Домашняя работа
Кононов Александр Михайлович
2.11.2024

Условие:

ЗАДАЧА 8 (4 БАЛЛА)

Найти закон преобразования параметров Стокса при повороте осей x, y на угол φ (считать, что свет распространяется вдоль оси z).

Решение:

$$\xi_3 = \frac{|E_x|^2 - |E_y|^2}{|E_x|^2 + |E_y|^2}$$

$$\xi_1 = \frac{E_x E_y^* + E_y E_x^*}{|E_x|^2 + |E_y|^2}$$

$$\xi_2 = \frac{E_y E_x^* - E_x E_y^*}{i(|E_x|^2 + |E_y|^2)}$$

$$\begin{pmatrix} E_x^{'} \\ E_y^{'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$

1)

$$|E_x^{'}|^2 + |E_y^{'}|^2 = |E_x|^2 + |E_y|^2$$

2)

$$\begin{aligned} |E_x^{'}|^2 - |E_y^{'}|^2 = (\cos\varphi \cdot E_x - \sin\varphi \cdot E_y)\left(\cos\varphi \cdot E_x^* - \sin\varphi \cdot E_y^*\right) - \\ - (\sin\varphi \cdot E_x + \cos\varphi \cdot E_y)\left(\sin\varphi \cdot E_x^* + \cos\varphi \cdot E_y^*\right) = \\ = \cos^2\varphi \cdot |E_x|^2 - \cos\varphi\sin\varphi\left(E_x E_y^* + E_y E_x^*\right) + \sin^2\varphi \cdot |E_y|^2 - \\ - \left(\sin^2\varphi \cdot |E_x|^2 + \cos\varphi\sin\varphi\left(E_x E_y^* + E_y E_x^*\right) + \cos^2\varphi \cdot |E_y|^2\right) = \\ = \cos 2\varphi\left(|E_x|^2 - |E_y|^2\right) - \sin 2\varphi\left(E_x E_y^* + E_y E_x^*\right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \xi_3^{'} = \cos 2\varphi \xi_3 - \sin 2\varphi \xi_1$$

3)

$$\begin{aligned} E_x^{'} E_y^{'*} + E_x^{'*} E_y^{'} = (\cos\varphi \cdot E_x - \sin\varphi \cdot E_y)\left(\sin\varphi \cdot E_x^* + \cos\varphi \cdot E_y^*\right) + \\ + \left(\cos\varphi \cdot E_x^* - \sin\varphi \cdot E_y^*\right)(\sin\varphi \cdot E_x + \cos\varphi \cdot E_y) = \\ = \cos\varphi\sin\varphi \cdot |E_x|^2 - \cos\varphi\sin\varphi \cdot |E_y|^2 + \cos^2\varphi \cdot E_x E_y^* - \sin^2\varphi \cdot E_y E_x^* + \\ + \cos\varphi\sin\varphi \cdot |E_x|^2 - \cos\varphi\sin\varphi \cdot |E_y|^2 + \cos^2\varphi \cdot E_x^* E_y - \sin^2\varphi \cdot E_y^* E_x = \\ = \sin 2\varphi\left(|E_x|^2 - |E_y|^2\right) + \cos 2\varphi\left(E_x E_y^* + E_y E_x^*\right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \xi_1^{'} = \sin 2\varphi \xi_3 + \cos 2\varphi \xi_1$$

4)

$$\begin{aligned}
E_x^{'*} E_y^{'} - E_x^{'} E_y^{'*} = \left(\cos\varphi \cdot E_x^* - \sin\varphi \cdot E_y^*\right)\left(\sin\varphi \cdot E_x + \cos\varphi \cdot E_y\right) - \\
- \left(\cos\varphi \cdot E_x - \sin\varphi \cdot E_y\right)\left(\sin\varphi \cdot E_x^* + \cos\varphi \cdot E_y^*\right) = \\
= \cos\varphi \sin\varphi \cdot |E_x|^2 - \cos\varphi \sin\varphi \cdot |E_y|^2 + \cos^2\varphi \cdot E_x^* E_y - \sin^2\varphi \cdot E_y^* E_x - \\
- \left(\cos\varphi \sin\varphi \cdot |E_x|^2 - \cos\varphi \sin\varphi \cdot |E_y|^2 + \cos^2\varphi \cdot E_x E_y^* - \sin^2\varphi \cdot E_y E_x^*\right) = \\
= E_x^* E_y - E_y^* E_x
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \xi_2^{'} = \xi_2$$

Ответ:

$$\begin{pmatrix} \xi_1^{'} \\ \xi_2^{'} \\ \xi_3^{'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\varphi & 0 & \sin 2\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin 2\varphi & 0 & \cos 2\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix}$$