

Финансовая математика

Временная стоимость денег

к.ф.-м.н. Пепа Р.Ю.

Время в финансовых расчетах.

Необходимость учёта времени, определяется принципом неравноценности денег, относящийся к различным моментам времени (по умолчанию подразумевается год):

- **Деньги могут принести доход при инвестировании на определенный срок**
- **Покупательная способность денег снижается со временем в следствии инфляции.**
- **Датированная сумма** — неравноценность денег во времени выражается в том, что каждая денежная сумма в финансовом анализе представляет собой датированную сумму, т.е. сумму, отнесенную к определенной дате.
- **Текущая(приведенная) стоимость** — это сумма денег, отнесенная на начало финансовой операции
- **Итоговая (будущая) стоимость** — это сумма, отнесенная, к концу финансовой операции.

Пример 1.1. В депозитной операции текущая стоимость — это сумма денег, помещаемая на депозитный счёт, итоговая стоимость — это сумма денег, которая накопится на депозитном счете за определенный период времени.

Пример 1.2. В кредитной операции текущая стоимость — это величина выдаваемой сегодня ссуды, итоговая сумма — это сумма денег, которую следует вернуть через определенный промежуток времени.

Наращение и дисконтирование

В зависимости от того, какая из указанных сумм дана и какую нужно найти, выделяют два направления финансовых расчетов: **наращение** и **дисконтирование**.

- **Наращение** — определение величины итоговой стоимости по заданной текущей стоимости.
- **Дисконтирование** — определение текущей стоимости по ожидаемой итоговой сумме в будущем.
- **Коэффициент наращение:**

$$B = \frac{S}{P},$$

где S — итоговая стоимость, P — текущая стоимость.

- **Коэффициент дисконтирования:**

$$v = \frac{P}{S}.$$

Процент и дисконт

Результат финансовой операции в абсолютном выражении определяются в виде процента или дисконта с учетом заданного промежутка времени.

- **Процент** — это абсолютная величина дохода, получаемая в результате финансовой операции за определенный промежуток при наращении.
- **Дисконт** — это абсолютная величина убытка, получаемая в результате финансовой за определенный промежуток период при дисконтировании.
- Процентная ставка

$$i = \frac{\Delta F}{F} \cdot 100,$$

F — денежная сумма, ΔF — изменение денежной суммы.

- При **декурсивном** способе проценты начисляются по ставке i в конце периода начисления, базой служит текущая стоимость P
- При **антисипативном** способе проценты начисляются при ставке процента i в начале периода начисления, базой начисления служит итоговая стоимость S .
- В зависимости от способа начисления (декурсивного или антисипативного), процент $I = \frac{Pi}{100}, I = \frac{Si}{100}$

Пример

Пример 1.3 Определить начисленный процент и итоговую сумму депозита — это декурсивный способ начисления. Дано: $P = 80, i = 12\%$, найти: I, S .

$$I = \frac{80 \cdot 12}{100} = 9,6;$$

$$S = P + I = 80 + 9,6 = 89,6$$

Пример 1.4. Определить доход банка и величину выданной ссуды, выданной под процент — это антисипативный способ начисления.

Дано: $P = 80, i = 12\%$, найти: I, S .

$$I = \frac{80 \cdot 12}{100} = 9,6;$$

$$S = P - I = 80 - 9,6 = 70,4$$

Классификация ставок

Ставки классифицируются в зависимости от способа начисления: декурсивного или антисипативного.

- Процентная ставка $i = \frac{I}{P} \cdot 100$
- Простая ставка — это процент, полученный при использовании простой ставки за определенный период.
- Сложная ставка — это ставка при последовательно начислении процентов за несколько периодов, в каждом из которых — на итоговую стоимость предыдущего периода

