## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.

**ТЕОРИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ**

Теоретический материал к данной теме содержится в [1, глава 2]. Варианты к задачам 1.1-1.3 даны в ***ПРИЛОЖЕНИИ 1.A.***

В **отчет** следует включить постановки задач, результаты расчетов и их анализ.

**Задача 1.1.** Найти значения машинного нуля, машинной бесконечности и машинного эпсилон. (см. ***Приложение 1.B***)

**Задача 1.2.** Исследовать поведение погрешности приближения функции F(x) частичными суммами на отрезке [a,b] .

ПОРЯДОК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ:

1. Используя разложения стандартных функций в ряд Тейлора в окрестности нуля, получить

разложение функции F(x) по степеням x.

1. Составить процедуру, вычисляющую частичную сумму N членов ряда S(x,N).
2. Построить графики исходной функции и первых пяти частичных сумм: S(x,1),…S(x.5).
3. Составить функции, вычисляющие абсолютную погрешность  и

относительную погрешность . Построить графики погрешностей первых пяти частичных сумм.

1. Определить количество членов ряда N, при котором величина относительной погрешности в средней точке отрезка станет меньше машинного эпсилон. Величину относительной погрешности вычислять как отношение прибавляемого члена к накопленной частичной сумме , взятое по модулю.
2. При найденном значении N построить графики абсолютной погрешности  и относительной погрешности .
3. Составить программу округления вычислений результата до t разрядов мантиссы и произвести расчеты п. 4 с учетом округления.
4. Сравнить полученные результаты и составить отчет по задаче.

**Задача 1.3.** Дана функция . Значения переменных указаны в варианте со всеми верными цифрами. Оценить погрешность результата двумя способами: а) используя оценки погрешности для арифметических операций, б) используя общую формулу погрешностей. Результат представить в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом количества верных цифр.

(см. ***Приложение 2.B***)

### **ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ 1**

**ВНИМАНИЕ!** **Номер варианта** ****для **лабораторных работ** вычисляется по следующей формуле:

1) N=I для группы А-5-22;

2) N=15+I для группы А-13-22

3) N=20+I для группы А-14-22

4) N=51-I для группы А-16-22

5) N=31-I для группы А-18-22

(здесь  — индивидуальный номер студента по журналу).

***ПРИЛОЖЕНИЕ 1.A***

Таблица к задаче 1.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** |  |  | **№** |  |  | **№** |  |  |
| **1.1.1** |  |  | **1.1.21** |  |  | **1.1.41** |  |  |
| **1.1.2** |  |  | **1.1.22** |  |  | **1.1.42** |  |  |
| **1.1.3** |  |  | **1.1.23** |  |  | **1.1.43** |  |  |
| **1.1.4** |  |  | **1.1.24** |  |  | **1.1.44** |  |  |
| **1.1.5** |  |  | **1.1.25** |  |  | **1.1.45** |  |  |
| **1.1.**  **6** |  |  | **1.1.26** |  |  | **1.1.46** |  |  |
| **1.1.7** |  |  | **1.1.27** |  |  | **1.1.47** |  |  |
| **1.1.8** |  |  | **1.1.28** |  |  | **1.1.48** |  |  |
| **1.1.9** |  |  | **1.1.29** |  |  | **1.1.49** |  |  |
| **1.1.10** |  |  | **1.1.30** |  |  | **1.1.50** |  |  |
| **1.1.11** |  |  | **1.1.31** |  |  | **1.1.51** |  |  |
| **1.1.12** |  |  | **1.1.32** |  |  | **1.1.52** |  |  |
| **1.1.13** |  |  | **1.1.33** |  |  | **1.1.53** |  |  |
| **1.1.14** |  |  | **1.1.34** |  |  | **1.1.54** |  |  |
| **1.1.15** |  |  | **1.1.35** |  |  | **1.1.55** |  |  |
| **1.1.16** |  |  | **1.1.36** |  |  | **1.1.56** |  |  |
| **1.1.17** |  |  | **1.1.37** |  |  | **1.1.57** |  |  |
| **1.1.18** |  |  | **1.1.38** |  |  | **1.1.58** |  |  |
| **1.1.19** |  |  | **1.1.39** |  |  | **1.1.59** |  |  |
| **1.1.20** |  |  | **1.1.40** |  |  | **1.1.60** |  |  |

