Záróvizsga orientáló kérdések - 2016. január

Digitális szervóhajtások

1. Kérdés
   1.1. Milyen mozgástípusokat különböztetünk meg villamos motorok esetén?
   1.2. Osztályozza a motorokat energia közvetítő közegek szerint.
   1.3. Miért készítik az elektromágneses motorokat ferromágneses anyagból?
   1.4. Ismertesse az USM működési elvét.
2. Kérdés
   2.1. Milyen nyomaték típusokat ismer elektromágneses motoroknál?
   2.2. Ismertesse a virtuális munka elvét, hogyan számíthatunk ez alapján nyomatékot.
3. Kérdés
   3.1. Adja az elektromágneses radiális motorok osztályozási szempontjait, az egyes osztályok előnyeit és hátrányait.
   3.2. Hasonlítsa össze a léptető és kapcsolt reluktancia motor működési elvét
4. Kérdés
   4.1. Sorolja fel, az elektromágneses motorok nyomaték típusait.
      4.2. Hasonlítsa össze a kefés és kefenélküli egyenáramú motor működési elvét
   4.3. Milyen permanens mágneses motorokat ismer?
5. Kérdés
   5.1. Írja fel a többfázisú motorok hengeres nyomaték egyenletét és a frekvencia feltétel.
   5.2. Adja meg, hogy az alapvető motor típusok esetén hogyan teljesül a frekvencia feltétel.
   5.3. Mit tud az egyfázisú motorok nyomatékáról?
6. Kérdés
   6.1. Milyen blokkokból épül fel egy általános villamos hajtás?
   6.2. Ismertesse az egyenáramú hajtásoknál az egyes sík negyedekben (fordulatszám/nyomaték) milyen üzemállapotok vannak?
   6.3. Milyen energia áramlási irányok vannak az egyes üzemmódokban?
   6.4. Ismertesse a szervóhajtások szokásos felépítését.
7. Kérdés
   7.1. Ismertesse a mezőorientált szabályozás alapelvét
   7.2. Klasszikusan miért alkalmaztak kefés külsőgerjesztésű egyenáramú motorokat a szervo hajtásokban? Milyen összefüggés található az egyenáramú motorok és a mezőorientált szabályozás között?
8. Kérdés
   8.1. Ismertesse az egyenáramú motorok két hurkos fordulat szabályozásának elvét.
   8.2. Ismertesse. hogy a beavatkozó szerv telítődése miként hat egy PI szabályozó működésére.
   8.3. Ismertesse a sebességszabályozás/vezérlés következő üzemmódjait:
      8.3.1. Tachogenerátoros
      8.3.2. Digitális enkóderes
      8.3.3. I x R kompenzációs sensorless sebesség vezérlés
9. Kérdés
   9.1. Mi a csúszómód szabályozás tervezésének három fő lépése?
   9.2. Ismertesse egy akkumulátor, egy kétállású kapcsoló és egy ideális LC szűrőből álló áramkör egyszerű csúszómód szabályozásának elvét és a csúszómód kialakulását.

10. Kérdés

10.1. Ismertesse csúszómód szabályozás esetén a csattogás csökkentésének alapvető módjait

10.2. Mutassa be, hogy a csúszófelület tervezése egy LTI rendszer esetén visszavezethető az eredeti rendszerhez képest a bemenetek számával csökkentett dimenziójú LTI rendszer állapot visszacsatolásának tervezésére.

11. Kérdés

11.1. Mit értünk zavarkompenzáció alatt. Egy konkrét példa kapcsán ismertesse a csúszómód alapú zavarkompenzáció elvét.

12. Kérdés

12.1. Mit nevezünk compliance koordinátarendszernek? Mi annak kiválasztásának alapelve?

12.2. Ismertesse a hibrid (erő és pozíció) szabályozás elvét.

Biomechatronika modellezés és szimuláció

1. Ismertesse az interpoláció különböző módszereit (definíció, lineáris interpoláció, különböző interpolációs polinomok)!

2. Mutassa be a Fourier és a gyors Fourier transzformációt!

3. Ismertesse a különböző Spline módszereket, mutasson be felhasználási példákat!

4. Ismertesse a lineáris regressziót és a megoldási módszereit!

5. Ismertesse a variációszámítást, annak alapgondolatát és megoldási módszereit!

6. Ismertesse és hasonlítsa össze a különböző egyváltozós egyenletek megoldási módszereit!

7. Mutassa be a genetikus algoritmust (alapgondolat, kódolás, operátorok, módszerek)!

8. Példával mutassa be a genetikus algoritmusok felhasználási területét és a megoldás lépéseit!

9. Ismertesse a konvolúciót képfeldolgozás esetén!

10. Ismertesse a képszegmentálás különböző módszereit!

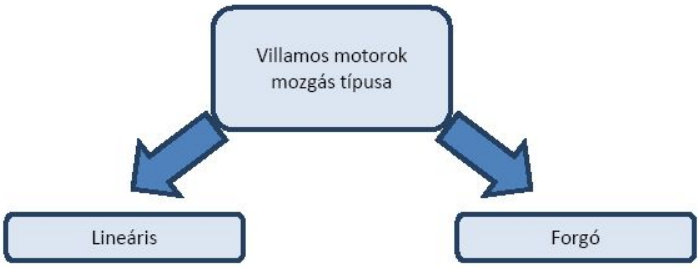
11. Ismertesse a modellezést, annak lépéseit, típusait (definíció, csoportosítás, hibaelemzés…)!

12. Ismertesse az anyagmodellt és a modellezés legfontosabb lépéseit!

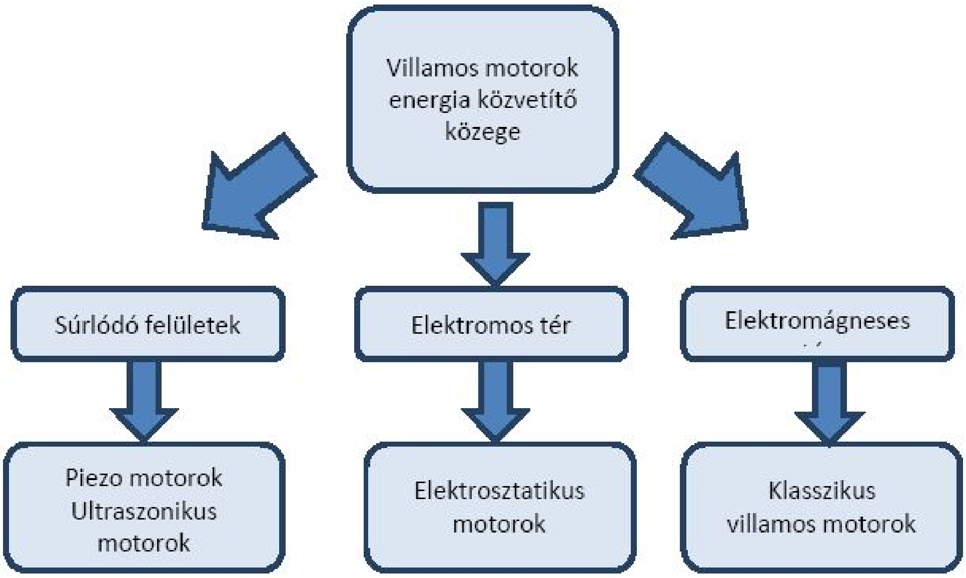
Digitális szervóhajtások

1. Kérdés

1.1. Milyen mozgástípusokat különböztetünk meg villamos motorok esetén?



1.2. Osztályozza a motorokat energia közvetítő közegek szerint.



1.3. Miért készítik az elektromágneses motorokat ferromágneses anyagból?

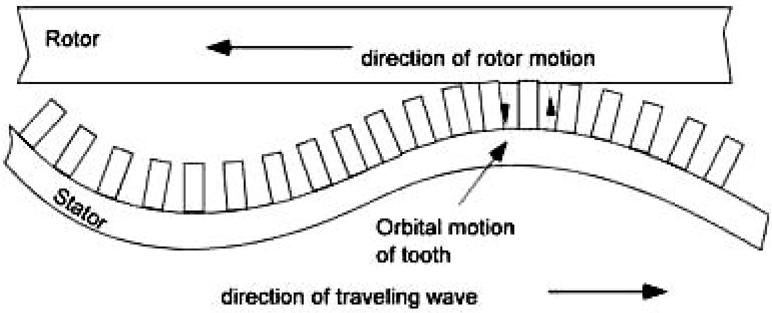
Az a cél, hogy a lehető legkisebb gerjesztéssel a lehető legnagyobb mágneses indukciót hozzuk létre és ez az oka, hogy az elektromágneses motorokat ferromágneses anyagból készítjük. Ferromágneses anyagok esetén a telítődés mentes állapotban $\mu_r \approx 10^3 \sim 10^4$, ez azt jelenti, hogy ugyanazt a mágneses indukciót akár több nagyságrenddel kisebb gerjesztő árammal tudjuk létrehozni és a szórt fluxust is jelentősen le lehet csökkenteni, ha a mágneses körben ferromágneses anyagot alkalmazunk és a gépet úgy tervezzük, hogy a telítődés még ne következzen be. Természetesen konstrukciós okokból az álló- és forgórész között szükségszerűen van légrés, de a mágneses kör szempontjából az a cél, hogy a légrés legyen olyan kicsi, amennyire technológiailag megoldható. Mint később látni fogjuk a légrés indukció térbeli eloszlása is fontos konstrukciós szempont lehet, és ezért vannak olyan motorok, ahol a légrés nagysága nem állandó, de azokra a motorokra is igaz, hogy a minimális légrés legyen a lehető legkisebb.

1.4. Ismertesse az USM működési elvét.

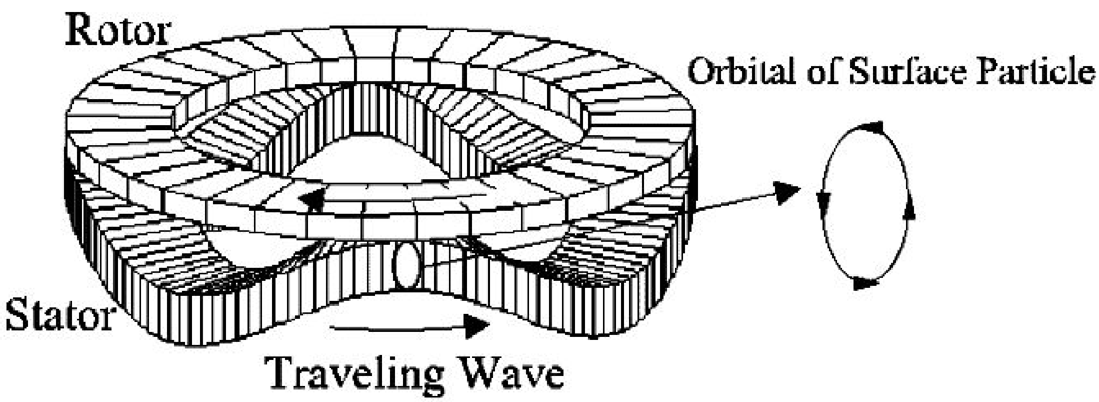
A villamos motorok legfiatalabb nemzedékébe sorolhatók a piezo-, más néven ultraszonikus motorok. Napjainkban szinte egyeduralkodóvá váltak a fényképezőgépek optikáinak mozgatásában. Előnyük a gyorsabb, halkabb fókuszálás. Ezenkívül olyan helyen célszerű alkalmazásuk, ahol nem lehetséges a ferromágneses anyagok használata.

Működési elve, hogy számtalan piezoelektromosan aktív elemet úgy helyezünk el a motorban, hogy azok egymás utáni gerjesztésével egy olyan hullám alakuljon ki, amely forgó-, vagy haladó mozgást gyakorol a rájuk helyezett tárgyra (rotorra). Működésének feltétele, hogy a piezo-elemek a rotor között mindig legyen súrlódás.

Létezik lineáris-:



Valamint forgó kivitel:



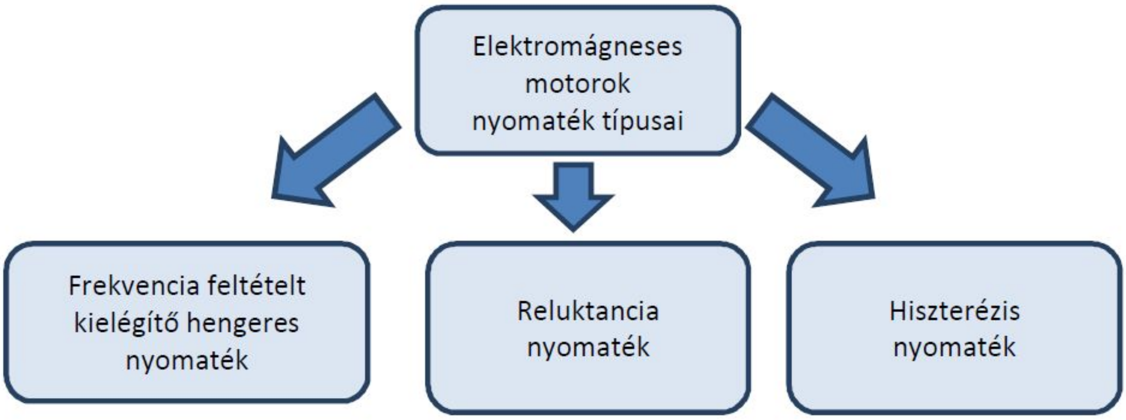
1. Stator

http://pcbmotor.com/information/technology-20/

---

2. Kérdés

2.1. Milyen nyomaték típusokat ismer elektromágneses motoroknál?



2.2. Ismertesse a virtuális munka elvét, hogyan számíthatunk ez alapján nyomatékot.

A virtuális munka elve szerint a motor egy végtelenül kicsi $d\alpha$ elfordulása változatlan gerjesztés mellett megváltoztatja a motor mágneses terében tárolt $Emag(t)$ energiát. Azt feltételezzük, hogy a mágneses tér a villamos áramkörből nem vesz fel és oda nem ad le energiát. Az energia megmaradás elve szerint a mágneses tér energiájának változása egyenlő az elforduláshoz tartozó $Emec\hbar(t)$ mechanika energia megváltozásával állandó ωm forgórész fordulatszámot feltételezve.

$$\left.\frac{\partial E_{mag}(t)}{\partial \alpha}\right|_{\text{gerjesztés állandó}} = \left.\frac{\partial E_{mech}(t)}{\partial \alpha}\right|_{\omega_m \text{ állandó}} = m(t)$$

Tekercsek esetén a mágneses tér energiáját legegyszerűbben a tekercsekben, mint induktivitásában tárolt energiából tudjuk kiszámítani. n tekercs esetén a tekercsekben tárolt energia:

$$E_{mag}(t) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} L_{il}(t)\, i_i(t)\, i_l(t)$$