Проценты

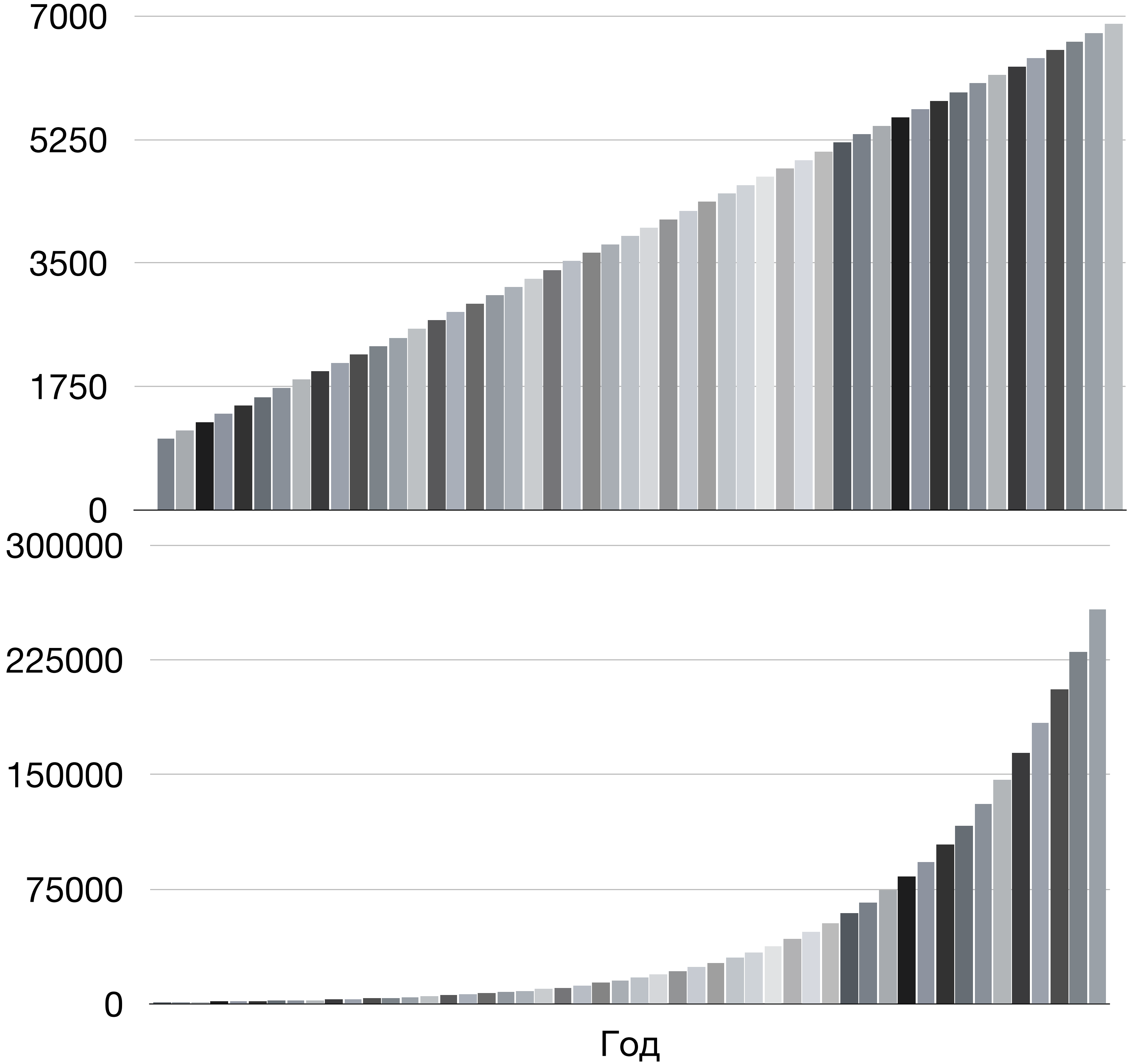
Простой процент



Сложный процент



| | | | |
|----|---------|---------|------|
| 1 | 1000,00 | 1000,00 | 0,01 |
| 2 | 1010,00 | 1010,00 | |
| 3 | 1020,00 | 1020,10 | |
| 4 | 1030,00 | 1030,30 | |
| 5 | 1040,00 | 1040,60 | |
| 6 | 1050,00 | 1051,01 | |
| 7 | 1060,00 | 1061,52 | |
| 8 | 1070,00 | 1072,14 | |
| 9 | 1080,00 | 1082,86 | |
| 10 | 1090,00 | 1093,69 | |
| 11 | 1100,00 | 1104,62 | |
| 12 | 1110,00 | 1115,67 | |
| 13 | 1120,00 | 1126,83 | |
| 14 | 1130,00 | 1138,09 | |
| 15 | 1140,00 | 1149,47 | |
| 16 | 1150,00 | 1160,97 | |
| 17 | 1160,00 | 1172,58 | |
| 18 | 1170,00 | 1184,30 | |
| 19 | 1180,00 | 1196,15 | |
| 20 | 1190,00 | 1208,11 | |
| 21 | 1200,00 | 1220,19 | |
| 22 | 1210,00 | 1232,39 | |
| 23 | 1220,00 | 1244,72 | |
| 24 | 1230,00 | 1257,16 | |
| 25 | 1240,00 | 1269,73 | |
| 26 | 1250,00 | 1282,43 | |
| 27 | 1260,00 | 1295,26 | |
| 28 | 1270,00 | 1308,21 | |
| 29 | 1280,00 | 1321,29 | |
| 30 | 1290,00 | 1334,50 | |
| 31 | 1300,00 | 1347,85 | |
| 32 | 1310,00 | 1361,33 | |
| 33 | 1320,00 | 1374,94 | |
| 34 | 1330,00 | 1388,69 | |
| 35 | 1340,00 | 1402,58 | |
| 36 | 1350,00 | 1416,60 | |
| 37 | 1360,00 | 1430,77 | |
| 38 | 1370,00 | 1445,08 | |
| 39 | 1380,00 | 1459,53 | |
| 40 | 1390,00 | 1474,12 | |
| 41 | 1400,00 | 1488,86 | |
| 42 | 1410,00 | 1503,75 | |
| 43 | 1420,00 | 1518,79 | |
| 44 | 1430,00 | 1533,98 | |
| 45 | 1440,00 | 1549,32 | |
| 46 | 1450,00 | 1564,81 | |
| 47 | 1460,00 | 1580,46 | |
| 48 | 1470,00 | 1596,26 | |
| 49 | 1480,00 | 1612,23 | |
| 50 | 1490,00 | 1628,35 | |



Модель наращенения по простой ставке наращенения

Дано:

- P — текущая стоимость (постоянная база начисления)
