ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОССУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Р. Е. АЛЕКСЕЕВА

Кафедра «Прикладная математика»

Отчет Лабораторная работа №1 по дисциплине «Численные Методы»

Тема:	«СЛАУ»	
		Студент
		<u>17-ПМ</u> <u>31.10.19</u> (Дата сдачи)
		Проверила Талалушкина Л.В. (Подпись) (Фамилия, И., О.)
		Отчет защищен «»2019г.
		с оценкой

Нижний Новгород, 2019

Оглавление

1.	ЦЕЛЬ РАБОТЫ	3
2.	ПОЯСНЕНИЕ К ЗАДАНИЮ	4
3.	ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА	6
4.	РЕАЛИЗАЦИЯ НА ЯЗЫКЕ С++	7
5.	РЕАЛИЗАЦИЯ НА ЯЗЫКЕ FORTRAN	12
6.	РЕАЛИЗАЦИЯ НА ЯЗЫКЕ MATLAB	18
7	ΡΕΔΠИЗΔΙΙΜЯ ΗΔ ЯЗЫКЕ РУТНОΝ	23

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучить и программно реализовать на языках высокого уровня (C, Python, Matlab, Fortran) метод Гаусса.

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Лата

2. ПОЯСНЕНИЕ К ЗАДАНИЮ

К необходимости решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) приводят многие прикладные задачи физики, радиофизики, электроники и других областей науки и техники. По этой причине разработке и исследованию методов решения СЛАУ уделяется повышенное внимание.

Для решения СЛАУ используются как прямые методы, позволяющие получить в случае отсутствия ошибок округления точное решение за конечное, заранее известное количество арифметических операций, так и итерационные методы. Итерационные методы используются для решения СЛАУ большого порядка, а также для уточнения решения, полученного прямыми методами.

Из прямых методов популярным у вычислений является метод Гаусса (исключения переменных) с выбором главного (максимального по модулю) элемента в столбце. Поиск главного элемента позволяет, с одной стороны, ограничить рост коэффициентов на каждом шаге исключения и, следовательно, уменьшить влияние ошибок округления на точность решения, с другой, обеспечить для невырожденных систем выполнения условия $a_{kk} \neq 0$ (отсутствие аварийных остановок вследствие деления на ноль).

Пусть задана СЛАУ

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_{1,}$$

 $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_{2,}$
...
 $a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nn}x_n = b_{n.}$
(1.1)

процесс ее решения методом Гаусса делится на два этапа, называемых соответственно прямым и обратным ходом.

На первом этапе система (1.1) путем последовательного исключения переменных x_1 , x_2 ,..., x_n сводится к эквивалентной системе с верхней треугольной матрицей коэффициентов:

Исключение переменной x_k (k-й шаг прямого хода Гаусса) включает вычисление k-й строки треугольной матрицы:

$$u_{kj} = a_{kj}^{(k-1)} / a_{kk}^{(k-1)}; \quad j = k+1,n,$$
 (1.3)

ı	1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19	
ı	2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19	ЛР по «Численны <i>і</i>
ı	Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата	

k-го свободного члена:

$$q_k = b_k^{(k-1)} / a_{kk}^{(k-1)},$$
 (1.4)

преобразование уравнений системы (1.1) с номерами k+1, k+2,...,n:

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} u_{kj};$$

$$b_{i}^{(k)} = b_{i}^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} q_{kj},$$

$$i = k+1,n; j = k+1,n.$$
(1.5)

В соотношениях (1.5) переменной внутреннего цикла является ј, переменной внешнего цикла — і. Полное число шагов, за которое выполняется прямой ход Гаусса, равно n, т.е. расчеты по формулам (1.3 — 1.5) выполняется для k = 1,n.

На втором этапе (обратный ход Гаусса) решают систему (1.2):

$$x_n = q_n;$$

 $x_k = q_k - \sum_{j=k+1}^n u_{kj} x_j;$
 $k= n-1, 1,$ (1.6)

последовательно определяя неизвестные $x_n, x_{n-1},..., x_1$.

Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19

3. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Основные функции:

- print_matrx() принимает матрицу и выводит её в консоль,
- col_max() принимает матрицу и ищет колонку с максимальным значением по модулю,
- triangle() принимает матрицу и приводит её к треугольному виду,
- rank_matr() принимает матрицу, приведенную к треугольному виду, и находит ее ранг,
- gauss()/gaus() принимает расширенную матрицу и ранг матрицы коэффициентов и находит решения слау.

В функции main() идет инициализация расширенной матрицы из файла, определяется матрица коэффициентов на основе расширенной матрицы. Далее обе матрицы приводятся к треугольному виду и выполняется функция gauss()/gaus().

Основные элементы:

- su расширенная матрица системы
- tmp матрица коэффициентов системы
- rank/rankm ранг матрицы коэффициентов
- ranks ранг расширенной матрицы
- х решения системы

Вывод программы: состояния решения системы (Endless solution, No solutions) или решение системы. При возможности расширенная матрица.

Исходная матрица				
Nº	Матрица коэффициентов А			Вектор b
3	2.30	5.70	-0.80	-6.49
	3.50	-2.70	5.30	19.20
	1.70	2.30	-1.80	-5.09

1	Вып	Карпов М.О.		31 10 19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

4. РЕАЛИЗАЦИЯ НА ЯЗЫКЕ С++

```
Реализация на языке С++
#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <fstream>
#include <string>
using namespace std;
void print_mtrx(double **matr, int n, int step){
  for(int i=0; i<n; i++){
    for(int j=0; j<n+step; j++){
       cout<<matr[i][j]<<" ";
    cout<<endl;
  cout<<endl;
}
int col_max(double **matrix, int col, int n){
  double max = abs(matrix[col][col]);
  int maxPos = col;
  for(int i=col+1; i<n; ++i){
    double element = abs(matrix[i][col]);
    if(element>max){
       max = element;
       maxPos = i;
    }
  return maxPos;
}
int triangle(double **matrix, int n, int step){
  double buff;
  if (n == 0)
    return 0;
  for(int i=0; i<n-1; ++i){
    int imax = col_max(matrix, i, n);
    if (i != imax) {
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

```
Реализация на языке С++
for(int j=0; j< n+step; j++){
         buff=matrix[i][j];
         matrix[i][j]=matrix[imax][j];
         matrix[imax][j]=buff;
       }
    for (int j=i+1; j<n; ++j){
       double mul;
       if(matrix[i][i]==0) mul=0;
       if(matrix[i][i]!=0) mul = -matrix[j][i]/matrix[i][i];
       for (int k=i; k< n+step; ++k){
         matrix[j][k]+=matrix[i][k]*mul;
         if(abs(matrix[j][k])<0.0001) matrix[j][k]=0;
    }
  }
}
int rank_matr(double **matr, int n, int step){
  int rank1 = n;
  int chk = 0;
  for(int i=1;i<n+1;i++){
    chk=0;
    for(int j=0;j< n+step;j++){
       if(matr[n-i][j]!=0)
         chk++;
    if(chk==0) rank1--;
  return rank1;
int gauss(double **matr, int rank, int n){
  double *x;
  x = new double[n];
  for(int i=0;i< n;i++) x[i]=0;
  int ranks = rank matr(matr, n, 1);
  if(ranks==rank && ranks<n){</pre>
     cout<<"Endless solutions"<<endl;
```

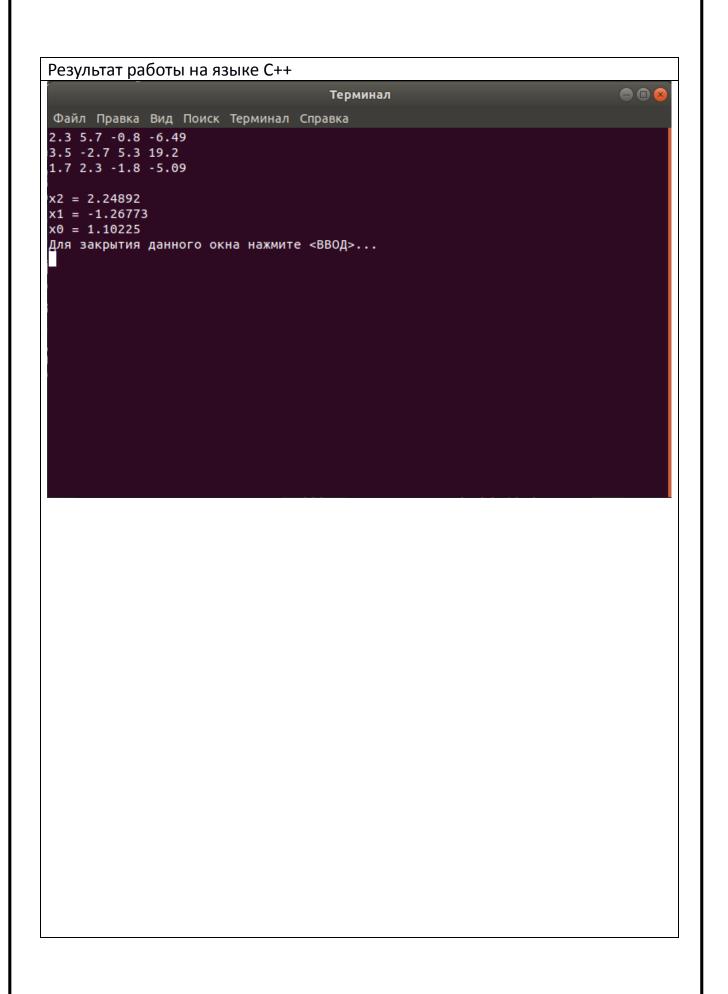
1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

