个正整数 N 的参数后，能顺序打印从 1 到 N 的全部正整数。

代码 1（循环实现）：

```
void PrintN(int N){
    int i;
    for(i = 1; i <= N; i++)
    {
        printf("%d\n", i);
    }
    return;
}
```

代码 2（递归实现）：

```
void PrintN(int N){
    if(N){
        PrintN(N-1);
        printf("%d\n", N);
    }
    return;
}
```

结论：解决问题方法的效率，跟空间的利用率有关。

例 3：写程序计算给定多项式在给定点 x 处的值

代码：

```
double f(int n, double a[], double x)
{
    int i;
    double p = a[n];
    for(i = n; i > 0; i--)
    {
        p = a[i-1] + x * p;
    }
    return p;
}
```

C 语言中提供了一个函数为 clock()，它捕捉从程序开始运行到 clock() 被调用时所耗费的时间。这个时钟单位是 clock tick。常熟 CLK_TCK 为机器时钟每秒所周的 clock tick。例子如下：

```
#include <stdio.h>
#include <time.h>
```

```
clock_t start,stop;
/*clock_t 是 clock()函数返回的变量类型*/
double duration;

int main()
{
    start = clock();
    MyFunction();//所需要测量运行时间的函数
    stop = clock();
    duration = ((double)(stop-start)/CLK_TCK);
    return 0;
}
```

结论：解决问题方法的效率，跟算法的巧妙程度有关。

什么是数据结构？

数据对象在计算机中的组织方式。数据对象必定与一系列加在其上面的操作相关联，完成这项操作所用的方法就是算法。

抽象数据类型

抽象是指：描述数据类型的方法不依赖与具体事项，它：

①与存放数据的机器无关；②与数据存储的物理结构无关；③与实现操作的算法和编程语言均无关。

它只描述数据对象集和相关操作集“是什么”，并不涉及“如何做”的问题。

1.2 算法

1.什么是算法？

算法是：

- (1) 一个有限指令集；
- (2) 接受一些输入（有时候也没有输入）；
- (3) 产生输出；
- (4) 一定在**有限步骤**后终止；
- (5) 每一条指令必须：有充分明确的目标，不可以有歧义；计算机能够处理的范围之内；描述应**不依赖于任何一种计算机语言以及具体的实现**。

2.什么是好的算法？

在分析一般算法的效率时，我们经常关注一下两种复杂度：

- (1) 最坏情况复杂度 $T_{\text{worst}}(n)$ ；
- (2) 平均复杂度 $T_{\text{avg}}(n)$ 。

3 复杂度的渐进表示法

$T(n)=O(f(n))$ 表示存在常数 $C>0$, $n_0>0$ 使得当 $n\geq n_0$ 时有 $T(n)\leq Cf(n)$;

$T(n)=\Omega(f(n))$ 表示存在常数 $C>0$, $n_0>0$ 使得当 $n\geq n_0$ 时有 $T(n)\geq Cf(n)$;

$T(n)=\theta(h(n))$ 表示同时又 $T(n)=O(f(n))$ 和 $T(n)=\Omega(f(n))$ 。

不同复杂度函数的感性理解，如表 1.1 所示。

1.1 不同复杂度函数的规模

函数	1	2	4	8	16	32
----	---	---	---	---	----	----

1	1	1	1	1	1	1
logn	0	1	2	3	4	5
n	1	2	4	8	16	32
nlogn	0	2	8	24	64	160
n^2	1	4	16	64	256	1024
n^3	1	8	64	512	4096	32768
2^n	1	4	16	256	65536	4294967296
$n!$	1	2	24	40326	2092278988000	26313×10^{33}

