1. LÝ THUYẾT
   1. [Ôn tập bất đẳng thức](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#.C3.94n_t.E1.BA.ADp_b.E1.BA.A5t_.C4.91.E1.BA.B3ng_th.E1.BB.A9c)
      1. [Bất đẳng thức là gì?](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#B.E1.BA.A5t_.C4.91.E1.BA.B3ng_th.E1.BB.A9c_l.C3.A0_g.C3.AC.3F)

* Các mệnh đề dạng "*a < b*", "*a > b*", "*a ≤ b*" và "*a ≥ b*" được gọi là **bất đẳng thức**. Trong đó các kí hiệu *a* và *b* có thể là các biểu thức của các biến.
* Các bất đẳng thức dạng: "*a < b*" và "*a > b*" được gọi là các **bất đẳng thức nghiêm ngặt**, còn các bất đẳng thức dạng: "*a ≤ b*" và "*a ≥ b*" được gọi là **bất đẳng thức không nghiêm ngặt**.
* Một bất đẳng thức có thể đúng, có thể sai. Việc chứng minh một bất đẳng thức nào đó là **đúng** với các *giá trị* của *các biến* thuộc một *tập hợp* cho trước được gọi là bài toán chứng minh bất đẳng thức.
  + 1. [Bất đẳng thức hệ quả và bất đẳng thức tương đương](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#B.E1.BA.A5t_.C4.91.E1.BA.B3ng_th.E1.BB.A9c_h.E1.BB.87_qu.E1.BA.A3_v.C3.A0_b.E1.BA.A5t_.C4.91.E1.BA.B3ng_th.E1.BB.A9c_t.C6.B0.C6.A1ng_.C4.91.C6.B0.C6.A1ng)
* Nếu mệnh đề "*a < b* \Rightarrow*c < d*" đúng thì ta nói bất đẳng thức *c < d* là **bất đẳng thức hệ quả** của bất đẳng thức *a < b*.
* Nếu bất đẳng thức *a < b* là hệ quả của bất đẳng thức *c < d* và ngược lại thì ta nói hai **bất đẳng thức tương đương** với nhau và viết *a < b* \Leftrightarrow*c < d*.
* *Ví dụ :*

Chứng minh rằng: x^2 > 2(x-1)\,với mọi *x*.

* *Lời giả :*

Xét dấu của hiệu x^2 - 2(x-1)\,. Ta có:

x^2 - 2(x-1) = x^2 - 2x + 2\,

 = (x^2 -2x + 1) + 1 = (x-1)^2 + 1 > 0\,(dễ thấy)

Vậy, x^2 > 2(x-1)\,.

* + 1. [Tính chất của bất đẳng thức](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#T.C3.ADnh_ch.E1.BA.A5t_c.E1.BB.A7a_b.E1.BA.A5t_.C4.91.E1.BA.B3ng_th.E1.BB.A9c)
* Để thuận tiện, ta quy ước cách gọi:
* Hai bất đẳng thức dạng *a* > *b* và *c* > *d* được gọi là *cùng chiều* (với nhau).
* Hai bất đẳng thức dạng *a* > *b* và *c* < *d* được gọi là *ngược chiều* (với nhau).
* *Ví dụ :*

Không dùng bảng số hoặc máy tính, hãy so sánh hai số \sqrt{2}+\sqrt{3}\ và 3.

* *Lời giả :*

Giả sử \sqrt{2}+\sqrt{3} \le 3. Do hai vế của bất đẳng thức đều dương nên bình phương hai vế ta được:

\sqrt{2}+\sqrt{3} \le 3  \Leftrightarrow (\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 \le 9    (tính chất 7)

\Leftrightarrow 5+2\sqrt{6} \le 9 \Leftrightarrow 2\sqrt{6} \le 4    (tính chất 1)

\Leftrightarrow \sqrt{6} \le 2 \Leftrightarrow 6 \le 4vô lí.    (tính chất: 2 và 7)

Vậy \sqrt{2}+\sqrt{3} > 3. 

