

# Problem Set 5, Tips

Vikram Damani  
Analysis I

October 31, 2024

Aufgaben in **rot** markiert, Tipps & Tricks in **blau**.

## 1 Theorie

**Definition [Fundamentalsatz der Algebra].** Sei  $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  ein Polynom mit Koeffizienten  $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{C}$ . Eine Zahl  $x_0$  heißt Nullstelle von  $p(x)$ , falls  $p(x_0) = 0$ .

Jedes Polynom  $p(x)$  vom Grad  $n \geq 1$  hat genau  $n$  Nullstellen, gezählt mit Vielfachheit. Das Polynom  $p(x)$  lässt sich also schreiben als

$$p(x) = a_n(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n) \quad (1)$$

wobei  $x_1, x_2, \dots, x_n$  die Nullstellen von  $p(x)$  sind.

**Bemerkung:** Die Nullstellen von einem Polynom  $p(x)$  mit reellen Koeffizienten  $a_k \in \mathbb{R}$  sind nicht notwendigerweise reell. Es gilt jedoch, dass komplexe Nullstellen stets als Komplex konjugierte Paare auftreten, d.h. wenn  $x_0 \in \mathbb{C}$  eine Nullstelle von  $p(x)$  ist, dann ist auch  $\overline{x_0}$  eine Nullstelle von  $p(x)$ .

□

**Bemerkung [Arsinh].** Die Funktion  $\text{Arsinh}(x)$  ist die Umkehrfunktion von  $\sinh(x)$ , d.h.  $\sinh(\text{Arsinh}(x)) = x$ . Es gilt aus der Vorlesung, dass  $\text{Arsinh}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$ .