

ČESKÉ  
VYSOKÉ  
UČENÍ  
TECHNICKÉ  
v PRAZE

**Fakulta elektrotechnická**

**Kybernetika a robotika**

Diplomová práce

# **Automatické odhadování plošek broušeného kamene**

**Jakub Drápela**

**Květen 2017**

**Vedoucí práce: Ing. Vladimír Smutný, Ph.D.**



Akademický rok **2016-17**

## **ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**

Student:

**Jakub Drápeľa**

Studijní program:

**Kybernetika a robotika**

Obor:

**Senzory a přístrojová technika**

Název tématu česky:

**Automatické odhadování orientace plošek broušeného kamene**

Název tématu anglicky: **Automatic Estimation of Cut Stone Facet Orientation**

### **Pokyny pro vypracování:**

1. Připravte přehled stavu vědění v oblasti metod pro měření tvaru broušených kamenů.
2. Navrhněte algoritmy pro odhadování orientace faset broušených kamenů z obrazů stop vycházejících z kamene ozářeného laserovým svazkem.
3. Implementujte navržené algoritmy a otestujte je na skutečných kamenech.
4. Výsledky vyhodnotěte.
5. Z dokumentujte algoritmy a experimentální výsledky.

### **Seznam odborné literatury:**

- [1] Kutulakos, K. N., Steger, E.: A theory of refractive and specular 3d shape by light-path triangulation. International Journal of Computer Vision 76 (1), 13-29, Jan. 2008
- [2] Miyazaki, D., Ikeuchi K.: Shape Estimation of Transparent Objects by Using Inverse Polarization Ray Tracing. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (Volume: 29, Issue: 11, Nov. 2007)

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Vladimír Smutný, Ph.D. (K 13133)

Datum zadání diplomové práce:

14. prosince 2016

Platnost zadání do<sup>1</sup>:

30. září 2018

Doc. Ing. Jan Holub, Ph.D.  
vedoucí katedry



Prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.  
děkan

V Praze dne 14. 12. 2016

<sup>1</sup> Platnost zadání je omezena na dobu tří následujících semestrů.



## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne .....  
.....  
Podpis autora práce

## **Poděkování**

Zde bych chtěl poděkovat za podporu při tvorbě této diplomové práce. Poděkování patří především mému vedoucímu Ing. Vladimíru Smutnému, Ph.D. za poskytnuté konzultace, vstřícnost, ochotu a trpělivost.

Dále bych rád poděkovat rodině za podporu během studia. Nemalé díky patří také přátelům za silnou morální podporu a rady, které mi pomohly tuto práci realizovat.

## Abstrakt

Tato práce se zabývá automatickým odhadem orientace faset broušeného kamene s využitím informace o šíření rovnoběžného světelného svazku brusem. Důležité jsou světelné svazky vystupující z kamene.

Metoda odhadu parametrů faset spočívá v porovnání svazků ze simulace a z měřicího experimentu. Parametry simulovaného modelu jsou upravovány gradientním optimalizačním algoritmem. Výstupem měřicího experimentu je snímek s obrazy svazků.

První část je zaměřena na detekci světelných stop v obraze a výpočet parametrů odpovídajících svazků. Detekce stop je založena na přítomnosti maximálně stabilních extrémních oblastí (MSER) v obraze. Druhá část obsahuje návrh algoritmů k nalezení korespondujících dvojic svazků.

Práce je zaměřena na broušený kámen typu šatonová růže s 12-ti bočními fasetami.

**Klíčová slova:** počítačové vidění, MSER, sledování paprsků, párování světelných svazků, broušené kameny

## Abstract

This thesis describes the automatic estimation of cut stone facet orientation with the use of information about the parallel light beam propagation. Light beams leaving the stone are significant for us.

The principle of stone facet estimation is a comparison of beams from the simulation and beams from the measurement experiment. Parameters of the simulated model are modified by the gradient optimization algorithm. The image of light beams is the output of the measurement experiment.

The first part is focused on light beams detection and calculating the parameters of the corresponding beams. Light beams detection is based on the presence of the maximally stable extremal regions (MSER) in the image. The second part contains the light beam matching algorithms.

The work is focused on chaton rose with the twelve side facets.

**Keywords:** computer vision, MSER, ray-tracing, light beam matching, cut stones

# **Obsah**

<b>1</b>	<b>Úvod a motivace</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Metody pro odhad tvaru kamene</b>	<b>2</b>
2.1	Triangulace, polarizace a profilprojektor . . . . .	2
2.2	Předchozí práce . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Fyzikální model</b>	<b>6</b>
3.1	Model kamene . . . . .	6
3.2	Model svazku . . . . .	6
3.3	Model stínítka . . . . .	9
3.4	Model kamery . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Detekce světelných stop v obraze</b>	<b>10</b>
4.1	Jevy v obraze . . . . .	10
4.2	Předchozí práce . . . . .	12
4.3	MSER (maximal stable extremal region) detektor . . . . .	12
4.4	Implementace . . . . .	13
4.4.1	Filtrace . . . . .	13
4.4.2	Detekce . . . . .	13
4.4.3	Okolí stínítka . . . . .	13
4.4.4	Pozadí snímku . . . . .	14
4.4.5	Odstranění nežádoucích detekcí . . . . .	15
4.5	Výsledek detekce . . . . .	15
4.6	Určení parametrů svazku . . . . .	16
4.6.1	Základní parametry . . . . .	16
4.7	Detektor ocásků . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Parametry kamene viva12</b>	<b>22</b>
<b>6</b>	<b>Nový pozorovatelný příznak svazků</b>	<b>23</b>
6.1	Vzájemná rotace kamene a zdrojového svazku . . . . .	23
6.2	Změna směru vystupujících paprsků . . . . .	24
6.3	Modelování pohybu svazků . . . . .	25
<b>7</b>	<b>Terminologie</b>	<b>29</b>
7.1	Simulované svazky . . . . .	29
7.2	Pozorované svazky . . . . .	29

<b>8 Optimalizace orientace faset</b>	<b>30</b>
8.1 Schéma optimalizačního procesu . . . . .	30
8.2 Optimalizované kritérium . . . . .	31
8.3 Plná vs. zjednodušená simulace . . . . .	32
8.3.1 Plná simulace . . . . .	32
8.3.2 Zjednodušená simulace . . . . .	32
8.4 Podmíněnost . . . . .	33
8.4.1 Třída svazků <b>1A</b> a <b>1B</b> . . . . .	33
8.4.2 Třída <b>3A</b> . . . . .	33
8.5 Pozorování . . . . .	33
8.5.1 Vzájemná poloha svazků . . . . .	33
8.5.2 Orientace kamene . . . . .	36
8.5.3 Zakřivení faset . . . . .	36
8.5.4 Svazky s vysokou citlivostí . . . . .	37
<b>9 Korespondence svazků</b>	<b>38</b>
9.1 Obtížnost úlohy . . . . .	38
<b>10 Klasifikace příznaků</b>	<b>42</b>
10.1 Ground truth . . . . .	42
10.2 Změna zářivého toku se změnou parametrů kamene . . . . .	42
10.3 Závislost zářivého toku . . . . .	43
10.4 Závislost parametrů ocásků . . . . .	45
10.4.1 Směrový úhel . . . . .	45
10.4.2 Velikost . . . . .	46
<b>11 Automatická optimalizace - algoritmy</b>	<b>47</b>
11.1 Zavedení symbolů . . . . .	47
11.2 Použité algoritmy . . . . .	47
11.2.1 Korespondence svazků třídy <b>1A</b> . . . . .	47
11.2.2 Korespondence svazků třídy <b>3A</b> . . . . .	49
11.2.3 Korespondence svazků třídy <b>5D</b> . . . . .	50
11.2.4 Korespondence svazků podle ocásků . . . . .	51
11.2.5 Korespondence svazků podle polohy v obraze a zářivého toku . . . . .	52
11.3 Automatická optimalizace parametrů faset . . . . .	53
<b>12 Ověření správnosti korespondencí</b>	<b>55</b>
12.1 Množiny korespondencí . . . . .	55
12.2 Rozhodovací algoritmus . . . . .	55
12.3 Simulace dat . . . . .	56
12.4 Oddělitelnost . . . . .	56
12.5 Rozdělení svazků do množin . . . . .	56
12.6 Vhodné zvolení optimalizační a kriteriální množiny . . . . .	57

12.7 Výběr kriteriální množiny . . . . .	60
12.7.1 Výběr množiny kandidátů . . . . .	60
<b>13 Výsledky</b>	<b>62</b>
13.1 Vybrané kameny . . . . .	62
13.2 Uložení broušených kamenů při měření . . . . .	62
13.3 Přesnost počátečního odhadu . . . . .	62
13.4 Hodnotící parametry . . . . .	63
<b>Přílohy</b>	<b>65</b>
A Rozdělení svazků do tříd . . . . .	65

## Seznam obrázků

2.1	Sarine Diascan S+ . . . . .	2
2.2	Schéma experimentu . . . . .	3
2.3	Měřicí soustava . . . . .	4
3.1	Detail aproximace přechodu mezi fasetami . . . . .	6
3.2	Příklad snímaného obrazu s vyznačením obrazů svazků a ocásků . . . . .	7
3.3	Vznik ocásků . . . . .	8
3.4	Poměrná velikost intenzity ocásku případ lomu ze vzduchu do skla . . . . .	8
3.5	Poměrná velikost intenzity ocásku případ lomu ze skla do vzduchu . . . . .	9
4.1	Popis objektů v obraze . . . . .	10
4.2	Vliv odrazu od podstavce na pozadí snímku . . . . .	11
4.3	Slynutí dvou různých svazků . . . . .	11
4.4	Problémové detekce . . . . .	11
4.5	Jasové řezy . . . . .	12
4.6	Detekce okolí stínítka . . . . .	13
4.7	Filtrace pozadí . . . . .	14
4.8	Ukázka detekce světelných stop v obraze . . . . .	15
4.10	Detektor ocásků - stopa v obraze . . . . .	18
4.11	Detektor ocásků - detekce stopy . . . . .	19
4.12	Detektor ocásků - polární graf . . . . .	19
4.13	Detekce ocásků - zpracování polárního grafu . . . . .	20
4.14	Detektor ocásků - příklad detekce . . . . .	21
5.1	Šatonová růže s označenými fasetami a parametry. Pohled shora je zobrazen vlevo, bokorys vpravo . . . . .	22
6.1	Odraz světelného paprsku od zrcadla . . . . .	23
6.2	Odraz světelného paprsku od rotujícího zrcadla . . . . .	24
6.3	Kritický úhel a totální odraz . . . . .	24
6.4	Závislost změny lomeného úhlu na změně úhlu dopadu . . . . .	25
6.5	Dráhy pohybu svazků při rotaci kamene . . . . .	26
6.6	Histogram velikosti rotace vystupujících svazků . . . . .	26
6.7	Kruhový histogram směru rotace svazků - <i>viva12</i> . . . . .	27
6.8	Kruhový histogram směru rotace svazků - šaton . . . . .	28
8.1	Diagram s principem odhadu orientace faset broušených kamenů . . . . .	30
8.2	Časová náročnost simulace LADOK . . . . .	32
8.3	Lom a odraz paprsku v optickém klínu . . . . .	34
8.4	Obrazy svazků ve snímku . . . . .	35
8.5	Svazek blízko kritického úhlu . . . . .	37
9.1	Vzdálenost obrazu korespondujících svazků - fáze 0 . . . . .	39
9.2	Vzdálenost obrazu korespondujících svazků - fáze 1 . . . . .	40
9.3	Vzdálenost obrazu korespondujících svazků - konečná fáze . . . . .	41
10.1	Histogram variačního koeficientu zářivého toku svazků pro data z 10-ti snímků různých kamenů typu <i>viva12</i> . . . . .	43
10.2	Závislost zářivého toku simulovaných a pozorovaných svazků . . . . .	44
10.3	Závislost zářivého toku simulovaných a pozorovaných svazků - detail . . . . .	44

10.4	Odhad pravděpodobnostní funkce rozdílu směrového úhlu mezi pozorovanými a simulovanými ocásky. . . . .	45
10.5	Závislost velikosti simulovaných a pozorovaných ocásků. . . . .	46
12.1	Graf oddělitelnosti $S$ . . . . .	59
12.2	Změna kritéria korespondencí třídy <b>9G</b> . . . . .	61
12.3	Změna kritéria korespondencí třídy <b>7D</b> . . . . .	61
A.1	Svazky třídy 3C a 9J. . . . .	65
A.2	Svazky třídy 1A-6B. . . . .	72
A.3	Svazky třídy 6D-8A. . . . .	73
A.4	Svazky třídy 8B-9I. . . . .	74

## **Seznam tabulek**

12.1 Střední hodnota $S$ - tabulka č. 1 . . . . .	58
12.2 Střední hodnota $S$ - tabulka č. 2 . . . . .	59
12.3 Tabulka oddělitelnosti $S$ pro třídy svazků v kriteriální množině . . . . .	60
12.4 Tabulka oddělitelnosti $S$ pro třídy svazků z množině kandidátů . . . . .	60
13.1 Výsledek automatické optimalizace orientace faset. . . . .	63
A.1 Dopadové fasety svazků tříd 1A-5E. . . . .	66
A.2 Dopadové fasety svazků tříd 6A-7A. . . . .	67
A.3 Dopadové fasety svazků tříd 7B-7H. . . . .	68
A.4 Dopadové fasety svazků tříd 8A-9A. . . . .	69
A.5 Dopadové fasety svazků tříd 9B-9F. . . . .	70
A.6 Dopadové fasety svazků tříd 9G-9J. . . . .	71



# Kapitola 1

## Úvod a motivace

Drahé kameny jsou lidstvem od pradávna vyhledávány. Jsou symbolem krásy, bohatství a moci. Z počátku se kameny leštily do oblých tvarů a stávaly se součástí šperků. S vývojem civilizace se začaly drahé kameny brousit, aby se zvýraznil lom světla a lesk minerálu. Broušením vznikaly rovinné fasety. Kombinací faset s definovanou velikostí a sklonem se vyvinuly standardní tvary jako brilliant, brilliant, rosette, baguette apod. Drahé a velmi cenné suroviny jako diamant se brousí pouze ručně. Méně cenné suroviny jsou převážně opracovávány automatickými stroji.

Cenu broušených kamenů určují čtyři základní parametry. Mezi ně patří čistota, barva, hmotnost a kvalita brusu.

Čistotu určuje množství příměsí v materiálu kamene a praskliny či vzduchové bublinky, které mohou vzniknout při tvorbě krystalu.

Broušené kameny dělíme do široké řady odstínů. Barva kamene závisí jeho chemickém složení. Důležitá je jednotnost barvy celého kamene.

Hmotnost souvisí s velikostí kamene. U diamantů se hmotnost určuje v karátech a je natolik důležitá, že se v některých případech volí kompromis mezi hmotností a kvalitou brusu.

Brus je důležitá mechanická úprava kamene. Ideálně opracovaný kámen má dokonalý soulad mezi brilancí, ohněm a jiskřením. Mezi parametry hodnotící kvalitu brusu patří kvalita povrchového opracování faset. Fasety se brousí rovinnými brusnými kotouči. Broušením mohou vzniknout rýhy, škrábance, prohlubně, abraze na hranačích (zbroušení přechodu mezi fasetami), povrchová oxidace a nové fasety. Kámen je třeba brousit s vysokou přesností. Každá odchylka velikosti a úhlu fasety od ideálního tvaru zhorší optické vlastnosti kamene. Orientace faset je důležitým parametrem pro zhodnocení kvality brusu.

Jedním z nástrojů ke zkoumání optických vlastností broušeného kamene je nasvícení jeho povrchu světelným svazkem. Na fasetách broušeného kamene dochází ve zjednodušeném případě k odrazu a lomu světelného svazku. Z toho důvodu se dopadající svazek roztríší na řadu světelných svazků různých tvarů. Svazky vystupující z kamene jsou definovány směrem šíření, plochou průřezu, zářivým tokem a polarizací. Tyto svazky určují geometrii kamene.

Tato práce navazuje na dlouhodobý výzkum v Centru strojového vnímání na katedře kybernetiky Elektrotechnické fakulty ČVUT.

Cílem práce je detektovat svazky vycházející z kamene a navrhnout inverzní metodu, která z pozorovaných svazků určí geometrii kamene. Zaměříme se na broušené kameny o průměru v jednotkách milimetrů a složitějšího tvaru než čtverec.

## Kapitola 2

# Metody pro odhad tvaru kamene

## 2.1 Triangulace, polarizace a profilprojektor

3D rekonstrukce objektů je častá úloha počítačového vidění. Existuje řada sofistikovaných metod, které z více pohledů kamer vytvoří model objektu s vysokou přesností. Většina z používaných algoritmů není použitelná pro průhledné objekty, jako je broušený kámen. Pro odhad tvaru broušeného kamene musíme použít specializované metody, které uvažují zákony lomu a odrazu či polarizaci světla.

Kutulakos et al. [9] přichází s myšlenkou triangulace cesty světelného paprsku. Cestu definují pozice zdrojů světla, odrazy či lomy od rozhraní a pozice kamer. V práci [9] ukazuje, za jakých podmínek lze vypočítat pozice dopadu paprsku na rozhraní zároveň s normálou tohoto elementu.

Miyazaki a Ikeuchi v práci [8] vyhodnocují polarizace odraženého světla od měřeného objektu. Model objektu je určen na základě Fresnelových rovnic [1]. Toto měření je zdlouhavé a vyžaduje složité měřící zařízení.

Pro měření a vyhodnocení brusu diamantů se komerčně využívají produkty firmy Sarine [14]. Optická cesta je uspořádána jako profilprojektor tzn. zdroj kolimovaného světla, kámen, kamera. Kámen se při měření otáčí okolo vertikální osy. Otáčením kamene získáme sérii mnoha snímků. Vyhodnocením snímků získáme model kaneme.



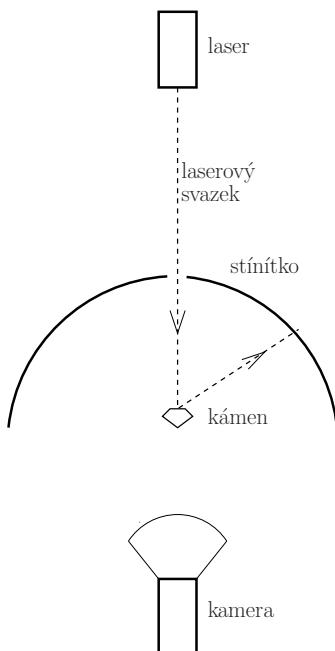
Obrázek 2.1: Sarine Diascan S+. Převzato z [13].

## ■ 2.2 Předchozí práce

### LADOK

Základním nástrojem dlouhodobého výzkumu v Centru strojového vnímání na katedře kybernetiky Elektrotechnické fakulty ČVUT při zkoumání broušených kamenů je software LADOK [12] od Petra Pohla. Simulační program LADOK zavádí pro broušený kámen geometrický model ve formě konvexního mnohostěnu. Na povrch kamene dopadá svazek rovnoběžných paprsků světla homogenní intenzity a známého směru. LADOK simuluje odrazy, lomy a dělení svazků na povrchu kamene. Svazky po opuštění kamene mají známý směr, zářivý tok, plochu a tvar. Tento software rozšířil Igor Bodlák [6] o výpočet polarizace. Matematický model kamene obohatil Martin Straka [15]. Přechody mezi fasetami modeloval jako posloupnost většího počtu menších faset.

Software LADOK simuluje experiment na obr. 2.2. V tomto experimentu je zdrojem světla laser. Laserový svazek dopadá na broušený kámen, kde se rozšíří na mnoho menších svazků. Ty jsou po opuštění kamene zachyceny na stínítku. Stínítko snímáme kamerou a získáváme obraz svazků na stínítku ve formě digitálního obrazu.

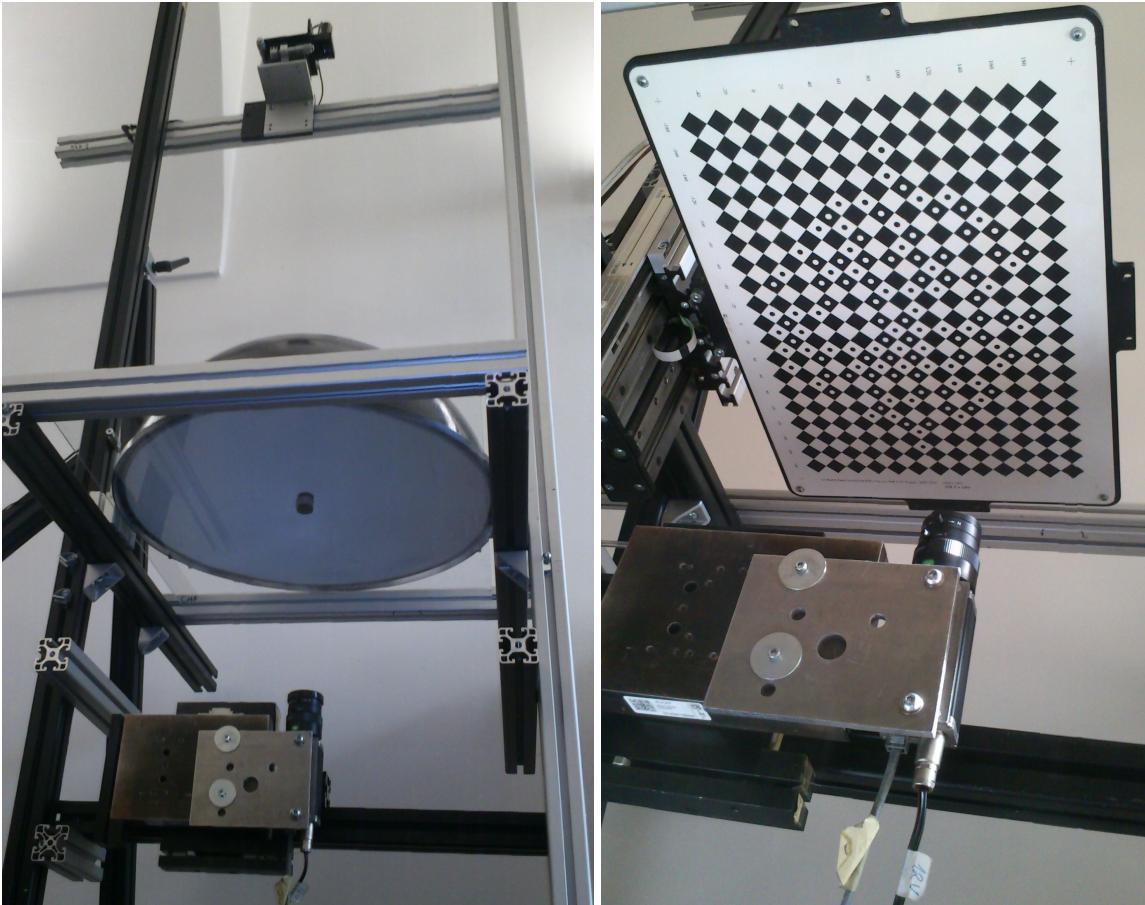


**Obrázek 2.2:** Nákres principu experimentu. Laser produkuje svazek světla, který dopadá na celou plochu kamene. V kameni se svazek rozdělí na mnoho svazků. Svazky vystupující z kamene v horní polovině dopadnou na stínítko. Stínítko snímá kamera. Převzato z [7].

## 2.2 PŘEDCHOZÍ PRÁCE

### Měřicí soustava

Experimentální soustavu máme sestavenou (obr. 2.3) a zkalibrovanou [7]. Výstupem experimentu je snímek s obrazy svazků. Všechny příklady snímků v této práci jsou vykresleny v invertované podobě. Z [7] známe transformaci mezi obrazem svazku na stínítku a směrem, ve kterém opouští kámen.



**Obrázek 2.3:** Experimentální soustava pro zachycení svazků vycházejících z kamene ozářeného laserovým svazkem. Vlevo: sestavená měřicí soustava. Zdroj laserového svazku je umístěn v horní části. Laserový svazek prochází otvorem ve stínítku a dopadá na kámen položený na podstavci. Svazky vycházející z kamene v horní polovině dopadnou na půlkulové stínítko. Podstavec a stínítko jsou položeny na skleněné tabuli. Obraz stínítko snímá kamera. Vpravo: sestavení soustavy při kalibraci kamery. Převzato z [7].

## LAM

Igor Bodlák [5] umožnil porovnání dat reálného experimentu s výsledky počítačové simulace. Navrhl optimalizaci kritéria hodnotící rozdíl vzdálenosti stop z experimentu a odrazů stop simulace na stínítku. Optimalizovaly se parametry faset kamene a kámen se tak deforma-val, aby se dosáhlo co nejlepší shody v zadaném kritériu. Software pro řešení inverzní úlohy nazval zkratkou LAM.

LAM byl použitelný pouze pro broušený kámen čtvercového tvaru. Z důvodu složitosti přiřazení stop z experimentu k obrazům simulovaných svazků při osvětlení celého kamene se v LAMu zaměřil vstupní laserový svazek pouze do určitých míst kamene. Tím vzniklo redukování množství svazků a korespondence se simulovanými svazky se výrazně zjednodušila. Nevýhodou tohoto přístupu jsou rozměry kamene, které musí být několikanásobně větší než průměr laserového svazku. Metoda je prakticky nepoužitelná pro kameny o rozměrech v jednotkách milimetru.