```
Реализация на языке С++
return 0;
  if(rank==ranks){
    for(int i=1; i<=n; i++){
       x[n-i]=matr[n-i][n];
       for(int j=0;j< n;j++){
         if((n-i)!=j)
           x[n-i]=x[n-i]-(matr[n-i][j]*x[j]);
       }
       x[n-i]=x[n-i]/matr[n-i][n-i];
       if(matr[n-i][n-i]==0) cout<<"x"<<n-i<<" = Endless solutions"<<endl;
       else cout<<"x"<<n-i<<" = "<<x[n-i]<<endl;
    }
    return 0;
  cout<<"No solutions"<<endl;
  delete [] x;
  return 0;
}
int main()
  double **su, **tmp;
  int n = 0;
  string buff;
  ifstream file("matrix.txt", ios_base::out);
  while(!file.eof()){
    getline(file, buff);
    if(buff.size()>0)
       n++;
  file.close();
  ifstream fmatrix("matrix.txt", ios_base::out);
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

```
Реализация на языке С++
su = new double*[n];
  for(int i=0; i<n; i++){
    su[i] = new double[n+1];
    for(int j=0; j< n+1; j++){
      fmatrix>>su[i][j];
    }
  tmp = new double*[n];
  for(int i=0; i<n; i++){
    tmp[i] = new double[n];
    for(int j=0; j<n; j++){
      tmp[i][j]=su[i][j];
    }
  }
  print_mtrx(su, n, 1);
  triangle(su, n, 1);
  triangle(tmp, n, 0);
  gauss(su, rank_matr(tmp, n, 0), n);
  for(int i=0; i<n; i++)
    delete [] su[i];
  fmatrix.close();
  return 0;
}
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Лата



1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Лата

5. РЕАЛИЗАЦИЯ НА ЯЗЫКЕ FORTRAN