- r — простая ставка наращенения за год (доли)
- t — время (в годах)

Требуется определить I — процент, начисление за t лет, и S — итоговую сумму.

Проценты, полученные в конце каждого года

$I_1 = Pr, I_2 = Pr, I_3 = Pr, \dots, I_t = Pr$. Суммарный процент $I = \sum_{k=1}^t I_k$ или

$I = Prt$. Итоговая сумма S , полученная в результате начисления процентов по простой ставке наращенения r pf t лет: $S = P + I = P + Prt$ или

$$S = P(1 + rt) .$$

Модель дисконтирования при простой ставке наращения

Дано:

- S — текущая стоимость (постоянная база начисления)
- r — простая ставка наращения за год (доли)
- t — время (в годах)

Требуется определить D — дисконт, начисленный за t лет, и P — текущую стоимость.

Текущая стоимость P определяется из основной модели простого

процента: $P = \frac{S}{1 + rt}$. Множитель v дисконтирования

определяется по формуле $v = \frac{1}{1 + rt}$. Дисконт D определяется в

этом случае, как $D = S - P$.

Модель дисконтирования при простой ставке наращения

Дано:

- S — текущая стоимость (постоянная база начисления)
- r — простая ставка наращения за год (доли)
- t — время (в годах)

Требуется определить D — дисконт, начисленный за t лет, и P — текущую стоимость.

Текущая стоимость P определяется из основной модели простого

процента: $P = \frac{S}{1 + rt}$. Множитель v дисконтирования

определяется по формуле $v = \frac{1}{1 + rt}$. Дисконт D определяется в

этом случае, как $D = S - P$.

Модель дисконтирования по простой дискретной ставке

Дано:

- S — текущая стоимость (постоянная база начисления)
- d — простая ставка наращения за год (доли)
- t — время (в годах)

Требуется определить D — дисконт, начисленный за t лет, и P — текущую стоимость.

