ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ АКАДЕМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

НАПРАВЛЕНИЕ 03.03.01 Прикладные математика и физика

ПРОФИЛЬ Теоретическая Физика

ЗАДАНИЕ

о прохождении практики по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности

студента Кононова Александра Михайловича

Курс 2 Группа 201

Форма обучения: очная

Сроки прохождения практики с 01.07.2024 по 14.07.2024

Форма представления на кафедру выполненного задания: отчет в письменной форме

Дата выдачи задания: 01.07.2024

Задание для прохождения практики по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности: Нахождение условия параметрического резонанса в системе с периодическим δ-образным потенциалом.

С заданием ознакомлен

Оценка

Руководитель практики Аверкиев Н.С

(Ф.И.О. полностью, должность, звание, подпись).

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ АКАДЕМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ОТЧЕТ по практике по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности

Весенний семестр 2023/2024 учебного года

Тема: Нахождение условия параметрического резонанса в системе с периодическим δ-образным потенциалом.

Студент: Кононов Александр Михайлович

Руководитель практики: Аверкиев Никита Сергеевич

Должность, звание:

Оценка:

Содержание

1 Введение

1.1 Актуальность

Параметрический резонанс — это явление, при котором колебательная система начинает усиливаться при периодическом изменении параметров тех элементов колебательной системы, в которых сосредоточена энергия колебаний. Введение периодического дельта-образного потенциала добавляет дополнительную сложность к исследованию этого явления, позволяя изучить, как такие особенности потенциала влияют на поведение системы, включая условия возникновения резонанса, его интенсивность и устойчивость. Параметрический резонанс в системах с дельта-образным потенциалом может найти применение в современных технологиях, например, в разработке новых типов резонаторов, сенсоров или фильтров. Понимание поведения таких систем помогает в создании устройств, которые могут адаптивно изменять свои свойства в зависимости от внешних воздействий.

1.2 Цель и задачи практики

Цель:

Получить условие на параметры колебательной системы с δ-образным потенциалом для возникновения параметрического резонанса.

Задачи:

- Найти коэффициент прохождения волны через 1 δ-образный потенциал
- Найти коэффициент прохождения волны через 2 δ-образных потенциала
- Найти условие на параметры системы для возникновения параметрического резонанса в колебательной системе за счет двойного δ-образного потенциала

2 Ход выполнения задания

2.1 Задача с одним δ-образным потенциалом

Уравнение описывающие волну в среде с некоторым потенциалом имеет вид:

$$C^2(x;t)U''(x;t) = \ddot{U}(x;t) \tag{1}$$

В нашем случае потенциал от времени не зависит и представляет собой лишь δ-функцию, и решение мы будем искать в виде $U(x;t) = Ae^{i(kx-\omega t)}$, а значит уравнение принимает вид:

$$C^2(x)U''(x) = \omega^2 U(x) \tag{2}$$

Записав потенциал в явном виде получаем уравнение:

$$U''(x) - k_0^2 \cdot a\delta(x) \cdot U(x) = 0 \tag{3}$$

Где $k_0 = \frac{\omega}{C_0}$.

