

## Задача №9 Хаотичные шнурки

Докладчик: Кононов Александр

Команда: Не на паре, Алферовский университет



# Условие задачи

## Хаотичные шнурки

Если достаточно большое количество шнурков вращать в центрифуге с водой, подобно тому, как это происходит в стиральной машине, то шнурки запутаются. Исследуйте количество узлов на одном шнурке, а также узлы между шнурками. Рассмотрите самую длинную веревку, получающуюся в результате каждого такого опыта. Исследуйте распределение ее длины для серии таких опытов.



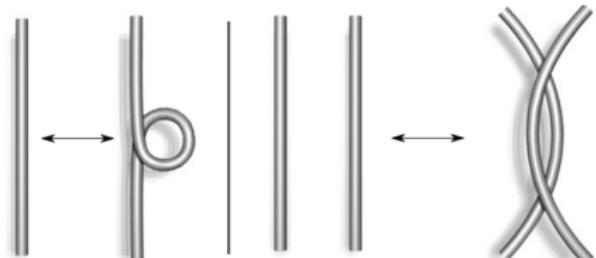
# Что такое узел?

## Определение узла

Назовем узлом замкнутую 2d нить устойчивую к 3 видам преобразований. То есть преобразованные нити являются топологически эквивалентными.

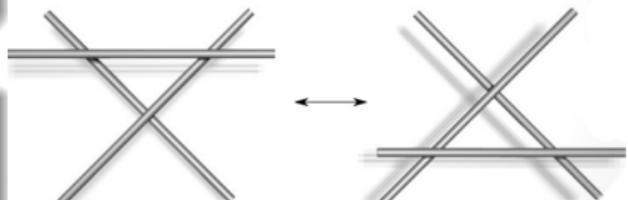
## Топология

Топология узла описывается полиномами Джинса.



Type I

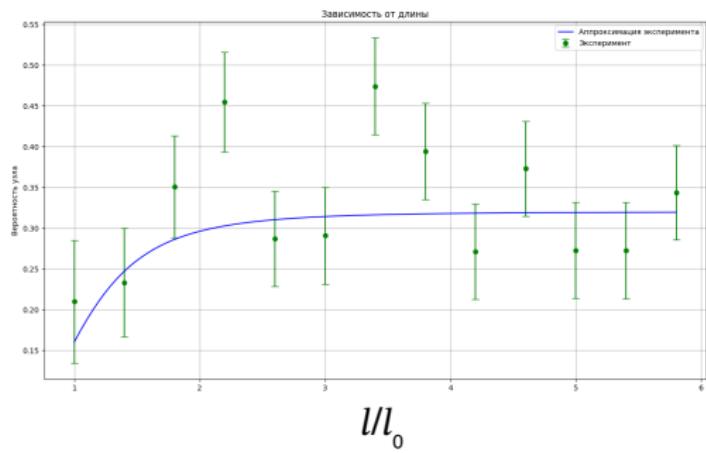
Type II



Type III

# Экспериментальная установка

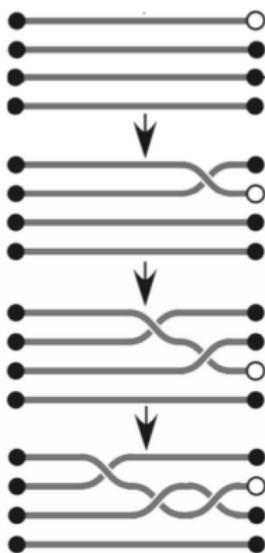
Экспериментальная установка состоит из цилиндра длиной  $l_0 = 13\text{см}$  и двигателя с частотой вращения  $\omega = 1 \text{ Гц}$



Аппроксимация точек зависимостью:  
 $P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b}$  где  $P_0 = 0.3$ ,  $b = -3$

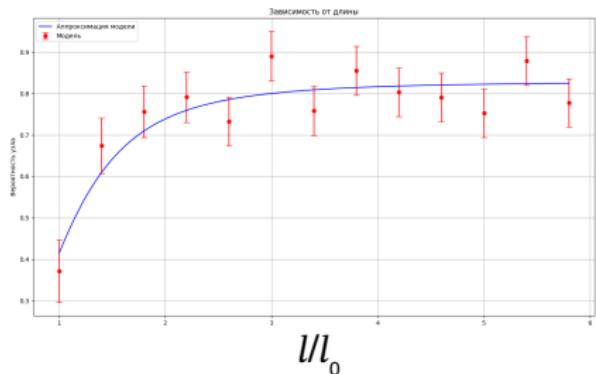
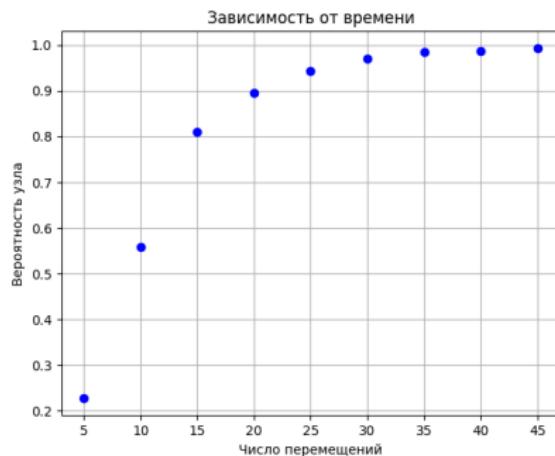
# Теоретическое моделирование

В качестве модели взят марковский процесс случайного блуждания конца шнурка. Конец шнурка с равной вероятностью мог за один такт опуститься вверх или вниз над или под одной из частей шнурка. После случайного блуждания образуется узел.