Дисконты, полученные в начале каждого года:

$D_1 = Sd, D_2 = Sd, \dots, D_t = Sd$. Дисконт, полученный за t лет,

определяется их суммой: $D = \sum_{k=1}^t D_k$, или $D = Sdt$. Текущая

стоимость с учетом дисконта: $P = S - D = S - Sdt = S(1 - dt)$

Начисление процентов по простой переменной ставке

Дано: P — текущая стоимость (постоянная база начисления); r_1, r_2, \dots, r_k — последовательность значений, применяемой переменной ставки соответственно при начислении процентно за t_1, t_2, \dots, t_k лет, $t = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_k$. Требуется определить простой процент I_Σ , начисленный за t лет, и итоговую сумму S_Σ

Проценты, полученные в конце каждого периода:

$I_1 = Pr_1t_1, I_2 = Pr_2t_2, \dots, I_k = Pr_kt_k$. Итоговая сумма:

$$S = P + I = P\left(1 + \sum_{s=1}^k r_s t_s\right)$$

Начисление процентов по сложной ставке

Дано:

- P — текущая стоимость (постоянная база начисления)
- r — процентная ставка наращивания за период начисления процентов
- n — число периодов начислений

Требуется определить I — сложный процент и S — итоговую сумму.

Последовательность итоговых стоимостей за n периодов начисления процентов:

$$S_1 = P + Pi = P(1 + i);$$

$$S_2 = S_1 + S_1i = S_1(1 + i) = P(1 + i)^2;$$

$$S_3 = S_2 + S_2i = S_2(1 + i) = P(1 + i)^3; \dots S_n = P(1 + i)^n$$

$$S = P(1 + i)^n$$

Модель дисконтирования по сложной процентной ставке

Дано:

- S — текущая стоимость (постоянная база начисления)
- d — процентная ставка наращивания за период начисления процентов
- n — число периодов начислений

Требуется определить P — текущую стоимость и D — дисконт.

Последовательность итоговых стоимостей за n периодов начисления процентов: $P_1 = S - Sd = S(1 - d)$;

$$P_2 = P_1 - P_1d = P_1(1 - d) = S(1 - d)^2;$$

$$P_3 = P_2 - P_2d = P_2(1 - d) = S(1 - d)^3; \dots P_n = S(1 - d)^n$$

$$P = S(1 - d)^n$$

Финансовая математика

Потоки платежей

к.ф.-м.н. Пепа Р.Ю.

Принцип финансовой эквивалентности

Равенство финансовых обязательств участников операции

- *Платежи* представляют собой датированную денежную сумму, подлежащую уплате.
- *Поток платежей* — это последовательность платежей, распределенных во времени.
- *Эквивалентными платежами* считаются такие платежи, которые обеспечивают равенство финансовых обязательств участников операции.
- Сумма кредита эквивалентна сумме выплат его погашения, так что второй платеж равен первому с начисленным на него процентами.

Аннуитет

Классификация аннуитетов

- Определенный аннуитет
- Случайный аннуитет
- Дискретный аннуитет
- Непрерывный аннуитет
- Обыкновенный аннуитет
- Полагающийся аннуитет
- Простой аннуитет
- Общий аннуитет
- Потерянный аннуитет
- Переменный аннуитет
- Срочный аннуитет
- Бессрочный аннуитет
- Немедленный аннуитет
- Отсроченный аннуитет

Аннуитет

Классификация аннуитетов

- Определенный аннуитет
- Случайный аннуитет
- Дискретный аннуитет
- Непрерывный аннуитет
- Обыкновенный аннуитет
- ***Полагающийся аннуитет***
- ***Простой аннуитет***
- ***Общий аннуитет***
- Потерянный аннуитет
- Переменный аннуитет
- Срочный аннуитет
- ***Бессрочный аннуитет***
- Немедленный аннуитет
- ***Отсроченный аннуитет***

Простейший аннуитет

Определенный дискретный, срочный постоянный, немедленный, простой, обыкновенный аннуитет.

