

**Рассмотрим трапецию с вершинами  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 1)$  и  $(2, 0)$ .**

Пусть точка  $(X, Y)$  равномерно распределена по периметру этой трапеции.

Периметр состоит из отрезков:

$$AB : (0, 0) \rightarrow (0, 2), \quad L_1 = 2; \quad BC : (0, 2) \rightarrow (2, 1), \quad L_2 = \sqrt{(2-0)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5};$$

$$CD : (2, 1) \rightarrow (2, 0), \quad L_3 = 1; \quad DA : (2, 0) \rightarrow (0, 0), \quad L_4 = 2.$$

$$\text{Суммарная длина периметра } L = 2 + \sqrt{5} + 1 + 2 = 5 + \sqrt{5}.$$

Для  $0 < X < 2$  точка может лежать либо на  $BC$ , либо на  $DA$ .

На  $BC$  имеем  $(x, y) = (2t, 2 - t)$ ,  $t \in [0, 1]$ .  $ds = \sqrt{5} dt$ ,  $dx = 2 dt$ .

На  $DA$  имеем  $(x, y) = (2s, 0)$ ,  $s \in [0, 1]$ .  $ds = 2 ds_x$  (или просто  $dx$ ), где  $y = 0$ .

Отношение вероятностей «попасть» на  $BC$  к  $DA = \frac{\sqrt{5}}{1}$ .

$$P(\text{на } BC \mid X = x) = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 1}, \quad P(\text{на } DA \mid X = x) = \frac{1}{\sqrt{5} + 1}.$$

Следовательно, при  $0 < x < 2$ :

$$E[Y \mid X = x] = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 1} \left(2 - \frac{x}{2}\right).$$

На границах  $x = 0$  и  $x = 2$ :

$$x = 0: (0, 0) \rightarrow (0, 2) \implies Y \in [0, 2], \quad E[Y \mid X = 0] = 1.$$

$$x = 2: (2, 1) \rightarrow (2, 0) \implies Y \in [0, 1], \quad E[Y \mid X = 2] = 0.5.$$

$$E[Y \mid X = x] = \begin{cases} 1, & x = 0, \\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 1} \left(2 - \frac{x}{2}\right), & 0 < x < 2, \\ 0.5, & x = 2. \end{cases}$$

Например, при  $x = 1$  получаем  $E[Y \mid X = 1] = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 1} \left(2 - \frac{1}{2}\right) = \frac{3\sqrt{5}}{2(\sqrt{5} + 1)} \approx 1.035$ .