## Příspěvek práce

V této práci osvítíme laserovým svazkem celý kámen. Zaměříme se na kameny šatonové růže s plochým spodkem a 12-ti bočními fasetami. Tyto kameny se ve zkratce nazývají *viva12*. Rozměry kamenů budou v řádech milimetrů.

K robustní detekci obrazu svazků z digitálního obrazu použijeme MSER detektor [10]. Z výsledku detekce určíme parametry stop. Sestavíme program, pomocí kterého bude možno manuálně párovat obrazy svazků broušeného kamene se simulovanými stopami. Optimalizací z LAMu získáme náklony faset. Parametry svazků prozkoumáme pomocí cílených experimentů. Navrhne algoritmus pro *viva12*, který určí automaticky orientaci faset kamene. Výstupem programu budou odchylky úhlů faset kamene od jejich ideální pozice.

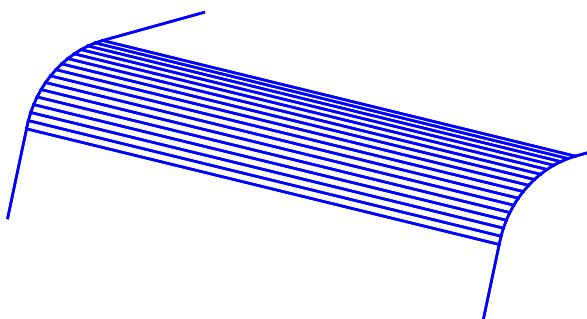
# Kapitola 3

## Fyzikální model

### 3.1 Model kamene

Broušený kámen je modelován jako konvexní mnohostěn [12]. Brusné kotouče považujeme za dokonale rovinné. Uchycení kamene při broušení zjednodušíme na absolutně tuhé bez známek pružnosti či ohybu. Fasety potom můžeme modelovat jako rovinné plochy. Orientace a umístění fasety získáme z výkresu nebo předchozího měření.

Přechody mezi fasetami jsou v ideálním případě ostré hrany. Z důvodu abraze hran v procesu výroby kamene jsou hrany obroušeny do přibližně oblitého tvaru. K přiblížení modelu reálnému obroušení hran approximujeme hranu množstvím rovinných faset se vzájemnou polohou odpovídající poloměru křivosti hrany.



Obrázek 3.1: Detail aproximace přechodu mezi fasetami.

### 3.2 Model svazku

Svazek světla v LADOKU reprezentuje nerozbíhající se konvexní hranol. Vlivem odrazu a lomu se konvexní tvar zachová. Fasety jsou také konvexní, proto se konvexitá zachová i při štěpení svazku. Po opuštění kamene jsou svazky definovány zářivým tokem, plochou a směrem, které lze vyjádřit pomocí azimutu a elevace. Stokesovy koeficienty definují polarizaci svazku [6].

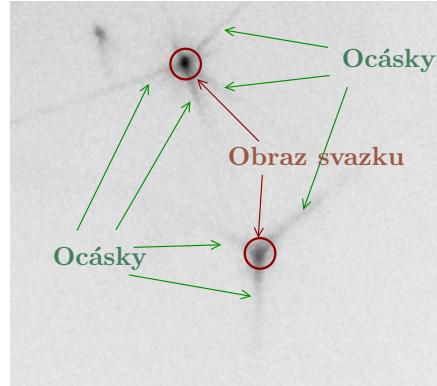
Zaznamenána je celá cesta svazku. V každém bodě trasy známe směr a tvar svazku vyjádřený pomocí polygonu.

Model nepostihuje situace, při kterých dochází k rozbíhavosti světla.

- Pokud jsou v materiálu přítomné nečistoty, praskliny, vzduchové bubliny apod., světelný svazek se rozptýlí.
- Rozptyl světelných svazků vzniká také vlivem nedokonalého vyleštění faset, a to jak při lomu tak při odrazu.
- Přítomnost hran v kameni způsobí ohyb světla (difrakci) [2].

## Ocásy

V ideálním případě lze ve snímaném obrazu pozorovat pouze dopady světelných svazků, které vznikly kombinací odrazů a lomů zdrojového svazku od faset broušeného kamene. U reálného kamene ovšem v obraze pozorujeme tenké slábnoucí přímky vycházející ze stopy světelného svazku, ocásy. Tyto ocásy vznikají díky lomu/odrazu světelného svazku od neostřých hran broušeného kamene.



**Obrázek 3.2:** Příklad snímaného obrazu s vyznačením obrazů svazků a ocásů.

Vnik ocásů si ukážeme při lomu světla na oblé hraně kamene. Situaci budeme uvažovat v 2D prostoru, kde platí obecně stejné principy jako ve 3D. Světlo nahradíme paprsky světla se směrem šíření  $\vec{v}_i$ .

Zvolíme dvě fasety svírající úhel  $45^\circ$ . Přechod mezi fasety approximujeme. Vznikne po-sloupnost úseček, které propojují fasety. Každé úsečce přiřadíme normálový vektor  $\vec{n}$ .

Aplikací Snellova zákona a zákonu odrazu na  $\vec{n}$  a  $\vec{v}_i$  vypočítáme směr lomu a odrazu světelných paprsků.

Z Fresnelových rovnic [1] víme, že dochází nejen k lomu světla, ale část světla se odrazí. Poměr intenzity odraženého a lomeného světla závisí na polarizaci světla a dopadajícím úhlu. V této ukázce uvažujeme nepolarizované světlo.

Na obr. 3.3 dopadají paprsky světla ze vzduchu na sklo i ze skla do vzduchu. V obou případech se odražené i lomené paprsky projeví na stínítku jako ocásy.

Pokusíme se prozkoumat jak se mění intenzita ocásu v závislosti na úhlu  $\beta$ . Úhel  $\beta$  uvádí absolutní úhlovou odchylku směru odraženého resp. lomeného svazku na hraně od směru odraženého resp. lomeného svazku přes fasetu 1.

Pro úhel  $\beta$  určíme poměr intenzity ocásu  $I_\beta$  a intenzity dopadajícího paprsku  $I_0$ .

$$\frac{I_\beta}{I_0} = \frac{\rho_{max}}{\rho_\beta} \cdot R_\beta \quad (3.1)$$

pro odražené paprsky a

$$\frac{I_\beta}{I_0} = \frac{\rho_{max}}{\rho_\beta} \cdot (1 - R_\beta) \quad (3.2)$$

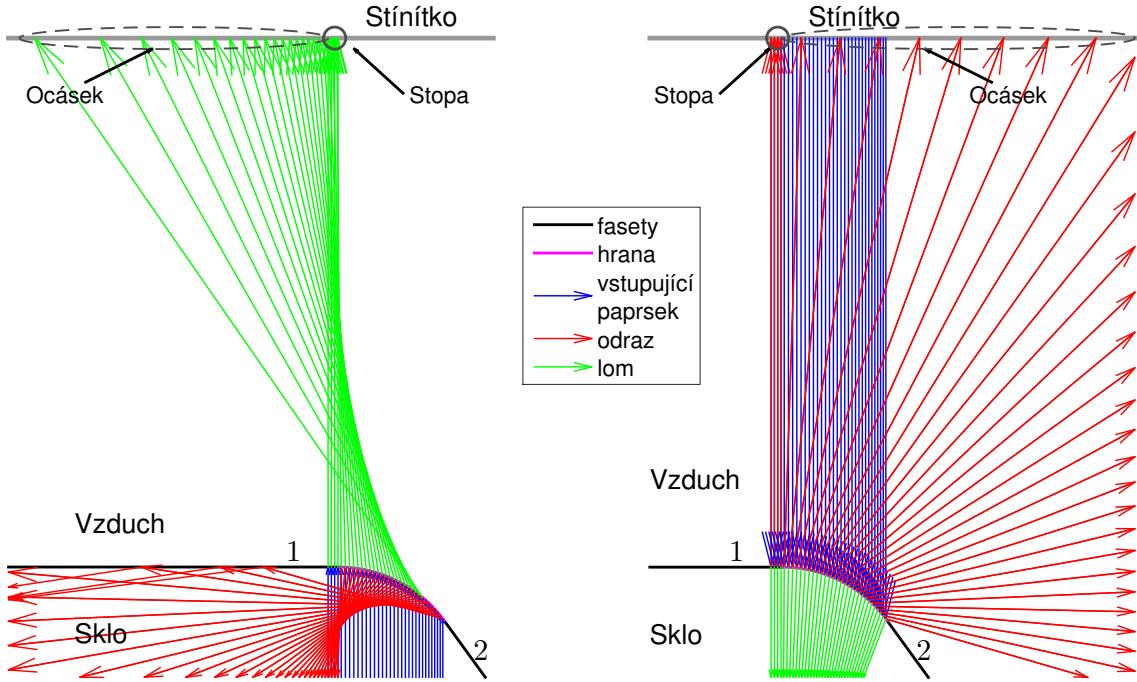
pro lomené paprsky, kde

$\rho_\beta$  - hustota paprsků pro daný úhel  $\beta$ ,

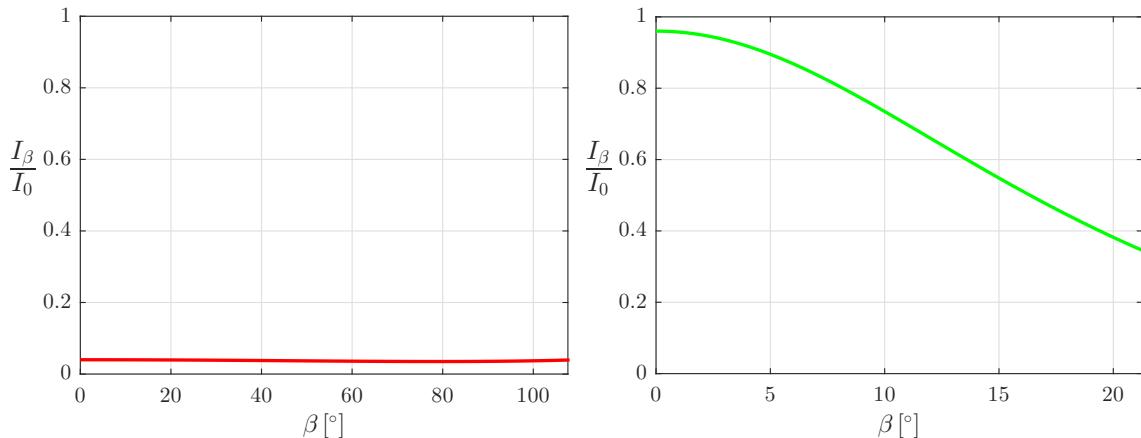
$\rho_{max}$  - maximální hustota paprsků,

$R_\beta$  - odrazivost z Fresnelových rovnic [1].

### 3.2 MODEL SVAZKU



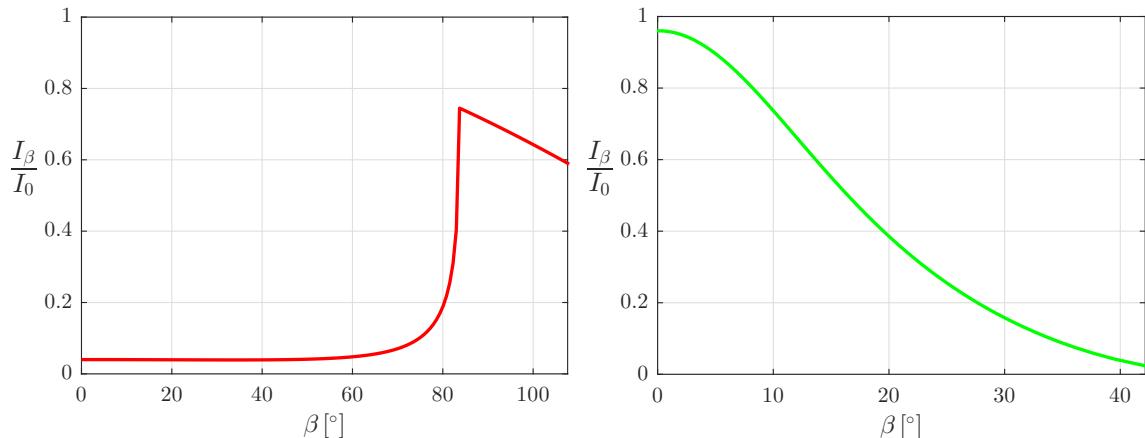
**Obrázek 3.3:** Vznik ocásků na stínítku při dopadu světelných paprsků na hranu mezi fasetami 1 a 2. Vpravo: paprsky se lomí ze skla do kamene. Vlevo: paprsky se lomí ze vzduchu do skla. Situace pro index lomu vzduchu  $n_a = 1$  a index lomu skla  $n_g = 1.5$ .



**Obrázek 3.4:** Poměrná velikost intenzity ocásku v závislosti na úhlu  $\beta$  pro případ lomu ze vzduchu do skla. Vpravo: odraz. Vlevo: lom.

Z grafů 3.4 a 3.5 je patrné, že ocásky budeme pozorovat různě dlouhé a z vysokou variabilitou z hlediska intenzity.

Intenzita a délka ocásku je ovlivněna i dalšími faktory, jako je např. délka a ostrost hrany. Všechny faktory, které ovlivňují intenzitu ocásku prozatím nejsme schopni v programu LADOK zahrnout do matematického modelu, proto pro prování svazků bude užitečná především informace o směru ocásku.



**Obrázek 3.5:** Poměrná velikost intenzity ocásků v závislosti na úhlu  $\beta$  pro případ lomu ze skla do vzduchu. Vpravo: odraz. Vlevo: lom.

### Třídy svazků

Svazky jsou definovány podle posloupnosti dopadových faset. Tento způsob popisu při opakovaném použití není přehledný. Pro lepší orientaci svazky rozdělíme do tříd a budeme pracovat pouze s názvem třídy. Rozdělení do tříd je v příloze ....

## ■ 3.3 Model stínítka

Po dopadu laserového svazku na stínítko se záření difuzně odrazí. Odrazivé vlastnosti materiálu závisí na úhlu odpadajícího světla a lze je matematicky popsat pomocí modelu zvaného BRDF (Bidirectional reflectance distribution function). Část rozptýleného světla dopadne na stínítko do okolí ostatních stop.

## ■ 3.4 Model kamery

Použitý CCD snímač má  $2050^2$  pixelů. Každému pixelu odpovídá jeden samostatný snímač, který funguje na principu počítání přicházejících fotonů po dobu expozice. Počet přicházejících fotonů v daném časovém intervalu se řídí Poissonovým rozdělením. Pravděpodobnost, že napočítáme  $n$  fotonů je

$$P(X = n) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}, \quad (3.3)$$

kde  $\lambda$  je střední hodnota a  $X$  náhodná veličina, která popisuje dopad fotonů na snímač.

## Kapitola 4

# Detekce světelných stop v obraze

## 4.1 Jevy v obraze

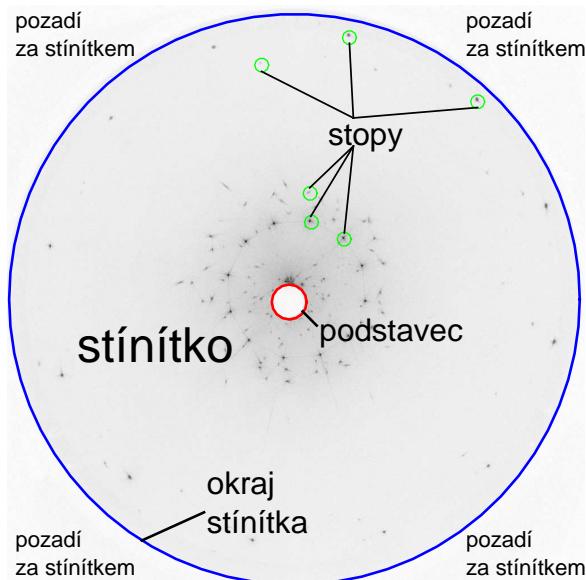
Pro analýzu vlastností broušeného kamene je důležité detektovat světelné stopy vzniklé dopadem laserových svazků na stínítko. Zároveň je třeba určit parametry stop, které se budou porovnávat s parametry svazků matematického modelu kamene.

Intenzitu pixelu  $I$  můžeme vyjádřit pomocí Poissonova rozdělení jako

$$I = \text{Pois}(I_s + I_p + I_o) , \quad (4.1)$$

kde  $I_s$  reprezentuje příspěvek světelného svazku,  $I_p$  intenzitu pozadí,  $I_o$  intenzitu světelných ocásků. Jedním z úkolů detektoru je oddělit pozadí od zbývajících složek intenzit.

Jednoduchým postupem pro určení intenzity pozadí bylo prahování obrazu nad konstantní úrovni. V našem obraze však typicky konstantní není (kapitola 3.3).

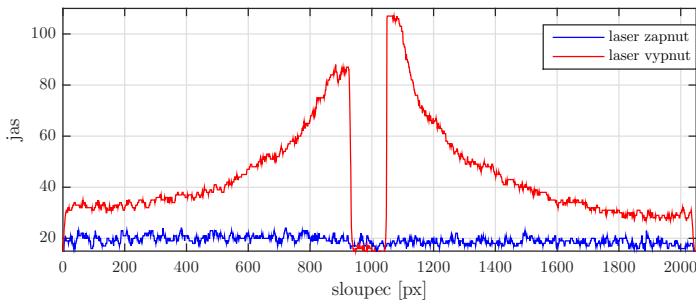


Obrázek 4.1: Popis objektů v obraze.

Rozdílné pozadí se může také vytvořit odrazem zdrojového svazku od jiných předmětů, než broušeného kamene. Hlavním příspěvkem je v tomto případě odraz od podstavce, na který pokládáme broušený kámen (obr. 4.8).

Hodnotu pozadí potřebujeme znát, abychom ze snímku mohli vypočítat světelný tok pro jednotlivé dopadající laserové svazky. Určení intenzity pozadí v každém pixelu komplikuje obraz podstavce na kámen a okolí stínítka. Zde je intenzita světla podstatně nižší, než na povrchu stínítka. Vysoká změna jasu v obraze komplikuje určení pozadí.

V okolí stínítka můžeme detektovat falešné svazky, které je třeba odstranit.



**Obrázek 4.2:** Jasové úrovně ve vybraném rádku obrazu. Řádek protíná obraz podstavce. V případě červené charakteristiky dopadá na podstavec laserový svazek, rozptyluje se a dopadá na stínítko. Modrou charakteristikou pozorujeme, pokud je laser vypnuty.

Světelné stopy se mohou překrývat. Pro odlišení příspěvků jednotlivých svazků je třeba obraz prahovat v několika úrovních jasu.

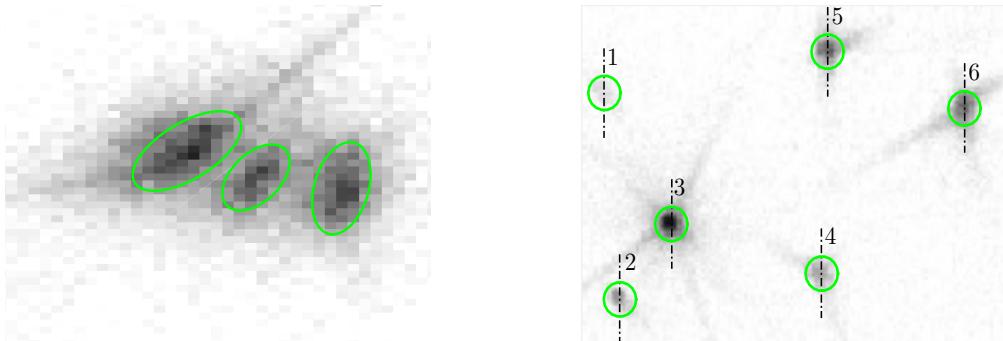
V místě, kde je vysoká koncentrace svazků mohou svazky dopadnout tak blízko sebe, že splynou v jednu stopu (obr. 4.3).



**Obrázek 4.3:** Ilustrace slynutí dvou různých svazků. V pravém i levém snímku se nachází typově stejné laserové svazky. Na levém obrázku dopadly na stínítko příliš blízko sebe. V tomto případě nejsme schopni rozlišit příspěvek obou svazků a detekujeme pouze jednu stopu.

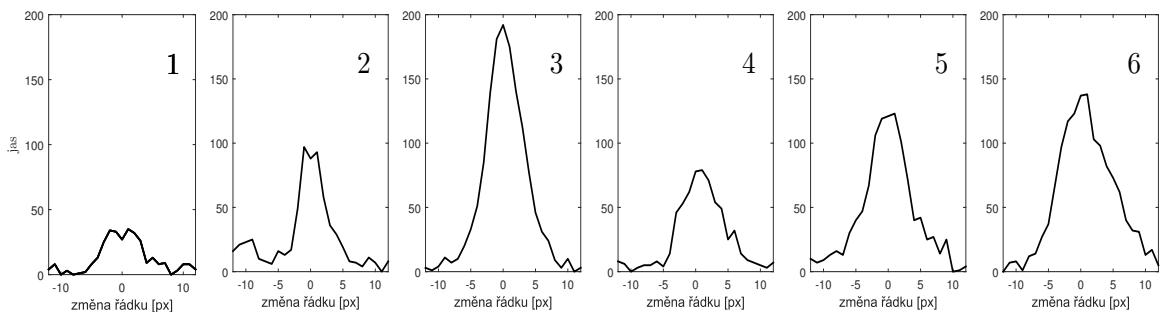
Obraz je třeba filtrovat. Filtrováním snížíme šum v odraze, ale zároveň zmenšíme kontrast mezi stopami.

Ne všechny svazky vystupující z kamene je možné detektovat. Svazky s vícenásobným odrazem postupně ztrácí zářivý tok. Po dopadu na stínítko mohou být nerozlišitelné od šumu a jejich detekce je prakticky nemožná. Pro stopy s nízkým jasem bude detekce často selhávat.



**Obrázek 4.4:** Problémové detekce. Nalevo jsou laserové stopy blízko u sebe. Stopy je nutné od sebe oddělit. Na levém snímku jsou znázorněny výrazné rozdíly mezi velikostí a intenzitou stop. Je nutné použít víceúrovňový detektor.

### 4.3 MSER (MAXIMAL STABLE EXTREMAL REGION) DETEKTOR



Obrázek 4.5: Jasové řezy ve totožném sloupci obrazu. Řez protíná pixel s maximální hodnotou jasu ve stopě. Číslování řezů odpovídá indexům stop na obr. 4.4.

## ■ 4.2 Předchozí práce

V předchozí práci [7] jsme neměli možnost detektovat stopy s nízkým jasem. Překrývající se svazky bylo nemožné oddělit.

Bohatší pojetí problému se objevilo v Bodlákově práci [5]. Snímek se prahoval více než jedním prahem. Z oblastí nad prahem se sestavila stromová struktura. Světelné stopy se určily jako listy stromu s dostatečnou významností. Tento přístup je však pro svou výpočetní náročnost nepoužitelný pro snímky s rozlišením  $2050 \times 2050$ , které máme k dispozici.

Naše úloha detekce je velmi podobná detekci hvězd a galaxií v astronomických snímcích. V oblasti astronomie se hojně používá program s názvem Source Extractor [4]. Tento program má za sebou dlouholetý vývoj, je optimalizován z hlediska rychlosti a odzkoušený širokou veřejností. Tento software lze po naladění parametrů použít i pro nás případ. Nevýhodou však je, že nelze spustit v operačním systému Windows, který využíváme.

Po testu různých detektorů jsme se rozhodli pro detekci laserových stop v obraze využít relativně nový přístup uveden J. Matasem et al. [10] v roce 2002 - MSER detektor.

## ■ 4.3 MSER (maximal stable extremal region) detektor

MSER detektor hledá v obraze maximálně stabilní extrémní oblasti. Původně byl využit pro robustní nalezení korespondencí mezi dvěma snímkami stejného objektu pořízených z různého místa a v současné době se používá v mnoha oblastech počítačového vidění.

Princip spočívá v několikaúrovňovému prahování obrazu podle intenzity a nalezení spojitéch oblastí, které jsou nad či pod prahovou hodnotou. Mezi úrovněmi jsou nalezeny korespondující oblasti a za MSER oblasti jsou označeny ty, jejichž velikost z předchozí úrovně se se zvyšující úrovní příliš nezměnila.

Výhodou MSER detektoru je invariance vůči afinní transformaci intenzity a vůči změně měřítka, což umožňuje současnou detekci malých a velkých oblastí s různou intenzitou. Podle studie [11], která porovnává MSER detektor s ostatními typy detektorů významných oblastí, dosáhl MSER detektor skvělých výsledků v detekci oblastí s vysokou hustotou a variabilní změnou velikosti. MSER detektor se tedy zdá být vhodným kandidátem pro detekci laserových stop v obraze.

## 4.4 Implementace

### 4.4.1 Filtrace

Nejprve se pokusíme minimalizovat Poissonův šum v obraze. Šum redukujeme konvolucí s maskou, která se skládá z prvků odpovídajících Gaussově funkci. Parametry filtru: velikost masky - 3 px, směrodatná odchylka  $\sigma = 0.7$  px.

