大門5

（1）三角形の合同の証明

△ABDと△ECBにおいて、以下のことを示す。

1. 平行線の性質を利用する

AD // BC より、平行線の錯角は等しいので、

∠ADB ＝ ∠CBD …①

2. 二等辺三角形の性質を利用する

△BCDにおいて、問題文より ∠BCD ＝ ∠BDC である。

2つの角が等しいため、△BCDは BC ＝ BD の二等辺三角形である。

よって、BD ＝ BC …②

3. 問題の条件を利用する

問題文より、∠ABD ＝ ∠ECB …③

①、②、③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいため、

△ABD ≡ △ECB である。

（2）角度の計算

∠BAD ＝ 100度、AB ＝ AD のときの ∠BDC の大きさを求める。

1. △ABDの内角を考える

AB ＝ AD より、△ABDは二等辺三角形である。

頂角 ∠BAD ＝ 100度 なので、底角 ∠ADB は、

(180 − 100) ÷ 2 ＝ 40度 となる。

2. 錯角を利用する

（1）の証明と同様に、AD // BC より錯角は等しいので、

∠CBD ＝ ∠ADB ＝ 40度。

3. △BCDの内角を考える

BC ＝ BD の二等辺三角形において、頂角 ∠CBD ＝ 40度 である。

底角である ∠BDC は、

$(180 - 40) \div 2 = 70$度。

答え:70度

（3）面積の計算

$\angle BAD = 90$度、$AB = 3$cm、$BD = 5$cm、$DA = 4$cm のとき、台形ABFEの面積を求める。

1. △ABDの形状と合同の利用

$AB = 3$、$DA = 4$、$BD = 5$ であり、$3^2 + 4^2 = 5^2$ が成り立つため、△ABDは $\angle BAD = 90$度の直角三角形である。

（1）の合同より、△ECBもこれと合同な直角三角形であり、対応する辺の長さは以下の通りとなる。

・$EC = AB = 3$cm

・$EB = AD = 4$cm

・$BC = BD = 5$cm

また、$\angle CEB = \angle BAD = 90$度 である。

2. 垂線EFの長さを求める

直角三角形ECBにおいて、面積を2通りの方法で考える。

$(1/2) \times EC \times EB = (1/2) \times BC \times EF$

$(1/2) \times 3 \times 4 = (1/2) \times 5 \times EF$

$6 = 2.5 \times EF$

$EF = 2.4$cm

3. BFの長さを求める

直角三角形EFBにおいて、三平方の定理を用いる。

$BF^2 + EF^2 = EB^2$

$BF^2 + 2.4^2 = 4^2$

$BF^2 + 5.76 = 16$

$BF^2 = 10.24$

$BF = 3.2$cm（10.24は3.2の2乗）

4. 台形ABFEの面積を計算する

AD // BC かつ ∠BAD ＝ 90度 より、∠ABC ＝ 90度である。

EF ⊥ BC より、AB // EF となるため、ABFEは台形（または直角台形）である。

面積 ＝ (上底AB ＋ 下底EF) × 高さBF × (1/2)

面積 ＝ (3 ＋ 2.4) × 3.2 × (1/2)

面積 ＝ 5.4 × 1.6

面積 ＝ 8.64

答え：8.64 cm^2

大門6

まず、与えられた三角柱ABC-DEFの条件を整理する。

- 底面ABCは、AB ＝ 5cm、BC ＝ 12cm、CA ＝ 13cm の三角形である。
- 5^2 ＋ 12^2 ＝ 25 ＋ 144 ＝ 169 ＝ 13^2 が成り立つため、底面は ∠ABC ＝ 90度の直角三角形である。
- 高さ（辺AD、BE、CF）はすべて 35cm である。

（1）三角柱ABC-DEFの体積

柱体の体積は「底面積 × 高さ」で求められる。

1. 底面積（△ABC）を求める

底面は直角三角形なので、

底面積 ＝ 1/2 × 5 × 12 ＝ 30 cm^2

2. 体積を計算する

体積 ＝ 30（底面積） × 35（高さ） ＝ 1050

答え：1050 cm^3

（2）三角すいQ-DEFの体積

点Qが辺BE上にあり、BQ ＝ 19cm のときの、三角すいQ-DEFの体積を求める。

この三角すいは、底面を△DEF（三角柱の底面の一つ）、高さを辺QEと考えることができる。

1. 高さQEを求める

辺BEの長さは 35cm である。BQ ＝ 19cm なので、

QE ＝ 35 － 19 ＝ 16 cm

2. 三角すいの体積を計算する

すい体の体積は「1/3 × 底面積 × 高さ」である。

底面積（△DEF）は△ABCと等しく 30 cm^2 なので、

体積 ＝ 1/3 × 30 × 16

体積 ＝ 10 × 16 ＝ 160

答え：160 cm^3

(3)4つの線分の長さの和の最小値

線分の和「AQ ＋ QR ＋ RP ＋ PE」が最も短くなるときの長さを求める。

立体表面を通る折れ線の最小値は、側面を広げた「展開図」において、始点と終点を直線で結んだ距離になる。

1. 展開図における経路を考える

この経路は、側面を次のように横断している。

・AQ：面ABED上

・QR：面BCFE上

・RP：面CADF上

・PE：面ABED上（点Pは辺AD上にあるため、再び最初の面と同じ向きの面を通る）

2. 展開図の横幅を計算する

点Aから出発し、辺BE（Q）、辺CF（R）、辺AD（P）を経て、次の辺BE（E）に到達するまでの横の長さの合計を出す。

横幅 ＝ AB ＋ BC ＋ CA ＋ AB

横幅 ＝ 5 ＋ 12 ＋ 13 ＋ 5 ＝ 35 cm

3. 展開図の縦の長さを考える

始点は一番上の点A、終点は一番下の点Eである。

縦の高さ ＝ 35 cm

4. 直線の距離を求める（三平方の定理）

横 35cm、縦 35cm の長方形の対角線の長さが、最短距離となる。

最短距離 ＝ √ (35^2 ＋ 35^2)

最短距離 ＝ √ (2 × 35^2)

最短距離 ＝ 35√2

答え：35√2 cm