Дано: R — размер платежа; n — число платежей; i — сложная процентная ставка при начислении процентов за интервал платежа. *Требуется найти* S — итоговую сумму и настоящую стоимость A простейшего аннуитета.

| | | | | | | |
|---|---|---|-----|-----|-----|---|
| 0 | 1 | 2 | ... | n-2 | n-1 | n |
| | R | R | ... | R | R | R |
| | | | | | | S |
| A | | | | | | |

$$S = R + R(1 + i) + R(1 + i)^2 + R(1 + i)^3 \dots + R(1 + i)^{n-2} + R(1 + i)^{n-1}.$$

$$S = R \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$S = Rs(n, i), \text{ где } s(n, i) = \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \text{ — функция наращения(см. таблицу)}$$

$$A = S(1 + i)^{-n} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = Ra(n, i),$$

$$a(n, i) = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \text{ — функция дисконтирования.}$$

Полагающий аннуитет

Платежи относятся к начальным моментам интервалов платежа.

Дано: R — размер платежа; n — число платежей; i — сложная процентная ставка при начислении процентов за интервал платежа. *Требуется найти* S — итоговую сумму и настоящую стоимость A простейшего аннуитета.

| | | | | | | |
|---|---|---|-----|-----|-----|---|
| 0 | 1 | 2 | ... | n-2 | n-1 | n |
| R | R | R | ... | R | R | |
| | | | | | | S |
| A | | | | | | |

Представим полагающий аннуитет в виде обыкновенного с итоговой суммой $S_{(-1)}$, который начинается на один период времени раньше. $S = S_{(-1)}(1 + i), S_{(-1)} = Rs(n, i)$.

$$S = Rs(n, i)(1 + i).$$

$$A = R + A^{(n-1)}, A^{(n-1)} = Ra(n - 1, i) = R + Ra(n - 1, i)$$

Полагающий аннуитет

Платежи относятся к начальным моментам интервалов платежа.

Дано: R — размер платежа; n — число платежей; i — сложная процентная ставка при начислении процентов за интервал платежа. *Требуется найти* S — итоговую сумму и настоящую стоимость A простейшего аннуитета.

| | | | | | | | |
|----|---|---|---|-----|-----|------------|---|
| -1 | 0 | 1 | 2 | ... | n-2 | n-1 | n |
| | R | R | R | ... | R | R | |
| | | | | | | $S_{(-1)}$ | |
| | | | | | | | S |

Представим полагающий аннуитет в виде обыкновенного с итоговой суммой $S_{(-1)}$, который начинается на один период времени раньше.

Полагающий аннуитет

Платежи относятся к начальным моментам интервалов платежа.

Дано: R — размер платежа; n — число платежей; i — сложная процентная ставка при начислении процентов за интервал платежа. *Требуется найти* S — итоговую сумму и настоящую стоимость A простейшего аннуитета.

| | | | | | | |
|-----------------|---|---|-----|-----|-----|---|
| 0 | 1 | 2 | ... | n-2 | n-1 | n |
| R | R | R | ... | R | R | |
| $R + A^{(n-1)}$ | | | | | | S |
| A | | | | | | |

Настоящая стоимость аннуитета — это совокупность первого платежа и обыкновенного аннуитета

$$A = R + A^{(n-1)}, A^{(n-1)} = Ra(n - 1, i) = R + Ra(n - 1, i)$$

Общий аннуитет

Платежи относятся к начальным моментам интервалов платежа.

Дано: R — размер платежа; n — число платежей; i — сложная процентная ставка при начислении процентов за интервал платежа. *Требуется найти* S — итоговую сумму и настоящую стоимость A простейшего аннуитета.

| | | | | | | |
|-----------------|---|---|-----|-----|-----|---|
| 0 | 1 | 2 | ... | n-2 | n-1 | n |
| R | R | R | ... | R | R | |
| $R + A^{(n-1)}$ | | | | | | S |
| A | | | | | | |