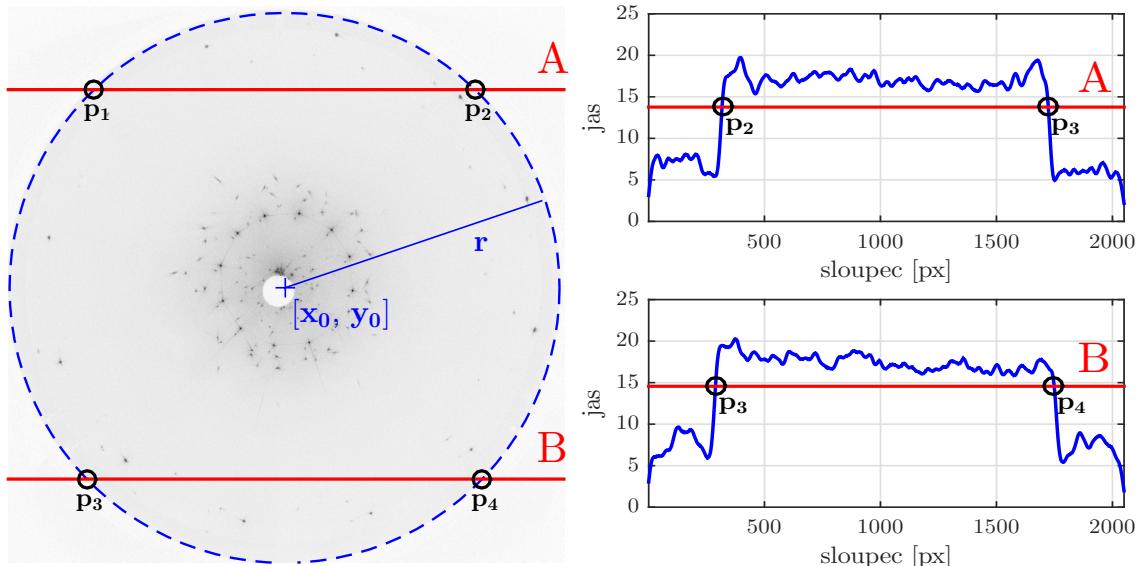
### 4.4.2 Detekce

Dalším krokem je detekce MSER oblastí ve filtrovaném snímku. MSER detektor je již implementován v prostředí MATLAB ve funkci *detectMSERFeatures*. Pro aplikaci této funkce na snímek se světelnými stopami je třeba nastavit základní parametry detektoru. Mezi ně patří frekvence prahování snímku, maximální a minimální velikost MSER oblasti a dostatečná stabilita oblasti.

- Frekvečne prahování snímku.** - Určuje velikost kroku mezi prahovacími úrovněmi jasu (obr. 4.9). Prahování se používá pro nalezení extremálních oblastí, na kterých se testuje stabilita.
- Dostatečná stabilita oblasti.** - Velikost stabilní oblasti se při změně úrovně prahu intenzity příliš nemění.

### 4.4.3 Okolí stínítka

Okraj stínítka má tvar kružnice. Kružnice popisuje funkce  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ , kde  $[x, y]$  je bod na kružnici,  $[x_0, y_0]$  střed kružnice a  $r$  poloměr. Je zřejmé, že k určení parametrů kružnice potřebujeme nalézt minimálně 3 body ležící na kružnici.



**Obrázek 4.6:** Jasové řezy A a B. Detekujeme body na kružnici  $p_1, p_2, p_3$  a  $p_4$ . Metodou nejmenších čtverců odhadneme parametry kružnice  $x_0, y_0$  a  $R$ .

## 4.4 IMPLEMENTACE

Body na kružnici nalezeme pomocí sečen. Sečny sestrojíme ve dvou řádcích snímku. Sestrojením sečny získáme jasový řez v celé šířce snímku. Fotonový šum jasu vyfiltrujeme konvolucí s Gaussovým filtrem. Velikost filtru volíme 21 px a směrodatnou odchylku  $\sigma = 20$  px.

Vyfiltrovaný jas oddělíme prahem. Práh určuje střední hodnotu jasu v daném řezu. Nalezneme sloupce, kde je jas vyšší než prahové hodnoty. Sloupec s minimálním resp. maximálním počtem pixelů určuje bod na kružnici.

Každá sečna protíná kružnici ve dvou bodech, proto dostaneme celkem čtyři body na kružnici. Parametry kružnice určíme metodou nejmenších čtverců.

Okolí stínítka poté definuje funkce

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 > r^2. \quad (4.2)$$

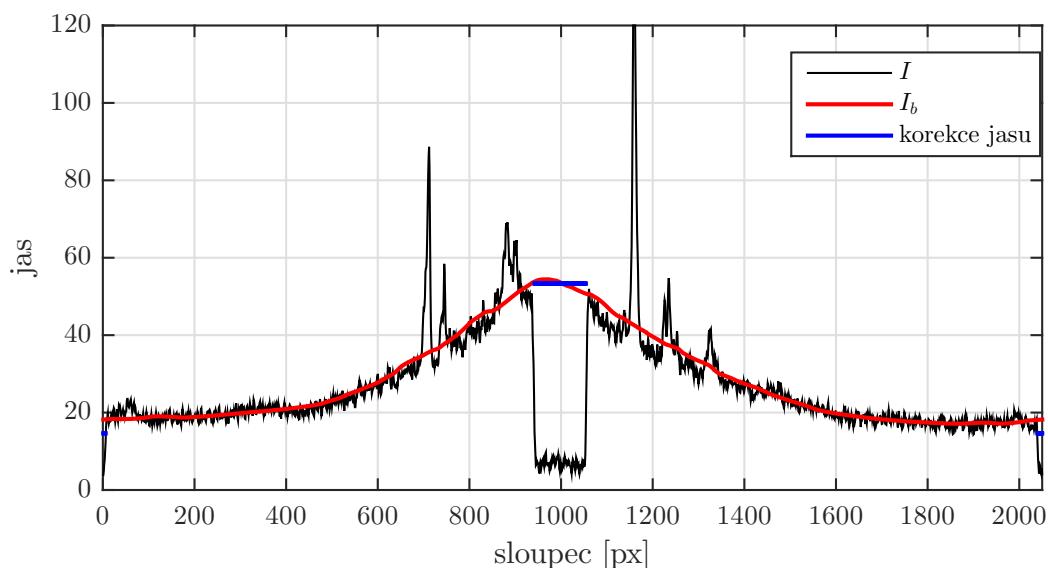
### 4.4.4 Pozadí snímku

V obraze nalezneme podstavec a okolí stínítka. Podstavec je specifický nízkou střední hodnotou jasu a jeho obraz je téměř ideální kruh. V seznamu MSER oblastí proto podstavec snadno nalezneme. Okolí stínítka již známe (kap. 4.4.3).

Velikost jasu v okolí stínítka nastavíme na hodnotu odvíjející se od střední hodnoty jasu snímku. Jas pixelů v oblasti podstavce nastavíme na střední hodnotu jasu pixelů v blízkém okolí podstavce.

Pozadí následně určíme konvolucí s Gaussovým filtrem. Tento filtr ignoruje vysoké změny jasu v obraze. Parametry filtru: velikost masky - 201 px, směrodatná odchylka  $\sigma = 201$  px.

Samotná konvoluce s tímto filtrem by s použitím standardní funkce *conv2* byla příliš časově náročná, proto konvoluci provádíme efektivnějším způsobem, který využívá rozkladu masky filtru na singulární čísla.



**Obrázek 4.7:** Filtrace pozadí v HDR snímku znázorněná v řádku obrazu protínajícím obraz podstavce na kámen.

### ■ 4.4.5 Odstranění nežádoucích detekcí

Výstupem detektoru je soubor MSER oblastí. U výrazné světelné stopy dostaneme data ve formě pyramidy MSER oblastí podle jednotlivých úrovní intenzity.

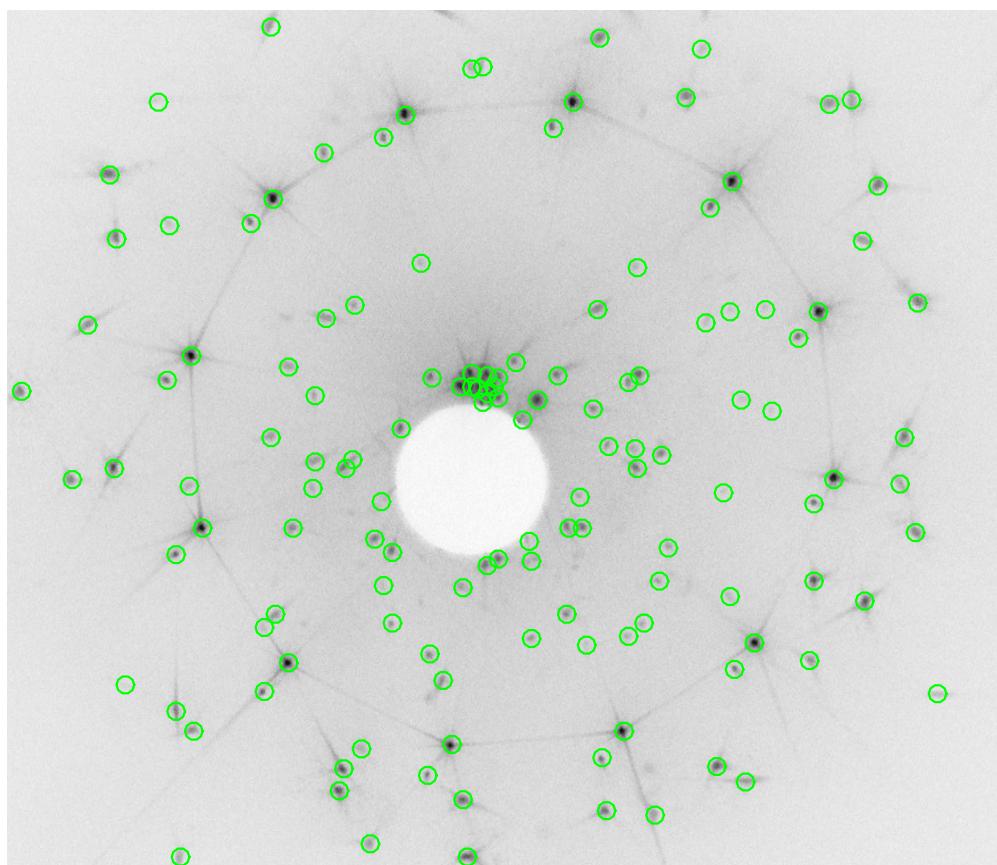
MSER detektor však najde nejen oblasti s výrazně vyšší intenzitou, ale i oblasti s nižší intenzitou než okolí. Ty je třeba vyřadit, protože nereprezentují světelnou stopu, kterou hledáme.

K odstranění nežádoucích detekcí použijeme následující postup.

1. Od filtrovaného snímku odečteme pozadí.
2. Ve vzniklému snímku vypočítáme střední hodnotu jasu MSER oblastí.
3. Pokud je střední hodnota jasu záporná, MSER oblast odstraníme.

## ■ 4.5 Výsledek detekce

Výsledky detekce světelných stop v obraze navrženého detektoru jsou srovnatelné s výstupem programu *Source Extractor* [4]. Použití MSER detektoru je oproti [4] výhodné v tom, že přesně vymezuje oblast v obraze, kde se stopa nachází. Toho využíváme k určení parametrů svazků (kapitola 4.6 a 4.7). Ukázka detekce je na obrázku .



**Obrázek 4.8:** Ukázka detekce světelných stop v obraze.

## ■ 4.6 Určení parametrů svazku

Základním parametrem svazku je směr šíření popsaný azimutem a elevací. Směr šíření svazku snadno dopočítáme, pokud nalezneme jeho obraz. Pozici světelné stopy v obraze lze určit jako polohu pixelu s maximálním jasem v detekované oblasti. Šum v obraze ale situaci komplikuje. Z obr. 4.5 ale vidíme, že pixel s maximálním jasem nemusí vždy určovat pozici dopadu a navíc nemusí být unikátním maximem.

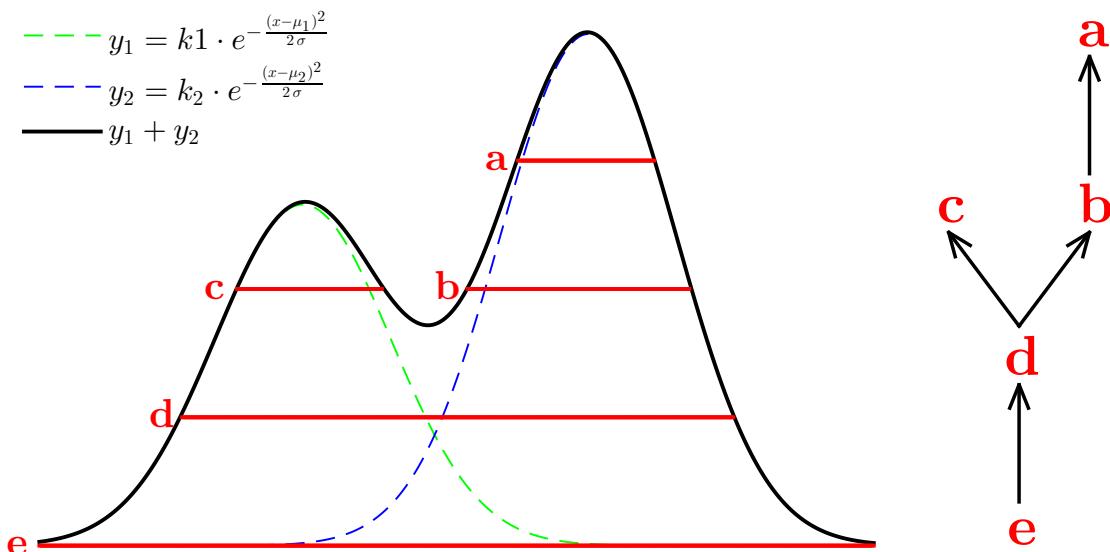
Velikost obrazu měřeného svazku závisí především na jeho rozdílovosti. Svazek od opuštění kamene do dopadu na stínítko vlivem rozdílovosti několikanásobně zvýší svoji plochu, a proto nejsme schopni určit plochu svazku. Ze stejného důvodu nemůžeme u měřeného svazku odečítat intenzitu. Za předpokladu, že rozdílovost svazků není příliš velká se zachová zářivý tok svazku a ten můžeme po odečtení pozadí vypočítat.

V okolí obrazu svazků jsou patrné ocásky. Detekce ocásků a jejich klasifikace je popsána v samostatné kapitole 4.7.

Rozdílovost svazků nemusí být ve všech směrech stejná. Na stínítku tak svazky tvoří stopy různých tvarů. Tvar stopy definujeme pomocí 3 parametrů.

### ■ 4.6.1 Základní parametry

Máme detekované MSER oblasti. Nalezneme průniky oblastí a sestavíme stromovou strukturu. Kořenem stromu bude oblast s největší plochou a postupně se budou přidávat oblasti menší. Princip je patrný z 2D pohledu na prahovací úrovně MSER detektoru v obr. 4.9, kde vidíme i princip tvorby stromu. Výsledkem bude řada stromů s různým počtem listů. Počet všech listů určuje počet detekovaných stop v obraze.



**Obrázek 4.9:** Ilustrace překrytí stop v 2D řezu. Výsledná charakteristika je součtem dvou Gaussových funkcí. Červeně jsou zakresleny prahovací úrovně MSER detektoru. Vlevo vidíme stromovou strukturu MSER oblastí a-f. Kořenem stromu je vrstva e. Vrstva d je jediný vnitřní uzel stromu. Listy představují vrstvy c a a. Důležité jsou podstromy  $e \rightarrow d$ ,  $c$ ,  $b \rightarrow a$ .

Cíleně prohledáváme jednotlivé stromy a nalézáme uzly, ze kterých počítáme parametry svazků.

- **Azimut a elevace** - Pozici dopadu světelného svazku určíme jako střed eliptické aproximace oblasti odpovídající listu stromu. Pomocí transformace z [7] získáme azimut a elevaci.
- **Zářivý tok** - Od filtrovaného snímku odečteme pozadí (obr. 4.7) a získáme snímek, ze kterého budeme odečítat intenzitu pixelů. Algoritmus výpočtu zářivého toku je následující:

1.  $t_0$  = původní strom;  $i = 0$ ;  $q = 0$ ;  $n_0$  = počet listů v  $t_0$ ;
2. Ve stromu  $t_i$  nalezneme podstromy  $\tau_1, \dots, \tau_n$  maximální velikosti bez vnitřních uzlů stromu  $t_i$  a obsahující jeden list stromu  $t_i$ .
3. Nalezneme kořeny  $\xi_1, \dots, \xi_n$  podstromů  $\tau_1, \dots, \tau_n$ . Kořeny odpovídají oblastem s množinou pixelů  $\mathbb{M}_{q+1}, \dots, \mathbb{M}_{q+n}$ .
4. Pokud  $i = 0$  vypočítáme zářivý tok

$$\sum_{k=1} \phi_{e_j} = \frac{\sum_{k \in \mathbb{M}_j} I_k}{N_j}, \quad j \in \{1, \dots, n_0\} \quad (4.3)$$

kde  $I_k$  je jas pixelu  $k$  ve snímku a  $N_j$  je počet pixelů v množině  $\mathbb{M}_j$ . Index  $j$  odpovídá indexu stopy ve stromu  $t_0$ .

Pokud  $i > 0$  nalezneme množiny  $\mathbb{P}_1, \dots, \mathbb{P}_n$ .  $\mathbb{P}_l$  je množina indexů listů, které jsou v  $t_0$  potomkem uzlu  $\xi_l$ , kde  $l \in 1, \dots, n$ . Zářivý tok stop upravíme.

$$\phi_{e_j} = \frac{\phi_{e_j}}{\sum_{q \in \mathbb{P}_l} \phi_{e_q}} \sum_{\substack{k \in \mathbb{M}_{q+l} \cap \{\mathbb{M}_1^c \cup \mathbb{M}_2^c \cup \dots \cup \mathbb{M}_q^c\} \\ \{1, 2, \dots, q\} = \mathbb{P}_l}} \frac{I_k}{N_{q+l}} + \phi_{e_j}. \quad j \in \mathbb{P}_l \quad (4.4)$$

5.  $i = i + 1$ ;  $q = q + n$ ;
6. Pokud  $n \neq 1$  odstraníme podstromy  $\tau_1, \dots, \tau_n$  z grafu  $t_{i-1}$ , získáme strom  $t_i$  a opakujeme od kroku 2.

- **Tvar** - Pro každou MSER oblast je určena elipsa, která uzavírá danou oblast. U této elipsy lze určit orientaci a velikost hlavních poloos.

Každá stopa odpovídá jeden list stromu. Nalezneme cestu  $\mathcal{C}$ , která je cestou od kořene k listu.

Orientace je určena jako medián orientací elips všech MSER oblastí v cestě  $\mathcal{C}$ . Velikosti hlavních poloos jsou určeny podle MSER oblasti, která je uprostřed cesty  $\mathcal{C}$ .

## ■ 4.7 Detektor ocások

Se znalostí směru a velikosti ocások detekovaných svazků dostáváme nové informace, které nohou přispět k jejich správnému párování se svazky z matematického modelu kamene.

Ve snímaném obraze nelze rozpoznat všechny vznikající ocásy, ale pouze ty s dostatečně velkou intenzitou.

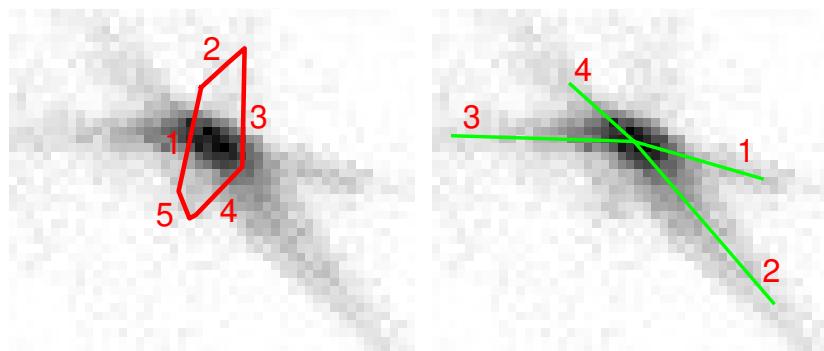
Princip detektoru ocások zjednodušeně spočívá v převodu okolí stopy do polárních souřadnic (vzdálenost  $\rho$  a směrový úhel  $\phi$ ) a nalezení směru, kde je patrný výrazný vzestup intenzity jasu oproti okolí. Zvýšená intenzita jasu je typicky důsledkem přítomnosti ocáska v obraze.

Abychom mohli rozvinout okolí stopy do polárního grafu, musíme si být vědomi překážek komplikující detekci ocások.

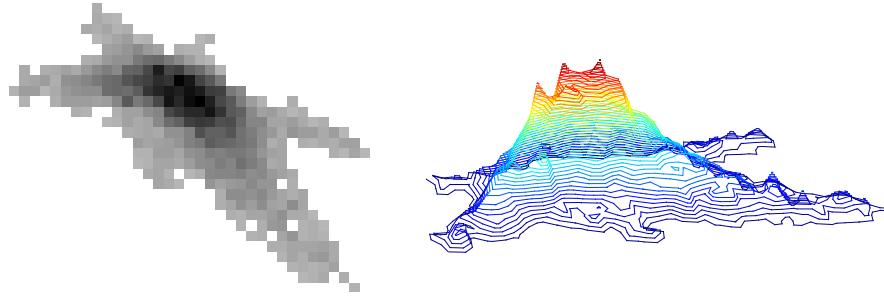
- V blízkém okolí jedné stopy se může nacházet další stopa. V polárním grafu se tato blízká stopa jeví jako ocásek a dochází k falešné detekci.
- Různé stopy a ocásy mají v obraze různou velikost. Je třeba efektivně určovat vzdálenost  $\rho$  do které budeme převádět okolí stopy do polárního grafu. Pokud zvolíme malé  $\rho$ , nepokryjeme oblast, kde se vyskytují ocásy. Příliš velké  $\rho$  zvýší časovou náročnost výpočtu.
- Polární graf je citlivý na určení pozice dopadu svazku.

Elegantní řešení přináší použití MSER detektoru, pomocí něhož získáme vymezení oblasti a tím i vzdálenosti  $\rho$ , kde se stopa i s ocásy nachází. Se znalostí oblastí náležící jednotlivým stopám jsme schopni od sebe stopy částečně oddělit a redukovat množství falešných detekcí. Na druhou stranu sousední stopa může ležet na pozici ocásku a odstraněním sousední stopy odstraníme současně i ocásek, který prozatím nejsme schopni v případě překrytí oddělit. Vzhledem k rozmanitosti stop, co do velikosti, intenzity, množství a tvaru ocások apod. není jednoduché stopu matematicky modelovat. Pokud by se podařilo vytvořit dostatečně přesný kompaktní model stopy, je možné uvažovat o situaci, kdy budeme schopni od sebe separovat překrývající se stopy a ocásy.

Pro znázornění postupu a mezivýsledků jsme si vybrali laserovou stopu (obr. 4.10, 4.11), která v obraze nekoliduje s další výraznou stopou. Zvolená stopa vznikla dopadem svazku třídy **6C**. V obraze jsou patrné čtyři ocásy různé intenzity.



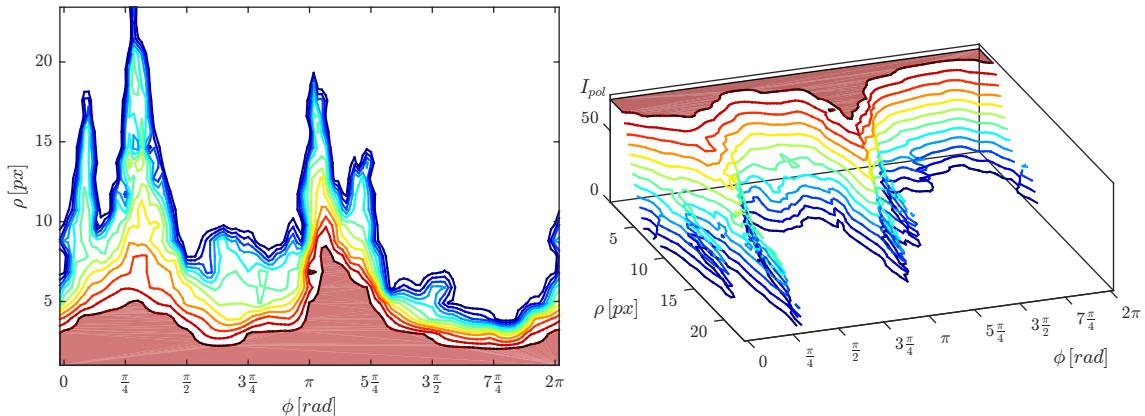
**Obrázek 4.10:** Vybraná světelná stopa k ilustraci algoritmu k detekci ocások. Stopa vznikla dopadem svazku třídy **6C** na stínítko. Vlevo: 70× zvětšený polygon simulovaného svazku. Polygon je ohraničen hranami kamene. Na hranách vznikají ocásy. Vpravo: ocásy detekované v obraze. Číslování ocások odpovídá číslování hran na obrázku vlevo, tzn. na hraně 1 vzniká ocásek 1 atd.