Ahol: Lil öninduktivitás (ha i=l)
Lil kölcsönös induktivitás (ha i≠l)
Ha egy adott pillanatban az időt megállítjuk, akkor az áramokat állandónak kell tekinteni, és ezért az induktivitáson eső indukált feszültség nulla, vagyis a mágneses tér a villamos áramkörből tényleg nem vesz fel és oda nem ad le energiát. A mágneses tér energiájának változása kizárólag induktivitás megváltozásától származik. Az induktivitás a forgórész helyzeténk meegváltozása miatt változik. A befagyasztott áramok értékét jelölje Iit és Ilt, így nyomaték a befagyasztott időpillanatban:

$$M = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} \frac{\partial L_{il}(\alpha)}{\partial \alpha} I_{it} I_{lt}$$

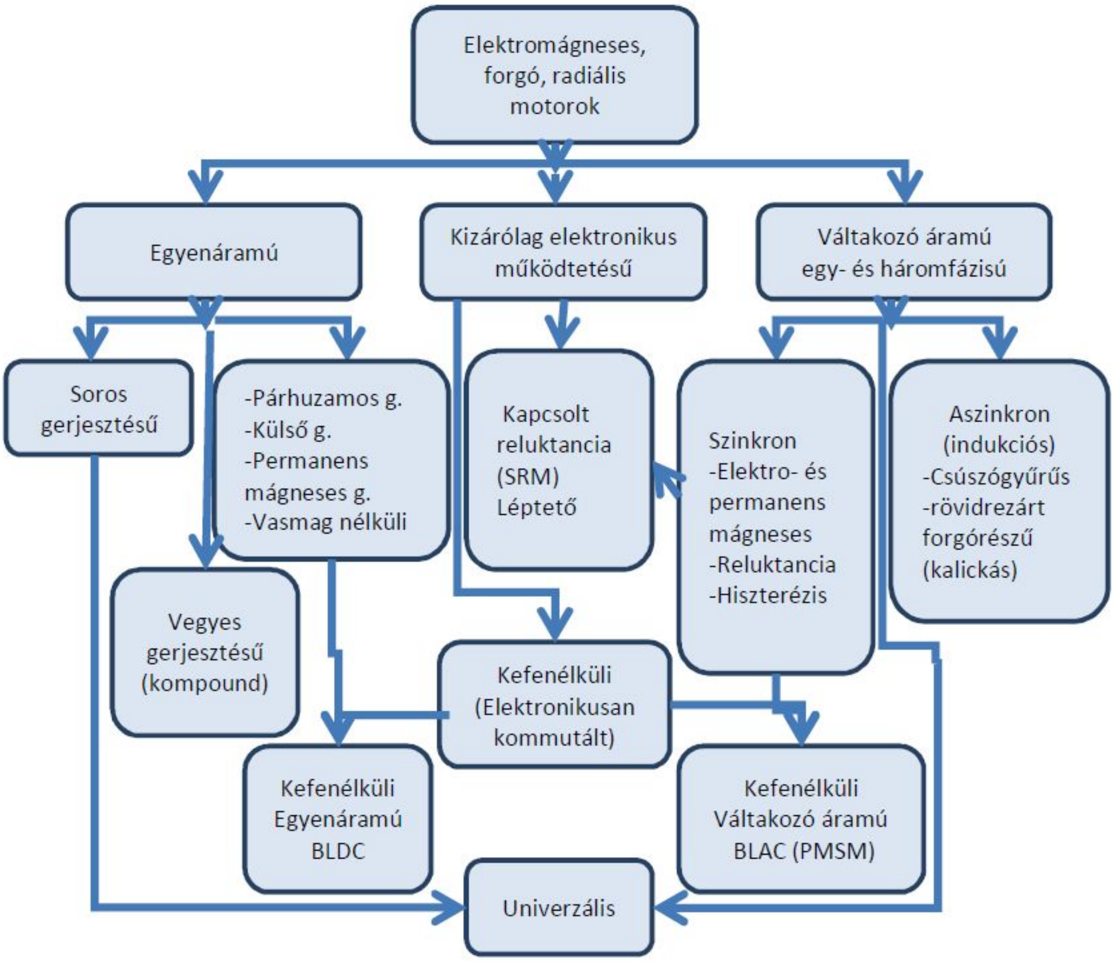
Minden időpillanatot egymás után befagyasztva pedig felírható:

$$m(t) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\frac{\partial L_{il}(\alpha)}{\partial \alpha} i_i(t) i_l(t)$$

---

3. Kérdés

3.1. Adja az elektromágneses radiális motorok osztályozási szempontjait, az egyes osztályok előnyeit és hátrányait.



	Egyenáramú	Kizárólag elektronikus működtetésű	Váltakozó áramú
Előny	+ Az ellenállással változtatható a szögsebesség + Teljesítmény felvétele közel állandó + @ Soros gerjesztés: áramfelvétel körülbelül állandó → nem fog lefüstölni	+ Legegyszerűbb forgórész (permanens mágnes) + Tartónyomaték +	+ Legelterjedtebb + Hosszú élettartam + Robosztus + Kevés karbantartás
Hátrány	– Teljes energia 20-20 %-a indításra és fékezésre megy el. Eldiszipálódik az ellenálláson – Térfogati kihasználtsága, teljesítménysűrűsége gyenge	– Zajos. A forgórész mágneses és aerodinamikai elvárásai mást követelnek meg	– Szabályozása bonyolultabb

@ Kefenélküli:

+ Teljesítménysűrűsége jó
+ Hatásfok

Vasmagmentes forgórészű motorok:

A forgórész csak egy epoxy alapú ragasztóval tartják egyben, ezért a forgórészen nem keletkeznek örvényáramok, ez előnyös a hatásfok szempontjából. Az egyik legnagyobb előnyük a gyorsaság, amely annak köszönhető, hogy a forgórész tekercsnek kicsi a tehetetlenségi nyomatéka. A motor mechanikai időállandója akár a milliszekundumos nagyságrendbe is eshet, de jellemzően csak a 100W alatti teljesítmény kategóriában találunk ilyen motorokat.

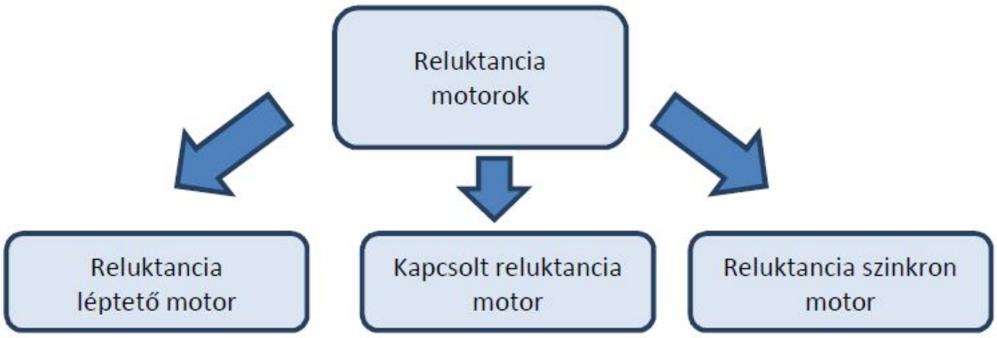
Klasszikus váltakozó áramú motorok:

- Ha egy tekercset táplálunk, akkor lüktető mágneses mező alakul ki.
- Ha azt akarjuk, hogy a mágneses mezőnek legyen forgó komponense, akkor legalább két fázisra van szükség, amely a kerület mentén térben eltolt tekercset időben (fázisban) eltolt feszültséggel táplál.
- Egy fázisú motorok indításához használhatunk részben árnyékolt pólust, illetve segédfázist, vagyis egy térben eltolt tekercset, melyet egy kondenzátoron keresztül táplálunk azért, hogy a kondenzátor gondoskodjon a fázis(időbeni) eltolásról
- Szinkron motoroknál szükség van egy aszinkron üzemmódra, amely segítségével fel tudjuk pörgetni a motort a szinkronfordulatszámra.
- Az univerzális motorok egyaránt működtethetőek egyenárammal és váltakozó árammal.

A klasszikus egyenáramú és a váltakozó áramú motorok elektronika nélkül is működőképesek.
Egyes szinkron motorok nem képesek külön elektronika nélkül üzemszerű működésre. Ezeknél az aszinkron tekercsek helyett a forgórészt pozícióérzékelővel kell ellátni.

3.2. Hasonlítsa össze a léptető és kapcsolt reluktancia motor működési elvét

Több motortípusnál a nyomatékképzésben fontos szerepe van annak, hogy a forgórészen található tekercs nélküli (gerjesztetlen) kiálló pólus (a nyomaték tovább növelhető, ha a pólust még gerjesztjük). Ezeket a motorokat reluktancia (mágneses ellenállás) motoroknak nevezzük. Az elnevezés arra utal, hogy a légrés mágneses ellenállása nem állandó. A reluktancia motorokat alapvetően szinkron motornak kell tekinteni.



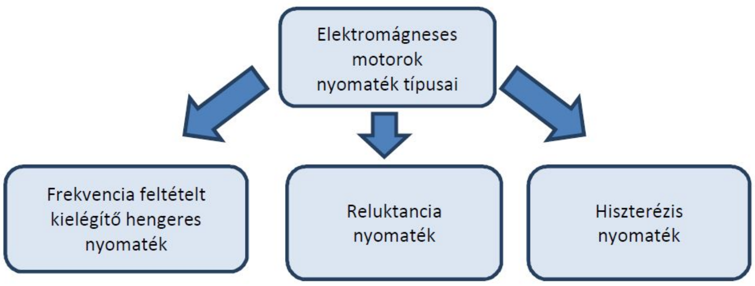
A reluktancia szinkron motorokat elektronika nélkül, háromfázisú szinuszos feszültséggel tápláljuk, és a forgórészen vannak olyan menetek, amelyek aszinkron üzemmódban gondoskodnak a motor felpörgetéséről.

A kapcsolt reluktancia motor esetén a rotor aktuális pozíciója határozza meg az állórész tekercs kapcsolásait. Ebből következik, hogy valamilyen módón értesülnünk kell a rotor aktuális pozíciójáról. Konstrukció szempontjából a kapcsolt reluktancia motorokat tekinthetjük a legegyszerűbbeknek, a forgó részen nem található semmilyen tekercs.

A reluktancia léptető motorok esetén az állórész tekercs gerjesztésének megfelelően áll be egy meghatározott pozícióba a forgórész.

---

4. **Kérdés**
   4.1. Sorolja fel, az elektromágneses motorok nyomaték típusait.



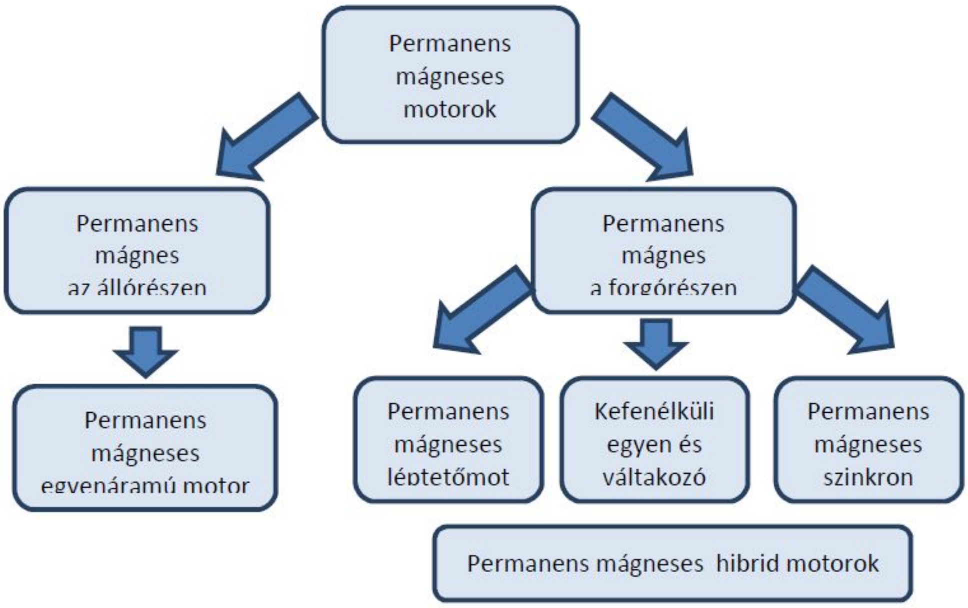
   4.2. Hasonlítsa össze a kefés és kefenélküli egyenáramú motor működési elvét

Kefe nélküli egyenáramú motor (BLDC):
Elektronikus kommutációjú egyenáramú motor (ECDC) egy szinkron villanymotor, egyenáramú táplálással (DC), ami elektronikusan vezérelt kommutációs rendszerrel rendelkezik. Az ilyen motorokban az áram és a nyomaték, a feszültség és a fordulatszám egyenesen arányos.

Hagyományos (kefés) egyenáramú motor:
A kefék létesítenek mechanikai kapcsolatot a forgórészen lévő villamos érintkezőkkel (ezt hívják kommutátornak), így elektromos áramkört létrehozva az egyenfeszültségű forrás és az armatúra tekercselése között.

A BLDC motorok számos előnnyel rendelkeznek a kefés egyenáramú motorokhoz képest, olyanokkal, mint a jobb hatékonyság és megbízhatóság, kisebb zaj, hosszabb élettartam (nincs kefe, ami elkopjon), nem keletkeznek szikrák a kommutátornál és kisebb az elektromágneses interferencia (EMI). Mivel a forgórészen nincs centrifugális erők hatásának kitett huzalozás, és mivel az elektromágnesek a motorházhoz vannak rögzítve, vagyis hővezetéssel tudják leadni a keletkezett hőt, így nincs szükség légáramra a motor belsejében hűtés céljából. Ez azt jelenti, hogy a motor belseje teljesen zárt lehet, így védve marad a szennyeződésektől. A BLDC motoroknál elérhető legnagyobb teljesítmény rendkívül magas, szinte kizárólag a melegedés korlátozza, ami a mágnesekben kárt tehet. A BLDC hátránya a magasabb költség, Működtetésükhöz összetett elektronikus sebességvezérlőre van szükség, míg a kefés egyenáramú motorokat egész egyszerű vezérléssel lehet működtetni. A BLDC motorok sokkal hatékonyabban alakítják át az elektromosságot mechanikai erővé, mint a kefés egyenáramú motorok. Ez főleg annak köszönhető, hogy a kefék hiánya miatt mentesek az elektromos és súrlódási veszteségektől. A nagyobb hatékonyság a terhelésmentes és kis terhelésű tartományokban érzékelhető leginkább. Nagy terhelésnél a BLDC motorok és a jó minőségű szénkefés egyenáramú motorok hasonló hatékonyságúak.