```
Реализация на языке FORTRAN
program main
 integer n, tmp_rank, rank_matr
 real, allocatable :: su(:,:)
 real, allocatable :: tmp(:,:)
 n=0
 open(1, file='matrix.txt')
 do
  read(1,*, iostat=io)
  if(io/=0) exit
  n=n+1
 enddo
 close(1)
 allocate(su(n, n+1))
 allocate(tmp(n, n))
 open(2, file='matrix.txt')
 doi=1,n
  read(2, *)(su(i,j),j=1,n+1)
 enddo
 close(2)
 doi=1,n
  do j=1,n
    tmp(i,j)=su(i,j)
  enddo
 enddo
 tmp_rank=rank_matr(tmp, n, 0)
 call triangle(su, n, 1)
 call triangle(tmp, n, 0)
call gauss(su, tmp rank, n)
 deallocate(su)
 deallocate(tmp)
end program main
subroutine print_matr(matr, n, step)
 integer n, step
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

```
Реализация на языке FORTRAN
 real, dimension(n, step+n):: matr
 doi=1,n
  do j=1,n+step
    write(*, "(f10.4, 1x)") matr(i, j)
  enddo
  write(*,*)
 enddo
 return
end subroutine print matr
integer function col max(matrix, col, n)
 integer n, col, maxpos
 real max, element
 real, dimension(n, n):: matrix
 max = abs(matrix(col, col))
 maxPos = col
 do i=col+1,n
  element = abs(matrix(i, col))
  if (element>max) then
    max = element
    maxPos = i
  endif
 enddo
 col_max=maxpos
 return
end function col_max
subroutine triangle(matrix, n, step)
 real buff, mul
 integer n, step, imax
 real, dimension(n, n+step):: matrix
 integer col_max
 if (n == 0) then
  stop
 endif
 do i=1,n-1
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

```
Реализация на языке FORTRAN
  imax = col max(matrix, i, n)
  if (i .ne. imax) then
     do j=1,n+step
       buff=matrix(i, j)
       matrix(i, j)=matrix(imax, j)
       matrix(imax, j)=buff
     enddo
  endif
  do j=i+1,n
    if(matrix(i, i)==0) then
      mul=0;
    endif
    if(matrix(i, i).ne.0) then
      mul = -matrix(j, i)/matrix(i, i)
    endif
    do k=i,n+step
      matrix(j, k)=matrix(j, k)+matrix(i, k)*mul;
      if(abs(matrix(j, k))<0.0001) then
        matrix(j, k)=0;
      endif
    enddo
  enddo
 enddo
 return
end subroutine triangle
integer function rank_matr(matrix, n, step)
 integer n, step, rank1, chk
 real, dimension(n, n+step):: matrix
 rank1=n
 do i=0,n-1
  chk=0;
  do j=1,n+step
     if(matrix(n-i, j).ne.0) then
      chk=chk+1
     endif
  enddo
```

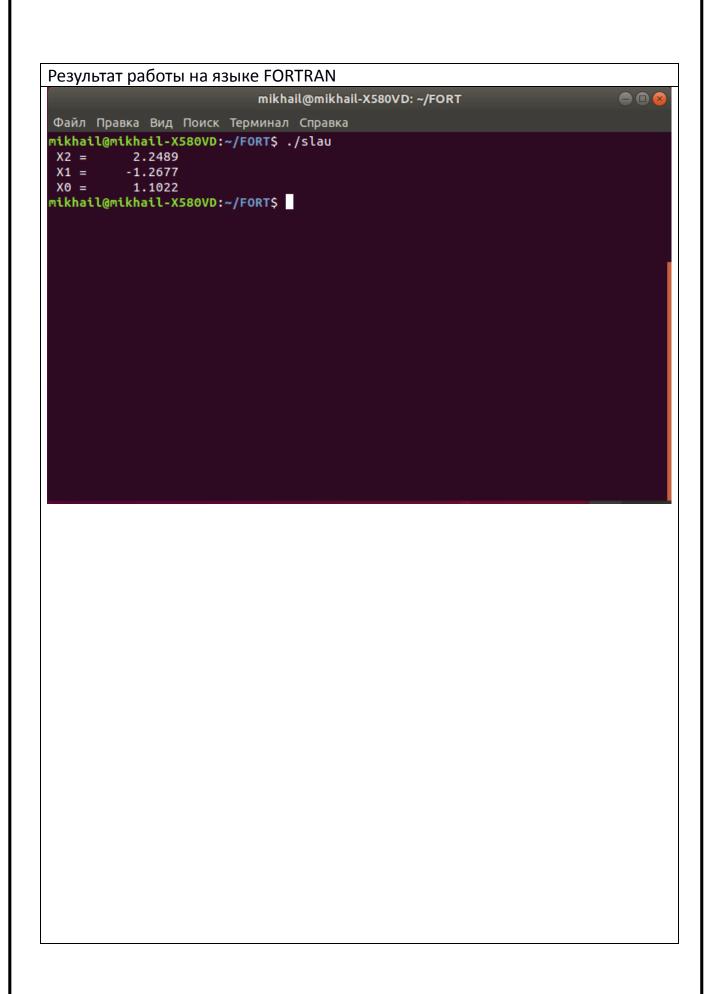
1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

