

Nelineární optimalizace a numerické metody (MI–NON)

Magisterský program: Informatika

Obor: Teoretická informatika

Katedra: 18101 Katedra teoretické informatiky

Jaroslav Kruis

Evropský sociální fond

Praha & EU: Investujeme do vaší budoucnosti



Ukládání matic

Matice se označuje jako řídká právě tehdy, když jen malé množství jejích prvků je nenulových (např. 5%).

Matice soustav lineárních algebraických rovnic získaných z metody konečných prvků, konečných diferencí a konečných objemů jsou obvykle velmi řídké.

- plná matice
- pásová matice (konstantní šířka pásu)
- skyline (proměnná šířka pásu)
- kompresované řádky/sloupce

$$K = \begin{pmatrix} 15 & 0 & -4 & 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 23 & 3 & -6 & -1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -19 \\ -4 & 3 & 15 & 0 & -4 & 0 & -2 & -1 & -4 & -3 & -2 & 1 \\ 3 & -6 & 0 & 23 & 0 & -19 & 1 & 4 & -3 & -6 & -1 & 4 \\ -2 & -1 & -4 & 0 & 15 & 0 & -4 & 3 & -2 & 1 & -4 & -3 \\ 1 & 4 & 0 & -19 & 0 & 23 & 3 & -6 & -1 & 4 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & -4 & 3 & 7 & -3 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & 3 & -6 & -3 & 11 & 1 & -9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -3 & -2 & -1 & -2 & 1 & 7 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -6 & 1 & 4 & -1 & -9 & 3 & 11 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & -2 & -1 & -4 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & -19 & 1 & 4 & -3 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23 \end{pmatrix}$$

Skyline–proměnná šířka pásu

prvky matice se ukládají do jednorozměrného pole a , kromě toho se sestavuje pole adres diagonálních prvků adr

ukládají se všechny prvky sloupců od diagonálního prvku až k nejvzdálenějšímu nenulovému mimodiagonálnímu prvku

ukládání skyline se používá v souvislosti s eliminací matice (rozkladem matice na tvar LDL^T nebo LL^T)

prvek matice a_{ij} je na pozici $adr[j] + j - i$

např. $a_{24} = -6, i = 1, j = 3$ (indexy v C), $adr[3] = 5,$
 $5 + 3 - 1 = 7, a[7] = -6$

pole a obsahující prvky matice

15	23	15	3	-4	23	0	-6	3	15	0	-4
-1	-2	23	0	-19	0	4	1	7	3	-4	1
-2	11	-3	-6	3	4	-1	7	1	-2	-1	-2
-3	-4	11	3	-9	-1	4	1	-6	-3	15	0
0	0	0	-3	-4	-1	-2	0	-4	23	0	0
0	0	0	-6	-3	4	1	-19				

pole `adr` obsahující adresy (indexy) diagonálních prvků

0	1	2	5	9	14	20	25	31	38	46	57	68
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

Compressed Rows – kompresované řádky

prvky matice jsou uloženy v jednorozměrném poli a , pro každý uložený prvek se ukládá jeho sloupcový index do celočíselného pole ci , kromě toho se sestavuje celočíselného pole adr obsahující adresu (index) prvního prvku v každém řádku

ukládají se jen nenulové prvky, postupuje se po řádcích

ukládání kompresované řádky se používá v souvislosti s iteračními metodami, ve kterých se násobí matice soustavy s nějakým vektorem

Nelineární optimalizace a numerické metody

a	15	-4	3	-2	1	-4	23	3	-6	-1	4	-19
ci	1	3	4	5	6	11	2	3	4	5	6	12

a	-4	3	15	-4	-2	-1	-4	-3	-2	1	3	-6
ci	1	2	3	5	7	8	9	10	11	12	1	2

a	23	-19	1	4	-3	-6	-1	4	-2	-1	-4	15
ci	4	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	5

a	-4	3	-2	1	-4	-3	1	4	-19	23	3	-6
ci	7	8	9	10	11	12	1	2	4	6	7	8

a	-1	4	-3	-6	-2	1	-4	3	7	-3	-2	-1
ci	9	10	11	12	3	4	5	6	7	8	9	10

a	-1	4	3	-6	-3	11	1	-9	-4	-3	-2	-1
ci	3	4	5	6	7	8	9	10	3	4	5	6

a	-2	1	7	3	-3	-6	1	4	-1	-9	3	11
ci	7	8	9	10	3	4	5	6	7	8	9	10

a	-4	-2	-1	-4	-3	15	-19	1	4	-3	-6	23
ci	1	3	4	5	6	11	2	3	4	5	6	12

adr	0	6	12	22	32	42	52	60	68	76	84	90	96
-----	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Symmetric Compressed Rows – symetrické kompresované řádky

používají se stejná pole jako v ukládání kompresované řádky, tedy a , ci , adr

ukládání symetrické kompresované řádky se používá pro symetrické matice

ukládají se jen nenulové prvky od začátku řádků až k diagonálním prvkům včetně

ukládání kompresované řádky se používá v souvislosti s iteračními metodami, ve kterých se násobí matice soustavy s nějakým vektorem

a		15	23	-4	3	15	3	-6	23	-2	-1
ci		1	2	1	2	3	1	2	4	1	2
a		-4	15	1	4	-19	23	-2	1	-4	3
ci		3	5	1	2	4	6	3	4	5	6
a		7	-1	4	3	-6	-3	11	-4	-3	-2
ci		7	3	4	5	6	7	8	3	4	5
a		-1	-2	1	7	-3	-6	1	4	-1	-9
ci		6	7	8	9	3	4	5	6	7	8
a		3	11	-4	-2	-1	-4	-3	15	-19	1
ci		9	10	1	3	4	5	6	11	2	3
a		4	-3	-6	23						
ci		4	5	6	12						

adr		0	1	2	5	8	12	16	21	27	34	42	48	54
-----	--	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

Porovnání způsobů ukládání

problém	NDOF	š. pásu	skyline	CR	SCR
1D	26,460	18	489,366	952,272	489,366
2D	26,532	405	10,753,938	1,404,144	715,338
3D	26,460	1,323	34,972,371	1,942,362	984,411