4.3. Milyen permanens mágneses motorokat ismer?



Itt a hibrid szó a permanens mágneses és nem permanens mágneses forgórész kombinálását jelenti. Villamos autóknál a permanens mágneses motor felel a nyomatékért, a másik pedig (fluxuscsökkentéses tartomány) a nagysebességű haladásért (nyomaték csökken).

5. **Kérdés**

5.1. Írja fel a többfázisú motorok hengeres nyomaték egyenletét és a frekvencia feltétel.

A nyomatékegyenlet:

$$m(t) = -I_s I_r L_{rs} \sin((\omega_m - \omega_s + \omega_r)t + \alpha_t)$$

Ahol:	I_s , I_r	*állórész és forgórész áramának amplitudója*
	L_{sr}	*az álló- és forgórész kölcsönös induktivitásának maximuma*
	ω_s	*az állórész-mező szögsebessége az állórészhez képest*
	ω_r	*a forgórész-mező szögsebessége a forgórészhez képest*
	ω_r	*a forgórész szögsebessége az állórészhez képest*
	α_t	*a terhelési szög*

A frekvencia feltétel az egyfázisú eset egyike:

$$\omega_m = \omega_s - \omega_r$$

A frekvencia-feltétel teljesülése esetén konstans nyomatékhoz jutunk (nincs lüktető nyomaték).

$$M = -I_s I_r L_{rs} \sin(\alpha_t)$$

5.2. Adja meg, hogy az alapvető motor típusok esetén hogyan teljesül a frekvencia feltétel.

Egyenárammal táplált egyenáramú motor:

Kényszer feltétel	Kiadódó feltétel
$\omega_s = 0$	$\omega_m = -\omega_r$

Ez azt fejezi ki, hogy a kommutátor miatt a kívülről állónak látszó forgórész áram, a forgórészhez képest a forgórész forgásirányával ellentétes irányban, de azzal azonos nagyságú szögsebességgel forog.

Váltakozó árammal táplált egyenáramú motor:

Kényszer feltétel	Kiadódó feltétel
$\omega_s = \omega$	$\omega_m = \omega - \omega_r$

Ahol: ω a váltakozó áram körfrekvenciája

Nincs elvi akadálya, hogy egy egyenáramú motort váltakozó árammal tápláljunk. Ez az elméleti alapja az univerzális motornak.

Forgórészén egyenárammal/permanens mágnessel gerjesztett motor (szinkronmotor):

Kényszer feltétel	Kiadódó feltétel
$\omega_r = 0$	$\omega_m = \omega_s$

Egy ilyen gépnek csak akkor van állandósult nyomatéka, ha az állórészt tápláló váltakozó áram körfrekvenciája, pontosabban az állórész tekercse által gerjesztett forgó mágneses mező fordulatszáma megegyezik a forgórész fordulatszámával, ezt a fordulatszámot nevezik szinkronfordulatszámnak. Közvetlenül szinuszos feszültségű hálózatra kapcsolva nincs indítónyomatéka.

Aszinkron (indukciós) motor:

Kényszer feltétel	Kiadódó feltétel
$\omega_r = \omega_s - \omega_m$ ha $\omega_r \neq 0$	$\omega_m = \omega_s - \omega_r$ (mindig teljesül)

Az aszinkronmotor forgórészén általában nincs külső táplálás, így alaphelyzetben a forgórészen indukált feszültség körfrekvenciája megegyezik a szinkronfordulatszám és a forgórész fordulatszám különbségével. Szinkron fordulatszámon a motornak nincs nyomatéka, mert a forgórész áram nulla. Ahogy növeljük a szlipet, úgy növekszik a forgórész oldali indukált feszültség és annak hatására kialakuló áram amplitúdója.

5.3. Mit tud az egyfázisú motorok nyomatékáról?

A szükséges feltételezések megtétele mellett elmondható, hogy:

$$E_{mag}(t) = \frac{1}{2} L_s i_s(t)^2 + \frac{1}{2} L_r i_r(t)^2 + L_{sr} \cos(\alpha)\, i_r(t) i_s(t)$$

Ahol:

L_s , L_r	*állórész és forgórész önindutivitására jellemző érték*
L_{sr}	*kölcsönös induktivitásban tárolt pillanatnyi energia lineáris esetben*
$i_s(t)$, $i_r(t)$	*az állórész és a forgórész árama*
α	*a forgórész aktuális szöghelyzete*

A szögfüggő rész konstans fordulatot feltételezve felírható a következő alakban:

$$\alpha(t) = \omega_m t + \alpha_t$$

Ahol: α_t *a terhelési szög*

Szinuszos áramokkal kifejezve a nyomaték:

$$m(t) = -I_s I_r L_{rs} \sin \omega_s t \sin \omega_r t \sin(\omega_m t + \alpha_t)$$

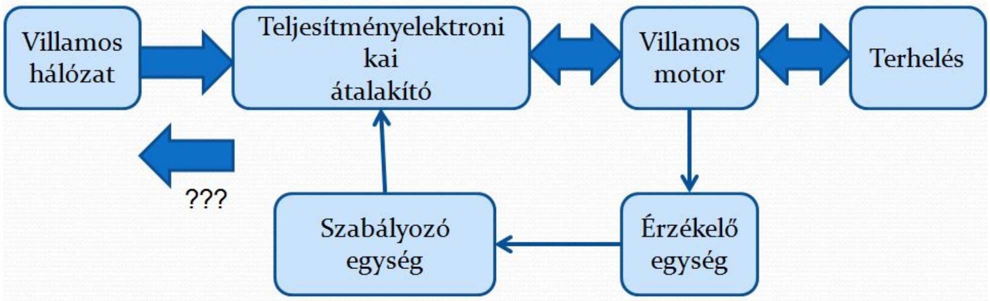
Ahol:	I_s , I_r	*állórész és forgórész áramának amplitudója*
	L_{sr}	*az álló- és forgórész kölcsönös induktivitásának maximuma*
	ω_s	*az állórész-mező szögsebessége az állórészhez képest*
	ω_r	*a forgórész-mező szögsebessége a forgórészhez képest*
	ω_r	*a forgórész szögsebessége az állórészhez képest*

Ez általános esetben lüktető (nulla középértékű) nyomatékot eredményez. A frekvencia-feltétel határozza meg, hogy mikor van 0-tól különböző középértéke.

---

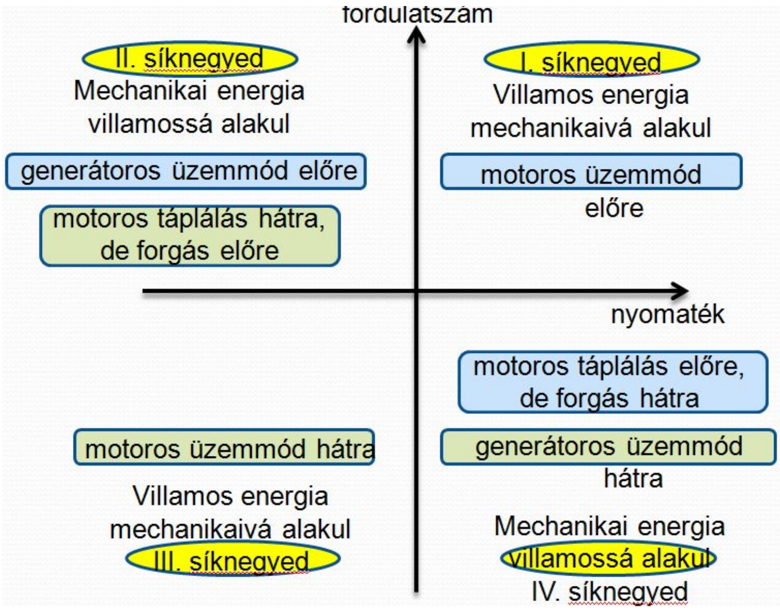
6. Kérdés

6.1. Milyen blokkokból épül fel egy általános villamos hajtás?

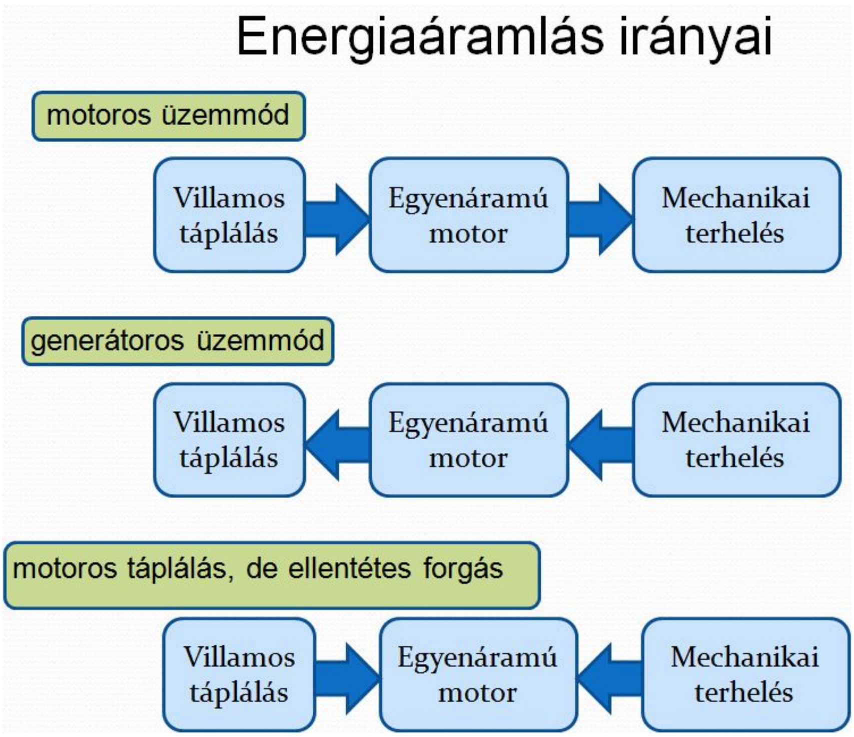


Alkalmazásfüggő terhelés esetén kell kétirányú energiaáramlásra számítanunk. Elektromágneses anyagok alkalmasak kétirányú E-áramlásra. Teljesítmény elektronikai eszközöknél ez nem lehetséges.

6.2. Ismertesse az egyenáramú hajtásoknál az egyes sík negyedekben (fordulatszám/nyomaték) milyen üzemállapotok vannak?



6.3. Milyen energia áramlási irányok vannak az egyes üzemmódokban?



6.4. Ismertesse a szervóhajtások szokásos felépítését.

7. **Kérdés**
   7.1. Ismertesse a mezőorientált szabályozás alapelvét

Alapfeltétel, hogy minden tekercsnek külön kell mérni az áramát, ezekből az áramokból számolja ki a szükséges feszültséget a frekvenciaváltó. Legnagyobb előnye, hogy a motor alacsony fordulatszámon is nagy forgatónyomaték leadására képes, míg kis terhelésen kevésbé melegszik. A mágneses térbe helyezett árammal átjárt vezetőre erő hat.

$$\bar{F} = \bar{B} \times \bar{l} i_{ny}$$

ahol a felülvonás térbeni vektorra utal, F az erő, B a mágneses indukció, l az árammal átjárt vezető hossza és térbeli iránya i a nyomatékképző áram nagysága. A keresztszorzat akkor a legnagyobb, ha a mágneses indukció és az áram pályája egymásra merőleges. Ez a konstrukcióval úgy érhető el, hogy vagy a mágneses tér radiális és a menet axiális irányú, vagy fordítva. Képlet alapján a mágneses tér nagysága a légrésben kritikus, vagyis ott kell a maximális indukciót elérni, ahol az árammal átjárt vezető található.
Mindazokban a hajtásokban, amelyekben szeretnénk az indukciós gép M villamos nyomatékát lehetőleg ugrásszerűen, vagyis minél gyorsabban megváltoztatni alkalmazzák az erre a célra kifejlesztett ún. mezőorientált szabályozást. Külsőgerjesztésű egyenáramú motor esetén – ha az L armatúra induktivitást elhanyagoljuk – az m villamos nyomatékot az i armatúra áram ugrásszerű változtatásával ugrásszerűen változtatni tudjuk, hiszen $m = k\phi_g i$.
A mezőorientált szabályozás révén indukciós gép esetén valósítható meg a közel ugrásszerű nyomatékváltozás hasonló elven, mint a külső gerjesztésű egyenáramú gépnél. A villamos nyomaték a forgórész Ψ2 fluxus és i2 áram kölcsönhatásaképpen jön létre. A Ψ2 fluxust most is csak viszonylag lassan, míg az i2 áramot – ami mindig merőleges Ψ2-re – a fenti példa armatúra áramához hasonlóan - csaknem ugrásszerűen tudjuk változtatni.

   7.2. Klasszikusan miért alkalmaztak kefés külsőgerjesztésű egyenáramú motorokat a szervo hajtásokban? Milyen összefüggés található az egyenáramú motorok és a mezőorientált szabályozás között?

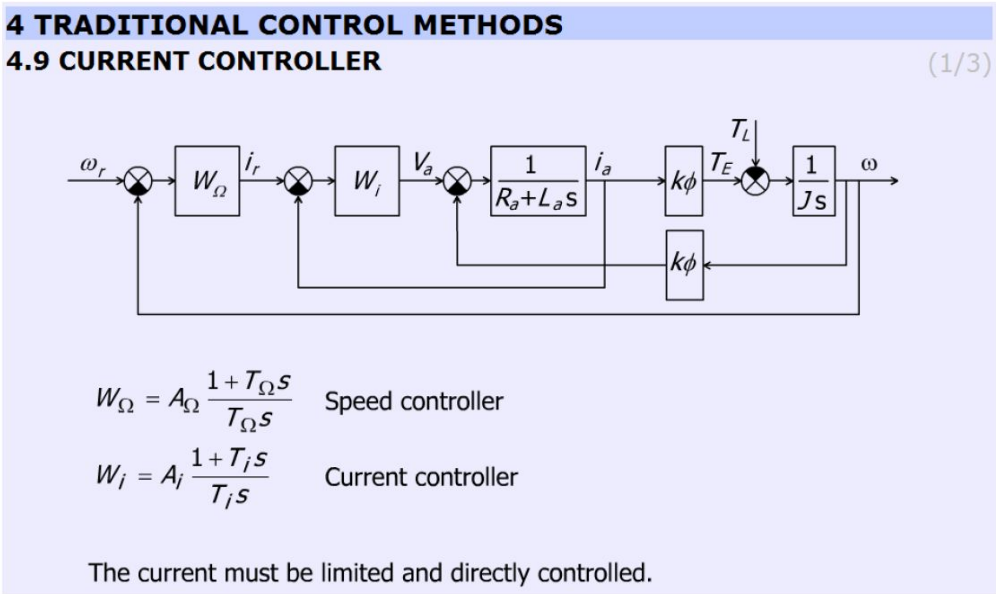
Cél:
- A B mágneses indukció értékét a gerjesztéssel állítsuk be a vasmag szempontjából optimális értékre (a lehető legnagyobbra, de biztonsággal a telítődésnél kisebbre);
- fluxus gyengítés esetén is a gerjesztéssel tartsuk kézben a mágneses indukció értékét;
- A nyomatékot pusztán i segítségével tartsuk kézben.