```
Реализация на языке FORTRAN
  if(chk==0) then
    rank1=rank1-1
  endif
 enddo
 rank_matr=rank1
 return
end function rank matr
subroutine gauss(matr, rank, n)
 integer ranks, rank matr, n, rank
 real, dimension(n, n+1):: matr
 real, allocatable :: x(:)
 allocate(x(n))
 ranks=rank matr(matr, n, 1)
 if((ranks==rank).and.(ranks<n)) then
  print *, "Endless solutions"
  deallocate(x)
  return
 endif
 if(rank==ranks)then
  do i=0,n-1
    x(n-i)=matr(n-i, n+1)
    do j=1,n
      if((n-i).ne.j) then
        x(n-i)=x(n-i)-(matr(n-i, j)*x(j))
      endif
    enddo
    x(n-i)=x(n-i)/matr(n-i, n-i)
    if(matr(n-i, n-i).eq.0) then
      print *, "Endless solution"
    endif
    if(matr(n-i, n-i).ne.0) then
      print 15, n-i-1, x(n-i)
      15 FORMAT(1x, "X", i1, " = ", 1x, f10.4)
    endif
  enddo
  deallocate(x)
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата



1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Пата



1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Лата

6. РЕАЛИЗАЦИЯ НА ЯЗЫКЕ МАТLAB

```
Реализация на языке Matlab. col_max.m
function [maxpos] = col_max(matrix, a, n)
  maxc = abs(matrix(a, a))
  maxpos = a
  for i=a+1:n
    element=abs(matrix(i, a))
    if element>maxc
      maxc=element
      maxpos=i
    end
  end
end
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

Лист

```
Реализация на языке Matlab. gaus.m
function [x1, res] = gauss(matr, rankm, n)
  trg = 0
  x1 = zeros(0, 0)
  x = zeros(1, n)
  res="none"
  for i=1:n
    x(i)=0
  end
  ranks=rank(matr)
  if(ranks == rankm && ranks < n)
    res="Endless solutions"
    trg=1
  end
  if(rankm == ranks && trg==0)
    for i=n:-1:1
       x(i) = matr(i, n+1);
       for j=1:n
         if(i^{=j})
           x(i)=x(i)-(matr(i, j)*x(j))
         end
       end
       x(i)=x(i)/matr(i, i);
       if(matr(i, i) == 0)
         res="Endless solutions"
       end
       if(matr(i, i) \sim= 0)
         x1=[x1 x(i)]
       end
    end
    trg=1
  end
  if(trg==0)
    res="No solutions"
  end
end
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

```
Реализация на языке Matlab. slau.m
su = load("/home/mikhail/matrix.txt")
n = size(su, 1)
tmp=zeros(n)
for i=1:n
  for j=1:n
    tmp(i, j)=su(i, j)
  end
end
su = triangle(su, n, 1)
tmp = triangle(tmp, n, 0)
[x, res] = gaus(su, rank(tmp), n)
clc
if(res=="none")
  for i=1:size(x, 2)
    fprintf("x\%i = \%f\n", size(x, 2)-i, x(i))
  end
end
if(res~="none")
 disp(res)
end
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