Настоящая стоимость аннуитета — это совокупность первого платежа и обыкновенного аннуитета

$$A = R + A^{(n-1)}, A^{(n-1)} = Ra(n - 1, i) = R + Ra(n - 1, i)$$

Общий аннуитет

| | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 1 | 2 | ... | p-2 | p-1 | P |
| | R_p | R_p | ... | R_p | R_p | R_p |
| | | | | | | S_p |
| | | | | | | |

| | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 1 | 2 | ... | m-2 | m-1 | M |
| | R_m | R_m | ... | R_m | R_m | R_m |
| | | | | | | S_m |
| A | | | | | | |

Условие: $S_p = S_m$. Так как $S_m = R_m \frac{(1 + i_m)^m - 1}{i_m}$, $S_p = R_p \frac{(1 + i_p)^p - 1}{i_p}$, то имеем систему:

$$\begin{cases} (1 + i_p)^p = (1 + i_m)^m \\ R_m \frac{(1 + i_m)^m - 1}{i_m} = R_p \frac{(1 + i_p)^p - 1}{i_p} \end{cases}$$

Тогда: $R_m = R_p \frac{i_m}{(1 + i_m)^{m/p} - 1}$ — модель перехода от общего обыкновенного аннуитета к эквивалентному ему простому обыкновенному аннуитет.

Отсроченный аннуитет

Приведенная стоимость отсроченного аннуитета — это платеж, отнесенный на начало финансовой операции и эквивалентный данному отсроченному аннуитету по определенной ставке.

Дано: R — размер платежа; n — число платежей; k — число интервалов платежа в периоде отсрочки; i — сложная процентная ставка при начислении процентов за интервал платежа. *Требуется найти* приведенную стоимость отсроченного аннуитета A

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|-----|----|-----|-----|-----|-------|-------|-----|
| 0 | 1 | 2 | ... | k | k+1 | k+1 | ... | k+n-2 | k+n-1 | k+n |
| | | | | | 1 | 2 | | n-2 | n-1 | n |
| | | | | | R | R | R | R | R | R |
| | | | | A0 | | | | | | |
| A | | | | | | | | | | |

Величина аннуитета A_0 является настоящей стоимостью простейшего аннуитета из данных n платежей, относится на момент конца периода отсрочки и определяется соотношением $A_0 = Ra(n, i)$. Составим уравнение эквивалентности A_0 и A с датой сравнения на конце периода отсрочки: $A(1 + i)^k = A_0$. С учетом выражение для A_0 получаем соотношение, связывающие платежи аннуитета и искомую стоимость A : $A(1 + I)^k = Ra(n, i)$, откуда $A = Ra(n, i)(1 + i)^{-k}$.

Бессрочный аннуитет

Бессрочный аннуитет — аннуитет, срок которого неограничен.

Дано: R — размер платежа; i — сложная процентная ставка при начислении процентов за интервал платежа. *Требуется найти* настоящую стоимость отсроченного аннуитета A

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-------|-------|-----|-----|
| 0 | 1 | 2 | ... | $n-2$ | $n-1$ | n | ... |
| | R | R | ... | R | R | R | ... |
| A | | | | | | | |

Настоящая стоимость A находится путем предельного перехода, неограниченно увеличивая число интервалов платежа n :

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}; A = \frac{R}{i}$$

Финансовая математика

Планирование погашения долга в кредитных организациях

к.ф.-м.н. Пепя Р.Ю.

Кредитные операции

Кредит предоставляет заемщику кредитором на некоторый срок при условии его погашения с процентами, начисленными по определенной ставке. Гаражи погашения кредита закрепляется специальным кредитным договором.

Сумма кредита — денежная сумма, выданных кредитором заемщику;

Срок кредита — период времени от момент предоставления кредита до его полного погашения

Процента савкцу при начислении процента на кредит

Проценты, начисленные на кредит

Долг — денежная сумма, включающая сумму кредита и начисленные на нее проценты

Расходы по займу — платежи возмещения долга в течение срока кредита

Непогашенный остаток суммы кредита на заданный момент времени

Классификация способов погашения кредита

Среди всего разнообразия способ погашения долга выделяют два основных варианта:

- единовременное погашение долга (например, при краткосрочном кредитовании)**
- Погашения долга последовательностью платежей (например, при ипотеке)**
- Способ дифференцирования платежей, при котором расходы по займу уменьшаются к концу срока кредита**
- Способ аннуитетных платежей, при котором расходы по займу постоянные в течение всего срока кредита**
- Раздельное возмещение процентов и кредита, когда в течение срока кредита возмещаются только проценты, начисленные на выданную сумму кредита, а сама эта сумма кредита погашается в конце срока.**

Способ дифференцированных платежей

Способ дифференцированных платежей — это способ погашения кредита путем внесения регулярных платежей, при котором доля возмещаемой суммы кредита в каждом платеже одинакова.