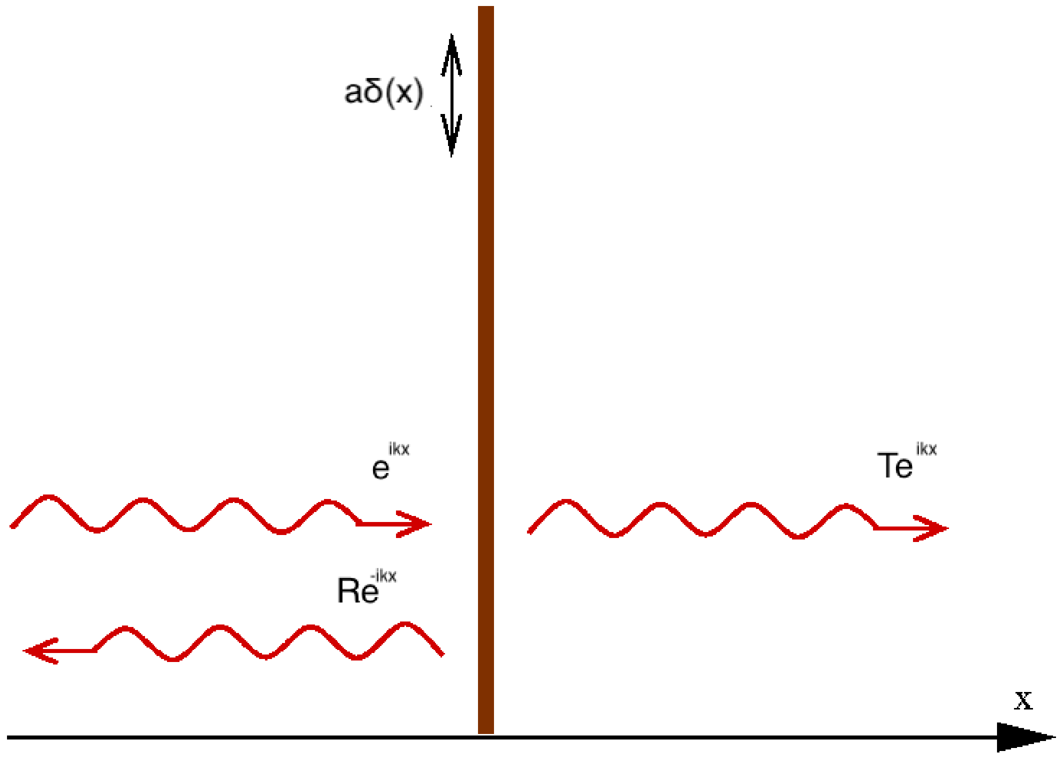

Рисунок 1: Прохождение волны через δ-образный потенциал

Будем искать решение в двух областях. В первой области в виде $U(x) = e^{ik_0x} + Re^{-ik_0x}$, во второй $U(x) = Te^{ik_0x}$. Условия на границе двух областей такое:

1) Непрерывность U(0)

2) Условие на скачёк производной: $U'_{x=0+} - U'_{x=0-} + k_0^2 a \cdot U(0) = 0$

Составив и решив систему уравнений - получаем значения R и T:

$$\begin{cases} 1 + R = T \\ ik_0 - ik_0R - (ik_0T) + k_0^2 aT = 0 \end{cases} \tag{4}$$

Получили:

$$\begin{cases} R = \frac{-i\frac{ka}{2}}{1+i\frac{ka}{2}} \\ T = \frac{1}{1+i\frac{ka}{2}} \end{cases} \tag{5}$$

2.2 Задача с двумя δ-образными потенциалами

В этой задачи условия похожи, однако теперь в пространстве на расстоянии b друг от друга разположены 2 δ-образных потенциала одинаковой величины a.