Таблица к задаче 1.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** |  |  |  |  | **№** |  |  |  |  |
| **1.2.1** |  | **0.0125** | **0.283** | **0.0187** | **1.2.31** |  | **4.41** | **18.5** | **1.4** |
| **1.2.2** |  | **14.29** | **13.81** | **10.98** | **1.2.32** |  | **16.5** | **4.2** | **1.23** |
| **1.2.3** |  | **12.28** | **13.21** | **12.19** | **1.2.33** |  | **52.31** | **48.95** | **47.81** |
| **1.2.4** |  | **0.328** | **0.781** | **0.0129** | **1.2.34** |  | **4.81** | **4.52** | **9.28** |
| **1.2.5** |  | **14.85** | **15.49** | **10.1** | **1.2.35** |  | **16.21** | **16.18** | **21.23** |
| **1.2.6** |  | **12.31** | **0.0352** | **10.82** | **1.2.36** |  | **121** | **0.324** | **1.25** |
| **1.2.7** |  | **12.45** | **11.98** |  | **1.2.37** |  | **25.18** | **24.98** | **23.18** |
| **1.2.8** |  | **3.456** | **0.642** | **7.12** | **1.2.38** |  | **3.1415** | **3.1411** | **10.91** |
| **1.2.9** |  | **1.245** | **0.121** | **2.34** | **1.2.39** |  | **3.14** | **1.57** | **0.0921** |
| **1.2.10** |  | **13.12** | **0.145** | **15.18** | **1.2.40** |  | **14.85** | **15.49** | **0.16** |
| **1.2.11** |  | **0.643** | **2.17** | **5.843** | **1.2.41** |  | **5.325** | **5.152** | **5.481** |
| **1.2.12** |  | **0.3575** | **2.63** | **0.854** | **1.2.42** |  | **71.4** | **4.82** | **49.5** |
| **1.2.13** |  | **14.91** | **0.485** | **14.18** | **1.2.43** |  | **4.356** | **4.32** | **0.246** |
| **1.2.14** |  | **16.5** | **4.12** | **0.198** | **1.2.44** |  | **3.42** | **5.124** | **0.221** |
| **1.2.15** |  | **5.21** | **14.9** | **0.295** | **1.2.45** |  | **0.5761** | **3.622** | **0.0685** |
| **1.2.16** |  | **1.25** | **2.83** | **0.0187** | **1.2.46** |  | **4.41** | **8.5** | **1.4** |
| **1.2.17** |  | **4.29** | **13.8** | **10.98** | **1.2.47** |  | **16.5** | **4.2** | **1.23** |
| **1.2.18** |  | **12** | **13.21** | **3.2** | **1.2.48** |  | **52.31** | **48.95** | **47.81** |
| **1.2.19** |  | **0.328** | **1.781** | **0.0129** | **1.2.49** |  | **4.81** | **4.52** | **9.28** |
| **1.2.20** |  | **11.5** | **15.45** | **5.1** | **1.2.50** |  | **16.21** | **16.18** | **21.23** |
| **1.2.21** |  | **12.315** | **0.0352** | **10.82** | **1.2.51** |  | **121** | **0.324** | **1.25** |
| **1.2.22** |  | **12.45** | **11.98** | **8.6** | **1.2.52** |  | **25.18** | **24.98** | **23.18** |
| **1.2.23** |  | **3.456** | **0.642** | **7.12** | **1.2.53** |  | **3.1415** | **3.1411** | **10.91** |
| **1.2.24** |  | **1.245** | **12.1** | **2.34** | **1.2.54** |  | **3.14** | **1.57** | **0.0921** |
| **1.2.25** |  | **13.123** | **1.45** | **3.18** | **1.2.55** |  | **14.85** | **15.49** | **0.16** |
| **1.2.26** |  | **0.643** | **1.17** | **0.5843** | **1.2.56** |  | **5.325** | **5.152** | **5.481** |
| **1.2.27** |  | **0.675** | **12.63** | **1.54** | **1.2.57** |  | **71.4** | **4.82** | **49.5** |
| **1.2.28** |  | **14.91** | **0.485** | **4.18** | **1.2.58** |  | **4.356** | **4.32** | **0.246** |
| **1.2.29** |  | **16.5** | **4.12** | **0.198** | **1.2.59** |  | **3.42** | **5.124** | **0.221** |
| **1.2.30** |  | **5.21** | **14.9** | **6.8** | **1.2.60** |  | **0.5761** | **3.622** | **0.0685** |

