

Задача №9 Хаотичные шнурки

Докладчик: Кононов Александр

Команда: Не на паре, Алферовский университет



Условие задачи(English)

Хаотичные шнурки

Если достаточно большое количество шнурков вращать в центрифуге с водой, подобно тому, как это происходит в стиральной машине, то шнурки запутаются. Исследуйте количество узлов на одном шнурке, а также узлы между шнурками. Рассмотрите самую длинную веревку, получающуюся в результате каждого такого опыта. Исследуйте распределение ее длины для серии таких опытов.



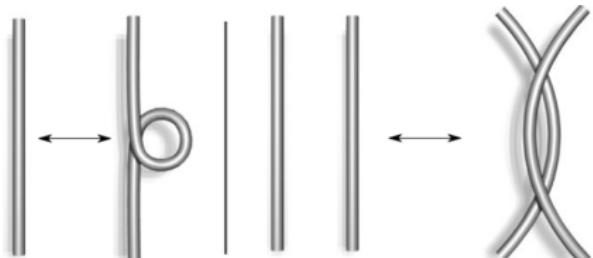
Что такое узел?

Определение узла

Назовем узлом замкнутую 2d нить устойчивую к 3 видам преобразований. То есть преобразованные нити являются топологически эквивалентными.

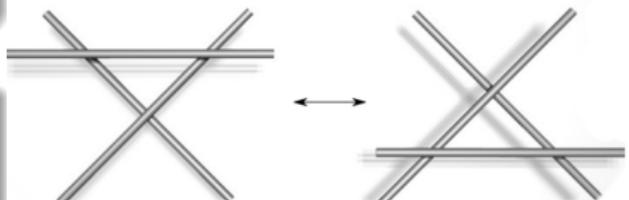
Топология

Топология узла описывается полиномами Джинса.



Type I

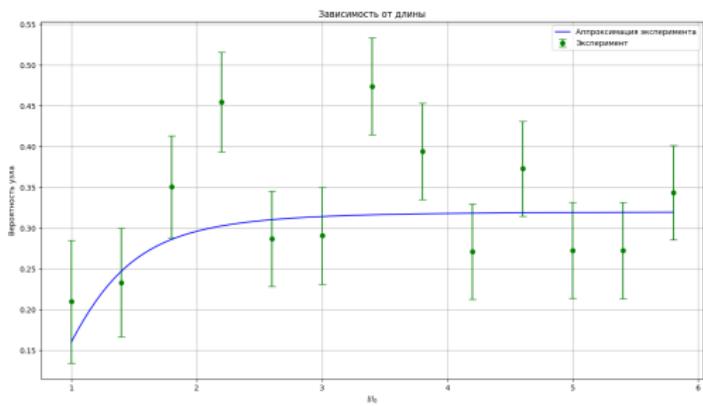
Type II



Type III

Экспериментальная установка

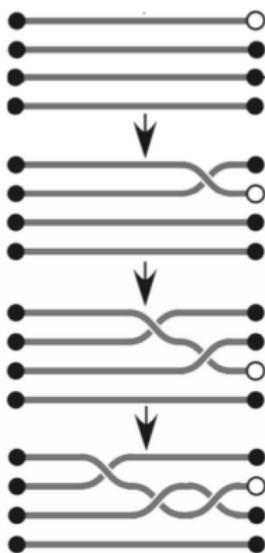
Экспериментальная установка состоит из цилиндра длиной $l_0 = 13\text{см}$ и двигателя с частотой вращения $\omega = 1 \text{ Гц}$



Аппроксимация точек зависимостью:
 $P = \frac{P_0}{1 + (l/l_0)^b}$ где $P_0 = 0.3$, $b = -3$

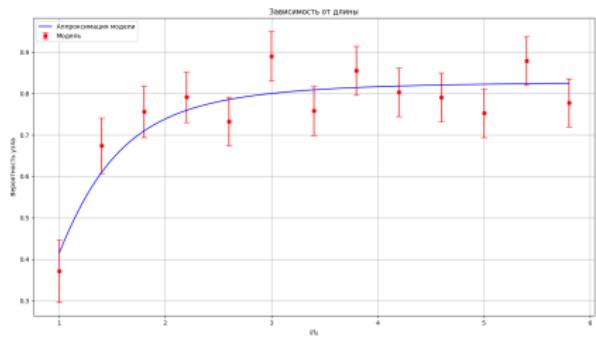
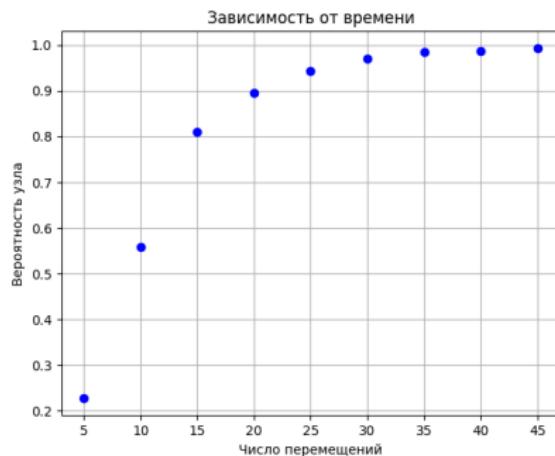
Теоретическое моделирование

В качестве модели взят марковский процесс случайного блуждания конца шнурка. Конец шнурка с равной вероятностью мог за один такт опуститься вверх или вниз над или под одной из частей шнурка. После случайного блуждания образуется узел.