**Obrázek 4.11:** Stejná světelná stopa jako na obr. 4.10. Vpravo: detekovaná MSER oblast. Vlevo: 3D pohled na stopu.

### Jednotlivé kroky algoritmu

- Vybereme stopu, u které chceme identifikovat ocásy a ze snímku vybereme oblast (obr. 4.10), která náleží zkoumané stopě.
- U vybrané oblasti odečteme intenzitu okolí  $I_o$  a vypočítáme střední hodnotu intenzity  $I_m$ . Intenzitu pixelů omezíme maximálně na intenzitu o velikosti  $2 \cdot I_m$  a potom ke všem pixelům přičteme intenzitu  $I_m$ . Důvodem tohoto kroku je snaha odstranit nežádoucí vlastnosti velkého šumu v hodnotách intenzity v blízkém okolí těžiště stopy a také to, že se chceme zvětšit relativní příspěvek pixelů s nižší intenzitou do součtového kritéria 4.5.
- Oblast převedeme do polárních souřadnic  $(\rho, \phi)$ . Intenzitu  $I_{pol}$  v polárním grafu  $I_{pol} = f(\phi, \rho)$  určujeme pomocí bipolární interpolace, která pro větší efektivitu vyneschází oblasti mimo oblast stopy, kde  $I_{pol} = 0$ . Důležitým parametrem při interpolaci je velikost vzorkování  $f_\phi$  úhlu  $\phi$  resp. vzorkování  $f_\rho$  vzdálenosti  $\rho$ . Experimentálně jsme zvolili  $f_\phi = 3^\circ$  a  $f_\rho = 1 \text{ px}$ . Interpolaci počítáme v intervalech  $\phi \in \langle 0, 2\pi \rangle$  a  $\rho \in \langle 1, \rho_{max} \rangle$ , kde  $\rho_{max}$  je maximální vzdálenost všech pixelů v oblasti stopy od její pozice.



**Obrázek 4.12:** Dva pohledy na intenzitu okolí stopy převedené do polárního grafu  $I_{pol}$  zobrazené pomocí vrstevnic.

## 4.7 DETEKTOR OCÁSKŮ

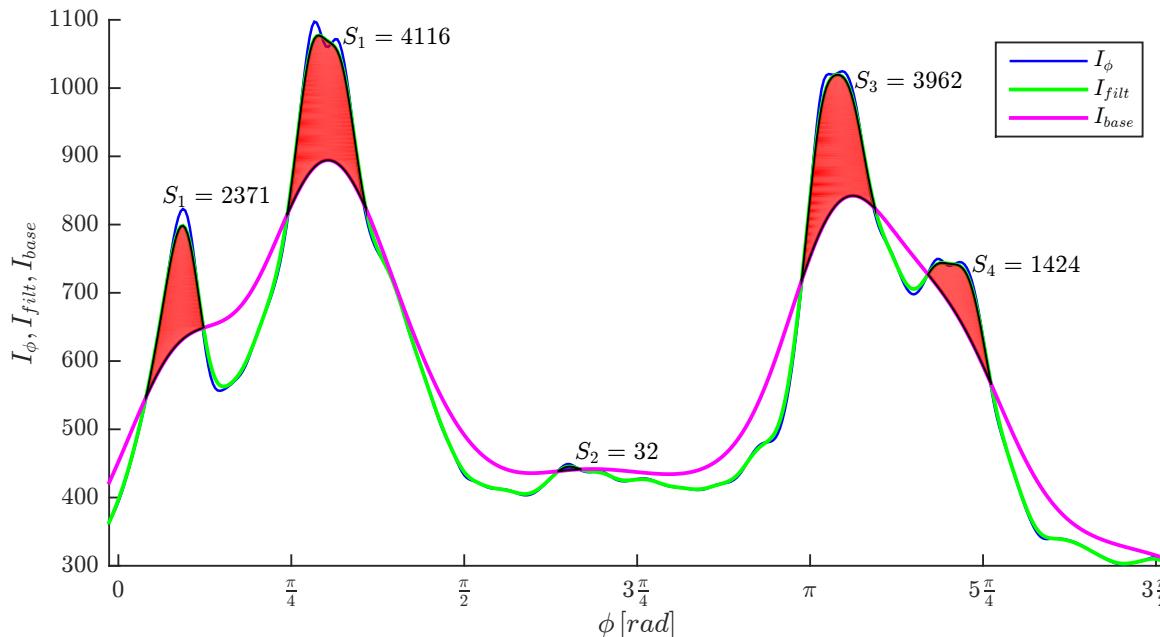
- Provedeme součet intenzit  $I_{pol}$  pro jednotlivé úhly  $\phi$  od minimální do maximální vzdálenosti  $\rho$  a získáme závislost  $I_\phi = f(\phi)$ , kde

$$I_{\phi_i} = \sum_{j=1}^{\rho_{max}} I_{pol}(i, j) . \quad i \in \left\{0, \frac{3}{180}\pi, \dots, 2\pi\right\} \quad (4.5)$$

Následně na  $I_\phi$  aplikujeme kubickou interpolaci sousedních hodnot s 5krát citlivějším vzorkováním  $f_{\phi_2} = \frac{f_\phi}{5}$  a rozšíříme rozsah  $\phi$  na  $\phi \in \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi \rangle$ .

- Graf závislosti  $I_\phi = f(\phi)$  filtruje konvolucí s Gaussovou funkcií  $g(x)$  se směrodatnou odchylkou  $\sigma = 1.2^\circ$  a získáme referenční závislost  $I_{filt}$ .

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} . \quad (4.6)$$



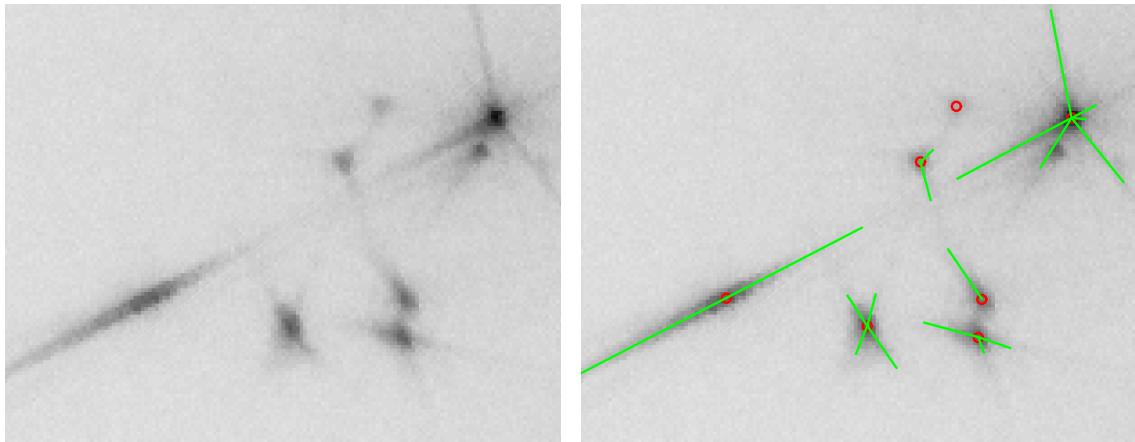
Obrázek 4.13: Grafické vysvětlení funkce algoritmu pro detekci ocásků.

- Na graf  $I_{filt}$  následně opakovaně aplikujeme konvoluci, tentokrát s Gaussovou funkcií  $g(x)$  s vyšší směrodatnou odchylkou  $\sigma = 4.8^\circ$ , abychom získali základnu  $I_{base}$ , kterou budeme porovnávat se signálem  $I_{filt}$ .
- Nalezneme souvislé oblasti  $\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_n$ , kde graf  $I_{filt}$  má větší hodnotu než  $I_{base}$  a sečteme rozdíly  $I_{filt}$  a  $I_{base}$  v jednotlivých vzorcích. Velikost součtu  $S_1, \dots, S_n$  závisí na vzorkovací frekvenci  $f_{\phi_2}$ .

$$S_i = \sum_{\phi_j: \phi_j \in \mathcal{R}_i} I_{filt}(\phi_j) - I_{base}(\phi_j) . \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (4.7)$$

- Za ocásek uvažujeme oblast  $\mathcal{R}_i$ , kde je součet  $S_i$  větší než prahovací úroveň  $s_{th}$  (pro  $f_{\phi_2}$  je  $s_{th} = 500$ ). Směr ocásku  $\varphi$  je určen jako úhel, ve kterém je graf  $I_{filt}$  v dané oblasti maximální a velikost ocásku  $\varrho_i$  určuje  $\rho_{max}$  a poměr součtu  $S_i$  k maximálnímu v pro danou stopu.

$$\varphi_i = \arg \max_{\phi_j: \phi_j \in \mathcal{R}_i} I_{filt}(\phi_j), \quad \varrho_i = \frac{S_i}{\max_{j \in 1, \dots, n} S_j} \rho_{max}. \quad (4.8)$$



**Obrázek 4.14:** Ukázka funkce detektoru ocásků na vybraném vzorku z obrazu.

## Kapitola 5

# Parametry kamene viva12

Šatonová růže má 14 rovinných faset. Fasety označujeme zkratkami **TOP**, **BOT** a **UF1-UF12**, kde

**TOP** - tabulka,

**BOT** - spodek,

**UF1-UF12** - 12 bočních faset.

Označené fasety máme na obrázku 5.1 spolu s vyznačenými parametry

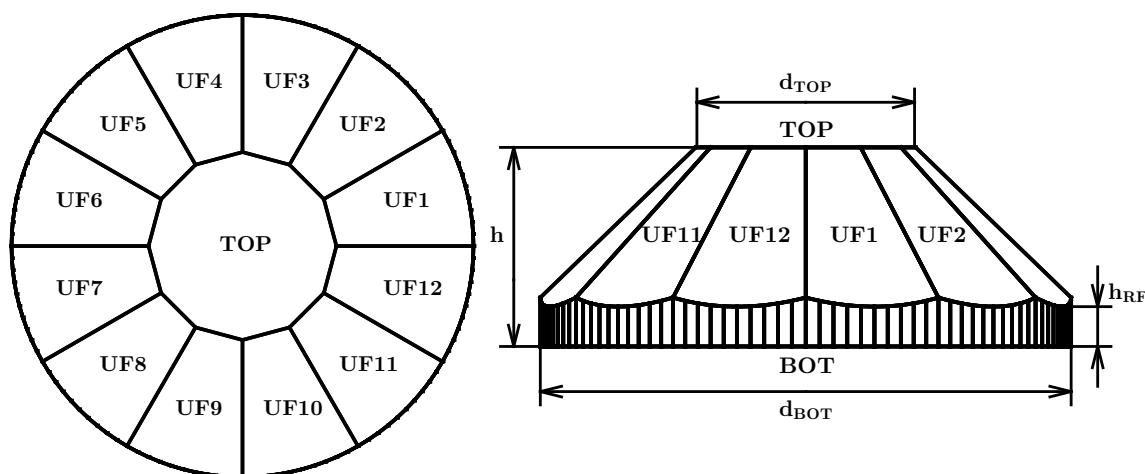
$d_{TOP}$  průměr tabulky,

$d_{BOT}$  průměr spodku,

$h$  výška kamene,

$h_{RF}$  výška lemu.

Poznamenejme, že lem modelujeme množstvím faset, které po spojení approximují oválný tvar. Tyto fasety mají v simulaci absorpční charakter. Světelné svazky, které dopadnou na lem, zaniknou.



**Obrázek 5.1:** Šatonová růže s označenými fasetami a parametry. Pohled shora je zobrazen vlevo, bokorys vpravo.

## Kapitola 6

# Nový pozorovatelný příznak svazků

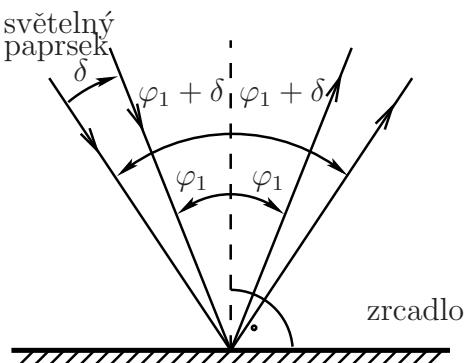
### ■ 6.1 Vzájemná rotace kamene a zdrojového svazku

Pokusíme se nalézt směr či velikost rotace světelných svazků při rotaci kamene nebo při naklonění zdroje dopadajícího světelného svazku.

Rotace kamene kolem osy způsobí změnu vlastností vystupujících světelných svazků (směru, zářivého toku, intenzity, vlastnosti ocásků atd.). Za určitých okolností může světelný svazek zcela vymizet. Tato situace nastává například při lomu světelného svazku z kamene do okolí. Když vlivem rotace překročíme kritický úhel, nedochází k lomu světelného svazku, ale k totálnímu odrazu na fasetě. Světelný svazek zanikne při posunu světelného svazku mimo fasetu, a to jak při odrazu, tak při lomu. Ze stejných důvodů, proč mohou světelné svazky vymizet, mohou naopak vzniknout svazky nové.

Uvažujeme zjednodušenou situaci. Světelný svazek nahradíme světelným paprskem ležícím v jeho pomyslném těžišti.

Světelný paprsek necháme dopadat na zrcadlo pod úhlem  $\varphi_1$ . Paprsek se od zrcadla odráží podle známého zákonu odrazu pod úhlem  $\varphi_1$ . Při vychýlení světelného paprsku o úhel  $\delta$  v kladném směru úhlu  $\varphi_1$  je odražený úhel  $\varphi_1 + \delta$ . Úhel odraženého paprsku se změní o úhel  $\delta$ .

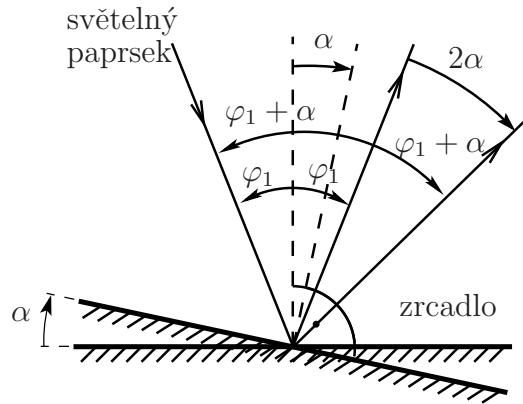


**Obrázek 6.1:** Odraz světelného paprsku od zrcadla. Změna úhlu dopadajícího světelného paprsku vyvolá stejně velkou změnu úhlu odraženého paprsku.

Jiná situace nastává při rotaci zrcadla kolem osy o úhel  $\alpha$  v záporném směru. Světelný paprsek dopadá na zrcadlo pod úhlem  $\varphi_1 + \alpha$  a odráží se pod úhlem  $\varphi_1 + \alpha$ . Úhel odraženého paprsku se v tomto případě změní o úhel  $2\alpha$ .

Při rotaci kamene docílíme stejné změny odraženého paprsku jako při rotaci světelného zdroje o dvojnásobný úhel v opačném směru. Proto budeme dále uvažovat pouze rotaci kamene.

## 6.2 ZMĚNA SMĚRU VYSTUPUJÍCÍCH PAPRSKŮ



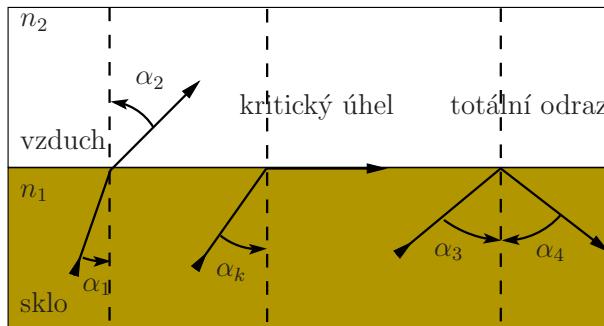
**Obrázek 6.2:** Odraz světelného paprsku od rotujícího zrcadla. Rotace zrcadla vyvolá dvojnásobnou změnu velikosti úhlu odraženého paprsku.

### 6.2 Změna směru vystupujících paprsků

Pokud by docházelo pouze k odrazu od zrcadel v dvojrozměrné rovině, tak by naše zkoumání postrádalo smysl. Výstupní parsek by se vždy otočil o dvojnásobek úhlu rotace kamene, a to ve stejném směru.

S uvažováním materiálu kamene s konstantním indexem lomu  $n_1 > 1$  a okolí s indexem lomu  $n_2 = 1$  se situace dramaticky mění. Vezměme si příklad lomu světelného paprsku z kamene přes rovinnou fasetu. Úhel dopadajícího paprsku na fasetu označme  $\alpha_1$  a úhel lomeného svazku  $\alpha_2$ , pak můžeme podle Snellova zákona psát:

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2) = \sin(\alpha_2).$$



**Obrázek 6.3:** Tři případy, které mohou nastat při dopadu světelného paprsku na fasetu. Zleva lom paprsku z kamene, dopad pod kritickým úhlem a totální odraz.

Zkoumejme změnu výstupního úhlu  $\alpha_2$  na změně úhlu  $\alpha_1$ . Nejprve si vyjádříme úhel  $\alpha_2$  následně zderivujeme podle  $\alpha_1$ .

$$\alpha_2 = \arcsin(n_1 \sin \alpha_1). \quad (6.1)$$

$$\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = \frac{n_1 \cos \alpha_1}{\sqrt{1 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}}. \quad (6.2)$$

Pokud se dostáváme ke kritickému úhlu ( $\alpha_1 = \alpha_k$ ), dochází k totálnímu odrazu.

$$\sin \alpha_2 = 1 \implies \sin \alpha_1 = \frac{1}{n_1}. \quad (6.3)$$

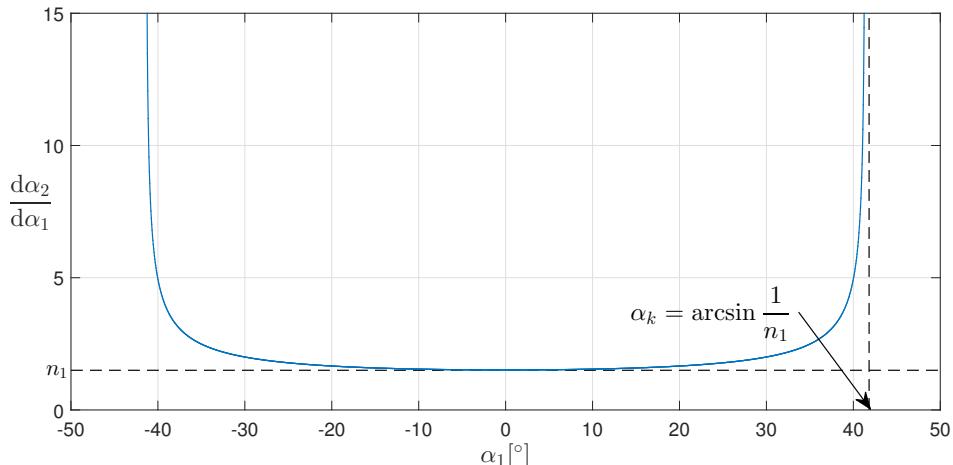
Výpočtem limity rovnice 6.2 v okolí kritického úhlu pro  $n_1 > 1$  dostaneme

$$\lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_k} \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = \frac{n_1 \cos(\arcsin \frac{1}{n_1})}{\sqrt{1 - n_1^2 \frac{1}{n_1^2}}} \rightarrow \infty. \quad (6.4)$$

Z grafu 6.4 zjistíme, že minimum funkce  $\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1}$  vychází pro  $\alpha_1 = 0^\circ$ . Po dosazení

$$\left. \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} \right|_{\alpha_1=0^\circ} = \frac{n_1}{\sqrt{1-0}} = n_1. \quad (6.5)$$

Velikost změny posunu světelného svazku tedy může být teoreticky libovolně větší než je index lomu  $n_1$ .



**Obrázek 6.4:** Závislost změny lomeného úhlu na změně úhlu dopadu. Pro kritický úhel  $\alpha_k$  roste k nekonečnu. Graf funkce popsané vzorcem 6.4.

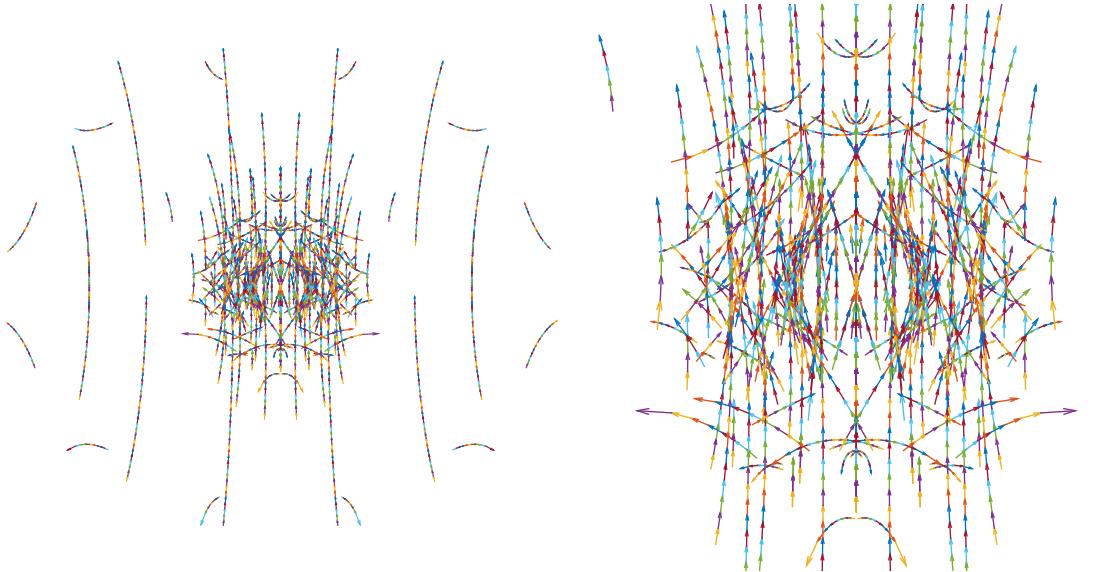
## ■ 6.3 Modelování pohybu svazků

V programu LADOK jsme provedli experiment s rotací broušeného kamene *viva12*.

Rotací kamene okolo osy kolmé ke spodku kamene dostaneme pouze soustředné kružnice. Kámen jsme tedy rotovali kolem vodorovné osy procházející středem spodku kamene o konstantní úhel v každém kroku. Zaznamenali jsme směry vystupujících svazků při různých pozicích kamene. Výsledek jsme vykreslili do polárního grafu. Ze dvou po sobě následujících pozic kamene jsme šípkou spojili pozici svazků se stejným seznamem dopadových faset. Výsledný obrazec je znázorněn na obr. 6.5.

Z praktického hlediska nás mohou zajímat pouze svazky, které vytvoří po dopadu na stínítko detekovatelnou stoupou.

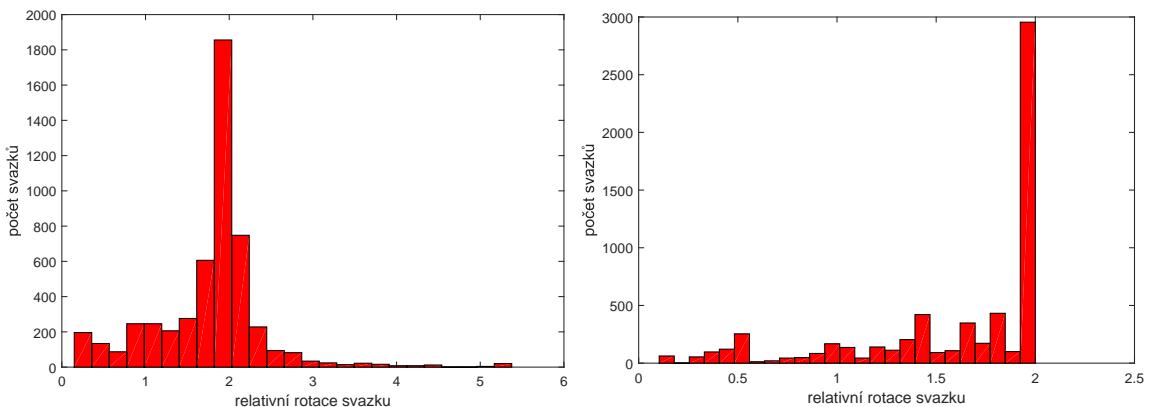
### 6.3 MODELOVÁNÍ POHYBU SVAZKŮ



**Obrázek 6.5:** Dráhy směru svazků vycházejících z kamene *viva12* získané pomocí simulačního programu LADOK při rotaci kamene. Zobrazeny jsou pouze svazky s významným zářivým tokem vycházející v horního poloprostoru kamene. Vpravo detail na střed obrázku vlevo.

Pro lepší představu o změně směru jednotlivých svazků nám může být užitečný kruhový histogram znázorňující směr jejich pohybu (obr. 6.5). Podstatná většina svazků se posouvá ve směru rotace kamene, což není příliš nápomocné při jejich identifikaci.