A fenti elvet legegyszerűbben a külsőgerjesztésű egyenáramú motornál tudjuk megvalósítani, ezért ezeket a motorokat használták a klasszikus szervohajtásokban. Napjainkban ez az elv az indukciós motoroknál is megvalósítható.

Mezőorientált szabályozás az előző feladatpontban!

---

8. **Kérdés**
   8.1. Ismertesse az egyenáramú motorok két hurkos fordulat szabályozásának elvét.

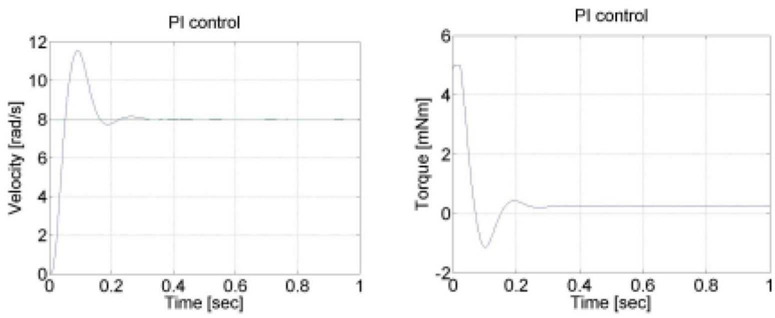


Ez egy kéthurkos szögsebesség szabályozás, de a kimenet 2π-vel való osztása a fordulatszámot adja. (jegyzet 140. oldala)

$$\omega = 2\pi \cdot n$$

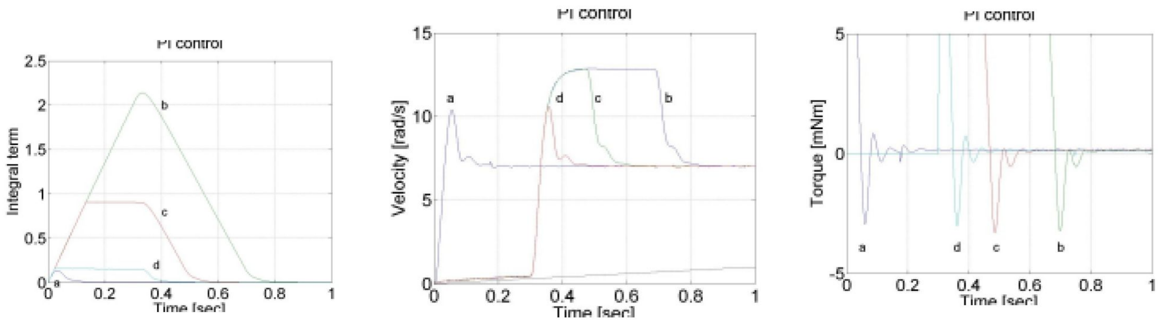
8.2. Ismertesse. hogy a beavatkozó szerv telítődése miként hat egy PI szabályozó működésére.

Alapvető különbség P és PI vezérlő között, hogy utóbbinak nincs állandósult hibája. Ez az integráló tag hatása, amely összegzi a hibát. Az integrálási hiba is megjelenik, ami kezdetben túllövést eredményez, majd később lecseng. Ugyanakkor a PI szabályozó gyorsabb is. Hátránya, hogy túl nagy túllövést vagy instabilitást okozhat. A jelentős túllövés oka a szabályozó telítődése. Ez egy hozzáadott D taggal csökkenthető.
(jegyzet 187. oldalától)



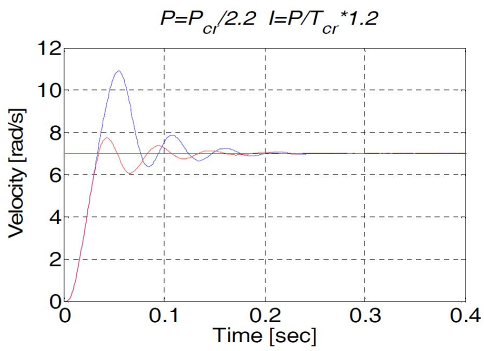
6-15. ábra: PI szabályozó eredményei ugrásszerű referencia sebesség értékre

A PI szabályozó hatása ugrásszerű referencia jelre. Túllendül, majd álladósult hiba nélkül beáll. (6-15)



6-18. ábra: Integrátor telítődése

Ezzel ellentétben amikor az integráló tag értékét közvetlenül korlátozzuk, akkor nem tud telítődni. Telítődés esetén az ábrán láthatóan, a beállás időtartama megnő, valamint a túllendülés mértéke is (A a normális I tag, D csak késleltetve van, B és C a telítődő változatok). (6-18)



6-19. ábra: PI szabályozó telítődésének hatása

Hasonló eredményt érünk el, ha a szabályozó telítődésénél az integráló tagot kikapcsoljuk. (6-19)
A (6-15). ábrán látható túllövést csökkenthetjük azzal, ha az integrátort kikapcsoljuk a telítődés időtartamára.

8.3. Ismertesse a sebességszabályozás/vezérlés következő üzemmódjait:

8.3.1. Tachogenerátoros

A motorra egy tachogenerátor van felszerelve, az a fordulatszámmal arányos egyenfeszültséget ad. Előnye, hogy nagyon pontos, hátránya hogy a tachogenerátor, mivel mechanikus alkatrész, egy idő után cserére szorul.

8.3.2. Digitális enkóderes

A motorra egy digitális enkódert felszerelve, az egy körülfordulás alatt bizonyos számú jelet küld. Az enkóderek kétfajta jelet állítanak elő, a két jel között 90 fok a fáziseltérés. Ez teszi lehetővé az elfordulás irányának érzékelését. Mivel az enkóder nem mechanikus, ezért élettartama nagyon hosszú. Hátránya, hogy drága.

8.3.3. I x R kompenzációs sensorless sebesség vezérlés

A motor tápfeszültsége arányos a motor előírt sebességével. Ha megnő a motor terhelése, akkor a fordulatszám lecsökken. A szabályozó áramkör megemeli a motor feszültségét, (ezzel áramát is), hogy az előírt fordulatszámot tartani tudja. A kompenzációnak azonban figyelembe kell venni a motor ellenállását, ami a hőmérséklet és terhelésfüggő. Ezért ez a szabályozási mód kevésbé pontos. A módszer előnye, hogy nincs szükség külső segédberendezésre, tehát olcsó, hátránya a pontatlanság.

---

9. Kérdés

9.1. Mi a csúszómód szabályozás tervezésének három fő lépése?

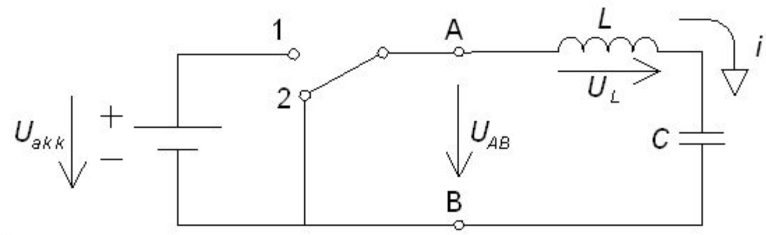
- csúszó felület tervezése

- szabályzási törvény választása
- csattogásmentes megvalósítás tervezése

9.2. Ismertesse egy akkumulátor, egy kétállású kapcsoló és egy ideális LC szűrőből álló áramkör egyszerű csúszómód szabályozásának elvét és a csúszómód kialakulását.

4.2. Bevezető példa
(http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch04.html#ch-4.2)

Először egy olyan példát mutatunk be, amelyhez hasonlóval többször találkozhatunk a mérnöki gyakorlatban. Tegyük fel, hogy van egy ideális elemekből álló soros L-C körünk, amelyet vagy rövidre zárhatunk, vagy rákapcsolhatjuk egy akkumulátor feszültségét egy tranzisztor kapcsoló segítségével (ld. 41. ábra, ahol a tranzisztoros kapcsoló részletei nincsenek feltüntetve).



4.1. ábra - L-C áramkör

Tegyük fel, hogy energiamentes állapotból indulunk és az a célunk, hogy a tranzisztor kapcsolgatásával a kondenzátort az akkumulátor feszültségének felére töltsük fel. A két áramköri elemre felírható differenciálegyenlet:

$$C\frac{d}{dt}u_c = i_c \quad \text{és} \quad L\frac{d}{dt}i_L = u_L \qquad (4.1)$$

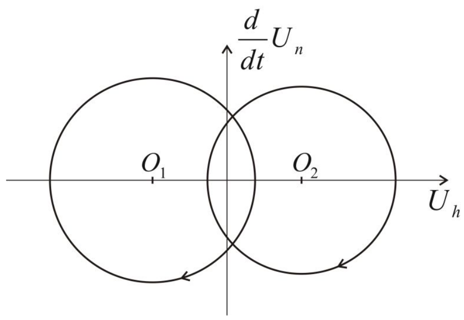
A soros kapcsolás miatt $i_c = i_L$, így a rendszert leíró differenciálegyenlet:

$$u_{AB} = u_c + LC\frac{d^2}{dt^2}u_c \qquad (4.2)$$

Vezessünk be relatív egységeket oly módon, hogy $LC = 1$ és $U_{akk} = 1$ legyen. Vezessük be az $u_k = U_r - u_c$ feszültség hibajelet, ahol $U_r = 1/2$ a kondenzátor referencia feszültsége. Így a hibajelre vonatkozó differenciálegyenlet a következő alakú:

$$u = u_k + \frac{d^2}{dt^2}u_k \text{, ahol} \quad u = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha a kapcsoló 1 állapotban van} \\ -\frac{1}{2}, & \text{ha a kapcsoló 2 állapotban van} \end{cases} \qquad (4.3)$$

Könnyen belátható, hogy a (4.3) egyenlet megoldásához tartozó állapot az $u_k, \frac{d}{dt}u_k$ fázissíkon mindig egy kör mentén haladhat az óramutatóval megegyező irányban (ld 4-2. ábra)

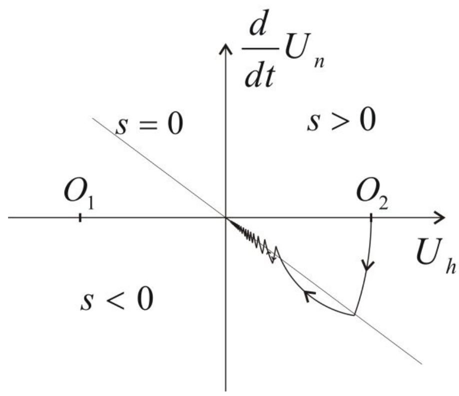


4.2. ábra - Lehetséges állapottrajektória

A kör középpontja a tranzisztorkapcsoló állapotától függ. Az állapottrajektória folytonos, így a kör sugarát az határozza meg, hogy az utolsó kapcsolás pillanatában a rendszer éppen milyen állapotban volt. Tegyük fel, hogy az $u_k = 1/2, \frac{d}{dt}u_k = 0$ állapotból indulunk és megfelelő kapcsolgatással az $u_k = 0, \frac{d}{dt}u_k = 0$ állapotba kívánunk eljutni. Vezessük be a következő kapcsolási stratégiát:

$$u = \frac{1}{2}\,\mathrm{sign}(s) \quad \text{ahol} \quad s = u_k + \lambda \frac{d}{dt}u_k \tag{4.4}$$

Ez azt jelenti, hogy ha az állapottrajektória az $s = 0$ egyenes felett tartózkodik, akkor *O*1 középpontú kört, ha az egyenes alatt van, akkor *O*2 középpontú kört kell kapcsolnunk. Vizsgáljuk meg, hogy miként szüntethetjük meg a hibát. Tekintsük a 4-3. ábrat, a (4.4) értelmében először az $s = 0$ egyenes felett *O*1 középpontú kör mentén indulunk el. Az egyenest elérve átkapcsolunk egy *O*2 középpontú körre úgy, hogy közben a trajektória folytonos marad. A második kapcsolás után egy érdekes jelenséget tapasztalunk. Az állapottrajektória amint elindul az *O*1 középpontú kör mentén, azonnal visszatér arra a térrészre, ahol *O*2 középpontú kört kell kapcsolni, de e körön sem maradhat tovább az állapottrajektória, újabb kapcsolás következik. Az ábrázolhatóság kedvéért a 4-3. ábran az állapottrajektória az $s = 0$ egyenes mindkét oldalán jelentősen belenyúlik az egyenes feletti és alatti tartományba. Ideális esetben az állapottrajektória az $s = 0$ egyenest végtelenül nagy frekvenciával kapcsolgatott és végtelenül rövid szakaszokból álló, minden pontjában megtört görbe mentén követi, más szavakkal a hibajel trajektóriája az $s = 0$ egyenes mentén csúszik és ezért nevezik csúszómódnak.



4.3. ábra - A hiba megszüntetése

A mérnöki, illetve geometriai szemlélet alapján érezzük, hogy a második kapcsolás után a hibajel viselkedését a másodrendű (4.3) helyett a következő elsőrendű differenciálegyenlet írja le:

$$0 = u_k + \lambda \frac{d}{dt} u_k \tag{4.5}$$

Ez azért különösen érdekes, mert (4.5)-ben nem szerepel az eredeti rendszer egyetlen paramétere sem, csak az általunk megadott λ, így egy olyan robosztus szabályozáshoz jutottunk, amely bizonyos feltételek mellett érzéketlen bizonyos zavarások és paraméterek változására. A teljesség igénye nélkül vizsgáljuk meg, hogy a rendszer néhány tulajdonságának, illetve paraméterének megváltozása milyen hatással lehet. Ha az ideális veszteségmentes elemeket valóságos veszteséges elemekkel helyettesítjük, akkor az állapottrajektória kör helyett csökkenő sugarú spirál mentén halad, ha pedig az akkumulátor feszültség ingadozik, akkor a kör középpontja vándorol. Mindkét változás hatással van a csúszómódot megelőző szakaszra és módosítja a csúszómód fennmaradásának feltételét, de mindkét esetben a csúszómód fennmaradhat (az állapottrajektória nem tudja elhagyni a kapcsolóegyenest), és ha fennmarad, akkor a fent említett változások nem befolyásolják a rendszer csúszómódbeli viselkedését.