# Результаты моделирования

Графики зависимости вероятности образования узла на одном шнурке от его длины и времени блуждания.



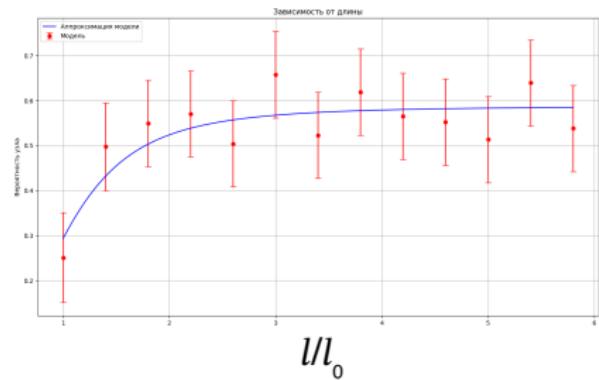
Необходимое число пересечений: 3

Аппроксимация точек:

$$P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b} \text{ где } P_0 = 0.8, b = -3$$

# Результаты моделирования

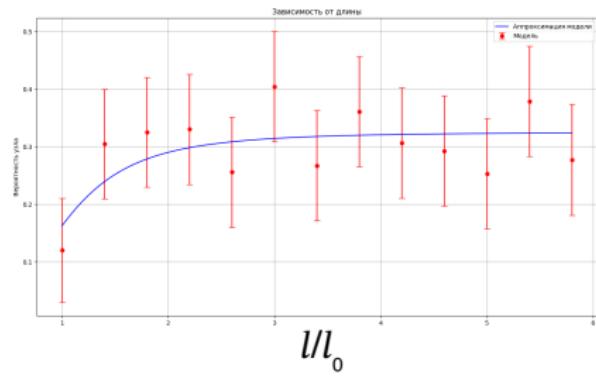
Графики зависимости вероятности образования узла на одном шнурке от его длины с разными условиями на число пересечений в модели для образования узла.



Необходимое число пересечений: 5

Аппроксимация точек:

$$P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b} \text{ где } P_0 = 0.57, b = -3$$



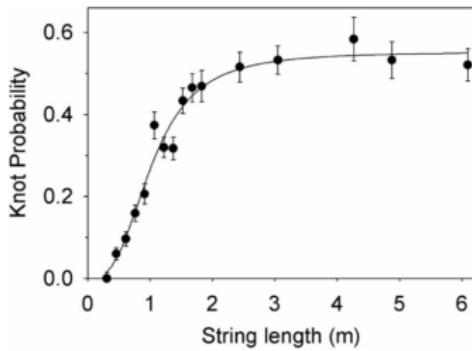
Необходимое число пересечений: 7

Аппроксимация точек:

$$P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b} \text{ где } P_0 = 0.33, b = -3$$

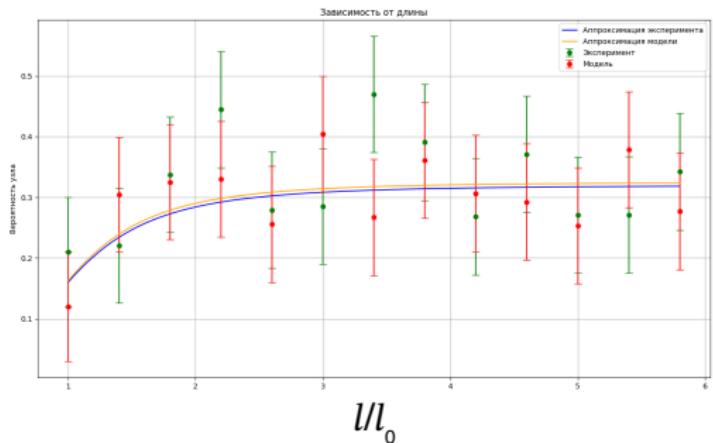
# Сравнение со статьей

В статье "Spontaneous knotting of an agitated string". Dorian M. Raymer and Douglas E. Smith представлены следующие результаты



$$P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b}$$

где  $P_0 = 0.55$ ,  $b = -2.9$



$$P = \frac{P_0}{1+(l/l_0)^b} \text{ где } P_0 = 0.33, b = -3$$

# Вывод

- Экспериментально измерена вероятность образования узла на одном шнурке  $P = 0.3$
- Построена модель и полученная вероятность образования узла на одном шнурке  $P = 0.3$
- В качестве доработки задачи можно рассмотреть распределения узлов между несколькими веревками, как модель случайного блуждания концов рядом с образовавшимися узлами на соседних веревках, распределенными равномерно по длине шнурка

Спасибо за внимание

Благодарим за внимание!