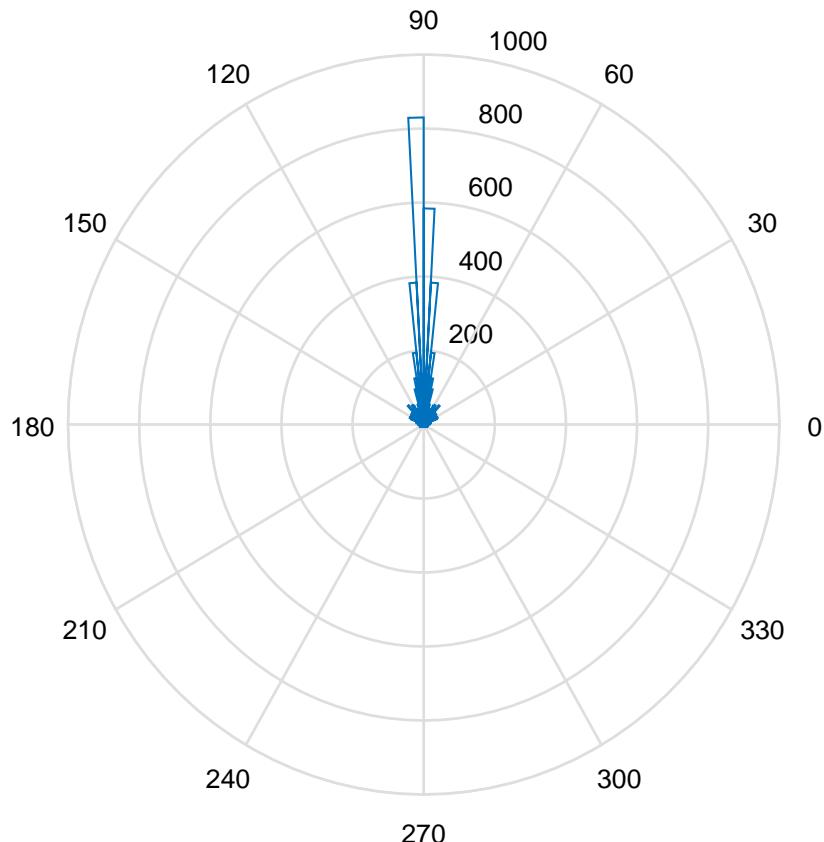
Existují však svazky, které jsou svým pohybem charakteristické a lze je tedy oddělit od ostatních. Kritérium pro rozpoznání svazků nemusí být pouze směr pohybu, ale jak vidíme na obr. 6.5 i velikost rotace. V neposlední řadě přichází v úvahu i změna zářivého toku svazků, změna velikosti ocásků a další.



**Obrázek 6.6:** Vlevo histogram velikosti rotace vystupujících svazků z kamene *viva12* z obrázku 6.5. Vlivem lomu je relativní rotace v mnoha případech větší než 2. V okolí kritického úhlu roste k nekonečnu. Pokud ztotožníme indexy lomu kamene a okolí, tak relativní rotace nebude větší než 2. To lze vidět na histogramu vpravo.

Vykresleme si histogram (obr. 6.6 vlevo) relativní velikosti rotace vystupujících svazků.

Z něj je patrné, že řada svazků rotuje o více než dvojnásobek úhlu rotace kamene  $\alpha$ , což potvrzuje teorii o relativní změně směru svazků z rovnice 6.4.

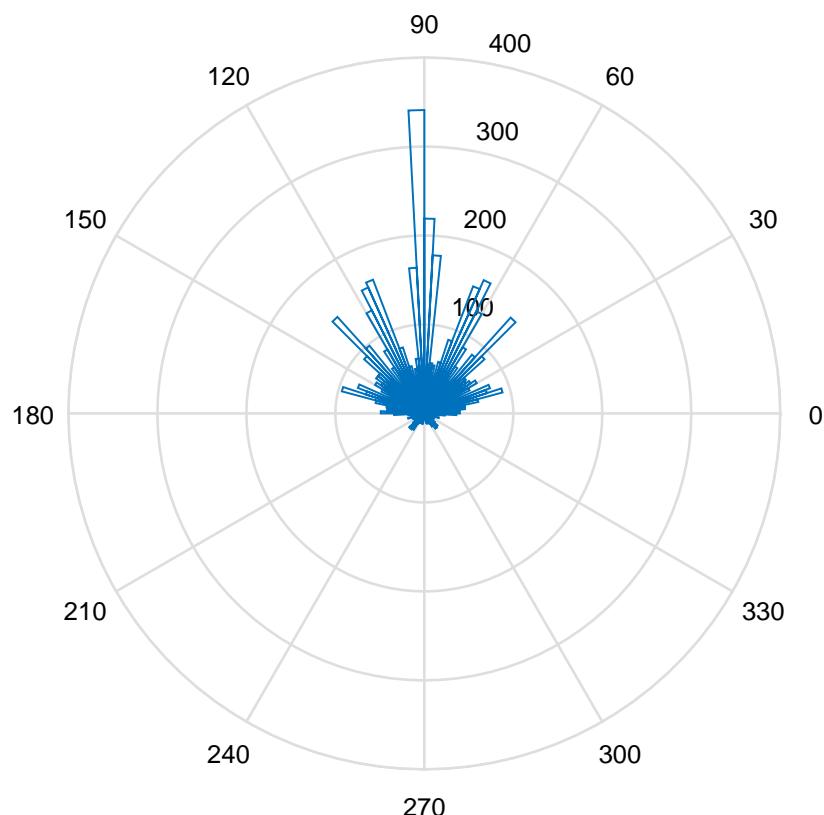


**Obrázek 6.7:** Kruhový histogram směru rotace vystupujících svazků kamene *viva12* z obrázku 6.5. Většina svazků se pohybuje ve směru rotace kamene.

Pokud vezmeme teoreticky kámen o stejném indexu lomu, jako je okolí, nedochází k lomu. Potom by se nemělo docházet k rotaci výstupního svazku o úhel větší než  $2\alpha$ , způsobená právě rozdílným indexem lomu. Pro potvrzení této teorie jsme provedli stejnou simulaci jako v předchozím případě. Indexy lomu kamene a jeho okolí jsme ztotožnili a výsledek simulace ukázal, že rotace výstupních svazků úhel větší než  $2\alpha$  se již nevyskytuje. To nám dokládá zhotovený histogram (obr. 6.6 vpravo).

Téměř konstantní směrovost rotace svazků u kamene *viva12* zmenšuje význam příspěvku této vlastnosti k lepšímu rozpoznání světelných stop. Pokud ovšem provedeme stejný experiment na broušeném kameni jiného tvaru, dostaneme rozdílný výsledek. Například u šattonu, svým tvarem složitějším než *viva12*, je směr rotace svazků rozmanitější. Velká část z nich samozřejmě rotuje ve směru rotace kamene. Jak ale vidíme z kruhového histogramu (obr. 6.8), lze rozlišovat i velké množství stop pohybujících se např. pod úhlem 45°. U šattonu tedy může znalost směru pohybu svazků při rotaci kamene nemalou měrou pomoci v jejich rozpoznání.

### 6.3 MODELOVÁNÍ POHYBU SVAZKŮ



**Obrázek 6.8:** Kruhový histogram směru rotace vystupujících svazků z šatónu při rotaci kamene.

# Kapitola 7

## Terminologie

Je důležité rozlišit svazky získané pomocí simulace v LADOKu a svazky získané experimentálním měřením. Proto zavedeme *simulované* a *pozorované* svazky.

### ■ 7.1 Simulované svazky

1. Získáme potřebné parametry kamene, který zkoumáme. Zdrojem může být technický výkres, nebo předchozí měření.
2. Sestavíme model, který bude přibližně určovat tvar kamene. Tento model budeme považovat za *referenční*.
3. V programu LADOK simulujeme průlet svazku *referenčním* modelem. Pro simulaci je důležité znát polarizaci zdrojového svazku a index lomu kamene.
4. Výsledkem simulace jsou parametry *simulovaných* svazků.

### ■ 7.2 Pozorované svazky

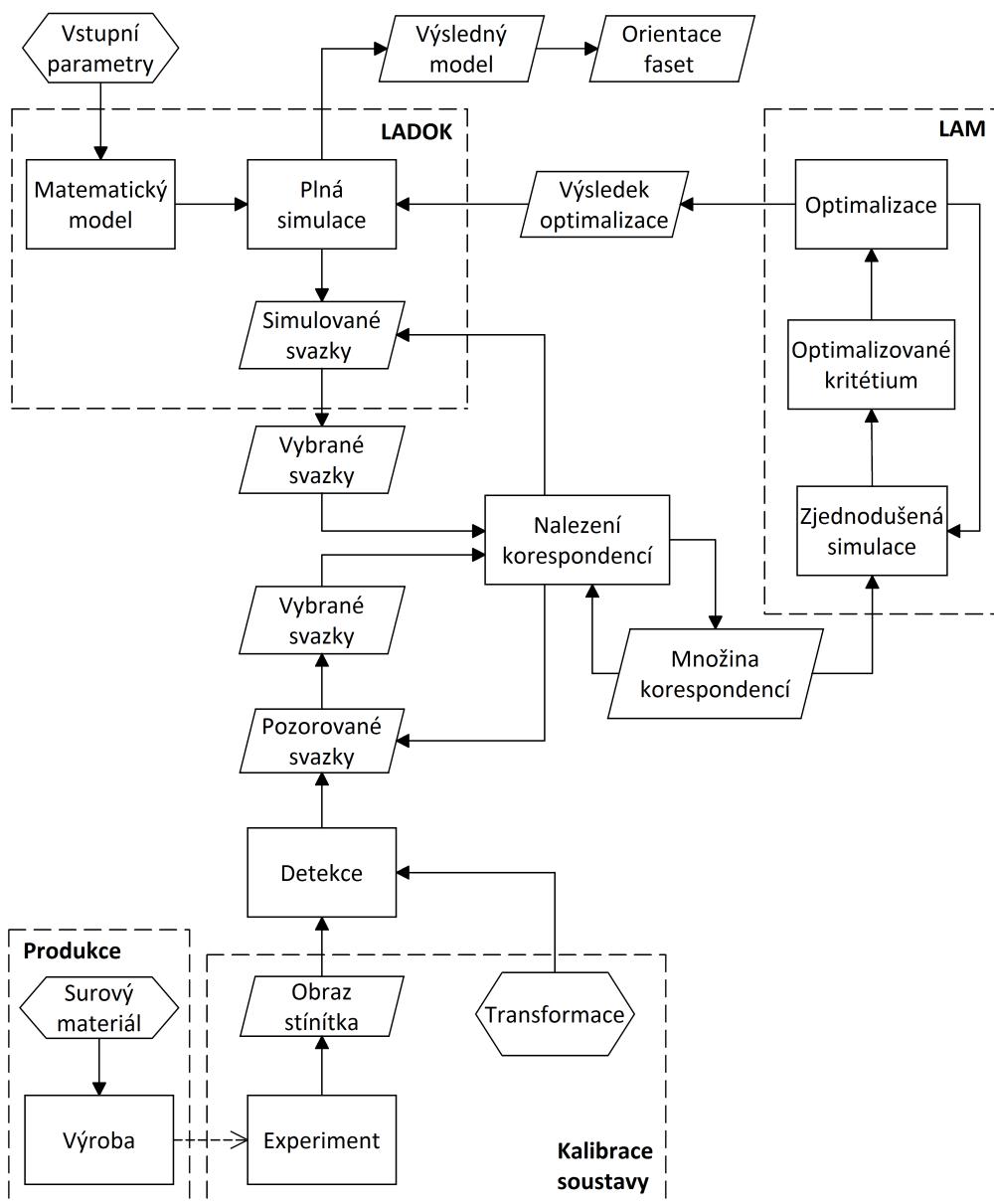
Předpokladem pro získání parametrů pozorovaných svazků je sestavení a kalibrace měřicí soustavy podle [7].

1. Opracovaný kámen umístíme do měřicí soustavy.
2. provedeme experiment průchodu svazku kamenem podobný situaci v simulačním programu LADOK.
3. Získáme obraz dopadu svazků na stínítko.
4. V obraze detekujeme světelné stopy (kapitola 3.4).
5. Z detekovaných stop vypočítáme parametry *pozorovaných* svazků (kapitola 4.6).

# Kapitola 8

## Optimalizace orientace faset

### 8.1 Schéma optimalizačního procesu



Obrázek 8.1: Diagram s principem odhadu orientace faset broušených kamenů.

## ■ 8.2 Optimalizované kritérium

Optimalizační algoritmus je převzat z práce [5]. Na rozdíl od LAMu využíváme optimalizační algoritmus nejen k odhadu parametrů faset kamene, ale také k odhadu indexu lomu kamene a jeho orientace v měřicí soustavě.

Definujeme kriteriální funkci, kterou budeme optimalizovat. Funkci lze popsat vztahem

$$\vec{\varepsilon} = h(\vec{x}, \vec{v}, \vec{l}, \vec{p}) . \quad (8.1)$$

$\vec{x}$  Vektor parametrů, které nastavuje optimalizační algoritmus.

### Parametry faset, index lomu

Jedná se převážně o parametry  $r$  uvolněných faset. Každou fasetu lze parametrisovat pomocí úhlové změny normálového vektoru  $\vec{n}$  (2 parametry) a změny vzdálenosti  $d$  fasety od souřadného systému (1 parametr). Optimalizační metoda nemá dostatečnou citlivost na změny vzdálenosti  $d$  fasety [5]. Tento parametr proto považujeme za konstantu.

Nově lze mezi optimalizované parametry přidat index lomu kamene  $n_i$ . Celkově máme  $2r + q$  parametrů, kde  $q$  je 1 pokud je mezi  $\vec{x}$  parametr  $n_i$ , jinak je  $q$  rovno 0.

### Orientace

Orientaci kamene popisujeme rotací kolem vertikální osy  $R_z$  a dvou parametrů definujících náklon kamene  $R_x, R_y$ .

$\vec{v}$  Popisuje směr zdrojového svazku světla.

$\vec{l}$  Obsahuje pole seznamů dopadových faset svazků. Seznam je využit pro výpočet směru výstupního svazku. Délka pole musí být rovna  $s$ .

$\vec{p}$  Obsahuje směrové vektory pozorovaných svazků. Směr popisujeme pomocí souřadnic azimutu a elevace. Pokud pro výpočet optimalizačního kritéria použijeme  $s$  pozorovaných svazků, bude mít vektor  $\vec{p}$  délku  $2s$ .

$\vec{\varepsilon}$  Představuje vektor odchylek v elevaci a azimutu simulovaných a pozorovaných svazků.

V práci [5] byla tato odchylka měřena jako chyba v pozici dopadu laserového svazku na stínítku. Důvodem proč bylo využíváno toto kritérium byla citlivější odezva při změně vektoru svazku. Hlavním důvodem volby azimutu a elevace pro výpočet optimalizačního kritéria v této práci je rychlosť výpočtu. Odpadá totiž potřebný výpočet, který transformuje směrový vektor do souřadnic na stínítku. Vektor  $\vec{\varepsilon}$  má  $2s$  prvků.

## ■ 8.3 Plná vs. zjednodušená simulace

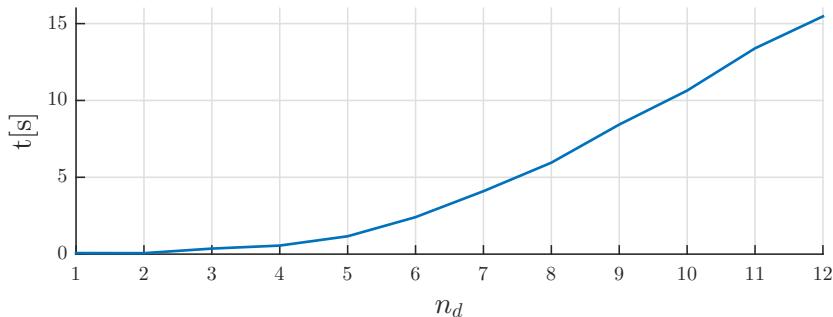
V optimalizačním cyklu je použito dvou simulací, které simulují průlet světla broušeným kamenem.

### ■ 8.3.1 Plná simulace

Plnou simulací rozumíme klasický program LADOK, který modeluje odraz a lom svazků v konvexním tělese. Nevýhodou algoritmu je ale to, že simulace trvá příliš dlouho na to, aby mohla být úspěšně použita v optimalizačním procesu.

#### Časová náročnost simulace v LADOKu

U matematická simulace programu LADOK můžeme nastavit do jaké hloubky budou simulovány výstupní svazky. Při řešení se můžeme omezit na svazky s maximálním počtem dopadových faset  $n_d$ . V grafu 8.2 je zakreslena časová závislost programu LADOK při výpočtu simulovaných svazků kamene *viva12* po různý počet dopadových faset.



Obrázek 8.2: Výpočetní doba simulace simulovaných svazků v programu LADOK v závislosti na počtu dopadových faset svazků.

Vzhledem ke strmému nárůstu časové náročnosti simulace programu LADOK budeme před každým výpočtem volit minimální  $n_d$ , tak abychom získali informace o všech simulovaných svazcích, které v dané situaci potřebujeme.

### ■ 8.3.2 Zjednodušená simulace

Základní myšlenkou vedoucí ke vzniku zjednodušené simulace je skutečnost, že se optimalizované parametry  $\vec{x}$  při optimalizaci parametrů faset příliš nemění. Za tohoto předpokladu si podstatná část svazků zachová posloupnost dopadových faset. Vynecháme proto kontrolu vzniku či zániku svazků.

Zjednodušená simulace vyřadí z plné simulace zbytečné výpočty, které v procesu optimalizace nevyžíváme. Jediné, co potřebujeme znát je směr výstupních svazků. Pro výpočet směru nahradíme svazky nekonečně tenkými paprsky a můžeme s nimi pracovat jako s vektory. Fasety kamene reprezentujeme pomocí normálového vektoru.

Zjednodušená simulace přistupuje k paprsku jednotlivě. Funkci pro výpočet vektoru výstupního paprsku  $\vec{v}_o$  lze vyjádřit jako

$$\vec{v}_o = g(\vec{v}_i, \vec{N}) , \quad (8.2)$$

kde  $\vec{v}_i$  je vektor vstupního paprsku. Vektor  $\vec{N}$  obsahuje normály  $\vec{n}_1, \dots, \vec{n}_m$  faset na které svazek dopadá. Normály jsou seřazené v pořadí, které odpovídá dopadovým fasetám při šíření paprsku od zdroje ke stínítku.

Při výpočtu musíme vědět, která faseta svazek odráží a která lomí. Situace je jednoduchá. Pokud  $m = 1$ , potom muselo dojít pouze k odrazu od fasety. Pokud  $m > 1$  odpovídají normály  $\vec{n}_1$  a  $\vec{n}_m$  fasetám, přes které se svazek lomí. Na ostatních fasetách se svazek odrazí.

Zjednodušená simulace v LAMu navíc počítá polohu, kam paprsek na fasetu dopadl. Výpočet polohy paprsku byl kvůli rychlosti výpočtu odstraněn.

## ■ 8.4 Podmíněnost

Základní otázkou optimalizačního problému je, zda úloha dostatečně podmíněná. První podmínu, kterou musíme splnit je získat minimálně stejný počet nezávislých rovnic, jako je počet optimalizovaných parametrů.

V optimalizačním kritériu máme celkem  $2r + q$  nezávislých rovnic. Základní podmínkou je, že počet korespondujících svazků musí být minimálně  $s + q$ .

### ■ 8.4.1 Třída svazků 1A a 1B

Od tříd **1A** a **1B** lze obecně čekat velmi dobrou podmíněnost. Jednotlivý svazek z těchto tříd dopadne pouze na jednu fasetu a směr odraženého svazku jednoznačně určuje parametry fasety, od které se svazek odrazil. Pokud by náš matematický model přesně odpovídal reálnému experimentu, potom postačí nalézt korespondence třídy **1A** a **1B**, abychom určili orientaci všech faset kromě spodku. Tyto třídy nepodmiňují index lomu kamene.

### ■ 8.4.2 Třída 3A

Korespondencí svazků třídy **3A** (např. UF1-TOP-BOT) získáme 2 rovnice  $\Delta\varepsilon$  pro elevaci a  $\Delta\alpha$  pro azimut, které jsou závislé na parametrech dopadových faset UF1, TOP a BOT. Problém spočívá v tom, že tato korespondence určuje pouze vzájemnou polohu dopadových faset a nelze u této třídy očekávat dobrou podmíněnost. Abychom mohli optimalizovat náklon faset, potřebujeme znát další třídy korespondencí. Vhodná může být např. třída **5D**, což se podrobněji dozvíme v kapitole 8.5.1.

## ■ 8.5 Pozorování

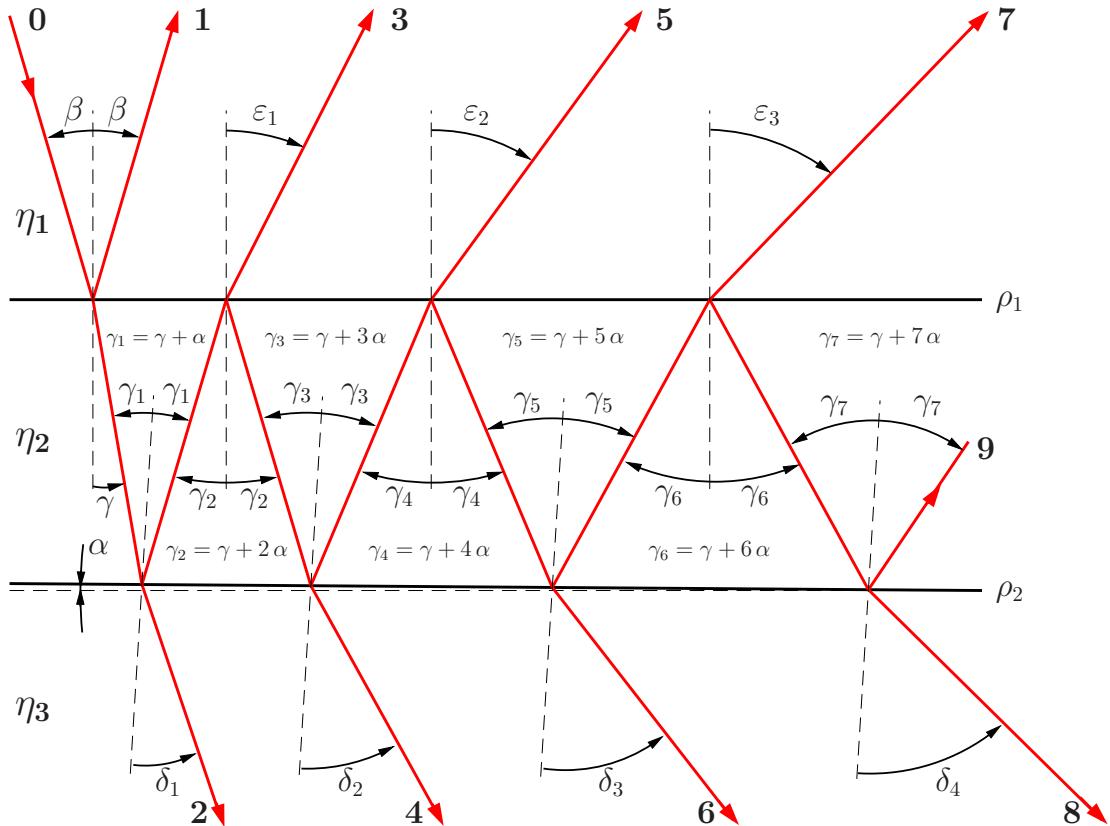
### ■ 8.5.1 Vzájemná poloha svazků

Simulujeme průlet světelného svazku optickým klínem (obr. 8.3). Prostředí s indexy lomu  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  a  $\eta_3$  oddělují rozhraní  $\rho_1$  a  $\rho_2$ . Tato rozhraní mezi sebou svírají úhel  $\alpha$ .

$$\gamma = \arcsin \left( \frac{\eta_1}{\eta_2} \sin \beta \right). \quad (8.3)$$

$$\varepsilon_1 = \arcsin \left( \frac{\eta_2}{\eta_1} \sin (\gamma + 2\alpha) \right) \rightarrow \begin{cases} \alpha > 0, & \varepsilon_3 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1 > \beta \\ \alpha = 0, & \varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = \beta \\ \alpha < 0, & \varepsilon_3 < \varepsilon_2 < \varepsilon_1 < \beta \end{cases} \quad (8.4)$$

## 8.5 POZOROVÁNÍ



Obrázek 8.3: Lom a odraz paprsku v optickém klínu.

$\eta_1$	index lomu vzduchu,
$\eta_2$	index lomu materiálu kamene,
$\eta_3$	index lomu odrazivé vrstvy,
$\rho_1$	tabulka,
$\rho_2$	spodek,
<b>0</b>	zdrojový svazek,
<b>1</b>	svazek třídy <b>1B</b> - TOP,
<b>3</b>	svazek třídy <b>3B</b> - TOP-BOT-TOP,
<b>5</b>	svazek třídy <b>5E</b> - TOP-BOT-TOP-BOT-TOP,
<b>7</b>	svazek třídy <b>7H</b> - TOP-BOT-TOP-BOT-TOP-BOT-TOP,
<b>2,4,6,8</b>	tyto svazky nevznikají - na rozhraní $\rho_2$ dochází pouze k odrazu.

Svazek dopadá na rozhraní  $\rho_1$  pod úhlem  $\beta$ . Na obrázku 8.3 je tento svazek reprezentován paprsek č. 0.