---

10. Kérdés

10.1. Ismertesse csúszómód szabályozás esetén a csattogás csökkentésének alapvető módjait

A csúszómód alkalmazásának a legnagyobb problémája a csúszófelület körüli nagy frekvenciás oszcilláció, az ún. csattogást (chattering), amely a szabályozás teljesítőképességét erősen csökkenti. Keveseknek sikerült a gyakorlatban is megvalósítani az elmélet által jósolt robusztus viselkedést.

- ideális komparátor, vagyis signum függvény helyett
  - hiszterézises komparátor
  - holt sávos komparátor
  - véges meredekségű, telítődéses karakterisztika
- állapotmegfigyelő-alapú csúszómódx

10.2. Mutassa be, hogy a csúszófelület tervezése egy LTI rendszer esetén visszavezethető az eredeti rendszerhez képest a bemenetek számával csökkentett dimenziójú LTI rendszer állapot visszacsatolásának tervezésére.

4.7.1. A csúszófelület tervezése
(http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch04.html#equation_261)

Csúszómód szabályozásnál általában a rendszer állapotváltozóinak számával megegyező dimenziójú fázistérben kijelölünk egy *S* csúszófelületet (kapcsolófelületet), amelyre rá akarjuk kényszeríteni a rendszerünket. A csúszófelülettel egyben megválasztjuk a visszacsatolt rendszer dinamikus tulajdonságait is. Természetesen ennek vannak elvi, és egy valós rendszernél egyéb fizikai korlátai is. A csúszófelületet klasszikusan az állapotváltozók lineáris kombinációjaként írjuk fel:

$$\mathbf{s} = \Lambda \mathbf{x} = \Lambda_1 \mathbf{x_1} + \mathbf{x_2}, \quad \mathbf{s} \in \Re^m \qquad (4.44)$$

ahol $\Lambda \in \Re^{m \times n}$ és $\Lambda_1 \in \Re^{m \times n-m}$. Ha a rendszer csúszómódban van, akkor s = 0, vagyis $\mathbf{x_2} = -\Lambda_1 \mathbf{x_1}$. A csúszófelület megtervezése gyakorlatilag Λ_1 mátrix megválasztását jelenti, tehát a tervezési probléma leegyszerűsíthető egy kisebb dimenziójú altér

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x_1} = \mathbf{A_{11}}\mathbf{x_1} + \mathbf{A_{12}}\mathbf{x_2} \qquad (4.45)$$

állapot visszacsatolásának a megtervezésére. Ebben az altérben x1 az állapotváltozó és x2 a bemenőjel, amelyet $\mathbf{x_2} = -\Lambda_1 \mathbf{x_1}$ alakú állapot visszacsatolással határozhatunk meg. Csúszómódban a rendszer viselkedését a

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x_1} = \left(\mathbf{A_{11}} - \mathbf{A_{12}}\Lambda_1\right)\mathbf{x_1} \qquad (4.46)$$

differenciálegyenlet írja le. Az eredeti szabályozási célunkat csak akkor érhetjük el, ha (4.46) stabilis. Így minden olyan állapot visszacsatoláson alapuló lineáris szabályozó tervezési algoritmus alkalmazható a kapcsolófelület megtervezésére, amely a (4.45)-öt stabilizálja (4.46) formában. Erre vonatkozóan a bevezető fejezet számos referenciát tartalmaz. Ez a tervezési módszer lineáris rendszerekre, illetve nemlineáris rendszerek linearizált modelljére alkalmazható.

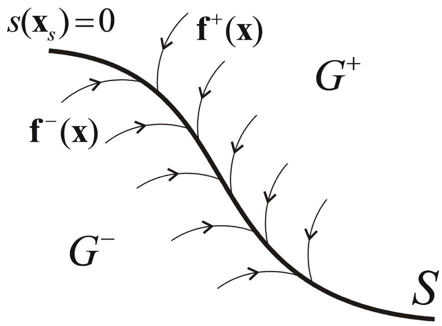
11. Kérdés

11.1. Mit értünk zavarkompenzáció alatt. Egy konkrét példa kapcsán ismertesse a csúszómód alapú zavarkompenzáció elvét.

A zavarkompenzáció feladata az, hogy a nem lineáris súrlódást kompenzálva egy általunk meghatározott ideális dinamika követésére kényszerítse a tényleges rendszerünket. Mivel csúszómódban signum függvényt használunk, 0 hiba körül az olyan, mintha végtelen erősítésű P szabályzó lenne, + telítés. A végtelen P nagyon robosztus ezért elnyomja a hibát meg zavart.

4.4.1. A csúszómód fennmaradásának feltétele (http://mogi.bme.hu/TAMOP/digitalis_szervo_hajtasok/ch04.html#ch-4.4.1)

Ha $L_{f^+}s(\mathbf{x}_S) < 0$ és $L_{f^-}s(\mathbf{x}_S) > 0$, akkor az *S* felület mindkét oldalán az f(x) vektortér az *S* felület felé mutat (ld. 4-6. ábra). Ezért, ha az állapottrajektória egyszer elérte az *S* felületet, akkor nem tudja elhagyni azt. Az állapottrajektória a felület mentén csúszik, és ezért nevezik ezt az állapotot csúszómódnak.



4.6. ábra - Az S felület felé mutató f(x) vektortér

Megjegyezzük, hogy az *S* felület két oldalán külön-külön felírt két feltétel:

$$L_{f^+}s(\mathbf{x}) < 0, \quad \text{ha} \quad \mathbf{x} \in Q(\mathbf{x}_S, \delta) \cap G^+ \qquad (4.20)$$

$$L_{f^-}s(\mathbf{x}) > 0, \quad \text{ha} \quad \mathbf{x} \in Q(\mathbf{x}_S, \delta) \cap G^-$$

egyetlen egyenlőtlenséggel is helyettesíthető:

$$\frac{d}{dt}s(\mathbf{x})^2 < 0, \quad \text{ha} \quad \mathbf{x} \in Q(\mathbf{x}_S, \delta) - S \qquad (4.21)$$

amely értelmezhető úgy is, mint a rendszernek az *S* felületen maradására vonatkozó Lyapunov-féle stabilitás kritérium.

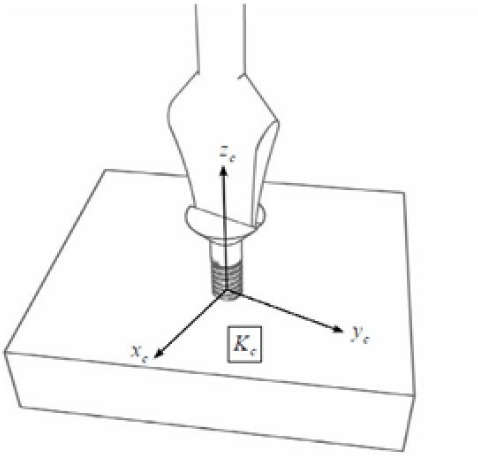
---

12. Kérdés

12.1. Mit nevezünk compliance koordinátarendszernek? Mi annak kiválasztásának alapelve?

A compliance tervezésének fő lépései: a compliance koordinátarendszer kiválasztása a szabadságfokok felosztása pozíció- (pálya) illetőleg erőszabályozás szerint a pozíció- (pálya) és erőszabályozások céljának és mozgás közbeni stratégiájának meghatározása. A compliance koordinátarendszer elhelyezkedése és a compliance feltételek feladatról feladatra változnak. A compliance feltételek között megkülönböztetünk természetes és mesterséges kényszereket: az előbbiek a geometriai és kinematikai viszonyok által meghatározottak, míg az utóbbiakat maga a robotalkalmazó írja elő a feladat célirányos megvalósítása érdekében.

Nézzük meg az előbb elmondottakat egy konkrét példán keresztül. A feladat egy csavar becsavarása egy menetes furatba. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a csavart már belehelyeztük a furatba, már csak a becsavarás van hátra. Továbbá tegyük fel, hogy a csavar súrlódásmentes (1.8.3.2 ábra).



Természetes korlátozások	Mesterséges korlátozások
$v_x = 0$	$f_x = 0$
$\omega_x = 0$	$\tau_x = 0$
$\omega_y = 0$	$\tau_y = 0$
$f_y = 0$	$v_y = 0$
$f_z = 0$	$v_z = -p\omega_a$
$\tau_z = 0$	$\omega_z = -\omega_a$

1.8.3.2 ábra - Engedékenységi keret, természetes és mesterséges korlátozások

Az ábrán látható, hogy az engedékenységi keretet úgy vettük fel, hogy a z_c tengely a csavar tengelyével, az y_c tengely pedig a csavarfej hornyának aktuális irányával esik egybe. K_c origója a csavar tengelye és a felület metszéspontjában van. A geometriai elrendezésből a következő természetes korlátozások adódnak:

- Az x_c-irányú mozgás a csavar hornya miatt nem lehetséges: $v_x = 0$
- Az x_c és y_c tengelyek körüli elfordulás nem lehetséges, mivel a csavar már a furatban van: $\omega_x = 0$, $\omega_y = 0$
- A többi irányban nincs természetes korlátozás, ezért azokban az irányokban az erők és a nyomatékok zéró nagyságúak: $f_y = 0$, $f_z = 0$, $\tau_z = 0$

A természetes korlátozások irányaiban erőirányítást kell alkalmaznunk, ezért a következő mesterséges korlátozásokat írjuk elő:

- Ne fejtsünk ki erőt a horony peremére, legyen $f_x = 0$.
- Ne próbáljuk meg hajlítással „kitépni" a csavart a helyéből, ezért legyen $\tau_x = 0$ és $\tau_y = 0$.

A nem korlátozott irányokban pozícióirányításra van szükség, ehhez következő mesterséges korlátozásokat adjuk:

- Az y_c-tengely irányába ne mozduljunk el, különben a csavarhúzó kicsúszna a horonyból, legyen $v_y = 0$.
- A z_c-tengely körül forgassuk a csavarhúzót az előírt ω_a szögsebességgel, legyen $\omega_z = -\omega_a$ (az előjel a forgásirány miatt negatív).
- A csavar behajtásához A z_c-tengely irányában is mozgatni kell a szerszámot. Ha a csavar menetemelkedése p, akkor legyen $v_z = -p\omega_a$.

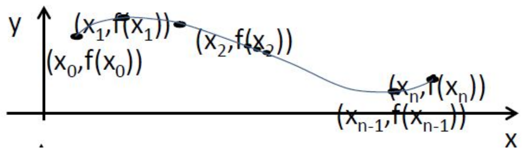
12.2. Ismertesse a hibrid (erő és pozíció) szabályozás elvét.

Hibrid szabályozás során a pozíció- és erőszabályozásban mindegyik csukló részt vesz. Az algoritmus működésének alapelve az, hogy a compliance-koordinátarendszer egyes koordinátatengelyei mentén mért hibajeleket egy ún. szelekciós mátrix alapján vagy a pozíciószabályozási, vagy erőszabályozási körben használjuk fel. A hibajelek csuklókoordinátákra transzformált és a megfelelő erősítési tényezővel szorzott komponenseinek összege adja meg az egyes csuklókban elhelyezett aktuátorok beavatkozó jelét.

Biomechatronika modellezés és szimuláció

1. **Ismertesse az interpoláció különböző módszereit (definíció, lineáris interpoláció, különböző interpolációs polinomok)!**

<u>Definíció:</u>
Az interpoláció matematikai közelítő módszer, amely egy függvény nem ismert értékeire az ismert értékek alapján ad közelítést.

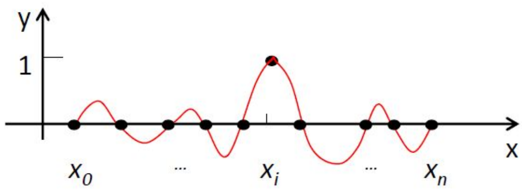


<u>Lineáris interpoláció:</u>
A lineáris interpoláció a legegyszerűbb interpolációs módszer. Az interpolációs függvény az interpoláció függvényeinek lineáris kombinációja, egyenletrendszere lineáris. Az együttható mátrix (Haar) alapján akkor létezik pontosan egy megoldása ha a det(H)≠0.

<u>Lagrange-, Newton-, Hermit-féle interpolációs polinom:</u>

<u>Lagrangeinterpoláció:</u>

A Lagrangeinterpoláció egy globális interpolációs módszer. Bár több interpolációs polinomot is meg kell határoznunk, ezek mindegyike a teljes(x1; xn) intervallumon értelmezett, és egy pont kivételével az összes xi pontra szükség van együtthatóinak meghatározására. A polinomok foka n-1.



Az interpolációs függvény alakja:

$$I^m(x) = \sum_{j=1}^{n} P_j^m(x) y_j$$, ahol $P_j^m(x)$ **m**-ed fokú polinomok.

A fenti feltételek kielégítését **m=n-1** a következőképpen érhetjük el:

$$l_j(x) \equiv P_j^{n-1}(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{j-1})(x-x_{j+1})\dots(x-x_n)}{(x_j-x_1)(x_j-x_2)\dots(x_j-x_{j-1})(x_j-x_{j+1})\dots(x_j-x_n)} = \prod_{k\neq j} \frac{x-x_k}{x_j-x_k}$$

.

Észrevéve azt, hogy úgy a számlálóból mint a nevezőből hiányzik a **j**-edik tag.Belátható a kikötés.

A teljes Lagrange-interpolációs függvény alakja tehát:

$$I_{Lagr}(x) = \sum_{j=1}^{n} y_j \prod_{k\neq j} \frac{x-x_k}{x_j-x_k}$$.

A Lagrangeinterpoláció nagy előnye a lineáris interpolációval szemben a függvény simasága, illetve deriváltjainak folytonossága. Ennek tudható be az, hogy sok esetben jobb, valósabb megközelítést lehet elérni vele, mint a lineárissal. Figyelembe véve, hogy egy olyan polinomról van szó melynek foka a tabulált pontok számával nő, leglényegesebb hátránya a Lagrangeinterpolációnak az, hogy bizonyos esetekben indokolatlanul erőteljes hullámzások jelennek meg a polinom grafikus képében, két egymást követő pont között.Ez annak tudható be, hogy az eredeti, a tabulált pontokat származtató, f(x) megközelítendő függvény nem polinomiális és egy megközelítő polinom csak úgy tud eleget tenni az összes pont érintési követelményének, hogy a pontok között lokális maximumokon és minimumokon halad keresztül.