Результаты моделирования

Графики зависимости вероятности образования узла на одном шнурке от его длины и времени блуждания.



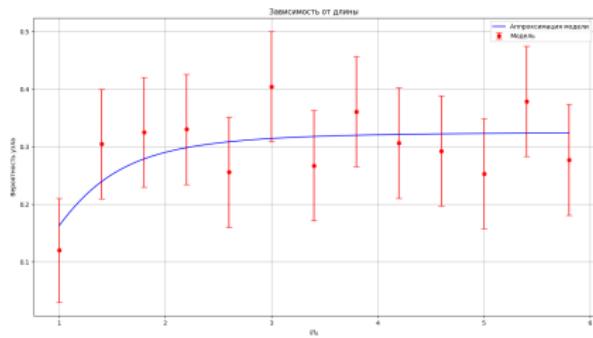
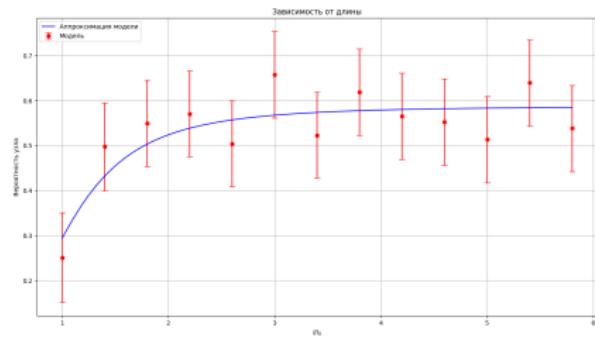
Необходимое число пересечений: 3

Аппроксимация точек:

$$P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b} \text{ где } P_0 = 0.8, b = -3$$

Результаты моделирования

Графики зависимости вероятности образования узла на одном шнурке от его длины с разными условиями на число пересечений в модели для образования узла.



Необходимое число пересечений: 5 Необходимое число пересечений: 7

Аппроксимация точек:

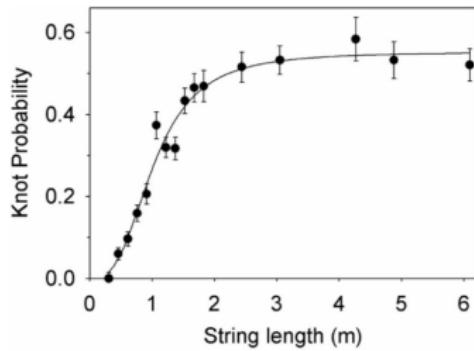
$$P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b} \text{ где } P_0 = 0.57, b = -3$$

Аппроксимация точек:

$$P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b} \text{ где } P_0 = 0.33, b = -3$$

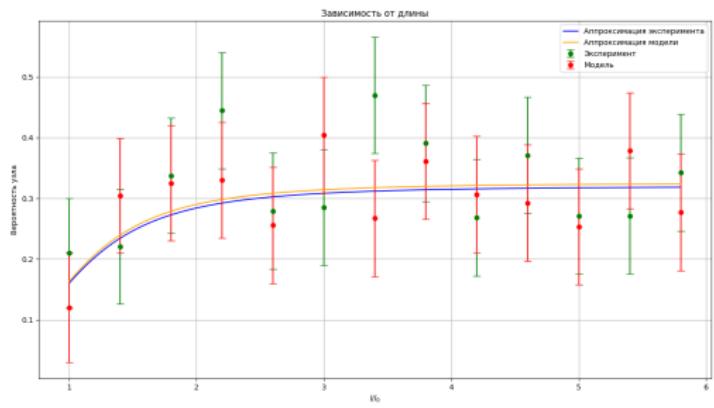
Сравнение со статьей

В статье "Spontaneous knotting of an agitated string". Dorian M. Raymer and Douglas E. Smith представлены следующие результаты



$$P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b}$$

где $P_0 = 0.55$, $b = -2.9$



$$P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b} \text{ где } P_0 = 0.33, b = -3$$

Вывод

- Экспериментально измерена вероятность образования узла на одном шнурке $P = 0.3$
- Построена модель и полученная вероятность образования узла на одном шнурке $P = 0.3$
- В качестве доработки задачи можно рассмотреть распределения узлов между несколькими веревками, как модель случайного блуждания концов рядом с образовавшимися узлами на соседних веревках, распределенными равномерно по длине шнурка

Спасибо за внимание

Благодарим за внимание!