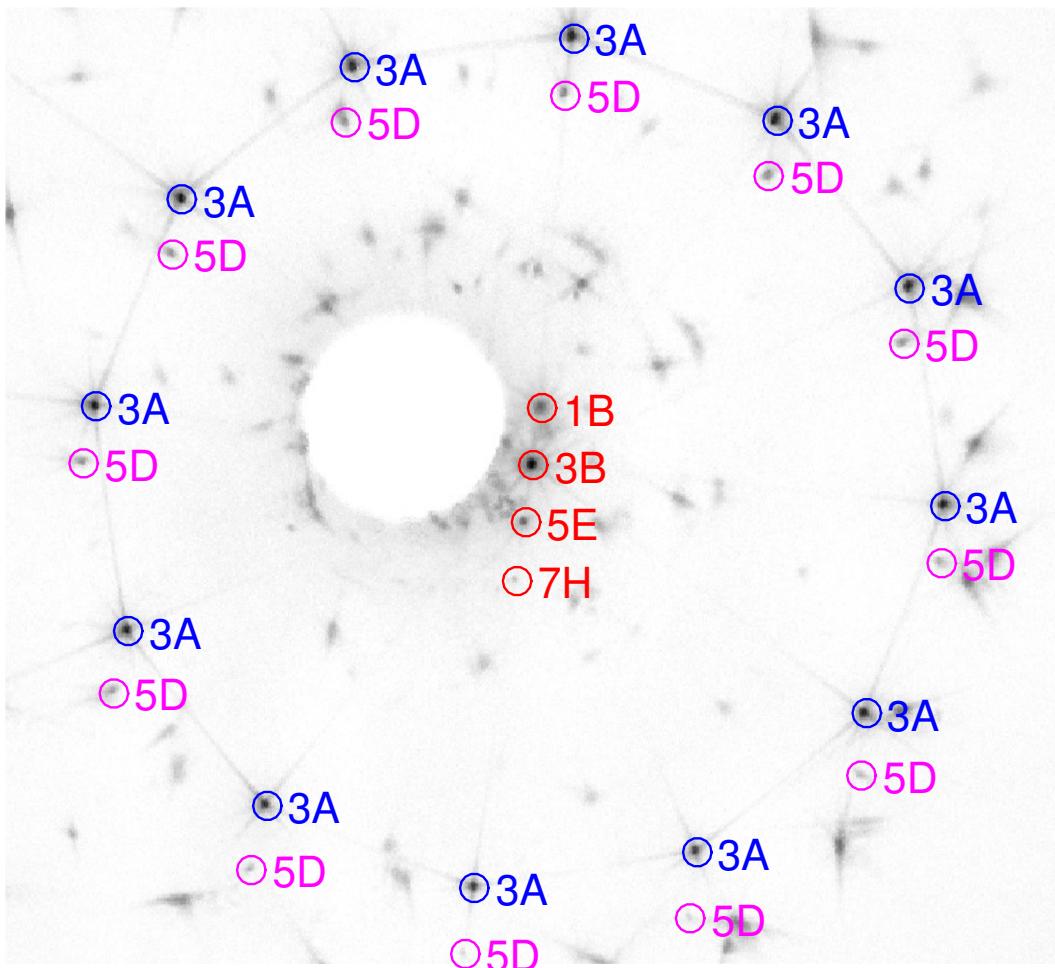
Svazek světla můžeme charakterizovat velikostí zářivého toku  $\phi_e$ . Z Fresnelových rovnic [1] víme, že pokud na rozhraní  $\rho_1$  nedochází k totálnímu odrazu, tak po dopadu svazku na rozhraní vznikne odrazený a lomený svazek. Jaká bude velikost zářivého toku odrazeného svazku  $\phi_{e\text{reflect}}$  závisí na polarizaci světla, dopadajícím úhlu a poměrem mezi indexy lomu prostředí, které odděluje rozhraní  $\rho_1$ .

$$\phi_e = \phi_{e\text{reflect}} + \phi_{e\text{refract}} . \quad (8.5)$$

Při dopadajícím úhlu  $\beta = 0^\circ$  a indexech lomu  $\eta_1 = 1$ ,  $\eta_2 = 1.5$  se 4% dopadajícího zářivého toku odrází.  $\frac{\phi_{e\text{reflect}}}{\phi_e} = 0.04$ ,  $\frac{\phi_{e\text{refract}}}{\phi_e} = 0.96$ .

Z principu šíření světla optickým prostředím pozorujeme svazky 0 až 9, se specifickým směrem šíření.

V šatonové růži nastává stejný optický jev mezi tabulkou (TOP) a spodkem (BOT). V reálné situaci nejsou fasety TOP a BOT rovnoběžné. Důsledkem toho svazky **1B**, **3B**, **5E** a **7H** svírají s normálou tabulky různý úhel. Svazek třídy **3B** bude mít vždy největší zářivý tok. Zajímavé je, že tyto svazky leží ve stejné rovině. Tato rovina je určena vzájemnou orientací mezi normálou tabulky a normálou spodku.



**Obrázek 8.4:** Zvýraznění obrazů svazků ve snímku. Svazky třídy **1B**, **3B**, **5E** a **7H** dopadají pouze na fasetu TOP a BOT. Svazky třídy **3A** a **5D** dopadnou nejprve na boční fasetu a poté následuje jeden resp. dva dopady na dvojici faset BOT-TOP.

## 8.5 POZOROVÁNÍ

Dopad svazků **1B**, **3B**, **5E** a **7H** na stínítko můžeme pozorovat na obr. 8.4. Pokud bychom byli schopni přiřadit alespoň 2 tyto stopy ke svazkům můžeme určit orientaci tabulký a spodku. Situaci ovšem komplikuje fakt, že ne vždy můžeme nalézt obrazy těchto svazků, protože jsou často zastíněny podstavcem, na který pokládáme měřený kámen.

U svazků třídy **3A** a **5D** dochází k podobnému optickému jevu pouze s tím rozdílem, že svazek do kamene nevstupuje tabulkou, ale boční fasetou. Dvojice svazků třídy **3A** a **5D** se stejnou první dopadovou fasetou leží v jedné rovině. Tato dvojice určuje vzájemnou orientaci mezi normálou tabulký a normálou spodku. Pro jednoznačné určení této orientace je však nutné znát orientaci bočních faset.

### 8.5.2 Orientace kamene

Kámen je do měřicí soustavy umístěn ručně tak, aby se vertikální osa kamene nacházela v těžišti dopadajícího zdrojového svazku. Takto je zajištěna poloha kamene, ovšem rotace kamene okolo vertikální osy může být libovolná.

Podle plochy, na kterou pokládáme kámen nemůžeme automaticky určit orientaci fasety BOT. Podstavec není pevně přichycen a mezi fasetou BOT a podstavcem je nanesena řada vrstev. Pokud nejsou tyto vrstvy naneseny rovnoměrně je kámen v měřicí soustavě nakloněn.

Rotace a náklon kamene musí být nalezeny před optimalizací parametrů faset.

### 8.5.3 Zakřivení faset

Kameny se brousí rovinnými brusnými kotouči, proto předpokládáme, že fasety jsou ideálně rovné a lze je popsat pomocí normály. Svazky nemusí dopadat na celou plochu fasety, ale pouze na vymezenou část fasety. Pokud dochází k zakřivení fasety, může se normála popisující tento element plochy lišit od normály fasety. Zakřivení fasety kamene vzniká především kvůli pružnému uchycení kamene při broušení.

Pokud vzdálenost fasety od souřadnicového systému klesne, zvýší se plocha fasety. Plocha sousedních faset naopak klesne. Řada svazků dopadá pouze na okraj faset. Posun fasety doprovází změnu zářivého toku některých svazků, které mohou i zcela zaniknout.

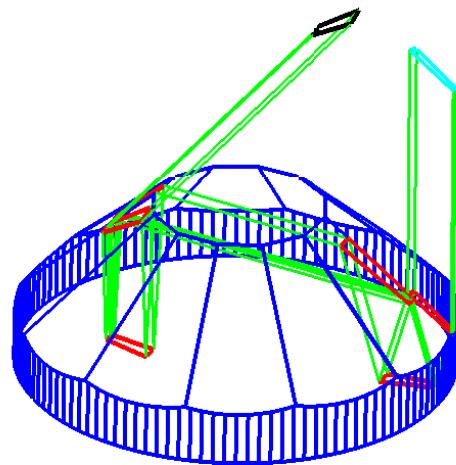
Zakřivenou fasetu můžeme approximovat jako část kulové či válcové plochy s vysokým poloměrem křivosti.

Pozorujeme vliv vzdálenosti fasety od souřadnicového systému na změnu zářivého toku svazků (viz kapitola 10.2). K výrazné změně dochází především u svazků s nízkým zářivým tokem. Při posunu fasety dochází ke změně zářivého toku svazků, které jsou omezeny minimálně jednou hranou posouvané fasety.

V současné době nedokážeme vliv vzdálenosti rozlišit. Je ale možné, že informace o změně zářivého toku se vzdáleností fasety může v budoucnu vést ke vzniku vhodné metody, pomocí které určíme vzdálenost fasety.

#### ■ 8.5.4 Svazky s vysokou citlivostí

Existují svazky, které dopadají na fasetu pod téměř kritickým úhlem, např. svazek na obr. 8.5. Výstupní směr těchto svazků je vysoce citlivý na sklon fasety. Tyto svazky dobře určují sklon elementu plochy fasety, na kterou dopadají. Pokud je faseta zakřivená, mohou tyto svazky negativním způsobem ovlivnit optimalizované kritérium, což ve výsledku vyústí k nežádoucímu sklonu fasety a oddálení korespondujících svazků dopadajících na jinou část plochy fasety. Tento problém by mohl být odstraněn s použitím vhodnější parametrizace faset.



**Obrázek 8.5:** Svazek třídy 6B. Na poslední fasetu dopadá blízko kritického úhlu, proto je citlivější na sklon fasety než většina ostatních svazků.

# Kapitola 9

## Korespondence svazků

Svazky vzcházející z ozářeného kamene vytvoří na stínítku specifický obrazec. Matematický model idealizované verze situace vytvoří podobný obrazec.

Nalezení skutečného sklonu faset vyžaduje nalezení korespondujících svazků. Korespondence je uspořádaná dvojice pozorovaného a simulovaného svazku. Korespondující svazky mají stejnou posloupnost dopadových faset.

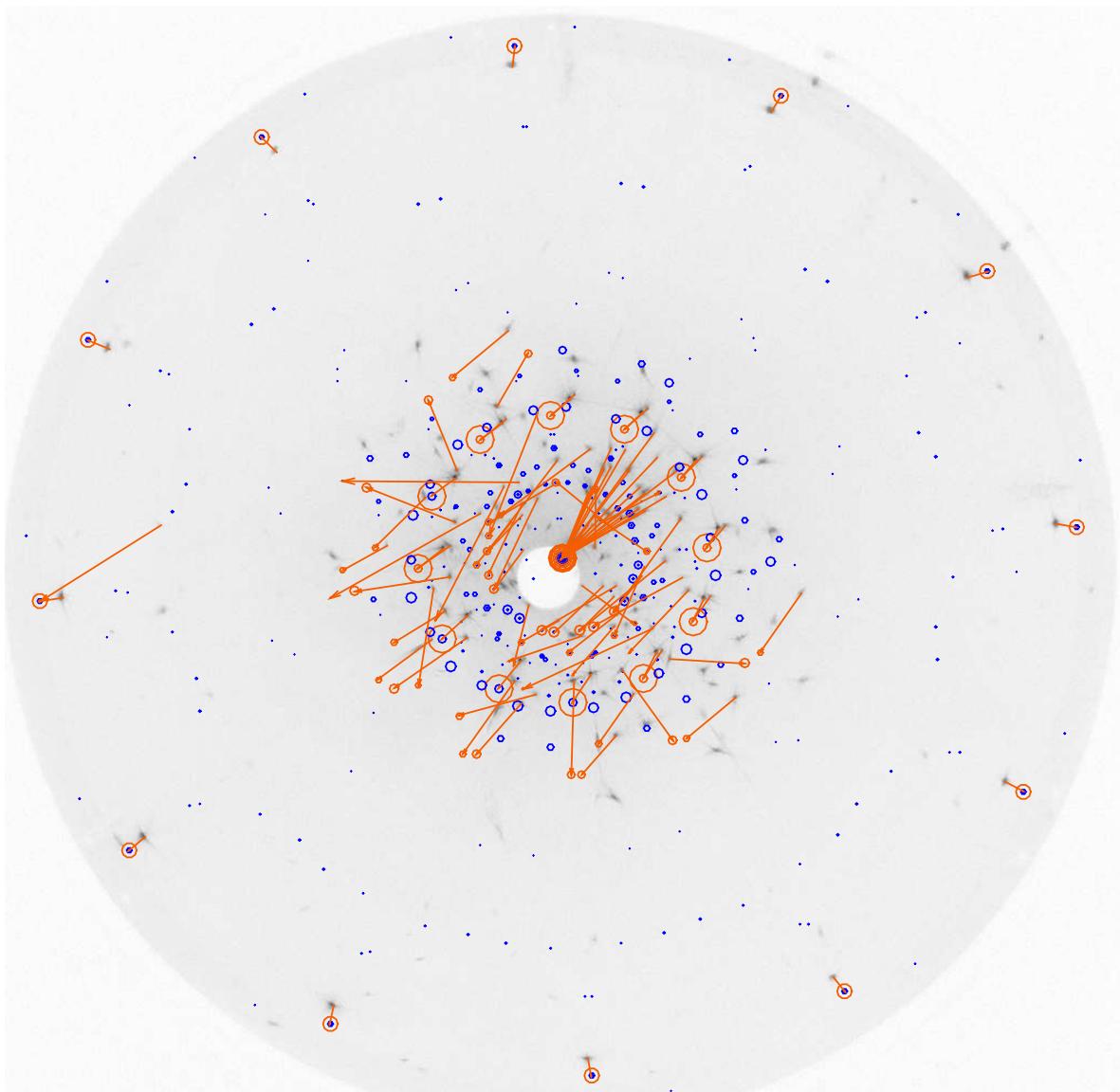
### 9.1 Obtížnost úlohy

Korespondence nelze nalézt všechny najednou. Ve snímku 9.1 jsou zobrazeny vzdálenosti obrazu korespondujících svazků po optimalizaci náklonu a rotace kamene. Existuje mnoho jiných svazků, které jsou blíže simulovaným svazkům, což znesnadňuje úholu korespondence. Situace je navíc komplikována tím, že řada simulovaných svazků, kterým v odraze odpovídá pozorovaný svazek neexistuje a naopak. Ve fázi optimalizace na obrázku 9.1 neexistuje 36 % těchto simulovaných svazků.

V prvním kroku lze nalézt korespondence pouze pro vybrané třídy svazků. Jedná se o třídy **1A, 3A** a ne vždy detekované třídy **3B a 5D** viz obr. 8.4.

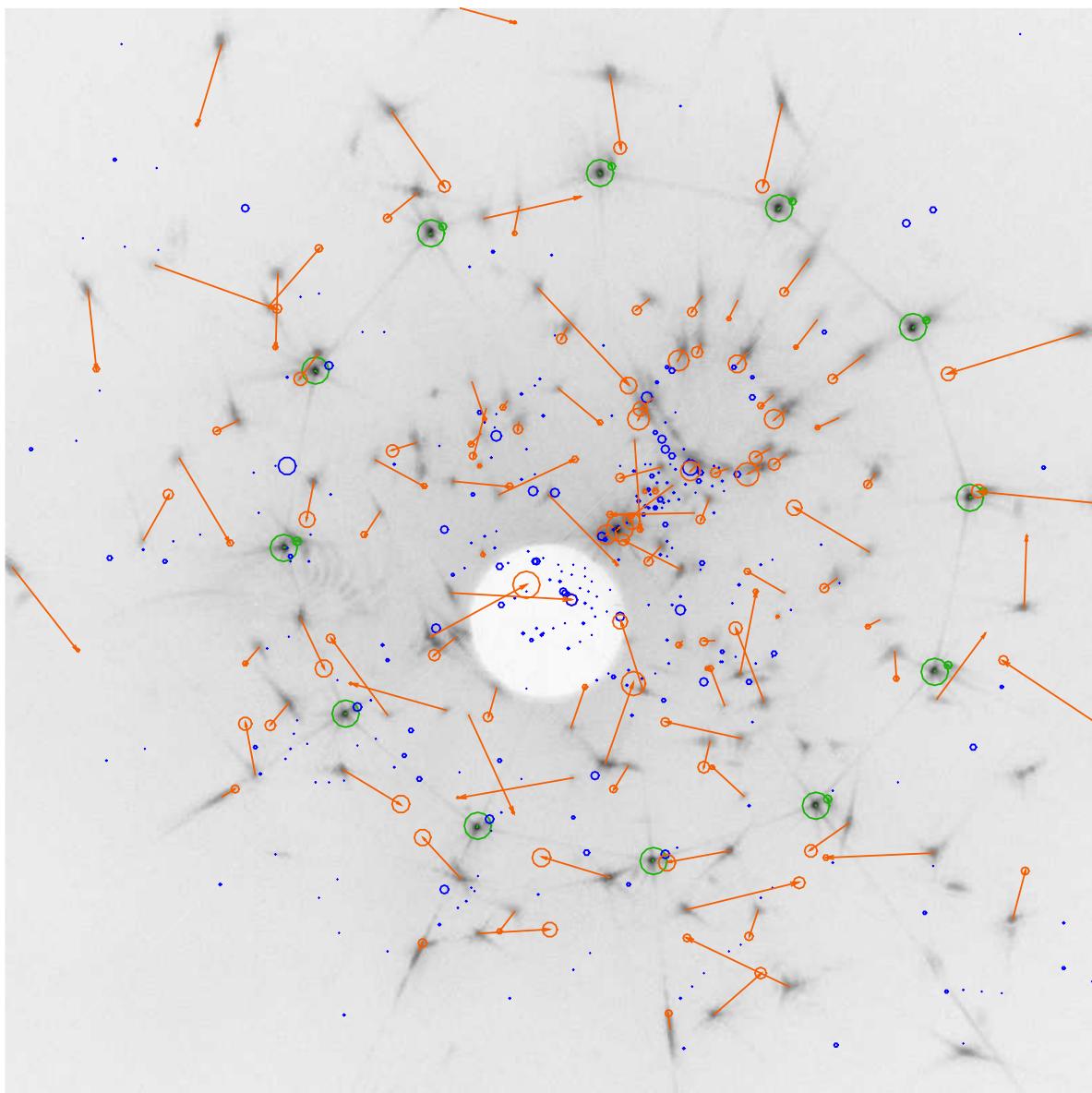
Čekali bychom, že pokud optimalizujeme náklon faset s korespondencemi svazků, které lze určit v počátku, budou obrazy ostatních korespondujících svazků téměř totožné. Na obr. 9.2 ovšem vidíme, že ani v tomto případě nelze určit všechny korespondence. Vzdálenosti obrazů korespondujících svazků jsou stále znatelné. Zvláště pak máme problém nalézt korespondence v oblastech s vysokou hustotou svazků. Je zřejmé, že korespondence budeme muset nacházet ve více krocích a postupně parametry faset přibližovat ke konečnému výsledku sklonu.

Indikátorem, zda jsme nastavili správně parametry faset kamene, je rozdíl parametrů pozorovaných a simulovaných svazků. Po optimalizaci náklonu faset podle korespondujících svazků (obr. 9.3) vidíme, že směry korespondujících svazků v mnoha případech nesouhlasí. Navíc můžeme pozorovat svazky, ke kterým neexistuje vhodný referenční svazek a naopak vidíme také volné simulované svazky. Na tyto nepřesnosti má vliv zakřivení faset, neurčitost vzdálenosti faset, nepřesná kalibrace, detekce atd.

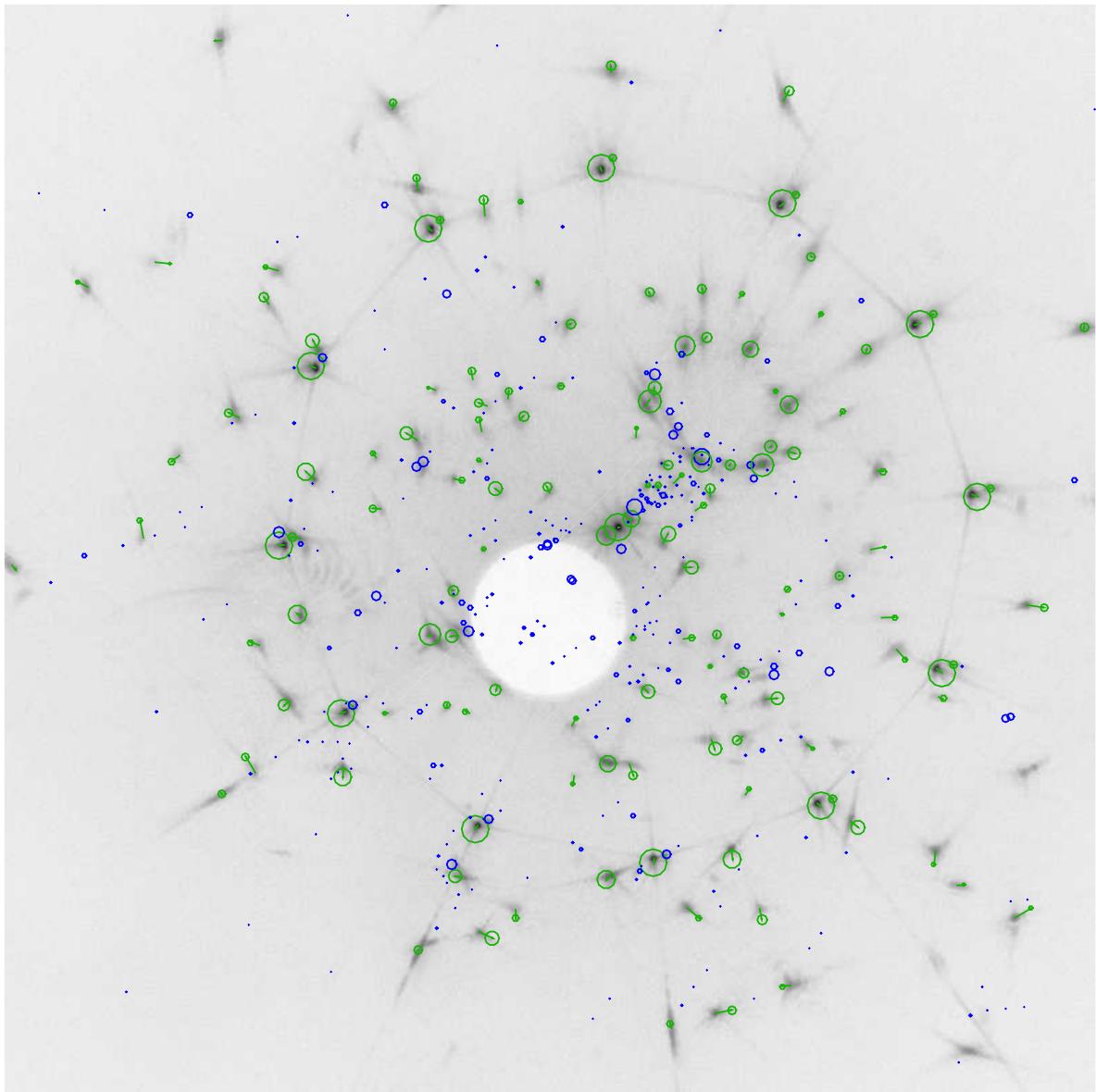


**Obrázek 9.1:** Vzdálenost obrazu korespondujících svazků po optimalizaci náklonu a rotace kamene *viva12* podle korespondencí třídy **1A**. Kružnice znázorňují simulované svazky. Čím vyšší je zářivý tok svazku, tím vyšší je poloměr kružnice. Vektory směřují od obrazu pozorovaného svazku k obrazu korespondujícího simulovaného svazku. Modrou barvou jsou zobrazeny volné simulované svazky.

## 9.1 OBTÍŽNOST ÚLOHY



**Obrázek 9.2:** Detail na střední část snímku 9.1. Vzdálenost obrazu korespondujících svazků po optimalizaci náklonu faset podle korespondencí, které lze spolehlivě nalézt. Zelenou barvou jsou zobrazeny korespondence použité při optimalizaci parametrů kamene. Modrou barvou jsou zobrazeny simulované svazky, pro které nebyl nalezen korespondující pozorovaný svazek.



**Obrázek 9.3:** Detail na střední část snímku 9.1. Vzdálenost obrazu korespondujících svazků po optimalizaci náklonu faset podle všech korespondujících svazků. Zelená barva: korespondující dvojice svazků. Modrá barva: volné simulované svazky.

# Kapitola 10

## Klasifikace příznaků

Nalézt korespondující dvojice pozorovaných a simulovaných svazků pouze pomocí směru svazků je prakticky nemožné. Proto se pokusíme využít další příznaky, které nám pomohou eliminovat nesprávné korespondence. Víme, že u pozorovaných svazků můžeme kromě směru určit zářivý tok a detektovat ocásy (kapitola 4.6).

Prozkoumáme parametry pozorovaných a simulovaných svazků s cílem navrhnout jednoduchý klasifikátor. Nalezení závislosti parametrů zjednoduší úlohu korespondence svazků.

### 10.1 Ground truth

Abychom mohli hledat závislosti mezi parametry pozorovaných a simulovaných svazků, potřebujeme získat data s korespondujícími svazky. Toho dosáhneme tak, že ručně upravujeme množinu korespondencí a optimalizujeme náklon faset. Proces ručního přiřazování svazků ukončíme, když nalezneme dostatečně přesný sklon faset. Takto nalezené korespondence považujeme za správné.

Ručně určené korespondence označujeme výrazem „*ground truth*“ podobně jako v oblasti strojového učení, kde slouží jako přesná data v trénovací množině pro určení statistických modelů. Použití výrazu „*ground truth*“ je ovšem v našem případě sporné, neboť určení množiny korespondencí závisí na osobě, která tato úlohu provádí. To, co v našem případě označujeme jako „*ground truth*“, je množina, o které se domníváme, že by měla obsahovat správné korespondence svazků, ale v našem případě nemůžeme s naprostou jistotou tvrdit, že tomu tak je.

### 10.2 Změna zářivého toku se změnou parametrů kamene

Chceme zjistit, jak je zářivý tok svazků závislý na změně parametrů faset.