<u>Newtonféle:</u>
Ugyanazt számolja ki, mint a Lagrange csak más alakban:

$$N_n(x) = c_0 + c_1(x - x_0) + c_2(x - x_0)(x - x_1) + \cdots$$
$$+ c_n(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{n-1})$$

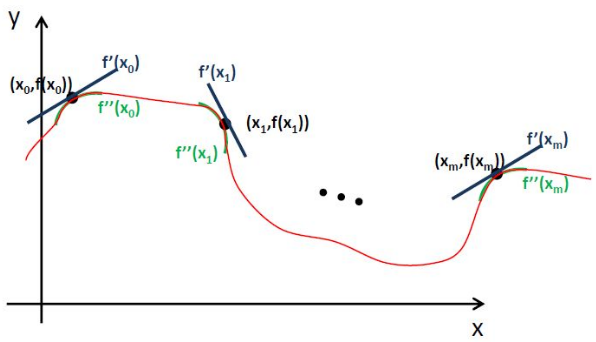
rekurzív alakot használ:

$$k = 0 \qquad\qquad N_0(x) = c_0 = y_0$$

$$N_k(x) = N_{k-1}(x) + c_k\omega_k(x) \;\; ; \;\; c_k = \frac{y_k - N_{k-1}(x_k)}{\omega_k(x_k)} \qquad\qquad k \le n$$

<u>Hermiteféle</u>:

Adott néhány pont, és azokon valahányad rendű deriváltja a függvénynek (pl. két pont és az azokban lévő meredekség).



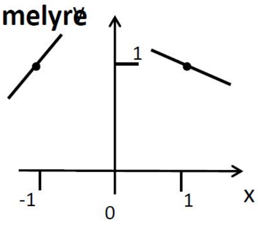
Keressük:

$$\Phi_m{}^{(j)}(x_i) = f^{(j)}(x_i)$$

A gyakorlatban n-ed fokú polinomot keressük, ahol n az információk (pontok, meredekségek, stb.) száma. Felírjuk mátrixosan a keresett polinom konstansait és a polinom (i)ed fokú deriváltjait.

Példa: keressük azt az p(x) interpolációs polinomot, melyre

p(-1)=1
p'(-1)=1
p(1)=1
p'(1)=-0.5



Az egyenletrendszer

$$\Phi_3(x) = \sum_{k=0}^{3} c_k x^k = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3$$
$$\Phi_3{}'(x) = c_1 + 2c_2 x + 3c_3 x^2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

$$p(x) = 1.375 - 0.125x - 0.375x^2 + 0.125x^3$$

2. Mutassa be a Fourier- és a gyors Fourier transzformációt!

Folytonos, n-szer differenciálható fv-el közelítjük a pontok közötti részeket, amely fv felbontható sin+cos -ra. → Fourier tr, legfeljebb n-ed fokú valós trigonometrikus polinom:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} [a_k cos(kx) + b_k sin(kx)]$$

Analóg Fourier: $\varphi_k(x) = e^{ikx} = cos(kx) + i \cdot sin(kx) \qquad i^2 = -1$

Diszkrét Fourier: $e^{i\frac{2k\pi}{n+1}} = w^k$

***e**^{ilx} merőleges **e**^{ijx} ha l≠j Ortogonális bázis*

Fast Fourier Transzformáció: csak akkor gyors tényleg, ha $n=2^m-1$!

Ha ismertek az $f(x_k)$-k, a c_j-ket határozzuk meg (analízis), akkor $a_k = \frac{f(x_k)}{n+1}$

Ha ismertek a c_j-k, az $f(x_k)$-kat határozzuk meg (szintézis), akkor $a_k = c_k$

Páros és páratlan tagok számolásánál csak feleannyi indexet kell kiszmáítani, mert:

$Q_m = 2*Q_{m-1}+2^m$, $Q_0=0$, $Q_1=2*0+2$, $Q_2=2*2+2^2$, $Q_3= 2*8+2^3 ... Q_m=m2^m$

$O(n*log_2(n))$ matematikai művelet

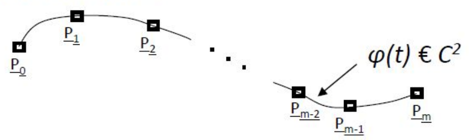
Ha az elején a feltétel nem teljesül, akkor: $n+1=3*2^m$, $5*2^m$,...

---

3. Ismertesse a különböző Spline módszereket, mutasson be felhasználási példákat!

Természetes spline: 2 pont között harmadfokú polinomokat rajzolunk be úgy, hogy egy pontban az előző fv. értéke, meredeksége (deriváltja) és konvexitása (kétszeres deriváltja) megegyezzen a következő fv. értékével, meredekségével és konvexitásával.

A természetes spline



3 infó → harmadfokú polinom darabokat keresünk, az egyenletrendszerekből összesen 4m egyenlet jön ki, ahol m a függvények száma. Alapból 4m-2 egyenlet jönne ki, de kiegészítjük a feltételeket úgy, hogy az első fv. konvexitása megegyezzen az utolsó fv. konvexitásával, azaz 2. deriváltak előjeles összege 0 legyen. A 4m egyenlet részletesen:

1.4.1.1 Interpoláció

$$y = \varphi(x) = \varphi_k(x) \qquad t \in [t_{k-1}, t_k] \qquad k = 1, \cdots m \qquad m+1 \;\; egyenlet$$

1.4.1.2 Illesztési feltételek

$$\varphi_k(x_{k-1}) = \varphi_{k-1}(x_{k-1}) \qquad \mathrm{k} = 2, \cdots m \qquad m-1 \;\; egyenlet$$

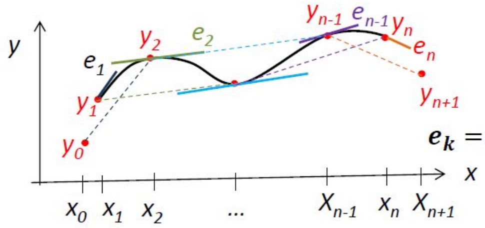
$$\frac{d}{dx}\varphi_k(x_{k-1}) = \frac{d}{dx}\varphi_{k-1}(x_{k-1}) \qquad \mathrm{k} = 2, \cdots m \qquad m-1 \;\; egyenlet$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\varphi_k(x_{k-1}) = \frac{d^2}{dx^2}\varphi_{k-1}(x_{k-1}) = g_k \qquad \mathrm{k} = 2, \cdots m \qquad m-1 \;\; egyenlet$$

$$g_0 = g_m \qquad 2 \;\; egyenlet$$

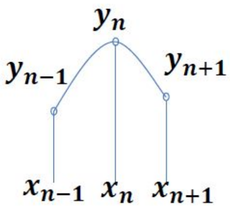
<u>Megoldás</u>: **Clapeyron egyenletrendszerrel** (2. derivált: szakaszok számolása, abból 1x integrál parabolák számolása 1 ismeretlennel, abból még1x integrál 3. fokú parabolák számolása ismét 1 ismeretlennel)
+Holliday tétele: egy integrál amivel azt lehet lecsekkolni, hogy a spline természetes-e

Kardinális spline: ismét harmadfokú függvénydarabokat teszünk 2 pont közé, de most 2x-es derivált egyenlősége helyett megadjuk konkrétan a két pontban az első deriváltak értékét másodfokú közelítéssel (lásd: *A numerikus deriválás és integrálás kapcsolata az interpolációval*). A lényeg, hogy úgy találjuk ki a harmadfokú fv-eket, hogy legyen minden pontban a derivált párhuzamos az előző és következő pontot összekötő szakasszal.



$$e_k = (1-f) * \frac{y_{k+1} - y_{k-1}}{x_{k+1} - x_{k-1}}$$

másodfokú közelítés:



Egyenletek:

$$f_i(x) = \sum_{j=i-1}^{j=i+2} y_j s_{j-i+1}(t) \qquad t = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \qquad i = 1, 2, \ldots n$$

$$s_0(t) = (f-1)t^3 + 2(1-f)t^2 + (f-1)t$$
$$s_1(t) = (f+1)t^3 - (f+2)t^2 + 1$$
$$s_2(t) = -(f+1)t^3 + (f+1)t^2 + (1-f)t$$
$$s_3(t) = (1-f)t^3 + (f-1)t^2$$

$f \in [0, 1]$ a feszítés, f=0 a Catmul-Romm spline

Spline-ok használata: megkeresed Scilabban a megfelelő 1 soros függvényt...

---

4. Ismertesse a lineáris regressziót és a megoldási módszereit!

WIKI ON:

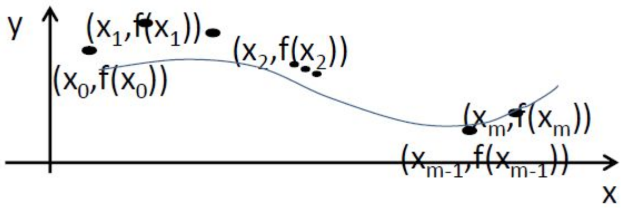
A statisztika eszköztárában a **lineáris regresszió** egy olyan paraméteres regressziós modell, mely feltételezi a magyarázó- (*X*) és a magyarázott (*y*) változó közti (paramétereiben) lineáris kapcsolatot. Ez azt jelenti, hogy lineáris regresszió becslése során a mintavételi adatok pontfelhőjére igyekszünk egyenest[1] illeszteni.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + u = X\beta + u,$$

A lineáris regresszió becslése során a β paramétervektort becsüljük a rendelkezésre álló mintából úgy, hogy az pl. az átlagos négyzetes hibát minimalizálja. A legegyszerűbb, és legáltalánosabb becslési módszer a legkisebb négyzetek módszere.

:WIKI OFF

Approximáció: közelítő számolás, a görbék esetében: adott n számú pont, ezeket egy olyan folytonos fv-el közelítjük, amik nem feltétlenül mennek át a pontokon, de kb. ott vannak. (Az interpoláció megy át pontosan, ott az a baj, hogy sok pont esetében bonyolult a számolás és furcsa anomáliák, kilengések előfordulhatnak.)



Becslési módszerek:

Függvényközelítések legkisebb négyzetek módszerével:

Adott n+1 számú **alappont**, amik alapján egy közelítő fv-t felírunk úgy, hogy az m-edik pont (m >> n) minél pontosabban rajta legyen ezen a fv-en. Mivel több fv-ből kell egy legjobbat kiválasztani, a túl sok ismeretlen miatt néha lehetetlen direktbe kiszámolni a konstansokat, ezért funkcionál minimumot számolunk, ez a legkisebb négyzetek módszere: $\underline{\Phi} \cdot \underline{c} = \underline{f}$

$$J\left(\underline{f}\right) = \left\|\underline{\underline{\Phi}} \cdot \underline{c} - \underline{f}\right\|^2 = min_{\underline{c}}$$

ahol || M || a mátrix normája

Ennek szükséges feltétele, hogy J minden c_i konstans szerint parciálisan diff-ható legyen. Egy lineáris egyenlet rendszert kapunk a végén.

Függvényközelítés Ritz módszerrel:

Legkisebb négyzetek módszere akkor adja a legjobb közelítést, ha a norma belső része merőleges R-re, ahol R n db m dimenziós vektor által alkotott altér:

$$\sum_{j=1}^{n} \left\langle \underline{q_i}, \underline{q_j} \right\rangle \alpha_j = \left\langle \underline{f}, \underline{q_i} \right\rangle$$

, ahol:

$$\left\langle \underline{q_i}, \underline{q_j} \right\rangle = \sum_{k=1}^{m} \varphi_i(x_k)\varphi_j(x_k)$$

és

$$\left\langle \underline{f}, \underline{q_i} \right\rangle = \sum_{k=0}^{m} f\,(x_k)\varphi_i(x_k)$$

5. Ismertesse a variációszámítást, annak alapgondolatát és megoldási módszereit!

Variációszámítás, funkcionál extrémuma és az Euler-Lagrange egyenlet

Azaz a legjobb megoldás keresése sok lehetőségből (legrövidebb út)

Funkcionál: leképezés (Y) $f\colon Y \to \mathcal{R}$

Extrémum = minimum (olyan értelemben, mint legjobb):

Legyen

$$\Phi\langle y(x)\rangle = \int_{x_1}^{x_2} f\left(x, y(x), \frac{dy(x)}{dx}\right) dx$$

$$y(x_1) = y_1, \quad y(x_2) = y_2$$

Keressük azon $y(x)$ peremeket kielégítő függvényt, melyre

$$\Phi\langle y(x)\rangle = \text{extrémális (minimális)}$$

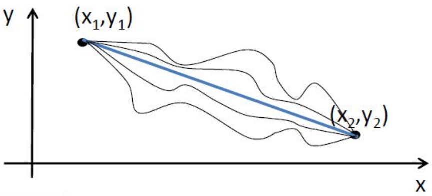
Euler-Lagrange féle diffegyenlet:

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\frac{\partial f}{\partial y'} = 0$$

, felbontva egy lin., változó együtthatós lesz.

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y'} - \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial y'} y' - \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2} y'' = 0 \quad \textit{lin., változó együtthatós}$$

3.3.1 Két pont között a legrövidebb görbe



$$\Phi = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + y'^2}\, dx$$

$$f(x, y', y'') = \sqrt{1 + y'^2}$$

$$\frac{y''}{\sqrt{(1 + y'^2)^3}} = 0,$$

$$y'' = 0, \qquad y(x) = mx + b,$$

$$mx_1 + b = y_1, \qquad mx_2 + b = y_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y'} = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y'} = 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial y'} = 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2} = \frac{\sqrt{1+y'^2} - \frac{y'^2}{\sqrt{1+y'^2}}}{1+y'^2} = \frac{1}{\sqrt{\left(1+y'^2\right)^3}}$$

Variációs problémák megoldása Ritz-Galjorkin módszerrel

Tisztelt Hallgatók!

Köszönet Kollégájuknak, hogy felhívta a figyelmünket a zh kérdések dokumentum egyik hibájára. Az előadásnak és a kiadott anyagnak megfelelően a 18. Variációs problémák megoldása Ritz-Galjorkin módszerrel

kérdés NEM része az elsajátítandó anyagnak.

A zárthelyi dolgozat hétfő az előadás időtartamában lesz, kérem 1/4 9-re jöjjenek, hogy a ZH dolgozatot 8.30-kor el tudjuk kezdeni.