- P — сумма кредита;
- t — срок кредита(лет);
- n — число платежей;
- i — ставка процентов, начисляемая на непогашенный остаток суммы P за каждый k —й интервал времени $k = 1, 2, \dots, n$. Требуется на момент каждого платежа определить:
 1. Размер непогашенного остатка суммы кредита ΔP_k ;
 2. Размер платежа R_k ;
 3. Часть платежа P_k , возмещающую сумму P ;
 4. Часть платежа I_k , возмещающую начисленные проценты.

Способ дифференцированных платежей

Способ дифференцированных платежей — это способ погашения кредита путем внесения регулярных платежей, при котором доля возмещаемый суммы кредита в каждом платеже одинакова.

| Номер интервала | Непогашенный остаток Р на начало k-го платежа | Сумма возмещения Р | Проценты Р_k | Размер платежа |
|-----------------|---|--------------------|--------------|-----------------|
| k | dP_k | P_k | I_k | R_k |
| 1 | P | P/n | dP_1i | P_1+i |
| 2 | dP_1 - P_1 | P/n | dP_2i | P_2+i |
| 3 | dP_2 - P_2 | P/n | dP_3i | P_3+i |
| ... | | | | |
| n-1 | dP_{n-2} - P_{n-2} | P/n | dP_{n-1}i | P_{n-1}+I_{n-1} |
| n | dP_{n-1} - P_{n-1} | P/n | dP_ni | P_n+I_n |
| Итого | - | P | Sum(I_k) | Sum(R_k) |

Пусть платежи вносятся в конце каждого k –го интервала времени, $k = 1, 2, \dots, n$. Величина P_k потеряна в каждой k –й выплате и равна

$$P_k = P_n = \frac{P}{n}.$$

Остальные искомые величины определяются из рекуррентный соотношений:

$$\Delta P_k = \Delta P_{k-1} - P_{k-1}; I_k = \Delta P_k i; R_k = P_k + I_k,$$

Где $\Delta P_0 = P; P_0 = 0$. распи

$$P + \sum_{k=1}^n I_k = \sum_{k=1}^n R_k$$

Способ дифференцированных платежей

Способ дифференцированных платежей — это способ погашения кредита путем внесения регулярных платежей, при котором доля возмещаемый суммы кредита в каждом платеже одинакова.

| Номер интервала | Непогашенный остаток Р на начало k-го платежа | Сумма возмещения Р | Проценты Р_k | Размер платежа |
|-----------------|---|--------------------|--------------|----------------|
| k | dP_k | P_k | I_k | R_k |
| 1 | 100 | 20 | 100*0.1=10 | 20+10=30 |
| 2 | 100-20=80 | 20 | 80*0.1=8 | 20+8=28 |
| 3 | 80-20 = 60 | 20 | 60*0.1=6 | 20+6=26 |
| ... | 60-20=40 | 20 | 40*0.1=4 | 20+4=24 |
| n-1 | 40-20=20 | 20 | 20*0.1=2 | 20+2=22 |
| Итого | | 100 | 30 | 130 |

Кредит на сумму 100 тыс. Руб требуется погасить за пять лет равными суммами в конце каждого года. На непогашенный остаток суммы кредита ежегодно начисляются проценты по ставке 10%. Составим план погашения.