* 1. [Bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#B.E1.BA.A5t_.C4.91.E1.BA.B3ng_th.E1.BB.A9c_ch.E1.BB.A9a_d.E1.BA.A5u_gi.C3.A1_tr.E1.BB.8B_tuy.E1.BB.87t_.C4.91.E1.BB.91i)
* Từ định nghĩa giá trị tuyệt đối, ta suy ra các tính chất sau:
* |x| \ge 0,\ |x| \ge x,\ |x| \ge -x
* |x| \le a \Leftrightarrow -a \le x \le a    với *a* > 0     (Bất đẳng thức kép)
* |x| \ge a \Leftrightarrow x \le -ahoặc  x \ge a    với *a* > 0     (Bất đẳng thức kép)
* |a|-|b| \le |a + b| \le |a| + |b|    (Bất đẳng thức kép, **Bất đẳng thức tam giác**)
* *Ví dụ :* Cho x \in [-2;0].Chứng minh rằng |x+1| \le 1.
* *Lời giả :*

Ta có:

x \in [-2;0] \Rightarrow -2 \le x \le 0

\Rightarrow -2 + 1 \le x + 1\le 0 + 1

\Rightarrow -1 \le x + 1 \le 1 \Rightarrow |x+1| \le 1(*đpcm*).    (tính chất 2)

* 1. [Bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#B.E1.BA.A5t_.C4.91.E1.BA.B3ng_th.E1.BB.A9c_gi.E1.BB.AFa_trung_b.C3.ACnh_c.E1.BB.99ng_v.C3.A0_trung_b.C3.ACnh_nh.C3.A2n)
     1. [Bất đẳng thức Cô-si](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#B.E1.BA.A5t_.C4.91.E1.BA.B3ng_th.E1.BB.A9c_C.C3.B4-si)
* Định lí
* Trung bình nhân của hai số không âm nhỏ hơn hoặc bằng trung bình cộng của chúng. Trung bình nhân của hai số không âm bằng trung bình cộng của chúng khi và chỉ khi hai số đó bằng nhau.

\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2}, \quad \forall a, b \ge 0.   (1)

Đẳng thức \sqrt{ab} = \frac{a+b}{2}xảy ra khi và chỉ khi *a = b*.

* + 1. [Các hệ quả](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#C.C3.A1c_h.E1.BB.87_qu.E1.BA.A3)
    2. [Hệ quả 1](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#H.E1.BB.87_qu.E1.BA.A3_1)
* *Tổng của một số dương với nghịch đảo của nó luôn lớn hơn hoặc bằng 2. Tức là:*

a + \frac{1}{a} \ge 2, \quad \forall a > 0.

* + 1. [Hệ quả 2](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#H.E1.BB.87_qu.E1.BA.A3_2)
* *Nếu x, y cùng dương và có tổng không đổi thì tích xy* ***lớn nhất*** *khi và chỉ khi x = y.*
  + 1. [Hệ quả 3](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV/%C2%A71._B%E1%BA%A5t_%C4%91%E1%BA%B3ng_th%E1%BB%A9c#H.E1.BB.87_qu.E1.BA.A3_3)
* *Nếu x, y cùng dương và có tích không đổi thì tổng x + y* ***nhỏ nhất*** *khi và chỉ khi x = y.*

1. BÀI TÂP.
2. Không dùng bảng hoặc máy tính hãy so sánh các số sau:

\sqrt{7} + \sqrt{15}  và \sqrt{5} + \sqrt{17}

1. Bằng cách xét hiệu hoặc biến đổi tương đương, hãy chứng minh các bất đẳng thức sau:
2. Với *a, b* bất kì, chứng minh rằng:
3. a^2 - ab + b^2 \ge ab
4. b(a-b) \le a(a-b)
5. Cho *a, b, c* là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng: (*b* - *c*)2 < *a*2
6. Áp dụng các tính chất của bất đẳng thức có chứa giá trị tuyệt đối. Hãy:
7. Chứng minh rằng: |a-b| \ge |a| - |b|
8. Chứng minh rằng: |a - b| + |b - c| \ge |a - c|
9. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si.
10. Cho ba số dương *a, b* và *c* thỏa mãn *abc* = 1. Chứng minh rằng:

(1+a)(1+b)(1+c) \ge 8.

1. Để chứng minh bất đẳng thức: (a^2+b^2)(b^2+c^2)(c^2+a^2) \ge 8a^2b^2c^2, \quad \forall a, b, c.
2. XEM THÊM.