Besprechung Zettel 1

Tutorium vom 24.10.2013

Mitschrift aus dem Tutorium (Jens Kosiol), vermutlich mit Fehlern

29. Oktober 2013

Aufgabe 2

A_1, A_2 atomar
$G = (G_1 \vee G_2)$ bzw. $G = (G_1 \wedge G_2)$ (kein $\neg$)
$n = 3$
$(A_1 \wedge (()))$
$(() \wedge ())$
$((()) \wedge A)$
$a_n = 2\sum_{i=0}^{n-1} a_1 \cdot a_{n-1-i}, n > 0$
$a_0 = 2$
$a_1 = 2 \cdot \sum_{i=0}^{0} a_1 \cdot a_{n-1-i} = 2 \cdot a_0 \cdot a_0 = 2^3$
$a_2 = 2\sum_{i=0}^{1} a_1 \cdot a_{n-1-i} = 2(a_0 \cdot a_1 + a_1 \cdot a_6) = 2(2^4 + 2^4) = 2^6$
$a_3 = 2^9 + 2^7 = 640$

Aufgabe 3

a)

$F_1 = (A_1 \wedge A_2)$
$\equiv^{1.4} \neg\neg(A_1 \wedge A_2)$
$\equiv^{1.4,1.5} \neg(\neg A_1 \vee \neg A_2)$
F_2, F_3 bereits klar!

b)

$(A_1 \wedge A_2)$
$\equiv \neg\neg(A_1 \wedge A_2)$
$\equiv \neg(\neg A_1 \vee \neg A_2)$
$\equiv^{Def.} \neg(A_1 \rightarrow A_2)$

c)

$F_1 = (A_1 \wedge A_2)$
$F_2 = (A_1 \vee A_2)$
$\equiv (\neg\neg(A_1 \vee A_2)$
$\equiv^{1.4,1.5} \neg(\neg A_1 \wedge \neg A_2)$
F_3 klar
$F_2 = (A_1 \vee A_2)$
$\equiv^{1.4,1.5} (\neg\neg A_1 \vee A_2)$
$=^{Def} (\neg A_1 \to A_2)$

Aufgabe 4

a)

Beh: In jeder semantischen Klasse liegt eine Formel, welche nur $\wedge$ und $\vee$ benutzt.
zz: G Formel $\Rightarrow \exists$ Formel G', sodass $G \equiv G'$ und G' verwendet nur $\wedge$ und $\neg$

I.A: G atomar $\Rightarrow$ klar
I.S: 3 Fälle

1) $G = (G_1 \wedge G_2)$
   nach I.V. $\exists G_1', G_2'$
   mit $G_1 \equiv G_1$ und $G_2' \equiv G_2$ und G_1', G_2'
   verwenden nur $\wedge$ und $\vee$
   $\Rightarrow G \equiv^{1.5} (G_1' \wedge G_2')$ gilt

2) $G = \neg G_1$
   nach I.V. $\exists G_1'$ mit
   $G_1' \equiv G_1$ und G_1' verwendet nur $\wedge$ und $\vee$ gilt

3) $G = (G_1 \vee G_2)$
   nach I.V. $\exists G_1', G_2'$ mit $G_1' \equiv G_1, G_2' \equiv G_2$
   und G_1', G_2' verwenden nur $\wedge, \neg$
   $\Rightarrow G \equiv^{1.5} (G_1' \vee G_2')$
   $\equiv \neg(\neg G_1' \wedge \neg G_2'$

b)

Für echte Teilformeln von G gilt die Aussage $G = (A_1 \vee \neg A_1)$

Beh: In semantischer Klasse von G liegt keine Formel, die nur $\wedge$ und $\vee$ benutzt.
Sei G' Formel, die nur $\wedge$ und $\vee$ benutzt, f zu G und G' passende Interpretation mit $f(A) = F$ für alle atomaren A, die in G auftreten.

Es gilt
$f(G) = W$
zz $f(G') = F$

IV: Für echte Teilformeln von G gilt $f(H) = F$
IA: G' atomar
$\Rightarrow f(G') = F$
IS: 2 Fälle

1) $G' = (G_1 \wedge G_2)$
   Nach IV $f(G_1) = f(G_2) = F$
   $\Rightarrow f(G_1 \wedge G_2) = F$

2) $G' = (G_1 \vee G_2)$
   Nach IV: $f(G_1) = f(G_2) = F$
   $\Rightarrow f(G_1 \vee G_2) = F$