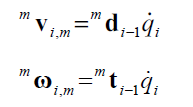
# 4. Tétel

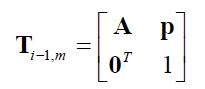
A robot differenciális mozgása. Egy csukló hatása. A robot Jacobi mátrixa. Direkt kinematikai feladat. Inverz kinematikai feladat. Statikus erők és nyomatékok transzformálása. A robot dinamikája.

## Egy csukló hatása

* parciális sebesség
* parciális szögsebesség



A végberendezés transzformációs mátrixa az előtte elhelyezkedő tag alapján:



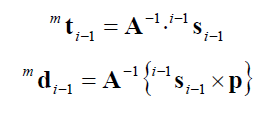
### Transzlációs csukló

* csak transzlációs sebesség
* szögsebesség nem
* mozgás iránya megegyezik a előző szegmens csuklótengelyének irányával (s\_i-1)

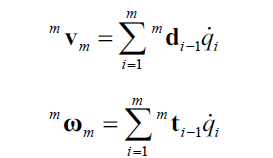


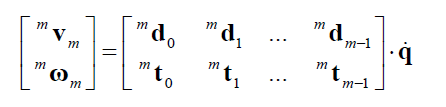
### Rotációs csukló

* parciális szögsebességet okoz
* a keretek közötti eltolás miatt a szögsebességre merőleges irányú parciális sebességet is kapunk



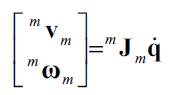
## A robot Jacobi-mátrixa



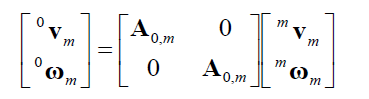


## Direkt kinematikai feladat

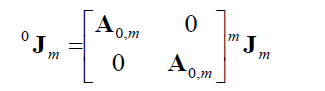
Egyszerű lineáris összefüggés a csuklókoordináták deriváltjai és a sebességek, szögsebességek között



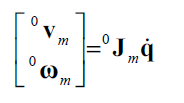
Nulladik koordináta rendszerben felírva szétbontva:



A transzformációs mátrix felírható a Jacobi mátrixokra is



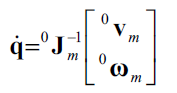
Végül a nulladik rendszerre felírt direkt kinematikai feladat:



## Inverz kinematikai feladat

* lokális linearizálás
* ha nem oldható meg zárt alakban 🡪 a kinematikai összefüggés lehetőséget ad meghatározására

### A pálya menti sebességek és szögsebességek inverz kinematikai feladata:

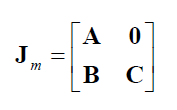


### Szinguláris pontok

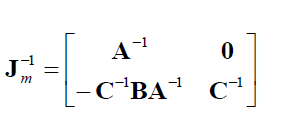
* Abban a helyzetben, amikor szingulárissá vállik
* ezekben a pontokban a robot bizonyos irányok mentén nem mozgatható, vagy forgatható
* inv. kinematikai feladat alkalmazásakor ezeket a csuklókonfigurációkat kerülni kell

### Mátrixok hatékony invertálása

* Mátrix invertálás 🡪 elég számításigényes
* Ez speciális felépítésű mátrix 🡪 néhány extra rejtelem rejlik benne



A, B, C, 0 mátrixok 3x3-asak, A és C invertálható (így nem kell 6x6-os mátrixot invertálni, hanem elég csak két 3x3-asat)



Azoknál a robotoknál, amelyeknél az utolsó három csuklótengely egy ponton megy át, a Jacobi-mátrix mindig ilyen alakú

## Statikus erők és nyomatékok transzformálása

* Külső erő / nyomaték hat a végberendezésre 🡪 milyen csuklónyomatékokat eredményez?
* Adott csuklónyomaték 🡪 milyen erőket és nyomatékokat eredményez a végberendezésnél?

