大門3

まずは、ご石の並び方の規則性を整理する。

・1番目：縦1個 × 横2個 ＝ 2個

・2番目：縦2個 × 横3個 ＝ 6個

・3番目：縦3個 × 横4個 ＝ 12個

このように、n番目の図形では「縦が n個、横が (n ＋ 1)個」並ぶ長方形の形になっていることがわかる。

（1）5番目の図形のご石の数

規則性に従って計算する。

5番目の図形は、縦が 5個、横が 6個（5 ＋ 1）並ぶことになる。

式：5 × 6 ＝ 30

答え：30個

（2）n番目の図形のご石の数（nを用いた式）

「n番目の図形のご石の数」を、縦と横の個数から式にする。

・縦の個数：n

・横の個数：n ＋ 1

これらを掛け合わせたものが全体の個数となる。

式：n × (n ＋ 1)

これを展開した、最も簡単な式で表す。

n × n ＋ n × 1 ＝ n^2 ＋ n

答え：n^2 ＋ n

（3）3番目より330個多いのは何番目か

まずは目標となるご石の個数を求める。

・3番目のご石の数：12個

・求める図形のご石の数：12 ＋ 330 ＝ 342個

n番目のご石の数が 342個になるときの nの値を、2次方程式を立てて求める。

1. 方程式を立てる

$n^2 + n = 342$

2. 整理する

$n^2 + n - 342 = 0$

3. 因数分解する

掛けて -342、足して 1 になる2つの数字を探す。

$18 \times 18 = 324$、$19 \times 19 = 361$ であることから、18 と 19 の組み合わせを考える。

$(n + 19)(n - 18) = 0$

4. 解を求める

$n = -19$、18

nは図形の番号なので正の数である。したがって、$n = 18$ となる。

答え：18番目

規則性の問題は、最初の数例から「縦と横の関係」や「前の図形との差」を見つけ出すのがコツである。

大門4

問題の条件を整理する。

・関数：$y = ax^2$

・点A：(-3, 9)

・点B：(2, 0) ※x軸上の点で、x座標が 2

・直線L：点Bを通り、傾きが 1

・点C：点Aを通りy軸に平行な直線（$x = -3$）と、直線Lの交点

・点D：点Bを通りy軸に平行な直線（$x = 2$）と、関数 $y = ax^2$ の交点

（1）aの値を求める

点A (-3, 9) が 関数 $y = ax^2$ のグラフ上にあるので、$x = -3, y = 9$ を代入する。

$9 ＝ a × (-3)^2$

$9 ＝ 9a$

$a ＝ 1$

答え：$a ＝ 1$

（これにより、関数の式は $y = x^2$ とわかる）

（2）直線Lの式を求める

直線Lは、傾きが 1 で、点B (2, 0) を通る。

直線の式を $y ＝ x ＋ b$ と置いて、点Bの座標を代入する。

$0 ＝ 1 × 2 ＋ b$

$0 ＝ 2 ＋ b$

$b ＝ −2$

答え：$y ＝ x − 2$

（3）①点Eの座標を求める

点Eは「直線AD」と「直線L」の交点である。まずは直線ADの式を求める。

1. 点Dの座標を出す

点Dは $x = 2$ で、関数 $y = x^2$ 上にある。

$y = 2^2 = 4$

よって、点Dの座標は (2, 4)。

2. 直線ADの式を出す

A (-3, 9) と D (2, 4) を通る直線の式を求める。

・傾き $= (4 - 9) \div (2 - (-3)) = -5 \div 5 = -1$

・$y = -x + b$ に D (2, 4) を代入。

$4 = -1 \times 2 + b$

$b = 6$

よって、直線ADの式は $y = -x + 6$。

3. 交点Eを出す

直線L ($y = x - 2$) と 直線AD ($y = -x + 6$) の連立方程式を解く。

$x - 2 = -x + 6$

$2x = 8$

$x = 4$

$y = 4 - 2 = 2$

答え：E (4, 2)

（3）②回転体の体積を求める

三角形ACEを、直線ACを軸として1回転させてできる立体の体積を求める。

1. 頂点の座標を確認する

・A：(-3, 9)

・C：$x = -3$ と 直線L ($y = x - 2$) の交点なので、$y = -3 - 2 = -5$。つまり C (-3, -5)。

・E：(4, 2)

2. 立体の形をイメージする

軸となる直線ACは $x = -3$ という垂直な線である。

この軸に対して、点Eが一番外側にある。

できあがる立体は、底面を共有する「2つの円すい」を上下に組み合わせた形になる。

3. 半径と高さを出す

・底面の半径(r):点Eのx座標と軸(x = -3)の距離。

r = 4 − (-3) = 7 cm

・全体の高さ(h):点Aと点Cのy座標の差。

h = 9 − (-5) = 14 cm

4. 体積を計算する

円すいの体積の公式は「1/3 × 底面積 × 高さ」である。

上下2つの円すいをまとめて計算すると:

体積 = 1/3 × (円周率π × 7 × 7) × 14

体積 = 1/3 × 49π × 14

体積 = 686π / 3

答え:686π / 3 cm^3