

1. Исходные данные

Граф задан списком рёбер с весами:

v_1-v_2 : 11

v_1-v_7 : 10

v_2-v_3 : 31

v_2-v_6 : 25

v_2-v_8 : 21

v_3-v_5 : 3

v_3-v_6 : 16

v_4-v_5 : 20

v_4-v_6 : 14

v_5-v_8 : 22

v_6-v_7 : 19

v_6-v_8 : 1

v_7-v_8 : 5

Количество вершин: 8 (v_1-v_8)

Требуемый маршрут: $v_4 \rightarrow v_7$

2. Алгоритм Флойда-Уоршалла

Ключевые шаги:

- $k=1$ (через v_1): обновление $v_2 \rightarrow v_7$: $11+10=21$

- $k=2$ (через v_2): обновление $v_1 \rightarrow v_3$: $11+31=42$

- $k=6$ (через v_6): обновление $v_4 \rightarrow v_7$: $14+19=33$

- $k=8$ (через v_8): финал $v_4 \rightarrow v_7$: $\min(33, 15+5)=20$

Финальные матрицы (фрагмент):

L-матрица (веса):

v4 v6 v7 v8

v4 0 14 20 15

v6 14 0 6 1

v7 20 6 0 5

v8 15 1 5 0

P-матрица (первые вершины):

v6 v7 v8

v4 6 6 6

v6 - 8 8

v8 - 7 -

3. Извлечение маршрута v4→v7

Процедура:

1. $P[4,7]=6 \rightarrow v4 \rightarrow v6$

2. $P[6,7]=8 \rightarrow v6 \rightarrow v8$

3. $P[8,7]=7 \rightarrow v8 \rightarrow v7$

Результат:

Маршрут: $v4 \rightarrow v6 \rightarrow v8 \rightarrow v7$

Общий вес: 20 (14+1+5)

4. Алгоритм Дейкстры

Пошаговый протокол:

Шаг 0: $[0, \infty, \infty, \infty, \infty, \infty, \infty, \infty] \{v4\}$

Шаг 1: $[0, \infty, \infty, \infty, 20, 14, \infty, \infty] \{v4, v6\}$

Шаг 2: $[0, \infty, \infty, \infty, 20, 14, 33, 15] \{v4, v6, v8\}$

Шаг 3: $[0, \infty, \infty, \infty, 20, 14, 20, 15] \{v4, v6, v7, v8\}$

Вывод:

Найден маршрут $v_4 \rightarrow v_6 \rightarrow v_8 \rightarrow v_7$ весом 20

5. Алгоритм Прима

Построение минимального остова:

1. Начало: $\{v_4\}$
2. Добавляем v_6 : $[v_4, v_6]$ (14)
3. Добавляем v_8 : $[v_6, v_8]$ (1)
4. Добавляем v_7 : $[v_8, v_7]$ (5)
5. Добавляем v_1 : $[v_7, v_1]$ (10)
6. Добавляем v_2 : $[v_1, v_2]$ (11)
7. Добавляем v_3 : $[v_6, v_3]$ (16)
8. Добавляем v_5 : $[v_3, v_5]$ (3)

Итоговый остов:

Рёбра: $[v_4, v_6]$, $[v_6, v_8]$, $[v_8, v_7]$, $[v_7, v_1]$, $[v_1, v_2]$, $[v_6, v_3]$, $[v_3, v_5]$

Суммарный вес: 60

6. Заключение

1. Все алгоритмы подтвердили кратчайший путь $v_4 \rightarrow v_6 \rightarrow v_8 \rightarrow v_7$ с весом 20
2. Минимальный остов имеет суммарный вес 60
3. Результаты верифицированы перекрёстными проверками