Домашняя работа
Кононов Александр Михайлович
9.10.2024

Условие:

ЗАДАЧА 5 (4 БАЛЛА)

Бесконечный прямой тонкий провод с током I расположен параллельно плоской границе раздела вакуума и среды с магнитной проницаемостью μ в вакууме на расстоянии a от границы раздела. Определить магнитное поле во всем пространстве.

Подсказка: Удобно использовать в этой задаче "метод изображений", аналогичный методу для заряда над поверхностью диэлектрика.

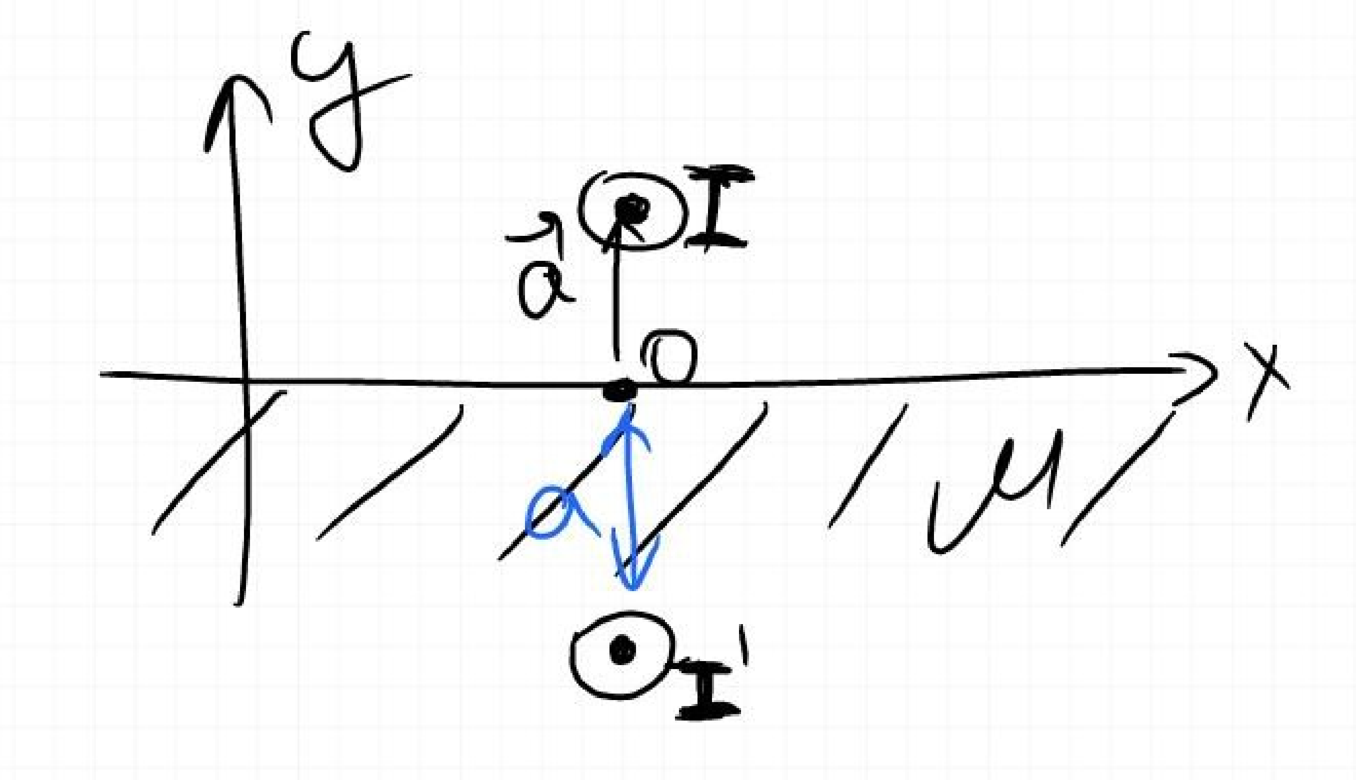
Решение:

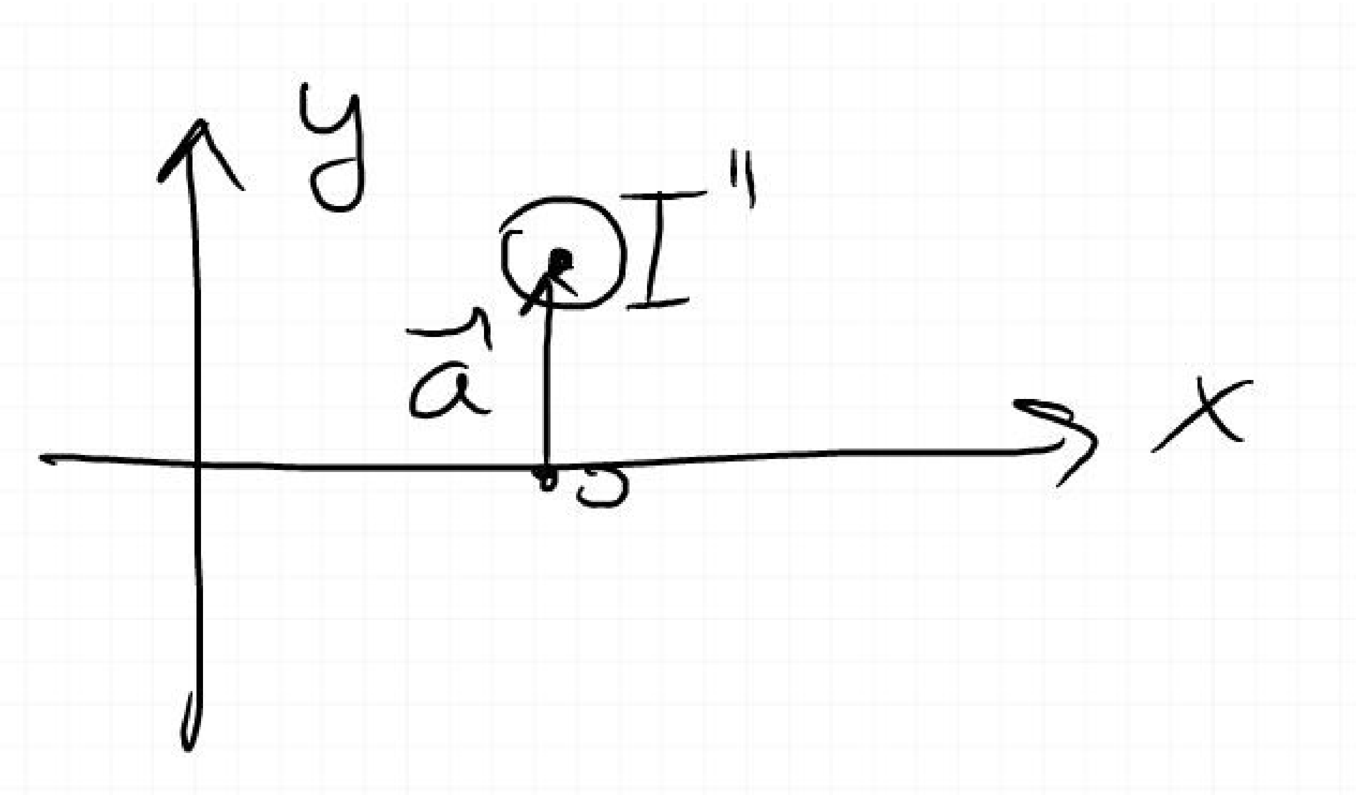
$$rot\left(\overrightarrow{B}\right) = \frac{4\pi}{c}\vec{j}$$

Будем искать поле в двух разных полуплоскостях с учетом граничных условий.

Для поля в верхней полуплоскости будем искать поле как супер позицию тока заданного и тока в нижний полуплоскости, так как $rot\left(\overrightarrow{B}\right)$ в верхней полуплоскости может быть равен только заданному току.

Для поля в нижней полуплоскости будем искать поле только как результат тока из верхней полуплоскости, так как $rot\left(\overrightarrow{B}\right)$ в нижней полуплоскости всегда равен 0 по условию задачи. Там не реальных токов.





$$rot\left(\overrightarrow{B_1}\right) = \frac{4\pi}{c}(\vec{j} + \vec{j}') = \frac{4\pi}{c}(\overrightarrow{I}\delta(y-a)\delta(x) + \overrightarrow{I'}\delta(y+a)\delta(x)) \quad y > 0$$

$$rot\left(\overrightarrow{B_2}\right) = \frac{4\pi}{c}(\vec{j}'') = \frac{4\pi}{c}(\overrightarrow{I''}\delta(y-a)\delta(x)) \quad y < 0$$

Согласно решению о поле бесконечно длинного провода:

$$\overrightarrow{B_1} = \frac{2I}{c|\vec{r}-\vec{a}|} \cdot \left[\vec{e}_z \times \frac{\vec{r}-\vec{a}}{|\vec{r}-\vec{a}|}\right] + \frac{2I'}{c|\vec{r}+\vec{a}|} \cdot \left[\vec{e}_z \times \frac{\vec{r}+\vec{a}}{|\vec{r}+\vec{a}|}\right] \quad y > 0$$

$$\overrightarrow{B_2} = \frac{2I''}{c|\vec{r}-\vec{a}|} \cdot \left[\vec{e}_z \times \frac{\vec{r}-\vec{a}}{|\vec{r}-\vec{a}|}\right] \quad y < 0$$

Граничные условия:

$$B_{n1} = B_{n2} \Rightarrow -I - I' = -I''$$

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2} \Rightarrow I - I' = \frac{I''}{\mu}$$

$$\Rightarrow I' = \frac{\mu - 1}{\mu + 1} I$$

$$I'' = \frac{2\mu}{\mu + 1} I$$

Ответ:

$$\overrightarrow{B_1} = \frac{2I}{c|\vec{r}-\vec{a}|} \cdot \left[\vec{e}_z \times \frac{\vec{r}-\vec{a}}{|\vec{r}-\vec{a}|}\right] + \frac{2I}{c|\vec{r}+\vec{a}|} \cdot \frac{\mu-1}{\mu+1} \cdot \left[\vec{e}_z \times \frac{\vec{r}+\vec{a}}{|\vec{r}+\vec{a}|}\right] \quad y > 0$$

$$\overrightarrow{B_2} = \frac{4I}{c|\vec{r}-\vec{a}|} \cdot \frac{\mu}{\mu+1} \cdot \left[\vec{e}_z \times \frac{\vec{r}-\vec{a}}{|\vec{r}-\vec{a}|}\right] \quad y < 0$$