Urdoi Bogdan-Gabriel
Grupa 217

Tema logica computationala

Problema 9.2.6

Construiţi toate formele normale prenexe, Skolem şi clauzale ale următoarelor formule:

7. $(\forall x)((\forall y)P(y) \rightarrow \neg(\exists y)(Q(y) \rightarrow R(x)))$

Aducem la forma normala prenexa:

Pas 1. Se inlocuiesc conectivele $\rightarrow$ si $\leftrightarrow$ folosind $\neg$, $\wedge$ si $\vee$

$U = (\forall x)((\forall y)P(y) \rightarrow \neg(\exists y)(Q(y) \rightarrow R(x)))$

$U \equiv (\forall x)(\neg(\forall y)P(y) \vee \neg(\exists y)(Q(y) \rightarrow R(x)))$

$U \equiv (\forall x)(\neg(\forall y)P(y) \vee \neg(\exists y)(\neg Q(y) \vee R(x)))$

Pas 2. Se aplica legile finite si infinite ale lui DeMorgan astfel incat cuantificatorii sa nu fie precedati de negatie

$U \equiv (\forall x)(\neg(\forall y)P(y) \vee \neg(\exists y)(\neg Q(y) \vee R(x)))$

$U \equiv (\forall x)((\exists y) \neg P(y) \vee \neg(\exists y)(\neg Q(y) \vee R(x)))$

$U \equiv (\forall x)((\exists y) \neg P(y) \vee (\forall y)(Q(y) \wedge \neg R(x)))$

Urdoi Bogdan-Gabriel
Grupa 217

Pas 3. Se redenumesc variabilele legate astfel incat ele sa fie distincte

$U \equiv (\forall x)((\exists y)\neg P(y) \vee (\forall y)(Q(y) \wedge \neg R(x)))$

$U \equiv (\forall x)((\exists y)\neg P(y) \vee (\forall z)(Q(z) \wedge \neg R(x)))$

Pas 4. Se utilizeaza echivalentele logice care reprezinta legile de extragere a cuantificatorilor in fata formulei(Forma Normala Prenexa)
Obs: ordinea de extragere este arbitrara!

$U \equiv (\forall x)((\exists y)\neg P(y) \vee (\forall z)(Q(z) \wedge \neg R(x)))$

$U \equiv U^{P1} = (\forall x)\ (\exists y)\ (\forall z)(\neg P(y) \vee (Q(z) \wedge \neg R(x)))$

$U \equiv U^{P2} = (\forall x)\ (\forall z)\ (\exists y)\ (\neg P(y) \vee (Q(z) \wedge \neg R(x)))$

Pas 5. Eliminarea cuantificatorilor $\exists$ (forma Skolem)

$U \equiv U^{P1} = (\forall x)\ (\exists y)\ (\forall z)(\neg P(y) \vee (Q(z) \wedge \neg R(x)))$

$y \leftarrow f(x)$

$U\ !\equiv U^{S1} = (\forall x)\ (\forall z)(\neg P(f(x)) \vee (Q(z) \wedge \neg R(x)))$

$U \equiv U^{P2} = (\forall x)\ (\forall z)\ (\exists y)\ (\neg P(y) \vee (Q(z) \wedge \neg R(x)))$

$y \leftarrow g(x, z)$

$U\ !\equiv U^{S2} = (\forall x)\ (\forall z)\ (\neg P(g(x, z)) \vee (Q(z) \wedge \neg R(x)))$

Pas 6. Eliminarea cuantificatorilor $\forall$ (forma normala Skolem fara cuantificatori)

$U\ !\equiv U^{Sq1} = \neg P(f(x)) \vee (Q(z) \wedge \neg R(x))$

$U\ !\equiv U^{Sq2} = \neg P(g(x, z)) \vee (Q(z) \wedge \neg R(x))$

Urdoi Bogdan-Gabriel
Grupa 217

Pas 7. Aducerea la Forma Normala Clauzala(distributatea $\vee$ fata de $\wedge$)

$U \not\equiv U^{Sq1} = \neg P(f(x)) \vee (Q(z) \wedge \neg R(x))$

$U \not\equiv U^{C1} = (\neg P(f(x)) \vee Q(z)) \wedge (\neg P(f(x)) \vee \neg R(x))$

$U \not\equiv U^{Sq2} = \neg P(g(x, z)) \vee (Q(z) \wedge \neg R(x))$

$U \not\equiv U^{C2} = (\neg P(g(x, z)) \vee Q(z)) \wedge (\neg P(g(x, z)) \vee \neg R(x))$