

大門1

(1) 正負の数の計算

$$(-8 + 4) \div (-2)$$

1. カッコ内を計算: $-8 + 4 = -4$

2. 割り算を実行: $(-4) \div (-2)$ は、負の数どうしの割り算なので符号はプラスになる。

答え: 2

(2) 平方根(ルート)の計算

$$(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{63} - \sqrt{3})$$

1. ルートの中を整理: $\sqrt{63} = \sqrt{(9 \times 7)} = 3\sqrt{7}$

2. 式を書き換え: $(\sqrt{7} + \sqrt{3})(3\sqrt{7} - \sqrt{3})$

3. 展開:

$$\cdot \sqrt{7} \times 3\sqrt{7} = 3 \times 7 = 21$$

$$\cdot \sqrt{7} \times (-\sqrt{3}) = -\sqrt{21}$$

$$\cdot \sqrt{3} \times 3\sqrt{7} = 3\sqrt{21}$$

$$\cdot \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -3$$

4. まとめる: $21 - \sqrt{21} + 3\sqrt{21} - 3 = 18 + 2\sqrt{21}$

答え: $18 + 2\sqrt{21}$

(3) 式の展開

$$(2x - 5y)(x - 3y)$$

分配法則で順番に掛ける。

$$1. 2x \times x = 2x^2$$

$$2. 2x \times (-3y) = -6xy$$

$$3. -5y \times x = -5xy$$

$$4. -5y \times (-3y) = 15y^2$$

5. 整理: $2x^2 - 11xy + 15y^2$

答え: $2x^2 - 11xy + 15y^2$

(4) 因数分解

$$3x^2 - 6x - 24$$

1. 共通因数でくくる: すべて 3 で割れるので、 $3(x^2 - 2x - 8)$ とする。

2. カッコ内を分解: 「掛けて -8、足して -2」になる数字は -4 と 2。

答え: $3(x - 4)(x + 2)$

(5) 連立方程式

$$3x - 2y = -1 \quad \dots(a)$$

$$2x - 3y = -9 \quad \dots(b)$$

1. (a)を3倍、(b)を2倍してyの係数を合わせる:

$$\bullet 9x - 6y = -3$$

$$\bullet 4x - 6y = -18$$

2. 引き算する: $(9x - 4x) = -3 - (-18)$ より、 $5x = 15$ 。よって $x = 3$ 。

3. (a)に代入: $3(3) - 2y = -1$ より、 $9 - 2y = -1$ 。 $-2y = -10$ 。よって $y = 5$ 。

答え: $x = 3, y = 5$

(6) 2次方程式

$$(x - 2)^2 - 4(x - 2) + 4 = 0$$

1. 置き換え: $(x - 2)$ を A と置く。

$$A^2 - 4A + 4 = 0$$

2. 因数分解: $(A - 2)^2 = 0$

3. 解く: $A = 2$

4. 戻す: $x - 2 = 2$ なので、 $x = 4$ 。

答え: $x = 4$

(7) データの活用(四分位範囲)

データ: 23, 25, 26, 26, 26, 28, 29, 31, 33 (計9個)

1. 第2四分位数(中央値): 5番目の値 = 26

2. 第1四分位数(Q1): 下位4個 [23, 25, 26, 26] の中央値 = $(25 + 26) \div 2 = 25.5$

3. 第3四分位数(Q3): 上位4個 [28, 29, 31, 33] の中央値 = $(29 + 31) \div 2 = 30$

4. 四分位範囲: $Q3 - Q1 = 30 - 25.5 = 4.5$

答え: 4.5人

大門2

(1) 関数 $y = ax^2$ と変化の割合

関数 $y = ax^2$ において、 x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は、ショートカット公式「 $a \times (p + q)$ 」で求めることができる。

1. 公式に条件を代入する

x が -1 から 4 まで増加し、変化の割合が 6 なので、

$$a \times (-1 + 4) = 6$$

2. カッコ内を計算する

$$a \times 3 = 6$$

3. a を求める

$$3a = 6$$

$$a = 2$$

答え : $a = 2$

(2) 2次方程式の文章題

3つの正方形の1辺の長さを、小さい順に x cm、 $(x + 1)$ cm、 $(x + 2)$ cm と置いて式を作る。

1. それぞれの面積を表す

・小の面積 : x^2

・中の面積 : $(x + 1)^2$

・大の面積 : $(x + 2)^2$

2. 問題文の通りに方程式を立てる

「小と大の面積の和は、中の面積よりも 83 大きい」

$$x^2 + (x + 2)^2 = (x + 1)^2 + 83$$

3. 展開して整理する

$$x^2 + (x^2 + 4x + 4) = (x^2 + 2x + 1) + 83$$

$$2x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 84$$

$$x^2 + 2x - 80 = 0$$

4. 因数分解して解を求める

$$(x + 10)(x - 8) = 0$$

$$x = -10, 8$$

辺の長さは正の数であるため、 $x = 8$ が適する。

答え: 8 cm

(3) 平面図形(角度)

図の条件を一つずつ整理していく。

1. 二等辺三角形ABCの角を求める

AB = BC の二等辺三角形なので、底角は等しい。角C = 72度であるから、角A も 72度となる。

頂角B = $180 - (72 + 72) = 36$ 度。

2. 平行線の同位角を利用する

DF // BC なので、同位角は等しい。

角ADF = 角B = 36度。

3. 正三角形DEFの角を利用する

三角形DEFは正三角形なので、角EDF = 60度。

4. 直線AB上の角(180度)で計算する

点Dにおいて、角BDE(x) + 角EDF + 角ADF = 180度 となる。

$$x + 60 + 36 = 180$$

$$x + 96 = 180$$

$$x = 84$$

答え: 84度

(4) 空間図形(円すいの回転)

円すいの底面が「点線の円」の円周上を転がる様子を考える。

1. 点線の円の円周を考える

円すいの母線の長さを R とすると、点線の円の半径は R である。

$$\text{点線の円の円周} = 2 \times \text{円周率} \times R$$

2. 円すいの底面の円周を求める

半径 3cm なので、

$$\text{底面の円周} = 2 \times \text{円周率} \times 3 = 6 \times \text{円周率}$$

3. 回転数から方程式を立てる

「円すいがちょうど2回転して元の場所に戻った」ということは、点線の円周が、円すいの底面の円周2個分に相当するということである。

$$2 \times \text{円周率} \times R = (6 \times \text{円周率}) \times 2$$

$$2 \times \text{円周率} \times R = 12 \times \text{円周率}$$

4. Rを求める

$$2R = 12$$

$$R = 6$$

答え: 6 cm