Külső erők és nyomatékok összevonva, vektorosan felírva:



m-edik szegmensre ható erő és nyomatékkomponensek a 0-id koordináta rendszerben felírva

Általánosított csuklónyomatékok m csuklóra: 

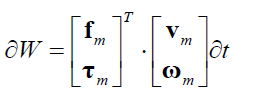
Rotációs csukló esetén forgatónyomaték, transzlációs esetén erő

Virtuális munka elvével felírható a robot utolsó szegmensében ható erők, nyomatékok és az általánosított csuklónyomatékok közötti Jacobi mátrix:

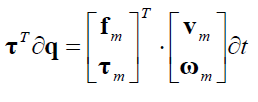
(Olyan a Km-ben ható erőt és nyomatékok keressük, amellyel az ekvivalens differenciális virtuális elmozdulások esetén a virtuális munkák egyenlőké legyenek a csuklóban ható általánosított nyomatékok által végzett virtuális munkákkal)



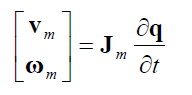
Virtuális munka az m-ik csuklónál:



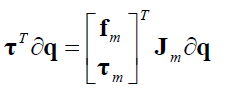
Tehát:



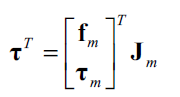
mivel a direkt kinematikai összefüggés:



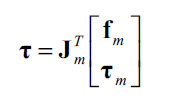
Így a nyomatékok felírhatóak:



Ahonnan adódik:



Amit transzponálhatunk:



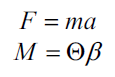
**Tehát a robot utolsó szegmensében ható erők, nyomatékok, és a csuklónyomatékok között a Jacobi-mátrix transzponáltja adja meg az összefüggést**

## A robot dinamikája

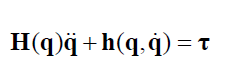
#### Két feladatmegközelítés:

* **direkt dinamika:** adottak a nyomatékok, határozzuk meg a gyorsulásokat
* **inverz dinamika:** adottak a gyorsulások, adjuk meg a nyomatékokat

Newton II. törvénye egy tömegpont mozgására, illetve egy merev test forgására:



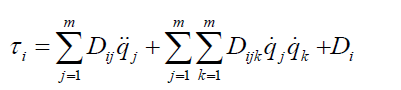
### A robot mozgásegyenlete:



* Első rész: inerciális rész
  + csuklók tényleges gyorsulása
  + H(q) – inercia mátrix, vagy tehetetlenségi mátrix
    - szimmetrikus
    - pozitív definit (ha szimmetrikus és pozitív def, akkor a főátlóban levő elemeknek pozitívaknak kell lenniük)
* Második komponens: zavaró hatások
  + az a nyomaték komponens, amely ahhoz kell, hogy a csuklók gyorsulásértékei ne változzanak
  + hatások, amik változtatni akarnak:
    - gravitáció
    - centrifugális és Coriolis-erők – tranziens esetekben

### A nyomatékvektor felírható a másodfajú Lagrange egyenletekből:

A tagok különböző mozgási energiájából, és az azokra különböző képpen ható potenciális erőtérből adódó potenciális energiából számolható a másodfajú Lagrange egyenlet, amiből adódik az általános nyomatékvektor:



**Aminek a komponensei**

* – **Effektív tehetetlenség:** az adott csukló koordináta hogyan befolyásolja az adott csukló gyorsulását. Az együtthatók a H(q) tehetetlenségi mátrix főátlóbeli elemei
* – **Csatoló tehetetlenség** – hogyan befolyásolja az i-ik csukló nyomatéka egy másik j-ik csukló gyorsulását. Mivel a csuklók közötti hatás kölcsönös, ezért
* – **Centrifugális hatás** – a j-ik csuklókoordináta sebességétől (deriváltjától) függő zavaró nyomatékkomponens együtthatója
* – **Coriolis hatás** – a j-ik és k-ik csuklókoordináta sebességétől függő zavaró nyomatékkomponens együtthatója
* : **Gravitációs hatás** – a csuklókoordináták pillanatnyi értékétől függő zavaró nyomatékkomponens