***ПРИЛОЖЕНИЕ 1. В***

**Задача 1.1.**  Постановка задачи: для пакета найти значения машинного нуля, машинной бесконечности, машинного эпсилон.

**Теоретический материал.** ВЭВМ для вещественных чисел используется двоичная система счисления и принята форма представления чисел с плавающей точкой , . Здесь - мантисса ; - двоичные цифры, причем всегда =1, p-целое число называемое двоичным порядком. Количество *t* цифр, которое отводится для записи мантиссы, называется разрядностью мантиссы. Диапазон представления чисел в ЭВМ ограничен конечной разрядностью мантиссы и значением числа *p*. Все представимые числа на ЭВМ удовлетворяют неравенствам: , где , . Все числа, по модулю большие , не представимы на ЭВМ и рассматриваются как машинная бесконечность. Все числа, по модулю меньшие , для ЭВМ не отличаются от нуля и рассматриваются как машинный нуль. Машинным эпсилон  называется относительная точность ЭВМ, то есть граница относительной погрешности представления чисел в ЭВМ. Покажем, что . Пусть , тогда граница абсолютной погрешности представления этого числа равна . Поскольку , то величина относительной погрешности представления оценивается так:

.

Машинное эпсилон определяется разрядностью мантиссы и способом округления чисел, реализованным на конкретной ЭВМ.

Примем следующие способы определения приближенных значений параметров, требуемых в задаче:

1. Положим , где *n* - первое натуральное число, при котором происходит переполнение.

2. Положим , где *m* – первое натуральное число , при котором  совпадает с нулем.

3. Положим , где *k* – наибольшее натуральное число, при котором сумма вычисленного значения 1+  еще больше 1. Фактически  есть граница относительной погрешности представления числа .

**Результаты вычислительного эксперимента:**

Машинная бесконечность 

Машинный нуль 

Машинное эпсилон 

***ПРИЛОЖЕНИЕ 2. В***

**Задача 1.3.**  Для нахождения погрешности функции следует использовать следующие утверждения.

**Утверждение 1.** Абсолютная погрешность алгебраической суммы не превосходит суммы абсолютных погрешностей слагаемых.

**Утверждение 2. Если**  и, то для оценки границ относительных погрешностей произведения и частного можно использовать приближенные равенства:, 

**Утверждение 3. Пусть** - дифференцируемая функция m переменных, вычисление которой производится при приближенно заданных значениях аргументов , , ….Тогда если , то можно

использовать равенства: , .

ЛИТЕРАТУРА

**1.** Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров. М.: Высшая школа, 1994.

2. Казенкин К.О. Указания к решению задач по вычислительной математике. Теория погрешностей. Нелинейные уравнения. Системы линейных алгебраических уравнений. М, Изд. Дом МЭИ , 2009.

3.Амосова О.А., Вестфальский А.Е., Крупин Г.В. Упражнения по основам численных методов.М, Изд-во МЭИ, 2016.