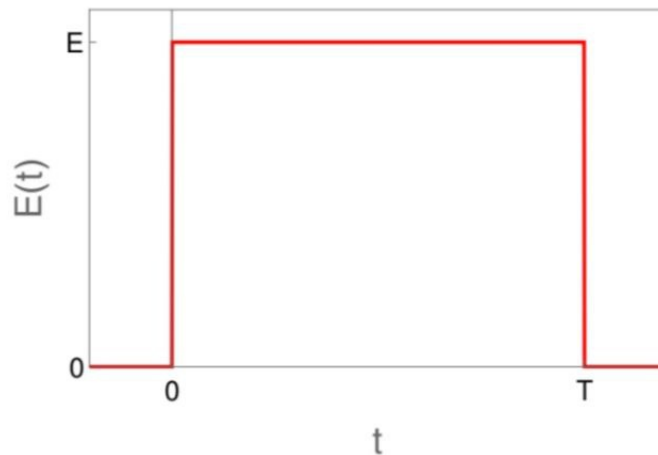


Домашняя работа  
Кононов Александр Михайлович  
10.09.2024

Условие:

ЗАДАЧА 1 (4 БАЛЛА)

Определить зависимость  $j(t)$ , если электрическое поле  $E$  включают на конечное время  $T$  (зависимость  $E(t)$  изображена на рисунке). Проводимость материала  $\sigma$ , время релаксации импульса  $\tau$ .



Решение:

$$j(t) = \frac{\sigma}{\tau} \int_0^{+\infty} E(t - \tilde{t}) e^{-\tilde{t}/\tau} d\tilde{t}$$
$$E(t) = \begin{cases} 0; t < 0 \\ E; 0 < t < T \\ 0; t > T \end{cases}$$

Сделаем замену в интеграле:

$$\begin{aligned} t - \tilde{t} &= y \\ -\tilde{t} &= y - t \\ d\tilde{t} &= -dy \\ \tilde{t} = 0 &\Leftrightarrow y = t \\ \tilde{t} = +\infty &\Leftrightarrow y = -\infty \end{aligned}$$

Тогда

$$j(t) = \frac{\sigma}{\tau} \int_0^{+\infty} E(t - \tilde{t}) e^{-\tilde{t}/\tau} d\tilde{t} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sigma}{\tau} \int_{-\infty}^t E(y) e^{(y-t)/\tau} dy = \frac{\sigma}{\tau} e^{-t/\tau} E \int_0^t e^{y/\tau} dy = \\
&= \frac{\sigma}{\tau} E e^{-t/\tau} \begin{cases} \int_0^T e^{y/\tau} dy; t > T \\ \int_0^t e^{y/\tau} dy; 0 < t < T \\ 0; t < 0 \end{cases} \\
&= \frac{\sigma}{\tau} E \tau e^{-t/\tau} \begin{cases} e^{y/\tau} \big|_0^T; t > T \\ e^{y/\tau} \big|_0^t; 0 < t < T \\ 0; t < 0 \end{cases} \\
&= \sigma E e^{-t/\tau} \begin{cases} (e^{T/\tau} - 1); t > T \\ (e^{t/\tau} - 1); 0 < t < T \\ 0; t < 0 \end{cases} \\
&= \sigma E e^{-t/\tau} [(e^{T/\tau} - 1) \cdot \Theta(t - T) + (e^{t/\tau} - 1) \cdot (\Theta(t) - \Theta(t - T))]
\end{aligned}$$

Ответ:

$$j(t) = \sigma E e^{-t/\tau} [(e^{T/\tau} - 1) \cdot \Theta(t - T) + (e^{t/\tau} - 1) \cdot (\Theta(t) - \Theta(t - T))]$$