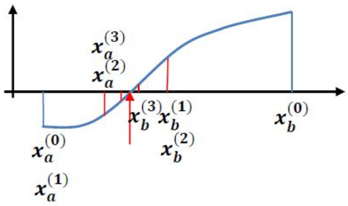
Elnézést, jó felkészülést kíván

46-52. oldal

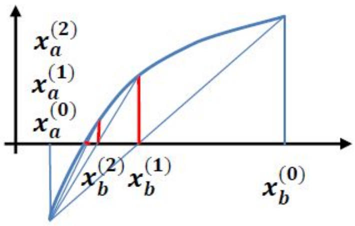
6. **Ismertesse és hasonlítsa össze a különböző egyváltozós egyenletek megoldási módszereit!**

1) Analitikus megoldás: egyenletrendezés, DE megoldás, stb.
2) Numerikus megoldások:

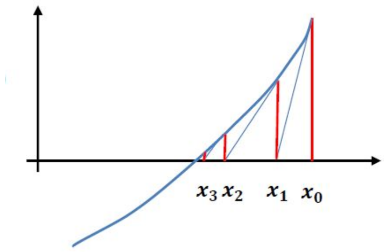
Intervallumfelezés: gyökök (x tengely metszéspontjának) keresése tetszőleges intervallum felezgetésével.



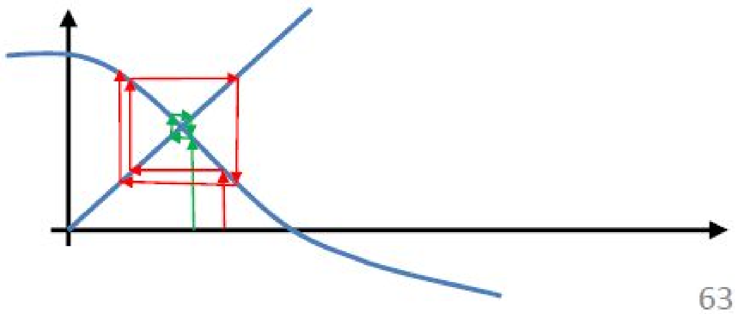
Húrmódszer: 2 tetszőleges pont között szakasz (húr), x tengellyel való metszéspont keresése, ezután ahhoz a helyhez keresünk fv értéket és húzunk meg egy újabb húrt, stb.



Newton módszer: 1 pont érintője hol metszi az x tengelyt, utána ahhoz a helyhez nézzük meg a fv értéket és nézzük meg annak az érintőjét, stb.



Iteráció: 2 fv metszéspontjának közelítése. 1 ponthoz tartozó értéket megnézzük a metszéspont környékén az egyik fv-nek, megnézzük a másiknak is. Amelyik érték közelebb van a metszésponthoz (nagy valószínűséggel), ahhoz az értékhez megnézzük a másik fv. helyét. Ezzel az új hellyel ismét elvégezzük a folyamatot (magyarul "lépcsőzetesen" közelítjük a metszéspontot a két fv. között ugrálva x és y tengellyel párhuzamosan).



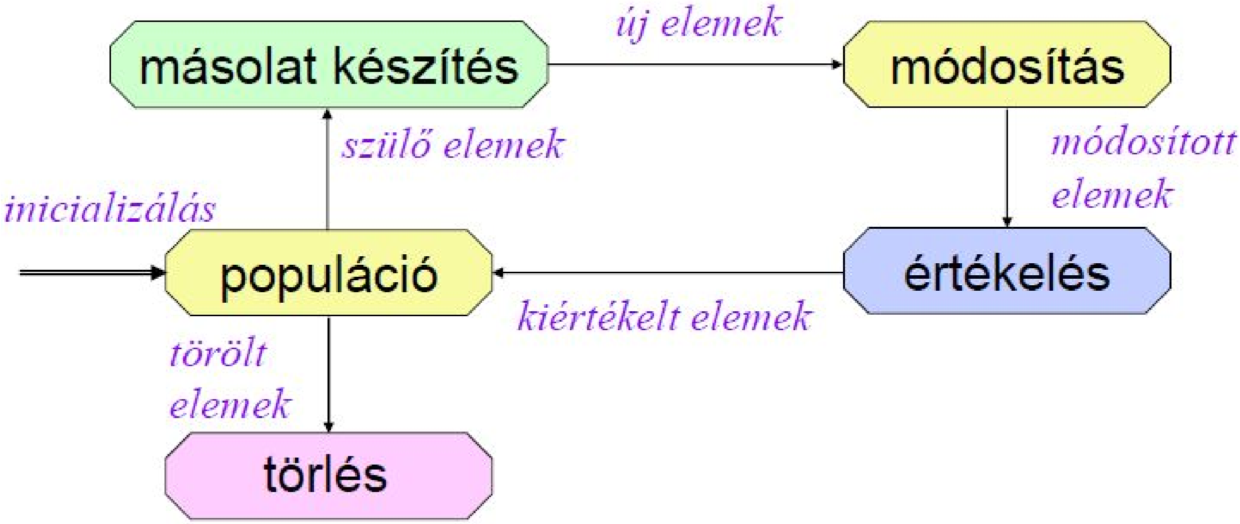
7. **Mutassa be a genetikus algoritmust (alapgondolat, kódolás, operátorok, módszerek)**

ALAPGONDOLAT, BIOLÓGIAI HÁTTÉR:
Genetikus információt a **kromoszómák** tartalmazzák, ezek **DNS-ből** épülnek fel. Ember: **23** krom. **pár** van, ezek **génekből** állnak amik kódolják a **tulajdonságokat**. A tulajdonságok tárolását a génben **allélnek**, a gének pozícióját a kromoszómában **locus-nak** hívjuk. A gének különböző síkbeli elhelyezkedését **metafázisnak** nevezzük.

Reprodukció:
Mitosis: Ctrl+C, Ctrl+V (pl. szervek másolása info változás nélkül)
Meiosis: szex, információ csere (hibák történhetnek) → **rekombináció** (keresztezés), **mutáció**

Természetes kiválasztódás:
- az erősebb egyed győz
- küzdelem a túlélésért
- a jobb statisztikával rendelkező struktúra (egyedek csoportja) lesz a sikeresebb

Keresési ciklus:

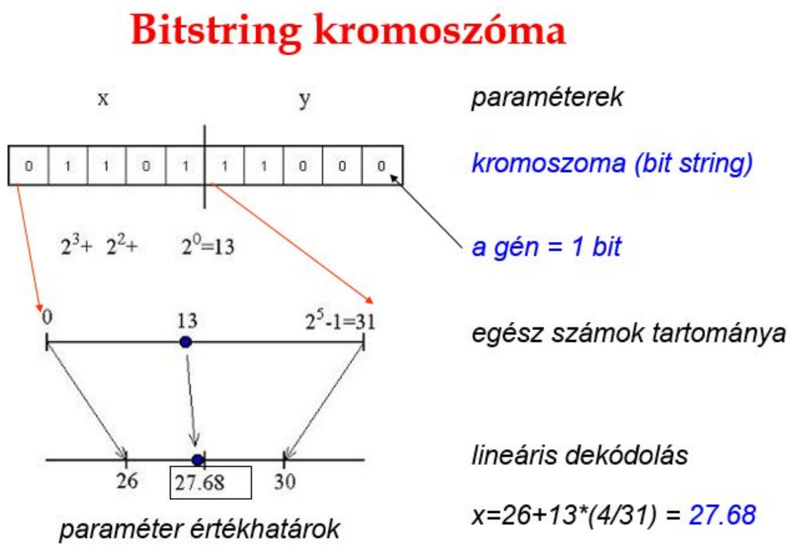


Kódolási technikák:

A *kromoszómák* (a populáció elemei) lehetnek:

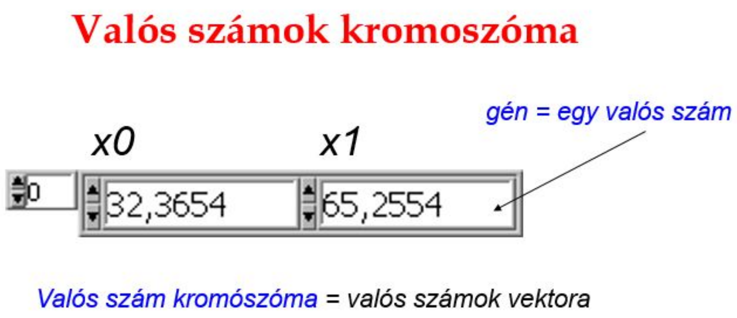
- bit stringek (**0101010010110110 10**)
- valós számok (**43.2, -33.1, ... 0.0, 89.2**)
- elemek permutációja (**E11, E3, E7, ... E1, E15**)
- szabályok listája (**R1, R2, R3, ... R22, R23**)
- program elemek (**genetic, programming**)
- ... bármilyen adat struktúra ...

Bitstring példa

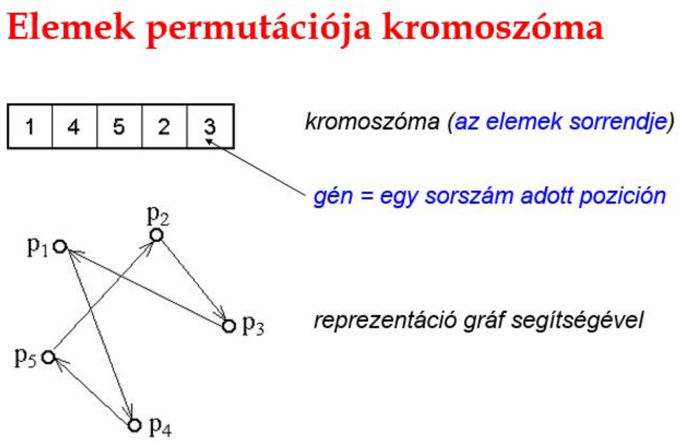


Valós szám példa

Pl: Függvény maxiumum keresés



permutációs Sorrendi példa
Pl: utazó ügynök problémában a városok kódszáma

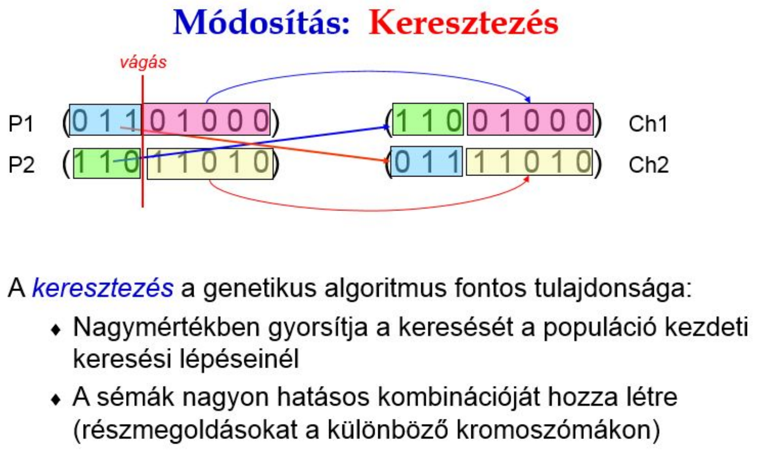


Kiválasztási stratégiák:

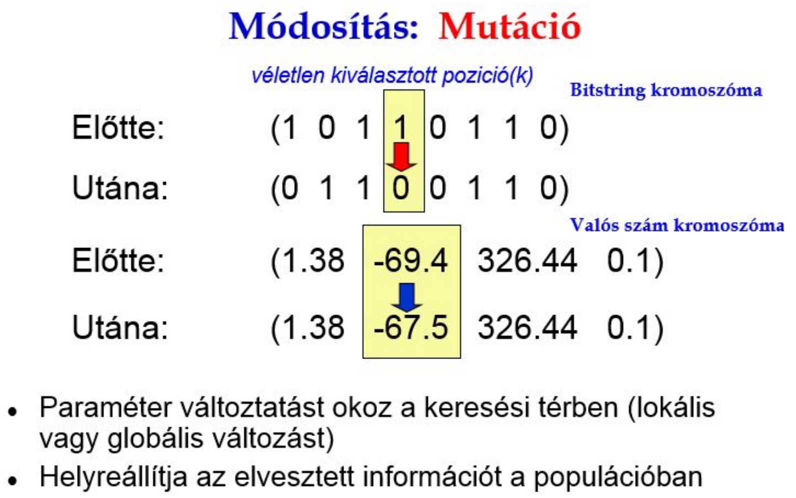
- Véletlenszerűen kiválasztott szülők
- Kiválasztás valószínűsége valamely kromoszómához rendelt függvény értékkel (Fitness érték)
- Rulett kerék
- SORRENDI
  - Sorrendbe állítás egy szülő kiválasztási eljárás, amely az egyes kromoszómák sorrendjén alapul.
  - Minden kromoszómát sorrendbe állítunk a hozzá tartozó fitness érték alapján.
  - r1 értéket rendeljük a legrosszabb fitness értékhez; r2 értéket a második legrosszabbhoz és így tovább...
  - Magasabb fitness értéknek magasabb sorrendi értéke (is) van, ami azt jelenti, hogy nagyobb valószínűséggel lesz kiválasztva szülőként.
  - Határozzuk meg a a sorrendek összegét: eredmény az Rsum.
  - Szülő választás: Véletlen szám generálás 0 és Rsum között
- VERSENYEZTETÉS
  - Néhány véletlenszerűen kiválasztott populáció elem közül a legjobb fitness értékkel rendelkezőt választja ki a keresztezéshez.

Operátorok:

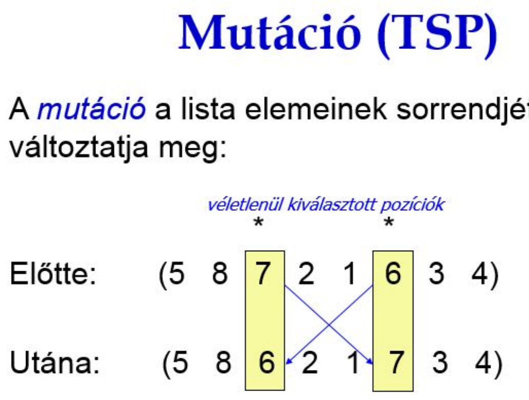
Rekombináció



Mutáció



Példa operátor hatására a sorrendi kódolás esetén:



---

8. **Példával mutassa be a genetikus algoritmusok felhasználási területét és a megoldás lépéseit!**

MINDEN AMI A 7. KÉRDÉSBEN VOLT, PLUSZ:

Véletlenszám típusok és azok használata genetikus algoritmusoknál:

- Egyenletes
- Exponenciális
- Normál eloszlás
- Háromszög eloszlás

Célirányos véletlenszerűsítéshez, főleg mutációnál. (Pl. a populáció egyes génjeit is lehet véletlenfüggvény alapjának venni adott jósági tényező fölött, hogy kevesebb számolás alatt megtalálja az algoritmus az eredményt. lásd: szülők sorrendi kiválasztása)

Genetikus algoritmus előnyei:

- Könnyű megérteni a működését.
- Moduláris, (könnyen) elválasztható az optimalizálandó probléma programjától.
- Támogatja a több célfüggvénnyel rendelkező optimalizációkat (is).
- Alkalmas „zajos környezetben” történő optimalizálásra.
- Minden esetben ad legalább egy megoldást. A megoldás az idő (iterációs lépések) előre haladtával egyre jobb (pontosabb) lesz.
- Számos eljárással felgyorsíthatjuk és autonóm módon fejleszthetjük genetikus algoritmust alkalmazó programjainkat, úgy hogy folyamatosan beépítjük az újabb ismereteket a problémáról, illetve a keresési tér határairól.
- Könnyű kiterjeszteni korábbi megoldásokat, illetve alternatív megoldásokat létrehozni.
- Könnyen építhető blokkokat tartalmaz hibrid alkalmazásokhoz.
- Belső működése alapvetően párhuzamos, könnyű a futtatása elosztott számítógép hálózaton.