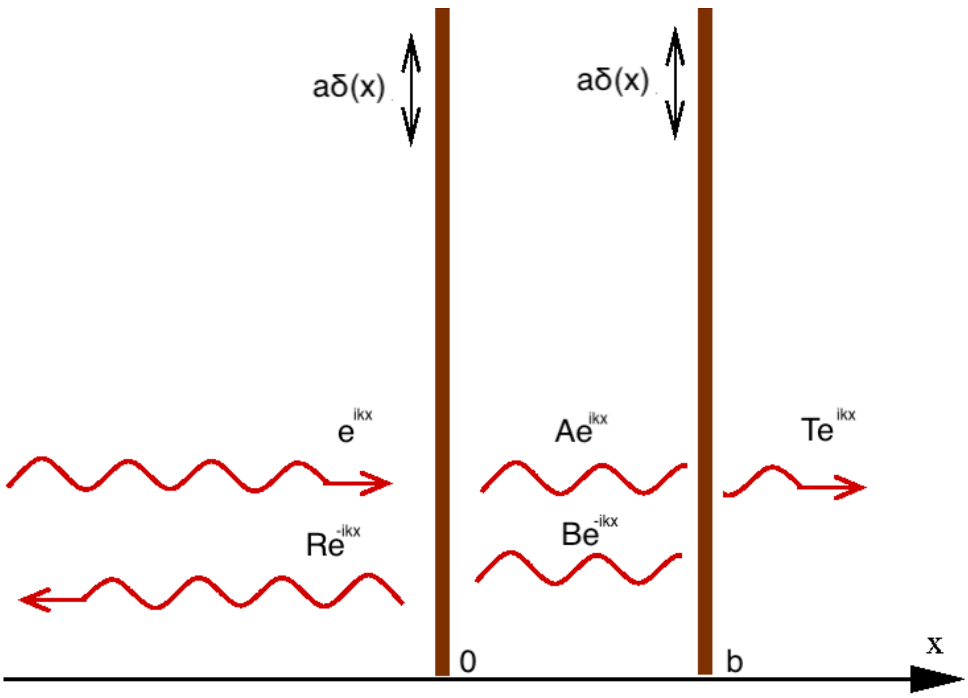

Рисунок 2: Прохождение волны через 2 δ-образных потенциала

Решение же теперь будем искать в 3 областях:

$$\begin{cases} U(x) = e^{ik_0x} + Re^{-ik_0x} & x < 0 \\ U(x) = Ae^{ik_0x} + Be^{-ik_0x} & 0 < x < b \\ U(x) = Te^{ik_0x} & x > b \end{cases} \tag{6}$$

А граничных условий теперь будет 4, по 2 на каждую границу областей:

$$\begin{cases} U_{x=0+} - U_{x=0-} = 0 & \text{, непрерывность в } 0 \\ U'_{x=0+} - U'_{x=0-} + k_0^2 a \cdot U(0) = 0 & \text{, скачёк производной в } 0 \\ U_{x=b+} - U_{x=b-} = 0 & \text{, непрерывность в } b \\ U'_{x=b+} - U'_{x=b-} + k_0^2 a \cdot U(b) = 0 & \text{, скачёк производной в } b \end{cases} \tag{7}$$

Получаем следующую систему уравнений на амплитуды волн:

$$\begin{cases} 1 + R = A + B \\ ik_0A - ik_0B - (ik_0 - ik_0R) + k_0^2 a(1+R) = 0 \\ Ae^{ik_0b} + Be^{-ik_0b} = Te^{ik_0b} \\ ik_0Te^{ik_0b} - (Ae^{ik_0b} - Be^{-ik_0b}) + k_0^2 aTe^{ik_0b} = 0 \end{cases} \tag{8}$$

Решив эту систему уравнений получили выражения на коэфецииенты отражения R и пропускания T:

$$\begin{cases} R = \frac{(cos(ik_0b)+2sin(k_0b))ie^{ik_0b}}{k_0a(e^{2ik_0b}-(1+2i/k_0a)^2)} \\ T = \frac{4}{k_0^2a^2e^{2ik_0b}-(k_0a+2i)^2} \end{cases} \tag{9}$$

Эти результаты сходятся с результатами полученными в статье [1].

Посмотрим теперь при каких значения параметров $|T| = 1$. Физически это значит что волна проходит через оба барьера полностью. Получаем следующие уравнение на параметры системы:

$$\begin{cases} R = \frac{(cos(ik_0b)+2sin(k_0b))ie^{ik_0b}}{k_0a(e^{2ik_0b}-(1+2i/k_0a)^2)} \\ T = \frac{4}{k_0^2a^2e^{2ik_0b}-(k_0a+2i)^2} \end{cases} \tag{10}$$

2.3 Задача на условие возникновения параметрического резонанса в колебательной системе за счет двойного δ-образного потенциала

тут написать про параметрический резонанс, корни, оперделитель, на вещественность корней, на проверку корней равных еденице условие на вещественность и возникновение параметрического резонанса

3 Заключение

тут про то что я решил задачу без теории возмущений описывая более широкий класс потенциалов которые создают параметрический резонанс

4 Список литературы

1. Zafar Ahmed, 'Revisiting double Dirac delta potential', European Journal of Physics (March 2016)

2. Dr Siegfried Flugge, 'Practical Quantum Mechanics', Springer (1994)