```
Реализация на языке Matlab. triangle.m
function [res] = triangle(matrix, n, step)
  trg=0
  res=matrix
  if(n == 0)
    trg=1
  end
  if(trg==0)
    for i=1:n-1
       imax = col max(res, i, n)
       if(i^=imax)
         for j=1:n+step
            buff=res(i, j)
            res(i, j)=res(imax, j)
            res(imax, j)=buff
         end
       end
       for j=i+1:n
         mul = 0
         if (res(i, i)==0)
            mul=0
         end
         if (res(i, i)^{\sim}=0)
            mul=-res(j, i)/res(i, i)
         end
         for k=i:n+step
            res(j, k)=res(j, k)+res(i, k)*mul
            if (abs(res(j, k)) < 0.0001)
              res(j, k) = 0
            end
         end
       end
    end
  end
end
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

Результат работы на языке Matlab

Command Window

New to MATLAB? See resources for Getting Started.

```
x2 = 2.248919
x1 = -1.267726
x0 = 1.102249
fx >>
```

	1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
	2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
ı	No.		Ф.И.О	Подп.	Пата

7. РЕАЛИЗАЦИЯ НА ЯЗЫКЕ PYTHON

```
Реализация на языке Python
def print mtrx(matr, n, step):
  for i in range(n):
    for j in range(n + step):
       print(matr[i][j], end=' ')
    print()
  print()
def col max(matrix, a, n):
  maxc = abs(matrix[a][a])
  maxpos = a
  for i in range(a + 1, n):
    element = abs(matrix[i][a])
    if element > maxc:
       maxc = element
       maxpos = i
  return maxpos
def triangle(matrix, n, step):
  buff = 0
  if n == 0:
    return 0
  for i in range(n - 1):
    imax = col max(matrix, i, n)
    if i != imax:
       for j in range(n + step):
         buff = matrix[i][j]
         matrix[i][j] = matrix[imax][j]
         matrix[imax][j] = buff
    for j in range(i + 1, n):
       mul = 0
       if matrix[i][i] == 0:
         mul = 0
       if matrix[i][i] != 0:
         mul = -matrix[j][i] / matrix[i][i]
       for k in range(i, n + step):
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

```
Реализация на языке Python
         matrix[j][k] += matrix[i][k] * mul
         if abs(matrix[j][k]) < 0.0001:
            matrix[j][k] = 0
def rank matr(matr, n, step):
  rank1 = n;
  chk = 0;
  for i in range(1, n + 1):
    chk = 0
    for j in range(n + step):
       if matr[n - i][j] != 0:
          chk = chk + 1
    if chk == 0:
       rank1 = rank1 - 1
  return rank1
def gauss(matr, rank, n):
  x = []
  for i in range(n):
    x.append(0)
  ranks = rank matr(matr, n, 1)
  if ranks == rank and ranks < n:
     print("Endless solutions")
    return 0
  if rank == ranks:
    for i in range(1, n + 1):
       x[n - i] = matr[n - i][n]
       for j in range(n):
          if (n - i) != j:
            x[n - i] = x[n - i] - (matr[n - i][i] * x[i])
       x[n - i] = x[n - i] / matr[n - i][n - i]
       if matr[n - i][n - i] == 0:
         print('x', n - i, " = Endless solutions")
       else:
         print('x', n - i, " = ", x[n - i], sep=")
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Лата

```
Реализация на языке Python
    return 0
  print("No solutions")
if __name__ == "__main__":
  su = []
  tmp = [[]]
  n = 0
  with open("test.txt") as file:
    su = [list(map(float, row.split())) for row in file.readlines()]
    n = len(su[0])-1
  for i in range(n):
    tmp.append([])
    for j in range(n):
       tmp[i].append(su[i][j])
  print_mtrx(su, n, 1)
  triangle(su, n, 1)
  triangle(tmp, n, 0)
  gauss(su, rank matr(tmp, n, 0), n)
```

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
Nº.		Ф.И.О	Подп.	Дата

Результат работы на языке Python /usr/bin/python3.6 /home/mikhail/PycharmProjects/slau/gaus.py 2.3 5.7 -0.8 -6.49 3.5 -2.7 5.3 19.2 1.7 2.3 -1.8 -5.09 x2 = 2.248918667905002x1 = -1.2677258856308875x0 = 1.1022489054000262Process finished with exit code 0

1	Вып	Карпов М.О.		31.10.19
2	Пров	Талалушкина Л.В.		31.10.19
No		φи∩	Подп.	Пата