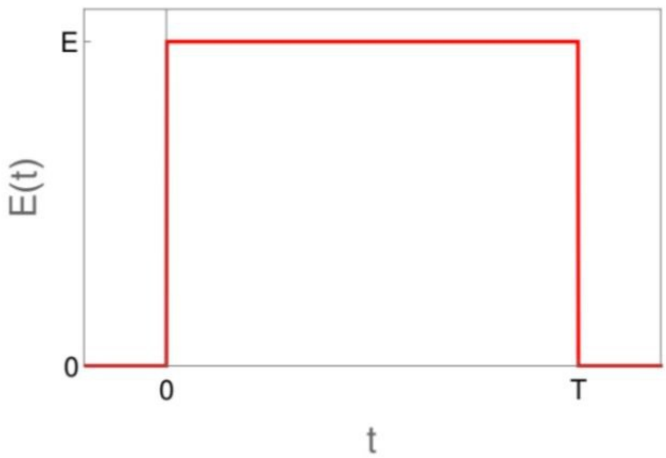
Домашняя работа
Кононов Александр Михайлович
10.09.2024

Условие:

ЗАДАЧА 1 (4 БАЛЛА)

Определить зависимость $j(t)$, если электрическое поле E включают на конечное время T (зависимость $E(t)$ изображена на рисунке). Проводимость материала σ, время релаксации импульса τ.



Решение:

$$j(t) = \frac{\sigma}{\tau}\int\limits_0^{+\infty} E(t-\widetilde{t})e^{-\widetilde{t}/\tau}d\widetilde{t}$$

$$E(t) = \begin{cases} 0; t < 0 \\ E; 0 < t < T \\ 0; t > T \end{cases}$$

Сделаем замену в интеграле:

$$t - \widetilde{t} = y$$

$$-\widetilde{t} = y - t$$

$$d\widetilde{t} = -dy$$

$$\widetilde{t} = 0 <=> y = t$$

$$\widetilde{t} = +\infty <=> y = -\infty$$

Тогда

$$j(t) = \frac{\sigma}{\tau}\int\limits_0^{+\infty} E(t-\widetilde{t})e^{-\widetilde{t}/\tau}d\widetilde{t} =$$

$$= \frac{\sigma}{\tau} \int\limits_{-\infty}^{t} E(y) e^{(y-t)/\tau} dy = \frac{\sigma}{\tau} e^{-t/\tau} E \int\limits_{0}^{t} e^{y/\tau} dy =$$

$$= \frac{\sigma}{\tau} E e^{-t/\tau} \begin{cases} \int\limits_0^T e^{y/\tau} dy; t > T \\ \int\limits_0^t e^{y/\tau} dy; 0 < t < T \\ 0; t < 0 \end{cases}$$

$$= \frac{\sigma}{\tau} E \tau e^{-t/\tau} \begin{cases} e^{y/\tau}|_0^T; t > T \\ e^{y/\tau}|_0^t; 0 < t < T \\ 0; t < 0 \end{cases}$$

$$= \sigma E e^{-t/\tau} \begin{cases} (e^{T/\tau} - 1); t > T \\ (e^{t/\tau} - 1); 0 < t < T \\ 0; t < 0 \end{cases}$$

$$= \sigma E e^{-t/\tau} [(e^{T/\tau} - 1) \cdot \Theta(t - T) + (e^{t/\tau} - 1) \cdot (\Theta(t) - \Theta(t - T))]$$

Ответ:

$$j(t) = \sigma E e^{-t/\tau} [(e^{T/\tau} - 1) \cdot \Theta(t - T) + (e^{t/\tau} - 1) \cdot (\Theta(t) - \Theta(t - T))]$$