Практикум 4. Риски. Баесовские и минимаксные оценки.

1. $X_1, \dots, X_n \sim Bern(\theta)$, $\theta \sim Beta(a,b)$, $\widehat{\theta} = (\overline{X}+a/n)/(1+(a+b)/n)$ – байесовская оценка для квадратичного риска.
1) Построить на одном графике априорную плотность и апостериорные плотности для разных n.
2) Построить на одном графике априорную ф.р. и апостериорные ф.р. для разных n.
3) Построить байесовскую оценку для абсолютного риска, сравнить с баейсовской оценкой для квадратичного.(Например, изобразить в виде точек на плоскости $(\theta, \hat{\theta})$
4) Сравнить, какая из баейсовских оценок (для квадратичного или для абсолютного рисков) чаще оказывается ближе к θ при разных n, смоделировав для этого по 1000 реализаций (для каждого n).

2. $X_1, ..., X_n \sim \mathcal{N}(0, 1/\theta)$, $\theta \sim Gamma(\alpha, \beta)$.
$\widehat{\theta} = \overline{X}/(1+(\sigma^2 n)^{-1})$ – байесовская оценка для квадратичного риска.
1) Построить на одном графике априорную плотность и апостериорные плотности для разных n.
2) Построить на одном графике априорную ф.р. и апостериорные ф.р. для разных n.
3) Построить байесовскую оценку для абсолютного риска, сравнить с баейсовской оценкой для квадратичного.(Например, изобразить в виде точек на плоскости $(\theta, \hat{\theta})$
4) Сравнить, какая из баейсовских оценок (для квадратичного или для абсолютного рисков) чаще оказывается ближе к θ при разных n, смоделировав для этого по 1000 реализаций (для каждого n).

3. $X_1, ..., X_n \sim R[0, \theta]$, $\theta \sim f(x) = a/x^{a+1}$, $x > 1$, $\widehat{\theta} = ((a+n)/(a+n-1)) \max(X_{(n)}, 1)$ – байесовская оценка для квадратичного риска.
1) Построить на одном графике априорную плотность и апостериорные плотности для разных n.
2) Построить на одном графике априорную ф.р. и апостериорные ф.р. для разных n.
3) Построить байесовскую оценку для абсолютного риска, сравнить с баейсовской оценкой для квадратичного.(Например, изобразить в виде точек на плоскости $(\theta, \hat{\theta})$
4) Сравнить, какая из баейсовских оценок (для квадратичного или для абсолютного рисков) чаще оказывается ближе к θ при разных n, смоделировав для этого по 1000 реализаций (для каждого n).