如果复杂度为灰色斜体的部份，要想办法尽可能降到黑色部分。

复杂度分析小窍门：

(1) 若两段算法分别有复杂度 $T_1(n)=O(f_1(n))$ 和 $T_2(n)=O(f_2(n))$ ，则

① 两段代码的和 $T_1(n)+T_2(n)=\max(O(f_1(n)), T_2(n)=O(f_2(n)))$

② 两段代码嵌套起来 $T_1(n) \times T_2(n)=O(f_1(n) \times f_2(n))$ 。

(2) 若 $T(n)$ 是关于 n 的 k 阶多项式，那么 $T(n)=\theta(n^k)$ 。

(3) 一个 for 循环的时间复杂度等于循环次数乘循环体内代码的复杂度。

(4) if-else 结构的复杂度取决于 if 的条件判断复杂度和两个分枝部分的复杂度，总体复杂度取三者中最大。

1.3 应用实例

1.例 1

图 1

复杂度为 $O(N^1)$

算法 2:

int MaxSubseqSum2(int A[], int N)

```
{
    int ThisSum, MaxSum=0;
    int i ,j;
    for(i=0;i<N;i++){/* i 是子列左端的位置*/
        {
            ThisSum =0;/*ThisSum 是从 A[i]dao A[j]的子列和*/
            for(j=i; j<N;j++){
                ThisSum+=A[j];
                /*对于相同的 i，不同的 j，只要把 j-1 此循环的基础上累加 1 项即可*/
                if(ThisSum>MaxSum)
                    MaxSum=ThisSum;
            }
        }
    }
    return MaxSum;
}
```

复杂度为 $O(N^2)$

算法 3: 分而治之

先将这个数组分为两半，分别递归的解决两边的问题。在左边我们会得到一个左边的最大值，右边会得到一个右边的最大值，然后再求一个跨越边界的最大子列和。然后对其进行比较，寻找到最大值。

图 2

算法 4：在线处理

代码：

```
int MaxSubseqSum4(int A[], int N)
{
    int ThisSum, MaxSum;
    int i;
    ThisSum=MaxSum=0;
    for(i=0;i<N;i++){
        ThisSum +=A[i];/*向右累加*/
        if(ThisSum>MaxSum)
            MaxSum=ThisSum;/*发现更大和则更新当前结果*/
        else if(ThisSum<0)/*如果当前子列和为负*/
            ThisSum=0;/*则不可能使后面的部分和增大，抛弃之*/
    }
    return MaxSum;
}
```

复杂度为 **O(N)**

为了理解这个算法，举个例子来走一遍过程。假设一组数字为：

序号	0	1	2	3	4	5	6	7
取值	-1	3	-2	4	-6	1	6	-1

刚开始，我们就令 ThisSum 和 MaxSum 为 0。进入 for 循环。

i 取值	步骤	ThisSum	MaxSum
0	ThisSum 为 -1, $-1 < 0$, 故抛弃这个值	0	0
1	然后 ThisSum 加上 A[1], 由于之前 ThisSum 令为 0 了, 所以现在值为 3。然后 $ThisSum > MaxSum$, 所以把 ThisSum 赋值给 MaxSum, 后者等于 3。	3	3
2	然后 ThisSum 加上 A[2], 当前和为 +1, 然后 $MaxSum > ThisSum$, 所以不赋值, 由于 ThisSum 为 +1, 故不抛弃。	+1	3
3	ThisSum 加上 A[3], 结果为 5, 然后 $ThisSum > MaxSum$, 所以把 ThisSum 赋值给 MaxSum, 后者等于 5	+5	5
4	ThisSum 加上 A[4], 结果为 -1。此时 ThisSum 小于 MaxSum, 所以不改变 Max 的值。又由于 $This < 0$, 故赋值为 0。	0	5
5	ThisSum 加上 A[5], 值为 1, 此时 ThisSum 小于 MaxSum, 所以不改变 Max 的值。	1	5
6	ThisSum 加上 A[6], 值为 7, 此时 ThisSum 大于 MaxSum, 所以把 ThisSum 赋值给 MaxSum, 后者等于 7	7	7
7	ThisSum 加上 A[7], 值为 6, 此时 ThisSum 小于 MaxSum,	6	7

所以不改变 Max 的值。

故最大值为 7。