Máme k dispozici korespondující svazky z měření 10-ti různých kamenů typu *viva12*. Při určení „*ground truth*“ jsme zároveň odhadli skutečné sklon faset a matematické modely kamenů. Vezmeme si postupně každý z těchto modelů a měníme náklon normály vybrané fasety o jeden stupeň ve čtyřech kolmých směrech. Nakonec normálu vrátíme zpět na původní hodnotu. Takto nakloníme normály všech 14-ti faset kamene. Dostaneme  $4 \times 14$  modelů kamene plus jeden původní.

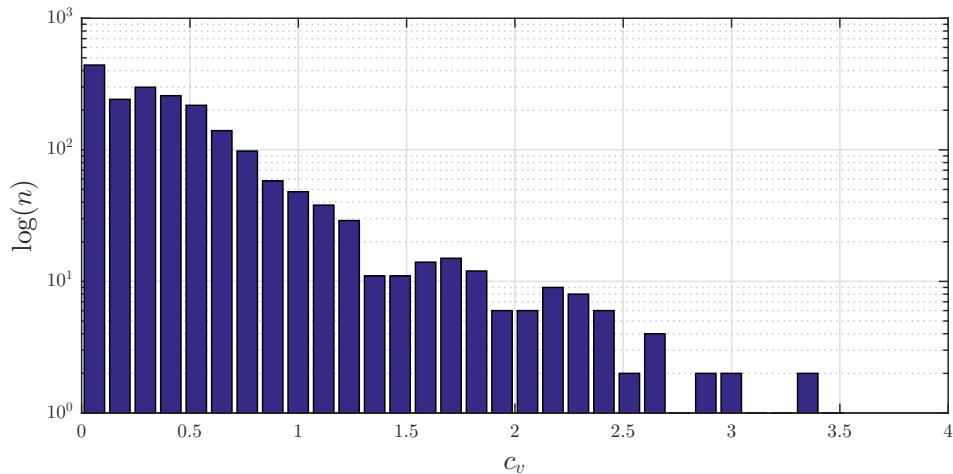
Nakloněním normály fasety vznikne nový model kamene. Pro tento model pomocí LADOKu vypočítáme parametry svazků. Pokud se zářivý tok svazku od původního modelu změnil, zapamatujeme si jeho hodnotu. Pro jednotlivý svazek dostaneme vektor hodnot zářivého toku  $\vec{\phi}_e$ .

Abychom mohli porovnat změnu zářivého toku, který se může u svazků řádově lišit, vyjádříme změnu toku pomocí variačního koeficientu  $c_v$ . Variační koeficient je výsledkem podílu směrodatné odchylky a střední hodnoty vektoru  $\vec{\phi}_e$ .

$$c_v = \frac{\sigma(\vec{\phi}_e)}{E(\vec{\phi}_e)}. \quad (10.1)$$

Určíme variační koeficient simulovaných svazků a výsledek ze všech 10-ti kamenů zaneseme do histogramu na obr. 10.1. V histogramu vidíme, že existuje nezanedbatelný počet svazků, pro které změna náklonu fasety o  $1^\circ$  znamená změnu zářivého toku o více než polovinu původní hodnoty. Je zřejmé, že obdobně se bude měnit zářivý tok svazků při posunu fasety.

Výsledek naznačuje, že nebude snadné nalézt funkci, která by definovala vztah mezi zářivým tokem simulovaných a pozorovaných svazků.



**Obrázek 10.1:** Histogram variačního koeficientu zářivého toku svazků pro data z 10-ti snímků různých kamenů typu *viva12*.

## ■ 10.3 Závislost zářivého toku

Broušený kámen je ozářen laserovým svazkem o vlnové délce 670 nm. Při průchodu světelného svazku kamenem se část záření absorbuje a přemění se na teplo. Absorpce záření závisí na odstínu kamene, proto si vybereme kameny stejného odstínu. V našem případě zvolíme odstín *Hyacint*, který se vyznačuje nízkou absorpcí zdrojového svazku.

Korespondující svazky jsme určili pro 4 kameny odstínu *Hyacint*, kde každý kámen byl  $3 \times$  s různou rotací umístěn do měřicí soustavy. S korespondencemi z 12 snímků pracujeme jako s celkem a dostaneme množinu uspořádaných dvojic pozorovaných a simulovaných svazků.

Pozorované svazky charakterizuje zářivý tok  $\vec{\phi}_{e_m}$  a simulované svazky zářivý tok  $\vec{\phi}_{e_r}$ . Cílem je nalézt funkci  $h$ , pro kterou

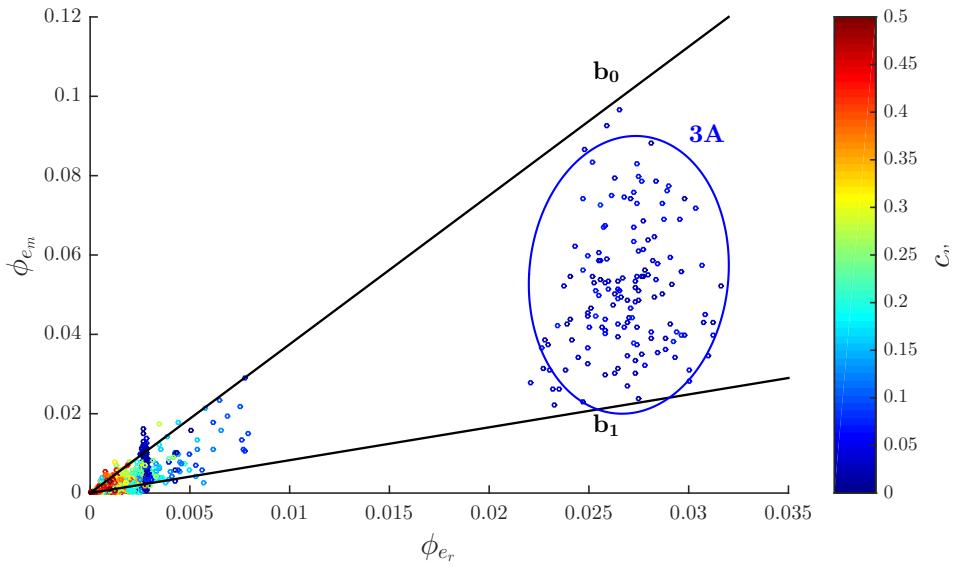
$$\phi_{e_r} = h(\phi_{e_m}) . \quad (10.2)$$

Abychom mohli porovnat data z více měření, vyjádříme si zářivý tok pozorovaných svazků jako jejich poměr ku součtu zářivého toku všech pozorovaných svazků v jednotlivém snímku.

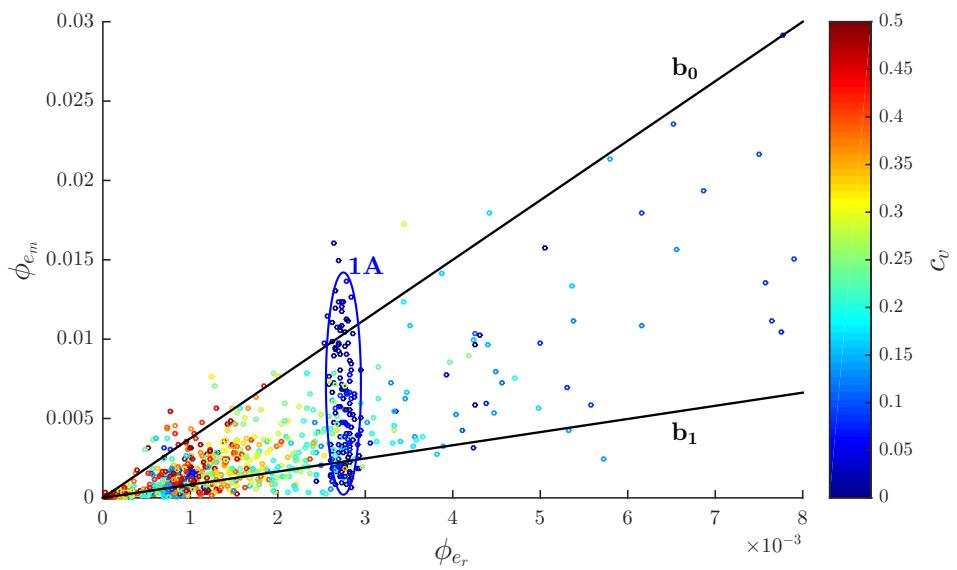
Závislost  $\phi_{e_r} = f(\phi_{e_m})$  vyneseme do grafu na obr. 10.2, kde jsou vykresleny pouze svazky s variačním koeficientem  $c_v$  menším než 0.5.

Výsledek není příliš optimistický. Data v grafu jsou příliš rozptýlena na to, abychom mohli nalézt spolehlivou funkci popisující závislost 10.2. Důvodů může být několik.

### 10.3 ZÁVISLOST ZÁŘIVÉHO TOKU



**Obrázek 10.2:** Závislost velikosti zářivého toku simulovaných svazků na velikosti zářivého toku pozorovaných svazků. Zobrazeny jsou pouze svazky s variačním koeficientem zářivého toku větším než 0.5. Výsledky pro odstín *Hyacint*. Vynechány jsou svazky třídy **3B**. Přímky  $b_0$  a  $b_1$  naznačují, že rozptyl zářivého toku pozorovaných svazků roste s velikostí zářivého toku simulovaných svazků. Svazky třídy **3A** jsou zvýrazněny.



**Obrázek 10.3:** Detail obrázku 10.2. Vynechány jsou svazky třídy **3A** a **3B**. Svazky třídy **1A** jsou zvýrazněny.

Víme, že v modelu kamene nejsou postihnuty všechny skutečnosti ovlivňující velikost zářivého toku stop. Můžeme zmínit například to, že v modelu není zahrnuta čistota materiálu, která nemusí a prakticky ani není v celém materiálu konstantní. Nedokonalé proleštění fasety ovlivňuje rozptylové parametry světelného svazku. Změna parametrů fasety vede ke změně plochy fasety, tedy i ke změně plochy svazku, který je omezen hranou této fasety. Malá změna parametrů fasety může vést k velké změně zářivého toku svazku, což jsme si ukázali v kapitole 10.2. Tyto a další vlastnosti v konečném důsledku vyústí v chybu údaje na y-ové ose grafu 10.2.

Na druhé straně musíme počítat s nejistotou určení zářivého toku pozorovaných svazků vznikající při výpočtu parametrů svazků z obrazu. Mezi zásadní problémy patří šum, překrývání stop, difuzní odrazivost svazků či odhad pozadí snímku.

## ■ 10.4 Závislost parametrů ocásků

Zajímáme se o to, jak může přispět znalost ocásků pozorovaných a simulovaných svazků k nalezení korespondující dvojice.

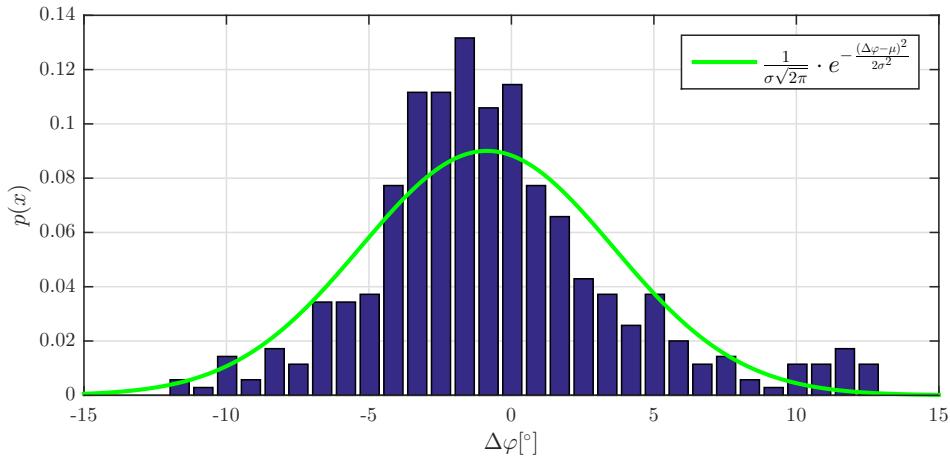
Korespondující ocásky nalezeme pomocí jednoduchého algoritmu založeného na podobnosti směru ocásků korespondujících stop. Takto nalezené korespondence zkонтrolujeme a případně upravíme. Máme k dispozici data korespondujících ocásků pro 25 snímků celkem deseti kamenů *viva12*.

Ocásky parametrizujeme pomocí velikosti  $\rho$  a směrového úhlu  $\phi$ . Z korespondujících ocásků získáme parametry pozorovaných ocásků  $\vec{\rho}_m$  a  $\vec{\varphi}_m$  a k nim odpovídající simulované parametry  $\vec{\rho}_r$  a  $\vec{\varphi}_r$ .

### ■ 10.4.1 Směrový úhel

U směrového úhlu potřebujeme vědět, do jaké míry souhlasí směr pozorovaného a směr simulovaného ocásku. Vypočítáme rozdíl směrových úhlů  $\Delta\vec{\phi}$  a vyneseme do grafu 10.4 rozložení pravděpodobnosti.

$$\Delta\vec{\phi} = \vec{\varphi}_m - \vec{\varphi}_r. \quad (10.3)$$



**Obrázek 10.4:** Odhad pravděpodobnostní funkce rozdílu směrového úhlu mezi pozorovanými a simulovanými ocásky. Aproximace Gaussovou křivkou s parametry  $\sigma = 4.43^\circ$  a  $\mu = -0.86^\circ$ .

## 10.4 ZÁVISLOST PARAMETRŮ OCÁSKŮ

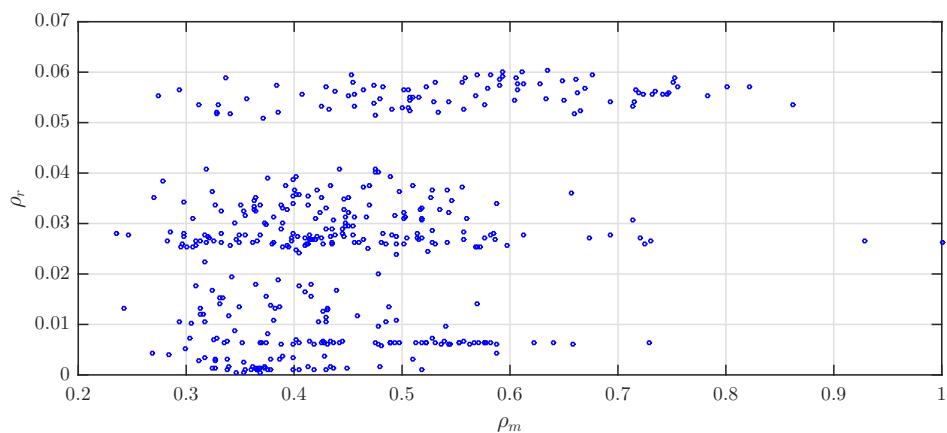
Pravděpodobnostní rozdělení na obr. 10.4 lze approximovat Gaussovou funkcí

$$f(\Delta\varphi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\Delta\varphi-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (10.4)$$

s rozptylem  $\sigma = 4.43^\circ = 0.077$  rad a střední hodnotou  $\mu = -0.86^\circ = -0.15$  rad. Tato funkce může sloužit jako základ pro určení podobnosti ocásků.

### ■ 10.4.2 Velikost

Vykreslili jsme si závislost velikosti simulovaných ocásků na velikosti pozorovaných ocásků. Graf na obr. 10.5 obsahuje pouze náhodně vybrané vzorky závislosti  $\rho_r = f(\rho_m)$ , kde  $\rho_m = \frac{\rho_m}{\max \rho_m}$ . Zdá se, že mezi velikostí pozorovaných a simulovaných ocásků není takřka žádná souvislost. Nejsme schopni nalézt funkci  $f$ , která by popisovala závislost  $\rho_r = f(\rho_m)$ .



**Obrázek 10.5:** Závislost velikosti simulovaných ocásků  $\rho_r$  na velikosti pozorovaných ocásků  $\rho_m$  pro náhodně vybranou podmnožinu korespondujících ocásků.

# Kapitola 11

## Automatická optimalizace - algoritmy

### ■ 11.1 Zavedení symbolů

Uvedeme algoritmy využité pro hledání korespondencí pozorovaných a simulovaných svazků a popíšeme jejich aplikaci pro automatické určení náklonu faset broušených kamenů. Předtím, než se začneme zabývat navrženými přístupy, je třeba sjednotit značení jednotlivých parametrů svazků.

Simulované svazky dělíme do tří disjunktních množin.

$\mathcal{R}_c$  - uspořádaná  $r_c$ -tice svazků, pro které byl nalezen korespondující svazek,

$\mathcal{R}$  - uspořádaná  $r$ -tice svazků, ke kterým můžeme přiřadit korespondující savek,

$\mathcal{R}_o$  - uspořádaná  $r_o$ -tice svazků, kterým není možné přiřadit korespondující svazek.

Platí, že  $\mathcal{R} = (\mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_r)$ . Dále definujeme uspořádanou  $r'$ -tici  $\mathcal{R}' = \mathcal{R} \cup \mathcal{R}_o$ .  $r' = r + r_o$ .

Podobně dělíme pozorované svazky na  $\mathcal{M}_c$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{M}_o$  a  $\mathcal{M}'$ , kde  $\mathcal{M} = (\mathbf{M}_1, \dots, \mathbf{M}_m)$ .

Algoritmy pracují s informacemi o směru, obrazu a zářivém toku  $\phi_e$  svazků. Směr vyjadřujeme pomocí azimutu  $\alpha$  a elevace  $\varepsilon$ . Polohu obrazu svazku určuje  $x$ -ová a  $y$ -ová souřadnice.

Parametry simulovaných svazků označujeme  $\vec{\alpha}_r$ ,  $\vec{\varepsilon}_r$ ,  $\vec{\phi}_{e_r}$ ,  $\vec{x}_r$  a  $\vec{y}_r$ . Pro pozorované svazky platí označení  $\vec{\alpha}_m$ ,  $\vec{\varepsilon}_m$ ,  $\vec{\phi}_{e_m}$ ,  $\vec{x}_m$  a  $\vec{y}_m$ . Platí, že  $\vec{\alpha}_r = \alpha_r(\mathcal{R})$ ,  $\vec{\alpha}_m = \alpha_m(\mathcal{M})$  apod.

Množinu korespondujících svazků značíme  $\mathcal{C}$ . Jednotlivá korespondence  $C_i$  je uspořádaná dvojice  $(\mathbf{R}_j, \mathbf{M}_k)$ ,  $C_i \subseteq \mathcal{C}$ .  $\alpha_r(C_i)$  označuje azimut simulovaného svazku  $R_j$ , kde  $R_j$  je simulovaný svazek z korespondující dvojice  $C_i$ .  $\alpha_r(\mathcal{C})$  vektor  $(\alpha_r(C_1), \dots, \alpha_r(C_n))$ , kde  $n$  je počet uspořádaných dvojic v množině  $\mathcal{C}$ .

### ■ 11.2 Použité algoritmy

Korespondence hledáme buď pro specifickou třídu svazků nebo pro svazky, které splní požadované parametry.

#### ■ 11.2.1 Korespondence svazků třídy 1A

Víme, že svazky třídy **1A** se odraží od faset **UF1** - **UF2**. Úhlová odchylka normály simulované fasety od skutečné normály se projeví dvojnásobnou úhlovou odchylkou simulovaného svazku od pozorovaného. Očekáváme, že rozdíl mezi simulovanými a reálnými parametry faset není příliš velký. Proto lze očekávat, že pozorované svazky třídy **1A** budou mít velmi podobný směr jako simulované. Přibližně tedy známe směr těchto svazků.

Na stínítku se v blízkém okolí stop třídy **1A** mohou nacházet pouze stopy s řádově nižším zářivým tokem. Tato vlastnost je zajištěna geometrií kamene *viva12* a provedením experimentu. Pokud známe zářivý tok stop, můžeme v obraze snadno nalézt svazek třídy **1A**.

## 11.2 POUŽITÉ ALGORITMY

### Parametry algoritmu

- $d_{max}$  - maximální vzdálenost pozorovaného svazku od simulovaného,  
 - minimální počet pozorovaných svazků, v blízkém okolí simulovaného svazku, s  
 $n_{min}$  nižším zářivým tokem než zářivý tok potenciálního korespondujícího pozorovaného svazku.

### Popis algoritmu

1. Definujeme proměnné  $\alpha_c = 0$ ,  $\varepsilon_c = 0$ ,  $\mathcal{C} = \emptyset$ ,  $\mathcal{C}_l = \emptyset$ .
2.  $i = 0$ .
3. Vypočítáme kritérium hodnotící vzdálenost mezi svazky
$$\vec{d} = \sqrt{(\alpha_r(R_i) \cdot \vec{1} - \vec{\alpha}_m - \alpha_c \cdot \vec{1})^2 + (\varepsilon_r(R_i) \cdot \vec{1} - \vec{\varepsilon}_m - \varepsilon_c \cdot \vec{1})^2}.$$
4. Vybereme uspořádanou  $k$ -tici svazků  $\mathcal{N}$  z  $\mathcal{M}$ , která odpovídá rostoucí posloupnosti  $\vec{d}$  a omezení na  $\vec{d} < d_{max}$ .  $\mathcal{N}_1 \sim \arg \min(d)$  tak, že  $\mathcal{N} = (M_a, \dots, M_b)$ , kde  $a = \arg \min(\vec{d})$  a  $b = \arg \min\left(\frac{1}{\vec{d} - d_{max}}\right)$ . Dále bude platit, že  $N_1 = M_a$  a  $N_k = M_b$  apod.
5. Nalezneme uspořádanou  $k$ -tici  $\mathcal{O}$  takovou, že  $\mathcal{O} = (N_1, N_e, N_f, \dots, N_g)$ , kde  $e = \arg \min(\phi_{e_m}(N_1), \phi_{e_m}(N_2))$ ,  $f = \arg \min(\phi_{e_m}(N_1), \phi_{e_m}(N_2), \phi_{e_m}(N_3))$  a  $g = \arg \min(\phi_{e_m}(N_1), \dots, \phi_{e_m}(N_k))$ .
6. Určíme vektor  $\vec{n}_{\mathcal{O}}$  o velikosti  $k$  udávající četnost prvků z množiny  $\mathcal{N}$  v množině  $O$ . Pokud  $O_q = \mathcal{O}_s$ , tak  $n_{\mathcal{O}}(q) = n_O(s)$ , pro  $q = \{1, \dots, k\}$  a podobně  $s = \{1, \dots, k\}$ .
7. Určíme minimální  $l$ , které splňuje alespoň jednu z podmínek  $n_{\mathcal{O}}(l) > n_{min}$  a  $l = k$ . Do množiny  $\mathcal{C}$  přidáme korespondenci  $(R_i, N_l)$ .
8. Pokud  $i \neq r$ , tak  $i = i + 1$  a opakujeme body 3) až 7).
9. Pokud  $\mathcal{C}_l \neq \mathcal{C}$ , vypočítáme korekční parametry  $\alpha_c = median(\alpha_r(\mathcal{C}) - \alpha_m(\mathcal{C}))$ ,  $\varepsilon_c = median(\varepsilon_r(\mathcal{C}) - \varepsilon_m(\mathcal{C}))$ , položíme  $\mathcal{C}_l$  rovno  $\mathcal{C}$  a opakujeme body 2) až 8).
10. Z  $\mathcal{C}$  odstraníme korespondence, ve kterých se obraz simulovaného svazku nachází mimo obraz stínítka.
11. Optimalizujeme náklon kamene (kapitola 8.2).
12. Podle výsledku optimalizace upravíme model kamene a přepočítáme parametry simulovaných svazků. Opakujeme bod 1) až 10). V příští iteraci tento bod vynecháme.
13. Z  $\mathcal{C}$  odstraníme prvky, ve kterých se obraz simulovaného svazku nachází mimo obraz stínítka.

### ■ 11.2.2 Korespondence svazků třídy 3A

Po optimalizaci podle třídy **1A** máme dobře odhadnuté parametry faset **UF1 - UF12**. Pomocí rotace a náklonu kamene odhadneme přibližně parametry faset **TOP** a **BOT**. Podstatné je, že svazek třídy **3A** dopadá na tabulkou **TOP** pod výrazně menším úhlem, než je kritický úhel. To zajišťuje přijatelnou citlivost směru svazků na změnu parametrů dopadových faset.

Simulované svazky třídy **3A** mají po třídě **3B** druhý nejvyšší zářivý tok. Ostatní třídy se vyznačují řádově nižším zářivým tokem. Podle zářivého toku  $\phi_e$ , lze tedy snadno oddělit svazky tříd **3A** a **3B** od ostatních svazků. Simulovanýcc svazků třídy **3A** a **3B** je celkem 13. V obraze často nastává situace, že svazek třídy **3B** nedetekujeme, protože je jeho obraz zakrytý podstavcem na kámen.

Další vlastnost, která dobře charakterizuje svazky třídy **3A** jsou dlouhé a intenzivní ocásy. Při hledání korespondencí můžeme využít párování svazků podle charakteru ocásků (kapitola 11.2.4). Výhodou algoritmu je to, že dokáže za vhodného nastavení nalézt korespondující svazky, a to i v případě vysokých směrových odchylek svazků. Nevýhodou je necitlivost na ostatní parametry svazků.