Способ аннуитетных платежей

Способ аннуитетных платежей — это способ погашения кредита путем внесения платежей аннуитет с настоящей стоимостью, равной сумме кредита

- P — сумма кредита;
- t — срок кредита(лет);
- n — число платежей;
- i — ставка процентов, начисляемая на непогашенный остаток суммы P за каждый k —й интервал времени $k = 1, 2, \dots, n$. Требуется на момент каждого платежа определить:
 1. Размер непогашенного остатка суммы кредита ΔP_k ;
 2. Размер платежа R_k ;
 3. Часть платежа P_k , возмещающую сумму P ;
 4. Часть платежа I_k , возмещающую начисленные проценты.

Способ аннуитетных платежей

Способ аннуитетных платежей — это способ погашения кредита путем внесения платежей аннуитет с настоящей стоимостью, равной сумме кредита

| Номер интервала | Непогашенный остаток Р на начало k-го платежа | Сумма возмещения Р | Проценты Р_k | Размер платежа |
|-----------------|---|--------------------|--------------|-------------------|
| k | dP_k | P_k | I_k | R_k |
| 1 | P | R | dP_1i | P_1 = R-I |
| 2 | dP_1 - P_1 | R | dP_2i | P_2=R-I_2 |
| 3 | dP_2 - P_2 | R | dP_3i | P_3=R-I_3 |
| ... | | R | | |
| n-1 | dP_{n-2} - P_{n-2} | R | dP_{n-1}i | P_{n-1}=R-I_{n-1} |
| n | dP_{n-1} - P_{n-1} | R | dP_ni | P_n=R-I_n |
| Итого | - | Rn | Sum(I_k) | Sum(P) |

Пусть платежи вносятся в конце каждого k –го интервала времени, $k = 1,2,\dots,n$. Размер платежа определяется из основной модели простейшего аннуитет с настоящей стоимостью, равной сумме кредита:

$$A = Ra(n, i); A = P; R = \frac{P}{a(n, i)}.$$

Величины $I_k, \Delta P_k, P_k, k = 1,2,\dots,n$, чаще всего определяются путем формирования расписания погашения долга. Однако если k достаточно велико, то для определения непогашенного остатка суммы кредита ΔP_k составляют уравнение эквивалентности долга и суммы его возмещения.

$$\Delta P_k = \Delta P_{k-1} - P_{k-1}; I_k = \Delta P_k i; P_k = R - I_k,$$

Где $\Delta P_0 = P; P_0 = 0$. распи

$$P + \sum_{k=1}^n I_k = Rn$$

Способ дифференцированных платежей

Способ дифференцированных платежей — это способ погашения кредита путем внесения регулярных платежей, при котором доля возмещаемый суммы кредита в каждом платеже одинакова.

| Номер интервала | Непогашенный остаток Р на начало k-го платежа | Сумма возмещения Р | Проценты Р_k | Размер платежа |
|-----------------|---|--------------------|--------------|----------------|
| k | dP_k | P_k | I_k | R_k |
| 1 | 100,00 ₹ | 23,10 ₹ | 5,00 ₹ | 18,10 ₹ |
| 2 | 81,90 ₹ | 23,10 ₹ | 4,10 ₹ | 19,00 ₹ |
| 3 | 62,90 ₹ | 23,10 ₹ | 3,15 ₹ | 19,95 ₹ |
| ... | 42,95 ₹ | 23,10 ₹ | 2,15 ₹ | 20,95 ₹ |
| n-1 | 22,00 ₹ | 23,10 ₹ | 1,10 ₹ | 22,00 ₹ |
| Итого | | | | |

Кредит на сумму 100 тыс. Руб требуется погасить за пять лет равными суммами в конце каждого года. На непогашенный остаток суммы кредита ежегодно начисляются проценты по ставке 10%. Составим план погашения.

$P=100, t = 5, I = 0,05$, Найти $R, dP, k =1,...,5$

Потребительский кредит

Потребительский кредит — это кредит, который выдается покупателю при условии приобретения товара и погашается регулярными взносами.

- P —сумма кредита
- r - простая ставка наращения
- t —срок кредита
- p —число платежей
- Требуется определить размер платежа R_p , доходность операции для кредитора в виде эффективной ставки r_e , составить план погашения кредита.
- Сумма долга $S = P(1 + rt)$. Число платежей $n = tp$. Размер платежа $R_p = \frac{S}{n} = \frac{P(1 + rt)}{tp}$