Mikor használjunk genetikus algoritmust:

- Ha más megoldások túlságosan lassúak vagy túlságosan komplikáltak
- Ha szükségünk van egy kísérleti eszközre az új elgondolás (algoritmus) kipróbálására.
- Ha problémához hasonló feladatot korábban már sikeresen megoldottunk genetikus algoritmussal.
- Ha egy már meglévő genetikus algoritmus megoldás kiterjesztését valósítjuk meg.

Terület	***Típus***
Szabályozás	pneumatikus, hidraulikus rendszerek irányítása, rakéta (robot) mozgó tárgy követése
Tervezés	integrált áramkör terevezés, repülőgép tervezés, kommunikációs hálózatok optimalizálása
Ütemezés	gyártórendszerek működése, erőforrás elosztás és telepítés, raktárazási feladatok tervezése végrehajtása
Robot vezérlés	trajektória tervezés
Gépi tanulás	neurális hálózatok tervezése,osztályozó rendszerek fejlesztése, osztályozó rendszerek, minimális elemű algoritmus tervezése
Jelfeldolgozás	szűrők tervezése, zajos jel információtartatlmának "kihámozása"
Játék elmélet	póker, egyéb kártyjátékok és játékgép algoritmusok
Kombinatorikus optimalizálás	utazó ügynök, adott szempontok szerinti útvonal keresés (pl. raktár), optomális csomagméret megállapítása

---

9. Ismertesse a konvolúciót képfeldolgozás esetén!

A 9 és 10 tétel valóban Önöknek nem volt. Köszönöm a figyelmeztetést.
KR

Kiss Rita
MTA doktora
egyetemi tanár, BME Mechatronika, Optika és Gépészeti Informatika Tanszék
igazgató, BME Biomechanikai Kooperációs Kutatóközpont
1111 Budapest
Műegyetem rakpart 3. D épület 430.
email: rikiss@mail.bme.hu

élesítés; összemosás (elkenés); élkiemelés

0	0	0	0	0
0	0	-1	0	0
0	-1	5	-1	0
0	0	-1	0	0
0	0	0	0	0

0	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0

	0	1	0	
	1	-4	1	
	0	1	0	

---

10. Ismertesse a képszegmentálás különböző módszereit!

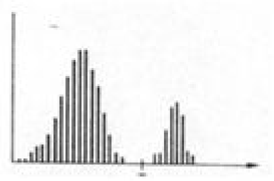
A 9 és 10 tétel valóban Önöknek nem volt. Köszönöm a figyelmeztetést.
KR

Kiss Rita
MTA doktora
egyetemi tanár, BME Mechatronika, Optika és Gépészeti Informatika Tanszék
igazgató, BME Biomechanikai Kooperációs Kutatóközpont
1111 Budapest
Műegyetem rakpart 3. D épület 430.
email: rikiss@mail.bme.hu

Két féle alapja lehet:
- szintek hasonlósága: küszöbözés, régiónövelés, régiószeletelés és növesztés
- diszkontinuitás: pontok, vonalak, élek detektálása

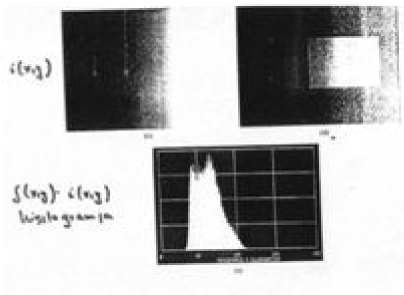
Küszöbözés: hisztogram

Megszámolja, hogy milyen pixelből mennyi van



Határt húzva részekre bontható, és így elkülönülnek az egyes területek.

Probléma: egyenlőtlen megvilágítás.



Megoldás: lokális küszöbözés!

Régióorientált szegmentálási módok:

Régiók uniója a teljes kép, és két régió metszete az üres halmaz. Egy régióba tartalmazó pontok tulajdonságai azonosak. Szomszéd régiók pontjai nem csoportosíthatóak egybe.

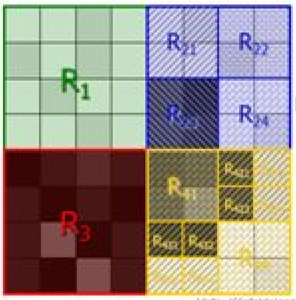
Lehetséges tulajdonságok (kritériumok): intenzitás, sebesség, stb.

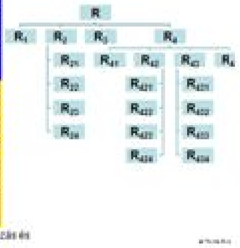
Lehet lokális, globális.

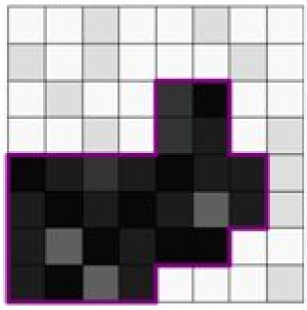
- régiónövesztés: Gyökérpont választás és új régióhoz hozzáadás, szomszédok vizsgálata, ha megfelel a homogenitási kritériumnak, akkor hozzávesszük a régióhoz, ha nem akkor eldobjuk. Az új pontokra megismételjük. Ha elakadtunk, akkor kész a régió, megmaradt pontokból egy új választása -> új régió.

Milyen szomszédsági viszony? Újra lehet-e vizsgálni a pontokat? Milyen sorrendben vizsgáljuk a pontokat? Mi legyen a kritérium?

- split and merge







Nagy régió -> homogén? ha igen kész, ha nem felosztja 4 részre. Majd minden régiót vizsgálunk..

Ha nem lehet tovább osztani, akkor ha két régió szomszédos és teljesül rá a homogenitási feltétel, akkor összevonjuk. Ha mindent összevontunk amit lehet készen vagyunk.

<u>Gyors változások vizsgálata:</u>

élkeresés: két régió határán ált nagy különbség, intenzitás változás

nagyfrekvenciás ugrások keresése, irányérzékenység

- gradiens módszer: df/dx, df/dy

  differenciálás numerikus közelítése: előreható(f(x+h)-f(x)), hátraható(f(x)-f(x-h)), central(f(x+h/2)-f(x-h/2))

- konvolúciós ablakok (élkiemelés)

  Prewitt-operátor: x, y irányban

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

  Roberts-operátor: 45°os szögben

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad G_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

  Sobel-operátor: x, y irányban, kiemeli a középső pontot differenciál és szűr (kevésbé zajérzékeny)

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

  Laplace-operátor: Irányfüggetlen ->csak az élek helyét mondja meg, zajérzékeny!, kettős élt ad

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

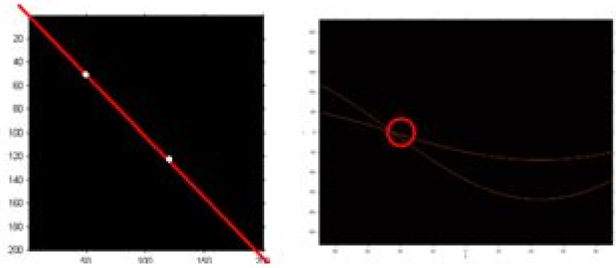
- Canny éldetektálás:
  1. Gauss simítás a képen.
  2. Közelíti az irány menti deriváltakat (pl.Sobel)
  3. Kiszámítja a gradiens vektor nagyságát. (Az így kialakult kép nagy intenzitású nyergein lesz az él).

4. A nyergek: melyeknél a gradiensre merőleges irányokban a szomszédok mindegyike kisebb intenzitású a vizsgált pontnál, a többi pontot törli.
5. A megmaradt nyeregpontokon hiszterézises küszöbözés: két, a konkrét feladathoz illeszkedő küszöbbel. Egy tetszőleges a magasabbik küszöbnél nagyobb intenzitású pontból indul ki, majd végigköveti az élet az alacsonyabbik küszöböt használva.
6. Ha véget ér az él, akkor újrakezdi a követést egy másik pontból, amíg van a nagyobb küszöbnél magasabb intenzitású pont. (Ilyen módon szűri a néhány pixeles zajokat, de a szakaszonként elhalványuló éleket végig tudja követni).

- Hough-transzformáció: egyenes és kördektálás:

  Egyenes egyenlete: y=a*x+b

  képtér áttranszformálása a-b koordinátarendszerbe! itt a csomópontok, az eredeti képen egyenesnek felelnek meg!



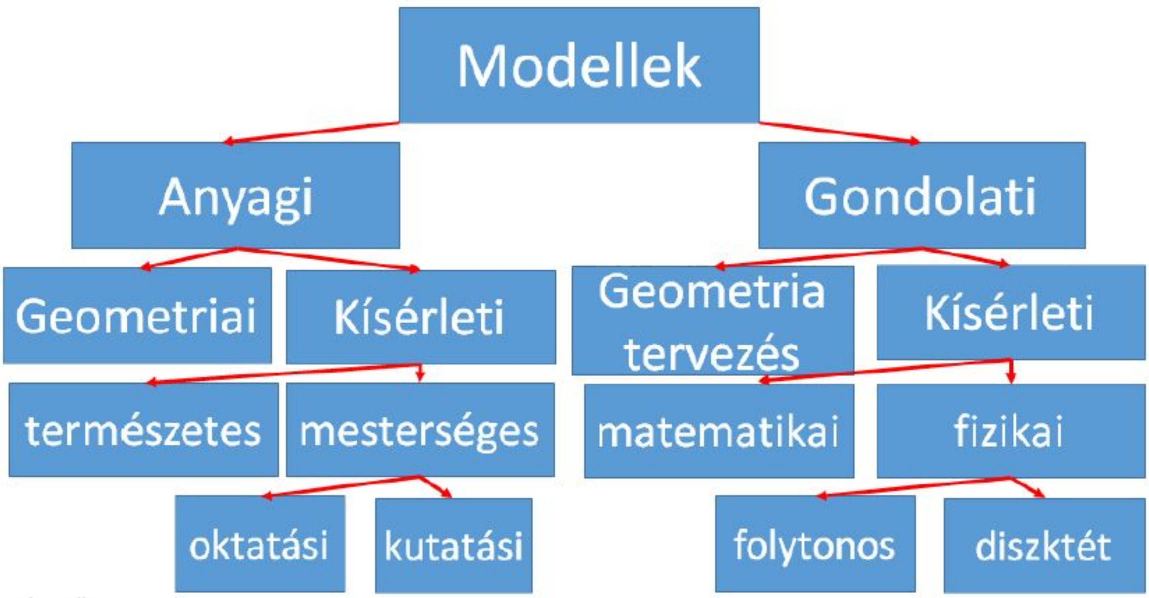
---

11. Ismertesse a modellezést, annak lépéseit, típusait (definíció, csoportosítás, hibaelemzés…)!

Definíció:

A modell a valóság olyan egyszerűsített mása, amely a vizsgált jelenség, és ezen belül a meghatározott cél szempontjából a valósághoz hasonlóan viselkedik.

Csoportosítás:



Lépései:

- Modell szerkezetének megadása: matematikai modell felépítésének, fokszámának rögzítése, leíró egyenletek formalizálása.
- Modell paramétereinek megadása
- Modell validálása (kísérlettel)

Anyagi modellek

Anyagi modell: viselkedésüket az objektív természettörvények határozzák meg (belső törvényszerűségek nem változtathatóak).

- Geometriai modell: minta-geometriai hasonlóság
- Kísérleti modell: jelenség hasonlósága (nem teljes, a vizsgálati cél határozza meg)

Megjegyzések:

- Geometriai hasonlóság nem feltétlenül szükséges
- Differenciálegyenleteknek meg kell egyezniük (dimenzió nélkül)
- Mérések (nem leírható jelenségek)

Gondolati modellek

Gondolati modellnek nevezzük az olyan modelleket, amelyek tárgyias formában nem, csak két dimenziósan képileg vagy matematikai formában jelennek meg, de a valósághoz hasonló viselkedésük miatt alkalmasak a vizsgált jelenséggel kapcsolatos általános következtetések levonására.

- Emberi logika terméke
- Objektív
- Ellenőrizni kell (verifikálás)

Matematikai modellek (csoportosítás, előállítás, megoldás)

Természettörvények matematikai formában történő felírása:

- Jelenség közvetlen leírása matematikai modellel
- Fizikai modell matematikai leírása

A matematikai modellalkotás az adott rendszert leíró egyenletek (kezdeti-, peremfeltételek, adatrendszerek) felállítása, megoldó algoritmusa (megoldás pontossága).

Csoportosítása:

- Statikus - Dinamikus
- Koncentrált paraméterű - Elosztott paraméterű
- Lineáris - Nem lineáris
- Folytonos - Nem folytonos
- Determinisztikus - Sztochasztikus

Előállítás:

- Fizikai alapú modellezés:
    - fizikai megfontolások alapján
    - valós tartalma,jelentése van
    - bonyolult

- Absztrakt modell előállítása:
  - Genetikai algoritmusok
  - Fuzzy modellek
  - Neurális hálók
- Vegyes modellek

Megoldása:
- Analitikus megoldás
- Numerikus megoldások
- Hibrid megoldások

Fizikai modellek (részmodellek)

Mérnöki tevékenységhez szükséges és elengedhetetlen.
Mechanikai modelleket a valóság mechanikai viselkedésének tanulmányozása céljából alkotjuk meg.

Részmodellek:
- Terhelési modell
- Anyagmodell
- Tönkremeneteli modell
- Szerkezeti modell
- Matematikai modell

Valamennyi részmodellt összehasonlítható pontossággal kell megadni.

Hibaelemzés:

- Elhanyagolt paraméterek hatásának becslése
- Pontosabb modellel kapott eredmények összevetése
- Valósággal történő összevetés
  - Közvetett mérés
  - Közvetlen mérés

---

12. Ismertesse az anyagmodellt és a modellezés legfontosabb lépéseit!

•Anyagmodell: általános kifejezésként választ jelent, az anyag válaszát az őt ért külső hatásokra
•Mechanikai anyagmodell: anyagnak a külső hatásokra (erők, hőmérsékletváltozások, idő) adott mechanikai válasza.

+ ami a 11. kérdésben van