#### Popis algoritmu

1. Redukujeme počet pozorovaných svazků a vytvoříme uspořádanou 13-tici  $\mathcal{M}$  obsahující 13 pozorovaných svazků s nejvyšší hodnotou zářivého toku.
2. Podle podobnosti ocásků nalezneme počáteční odhad množiny korespondencí  $\mathcal{C}$  (kapitola 11.2.4). Parametry algoritmu:  $\sigma = 0.2$ ,  $L_{min} = 2$ ,  $\Delta\alpha_{max} = 35^\circ$ ,  $\Delta\varepsilon_{max} = 15^\circ$ .
3. Uvolníme pouze parametry faset **TOP** a **BOT**. V tomto kroku prohlásíme parametry těchto dvou faset za totožné a optimalizujeme parametry uvolněných faset (kapitola 8.2). Pokud neznáme dostatečně přesně index lomu kamene optimalizujeme také index lomu.
4. Podle výsledku optimalizace upravíme model kamene a přepočítáme parametry simulovaných svazků. Pro finální odhad množiny korespondencí  $\mathcal{C}$  použijeme algoritmus v kapitole 11.2.1 od bodu 1) do bodu 10).  $\mathcal{R}$  bude uspořádaná 24-tice simulovaných svazků třídy **1A** a **3A**.  $\mathcal{M}$  bude obsahovat všechny pozorované svazky.
5. K optimalizovaným parametrům přidáme parametry faset **UF1** až **UF12** a optimalizujeme.

### ■ 11.2.3 Korespondence svazků třídy 5D

Svazky třídy **5D** můžeme v obraze pozorovat, pokud existuje úhlová odchylka mezi fasetou **TOP** a **BOT** (kapitola 8.5.1). Předpokládáme, že pokud nějaká odchylka vznikne, bude max.  $1^\circ$ . Také předkládáme, že normálny faset **UF1** až **UF12** nejsou vůči pravidelnému tvaru *vivy12* příliš vychýleny.

Podstatné je, že známe polohu svazků třídy **3A**. Za výše uvedených okolností lze pozorovat vzor určující vzájemnou polohu dvojice svazků třídy **3A** a **5D**, které mají v seznamu stejné dopadové fasety např. dvojice (UF1-TOP-BOT, UF1-TOP-BOT-TOP-BOT). Vzájemnou polohu mezi všemi těmito páry lze popsat pomocí polárních souřadnic vzdáleností  $\rho$  a úhlem  $\varphi$ .

Polohu j-tého pozorovaného svazku popisujeme souřadnicemi  $x_m(M_j)$  a  $y_m(M_j)$ . Pozorované svazky rozdělíme na uspořádanou  $n$ -tici  $\mathcal{N}$  obsahující 12 svazků třídy **3A** a uspořádanou  $o$ -tici  $\mathcal{O}$  obsahující zbylé svazky.

#### Parametry algoritmu

- $\rho_{max}$  - maximální vzdálenost obrazu korespondujících svazků třídy **3A** a **5D** v pixelech,
- $\Delta\rho$  - maximální absolutní odchylka úhlu v obraze mezi párem svazků třídy **3A** a **5D**,
- $\Delta\varphi$  - maximální absolutní odchylka vzdálenosti v obraze mezi párem svazků třídy **3A** a **5D**,
- $p_{min}$  - minimální počet nalezených dvojic.

#### Algoritmus

1. Vypočítáme Euklidovu vzdálenost obrazů jednotlivých svazků

$$\rho_{j,k} = \sqrt{(x_m(N_j) - x_m(O_k))^2 + (y_m(N_j) - y_m(O_k))^2}$$

pro  $j = \{1, \dots, n\}$  a  $k = \{1, \dots, o\}$ .

$$\text{Směrový úhel určíme podle vztahu } \varphi_{j,k} = \arctan \frac{y_m(N_j) - y_m(O_k)}{x_m(N_j) - x_m(O_k)}.$$

2. Vybereme svazky vzdálené méně než  $\rho_{max}$  a dostaneme vektor vzdáleností  $\vec{\rho}$  a směrových úhlů  $\vec{\varphi}$ .

$$\{\varphi_{j,k} \subseteq \vec{\varphi}, \rho_{j,k} \subseteq \vec{\rho} \mid \rho_{j,k} < \rho_{max}\} \text{ pro } j = \{1, \dots, n\} \text{ a } k = \{1, \dots, o\},$$

kde  $\vec{\varphi} = (\varphi_{j_1,k_1}, \dots, \varphi_{j_s,k_s}) = (\varphi_1, \dots, \varphi_s)$  a  $\vec{\rho} = (\rho_{j_1,k_1}, \dots, \rho_{j_s,k_s}) = (\rho_1, \dots, \rho_s)$ .

3. Definujeme funkce  $g(x) \rightarrow \begin{cases} 1, & |x| < \Delta\rho \\ 0, & \text{jinak} \end{cases}$ ,  $h(x) \rightarrow \begin{cases} 1, & |x| < \Delta\varphi \\ 0, & \text{jinak} \end{cases}$ .

Pro vektor  $\vec{x}$  délky  $n$  platí  $g(\vec{x}) = (g(x_1), \dots, g(x_n))$  a  $h(\vec{x}) = (h(x_1), \dots, h(x_n))$ .

Nechť  $a = \arg \max_{q=\{1, \dots, s\}} \sum_{i=1}^s g(\varphi_i - \varphi_q) \cdot h(\rho_i - \rho_q)$ . Potom  $\vec{v} = g(\vec{\varphi} - \varphi_a \cdot \vec{1}) + h(\vec{\rho} - \rho_a \cdot \vec{1})$ .

4. Nalezeme množinu potenciálních korespondencí  $\mathcal{C}'$ .  $\{(R_t, O_{k_q}) \subseteq \mathcal{C}' \mid v_q > 1\}$  pro  $q = \{1, \dots, s\}$ , kde  $R_t$  je simulovaný svazek třídy **5D** se stejnou první dopadovou fasetou jako pozorovaný svazek  $N_{j_q}$  třídy **3A**.

5. Pokud  $\mathcal{C}'$  obsahuje alespoň  $p_{min}$  prvků, přidáme  $\mathcal{C}'$  do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$ .

### ■ 11.2.4 Korespondence svazků podle ocásků

Ocásky svazků definujeme pomocí velikosti a směrového úhlu. Počet ocásků simulovaného svazku závisí na počtu stran polygonu, kterým popisujeme tvar svazku. Intenzitu ocásku v simulaci určuje zářivý tok svazku a velikost hrany, na které ocásek vzniká.

Velikost  $\vec{\xi}_r(R_i)$  a směrový úhel  $\vec{\psi}_r(R_i)$  ocásků  $i$ -tého simulovaného svazku  $R_i$  určuje vektor o délce  $n_i$ .  $\vec{\xi}_r(R_i) = (\xi_{r_1}(R_i), \dots, \xi_{r_{n_i}}(R_i))$ ,  $\vec{\psi}_r(R_i) = (\psi_{r_1}(R_i), \dots, \psi_{r_{n_i}}(R_i))$ , kde  $n_i$  je počet ocásků  $R_i$ .

Detekce ocásků pozorovaného svazku je popsána v kapitole 4.7. Obecně platí, že v obrazu jsou detekovatelné ocásy, pro které byla v odpovídající simulaci vypočítána přijatelná velikost.

Velikost ocásků  $j$ -té měřené stopy značíme  $\vec{\rho}_m(M_j)$ , směrový úhel  $\vec{\varphi}_m(M_j)$ .

Podobnost ocásků hodnotíme především na základě podobnosti směru ocásků. Velikost ocásků určuje váhu příspěvku ho hodnotícího kritéria.

#### Parametry algoritmu

- $\Delta\alpha_{max}$  - maximální absolutní odchylka azimutu pozorovaného svazku od simulovaného,
- $\Delta\varepsilon_{max}$  - maximální absolutní odchylka elevace pozorovaného svazku od simulovaného,
- $\sigma$  - citlivost kriteriální funkce na úhlovou odchylku ocásků,
- $L_{min}$  - minimální velikost kritéria  $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{r \times m}$  pro přidání dvojice svazků do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$ .

#### Algoritmus

1.  $i = 1$

2. Normujeme velikost simulovaných ocásků  $\vec{\xi}_r(R_i) = \frac{\vec{\xi}_r(R_i)}{\max(\vec{\xi}_r(R_i))}$ .

3. Ze simulovaných ocásků vybereme pouze ty s dominantní intenzitou a získáme vektor velikost  $\vec{\rho}_r(R_i)$  a směr  $\vec{\varphi}_r(R_i)$  o délce  $n_k$ .

$\{\psi_{r_k}(R_i) \subseteq \vec{\varphi}_r(R_i), \xi_{r_k}(R_i) \subseteq \vec{\rho}_r(R_i) \mid \xi_{r_k}(R_i) > \xi_{min}\}$ , kde  $k = \{1, \dots, n_i\}$ .

4. Nalezneme uspořádanou  $n$ -tici  $\mathcal{N}$  z pozorovaných svazků  $\mathcal{M}$ .

$\{M_j \subseteq \mathcal{N} \mid |\alpha_r(R_i) - \alpha_m(M_j)| < \Delta\alpha_{max}, |\varepsilon_r(R_i) - \varepsilon_m(M_j)| < \Delta\varepsilon_{max}\}$ , kde  $j = \{1, \dots, m\}$ .

5. Pokud  $M_j \subseteq \mathcal{N}$ ,

$$\mathbf{L}(i, j) = \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{l=1}^{n_l} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(\varphi_{r_k}(R_i) - \varphi_{m_l}(M_j))^2}{2\sigma^2}} \cdot \sqrt{\rho_{r_k}(R_i) \rho_{m_l}(M_j)}, \quad (11.1)$$

jinak  $\mathbf{L}(i, j) = 0$ , pro  $j = \{1, \dots, m\}$ , kde  $n_l$  je počet ocásků  $M_j$ .

6. Pokud  $i \neq r$ ,  $i = i + 1$  a opakujeme kroky 2) až 5).

7. Korespondující svazky nalezneme podle vzájemně nejvyššího kritéria v  $\mathbf{L}$  s minimální velikostí  $L_{min}$ . Korespondující dvojice  $(R_i, M_j) \subseteq \mathcal{C}$ , pokud  $i = \arg \max_{q=\{1, \dots, r\}} \mathbf{L}(q, j)$ ,

$$j = \arg \max_{q=\{1, \dots, m\}} \mathbf{L}(i, q) \text{ a } \mathbf{L}(i, j) > L_{min}.$$

### ■ 11.2.5 Korespondence svazků podle polohy v obraze a zářivého toku

Tento algoritmus se snaží o to nalézt dvojici svazků, které se promítnou na podobnou pozici v obraze a mají vysoký zářivý tok. Snažili jsme se nalézt funkci, která by charakterizovala závislost mezi zářivým tokem  $\phi_{e_r}$  simulovaných stop a zářivým tokem  $\phi_{e_m}$  pozorovaných stop (kapitola 10.3). Jednoduchou funkci jsme však nenašli. Ke korespondenci svazků budeme místo absolutní velikosti zářivého toku využívat relativní velikost zářivého toku vzhledem k ostatním svazkům v blízkém okolí.

#### Parametry algoritmu

- $d_{m_{max}}$  - maximální vzdálenost simulovaných svazků v pixelech  $d_{m_{max}} = 80$  px,
- $d_{r_{max}}$  - maximální vzdálenost simulovaného svazku od pozorovaného svazku v pixelech  $d_{r_{max}} = 50$  px,
- $\mathbf{L}_{max}$  - maximální velikost kritéria  $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{r' \times m'}$  pro přidání dvojice svazků do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$ .

#### Algoritmus

1.  $j = 1$ ,  $\vec{w}_{m'} = \vec{1}$ ,  $\vec{w}_{r'} = \vec{1}$ .
2. Nalezneme 3 svazky  $(M'_a, M'_b, M'_c) \subset \{\mathcal{M}' \setminus M'_j\}$  s nejmenší Euklidovou vzdáleností obrazu  $(d_a, d_b, d_c)$  od obrazu svazku  $M'_j$ .

$$d_a = \sqrt{\left(x_m(M'_j) - x_m(M'_a)\right)^2 + \left(y_m(M'_j) - y_m(M'_a)\right)^2}.$$

3. Nechť  $f(M'_x) \rightarrow \begin{cases} \phi_{e_m}(M'_x), & d_x < d_{m_{max}}, \phi_{e_m}(M'_j) > 1 \text{ potom} \\ 1, & jinak \end{cases}$
- $\phi_{m'_{max}} = \max(\phi_{e_m}(M'_j), f(M'_a), f(M'_b), f(M'_c))$ .

4. Nastavíme váhy pozorovaných svazků.

$$w_{m'_q} = \frac{\phi_{max}}{f(M'_q)} \text{ pro } q = \{j, a, b, c\}.$$

5. Nalezneme uspořádanou  $s$ -tici  $\mathcal{S} = (S_1, \dots, S_s)$  simulovaných svazků z  $\mathcal{R}'$ .

$$\{R'_i \subseteq \mathcal{S} \mid d_{i,j} < d_{r_{max}}\} \text{ pro } i = \{1, \dots, r'\}, \text{ kde}$$

$$d_{i,j} = \sqrt{\left(x_m(M'_j) - x_r(R'_i)\right)^2 + \left(y_m(M'_j) - y_r(R'_i)\right)^2}.$$

6.  $w_{r'_j} = \max(\phi_{e_r}(\mathcal{S}))$ .

7. Dokud  $j \neq n'$ ,  $j = j + 1$  a opakujme body 2) až 6).

8. Nechť  $g(x) \rightarrow \begin{cases} x, & x > 1 \\ 1, & jinak \end{cases}$ , potom můžeme určit kriteriální funkci

$$\mathbf{L}(i, j) = d_{i,j} \cdot w_{m'_j} \cdot g\left(\frac{\phi_{r_i}(\mathcal{R}'_i)}{w_{r'_j}}\right). \quad (11.2)$$

9. Potenciální korespondence  $\mathcal{C}'$  nalezneme podle vzájemně nejnížší velikosti kritéria v  $\mathbf{L}$ , které nepřekročí hodnotu  $L_{max}$ . Korespondující dvojice  $(R'_i, M'_j) \subseteq \mathcal{C}'$ , pokud  
 $i = \arg \min_{q=\{1, \dots, r'\}} \mathbf{L}(q, j), j = \arg \min_{q=\{1, \dots, m'\}} \mathbf{L}(i, q)$  a  $\mathbf{L}(i, j) < L_{max}$ .
10. Vybereme korespondence z  $\mathcal{C}'$ , které můžeme přidat do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$ . Korespondence musí obsahovat simulovaný svazek z  $\mathcal{R}$  a zároveň pozorovaný savek z množiny  $\mathcal{M}$ .

## ■ 11.3 Automatická optimalizace parametrů faset

Před zahájením optimalizace je třeba změřit zkoumaný kámen a určit parametry kamene  $d_{TOP}, d_{BOT}, h$  a  $h_{RF}$  (viz kapitola 4.7).

Před popisem postupu optimalizace upozorníme skutečnosti, o kterých se nebudeme v postupu zmiňovat. Pokud neuvedeme, které fasety optimalizujeme, budou optimalizovány stejné parametry jako v předchozím kroku. Simulované svazky se přepočítávají vždy, když dojde ke změně parametrů kamene. Když nalezneme dvojici korespondujících svazků, automaticky ji přidáme do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$ .

### Postup optimalizace

1. Detekujeme pozorovatelné svazky v obraze a určíme jejich parametry (kapitola 3.4).
2. Podle předem změřených parametrů kamene sestavíme matematický model v programu LADOK a vyřešíme simulované svazky jednou dopadovou fasetou.
3. Požijeme algoritmus uvedený v kapitole 11.2.1 a nalezneme korespondence svazků třídy **1A**. Optimalizujeme nejdříve náklon a rotaci kamene a poté parametry faset **UF1-UF12**.

Parametry algoritmu jsou následující  $d_{max} = 0.32$  rad,  $n_{min} = 5$ .

4. Požijeme algoritmus uvedený v kapitole 11.2.2 a nalezneme korespondence svazků třídy **3A**. Optimalizujeme parametry faset **UF1-UF12, TOP a BOT**, u faset **TOP a BOT** zachováme rovnoběžnost.

5. Nalezneme svazky třídy **5D** podle algoritmu v 11.2.3. Pokud je detekce svazků třídy **5D** neúspěšná, zachováme rovnoběžnost faset **TOP a BOT** a optimalizujeme parametry faset.

Parametry algoritmu:  $\rho_{max} = 35$  px,  $\Delta\rho = 2.5$  px,  $\Delta\varphi = 0.3$  rad,  $p_{min} = 5$ .

6. Pokud existují simulované svazky třídy **3C** nalezneme k nim odpovídající pozorované svazky. Použijeme algoritmus pro hledání korespondencí podle ocásků (kapitola 11.2.4). Pokud jsme nalezli nějakou korespondenci, optimalizujeme parametry faset.

Parametry algoritmu:  $\Delta\alpha_{max} = 2^\circ$ ,  $\Delta\varepsilon_{max} = 5^\circ$ ,  $\sigma = 0.05$ ,  $L_{min} = 10$ .

Máme množinu korespondujících dvojic svazků  $\mathcal{C}$  obsahující svazky třídy **1A, 3A, 3C a 5D**. Tyto korespondence jsou ve většině případů bezchybné, proto zavedeme referenční množinu korespondencí  $\mathcal{C}_{ref} = \mathcal{C}$ .

### 11.3 AUTOMATICKÁ OPTIMALIZACE PARAMETRŮ FASET

7. Položíme  $\mathcal{C} = \mathcal{C}_{ref}$ . Nalezneme korespondence svazků tříd **6A**, **6B**, **6C** a **6D**. Postup lze rozdělit na více kroků.
  - a) Nalezneme potenciální množinu korespondencí  $\mathcal{C}'$ . Použijeme algoritmus 11.2.5 s parametrem  $\mathbf{L}_{max} = 30$ .
  - b) Pro potenciální korespondence  $\mathcal{C}'$  vypočítáme kritérium podobnosti  $\mathbf{L}$  podle ocásků z rovnice 11.1. Pokud je pro danou dvojici svazků kritérium větší než 10, přidáme korespondenci do množiny  $\mathcal{C}$ .
  - c) Pro zbylé referenční svazky tříd **6A**, **6B**, **6C** a **6D** nalezneme korespondence podle ocásků (kapitola 11.2.4). Nastavení parametrů algoritmu:  $\Delta\alpha_{max} = 7^\circ$ ,  $\Delta\varepsilon_{max} 5^\circ$ ,  $\sigma = 0.05$  a  $L_{min} = 10$ .
8. Nalezneme obraz simulovaných svazků třídy **7C** a **7D**. Tyto svazky jsou v ideálním případě rovnoběžné. Pokud bude nastavení faset takové, že se tyto svazky dostatečně rozbíhají, pokusíme se k nim nalézt korespondující svazky podle bodu 7a) a 7b).
9. Pokud v bodě 7) a 8) nalezneme méně než tři korespondující svazky, vybereme volné simulované svazky s  $\phi_{er} > 1\%$  a elevací větší než  $15^\circ$ . Pro vybrané simulované svazky nalezneme korespondující svazky podle ocásků (kapitola 11.2.4) s parametry  $\Delta\alpha_{max} = 25^\circ$ ,  $\Delta\varepsilon_{max} 10^\circ$ ,  $\sigma = 0.2$  a  $L_{min} = 8$ .
10. Optimalizujeme parametry faset a  $2\times$  opakujeme body 7) až 9), po nichž opět proběhne optimalizace faset.
11. Hledáme korespondence v oblastech, kde je malá hustota pozorovaných svazků. Nalezneme pozorované svazky, které mají v obraze nejbližší sousední pozorovaný svazek dále než 50 px. Vybereme simulované svazky se zářivým tokem minimálně  $0.1\%$  a elevací minimálně  $\min(\varepsilon_r(\mathcal{C}))$ . Pro nalezení korespondencí použijeme algoritmus v kapitole 11.2.5 s parametrem  $\mathbf{L}_{max} = 50$  a optimalizujeme parametry faset. Opakujeme  $2\times$ .
12. Současnou množinu korespondencí budeme uvažovat pouze jako potenciální  $\mathcal{C}' = \mathcal{C}$  a ponecháme si pouze referenční korespondence  $\mathcal{C} = \mathcal{C}_{ref}$ .
13. Vybereme simulované svazky se zářivým tokem minimálně  $0.1\%$  a elevací minimálně  $\min(\varepsilon_r(\{\mathcal{C} \cup \mathcal{C}'\})) - 3^\circ$ . Svazky spárujeme pomocí algoritmu v kapitole 11.2.5 s parametrem  $\mathbf{L}_{max} = 20$ .
14. Bod 13)  $2\times$  opakujeme a poté optimalizujeme parametry faset.
15. Určení korespondencí a optimalizaci podle bodů 12), 13) a 14) dvakrát a dostaneme konečný výsledek orientace faset broušených kamenů.

## Kapitola 12

# Ověření správnosti korespondencí

Máme k dispozici algoritmy, pomocí kterých jsme schopni nalézt korespondující svazky. U některých, zvlášť u algoritmů v kapitole 11.2.4 a 11.2.5, můžeme kromě správných korespondencí nalézt řadu falešných dvojic svazků.

Chceme nalézt metodu schopnou rozhodnout, zda jsou korespondence správné či ne-správné.

## ■ 12.1 Množiny korespondencí

Přicházíme s nápadem rozdělit množiny na čtyři disjunktní množiny.

- **Optimalizované** - Do množiny optimalizovaných korespondencí patří korespondence, o kterých jsme si velmi jisti, že jsou správné. Tato množina korespondencí určuje model kamene.
- **Kriteriální** - Kriteriální množina korespondencí složí k výpočtu hodnotícího kritéria. Do této množiny patří, stejně jako do množiny optimalizovaných korespondencí, spolehlivě určitelné korespondence.
- **Kandidátské** - Korespondence, o kterých chceme rozhodnout, zda jsou či nejsou správné.
- **Ostatní** - Korespondence nehodící se ani do jedné z předchozích množin. Typicky svazky příliš vzdálené a svazky s nízkým zářivým tokem.

## ■ 12.2 Rozhodovací algoritmus

Množina optimalizovaných korespondencí určujme model kamene. Pro tento model je pro kriteriální množinu korespondencí vypočítáno optimalizační kritérium z rovnice 8.1 (dále pouze jako *kritérium*) a určen jeho součet  $\varepsilon_0 = \sum \vec{\varepsilon}$ .

Vybereme jednu korespondenci z množiny kandidátů a přidáme ji do množiny optimalizovaných korespondencí. Podle množiny optimalizovaných korespondencí odhadneme nový model kamene. Na tomto modelu vypočítáme srovnávací *kritérium* pro množinu kriteriálních korespondencí  $\varepsilon_c = \sum \vec{\varepsilon}$ .

Změna optimalizačního kritéria je potom

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_0 - \varepsilon_c. \quad (12.1)$$

Pokud je  $\Delta\varepsilon > \varepsilon_t$ , kde  $\varepsilon_t$  je rozhodovací práh, prohlásíme tuto korespondenci za správnou a ponecháme v množině optimalizovaných korespondencí. V opačném případě korespondenci odstraníme.

Čekali bychom, že optimální práh  $\varepsilon_t$  by mohl být roven nule. Po přidání správné korespondence do množiny optimalizovaných bude  $\varepsilon_0 > \varepsilon_c$  a pokud přidáme falešnou korespondenci, tak  $\varepsilon_0 < \varepsilon_c$ .

## ■ 12.3 Simulace dat

Pro ověření vhodnosti metody použijeme simulační programu LADOK.

Vytvoříme ideální model kamene *viva12*. Změníme náhodně náklon faset ideálního modelu a z faset vytvoříme *deformovaný* model kamene. Změna náklonu je náhodně vybrána z normálního rozdělení se střední hodnotou  $\mu = 0$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma = 0.5^\circ$ .

Pro *deformovaný* model vypočítáme pomocí programu LADOK výstupní svazky s maximálně 11-ti dopadovými fasetami. Svazky promítneme do obrazu. Pozici svazků v obraze zašumíme náhodným výběrem z normálního rozdělení se střední hodnotou  $\mu = 0$  a směrodatnou odchylkou, která odpovídá polovině maximální citlivosti dopadových faset svazku výstupního úhlu. Odrazová fasaeta má citlivost 2. U lomu za citlivost fasety dosazujeme  $\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1}$  z rovnice 6.2 tj. změnu lomeného úhlu  $\alpha_2$  na změně úhlu dopadu  $\alpha_1$  (kapitola 6.2). Zašuměné pozice svazků představují simulaci pozorovaných svazků.

Vybereme korespondence do optimalizované množiny korespondencí. Podle množiny optimalizovaných korespondencí optimalizujeme kámen a dostaneme referenční optimalizovaný model.

Zvolíme množinu kriteriálních korespondencí a vypočítáme  $\varepsilon_0$ .

Vybereme množinu kandidátských korespondencí a ke každému kandidátovi nalezneme podle kritéria **L** z rovnice 11.2 nejbližší nesprávnou korespondenci.

Do optimalizované množiny přidáváme jednotlivě správné či nesprávné kandidátské korespondence. Podle rozšířené množiny optimalizovaných korespondencí optimalizujeme sklon faset kamene, určíme  $\varepsilon_c$  a následně  $\Delta\varepsilon$ .

Metoda předpokládá, že po optimalizaci se model nezmění natolik, aby se mohly zaniknout některé svazky, obsaženy v množině kriteriálních korespondencí.

## ■ 12.4 Oddělitelnost

Ke každé správné kandidátské korespondenci máme určenou jednu špatnou. Počet správných a špatných korespondencí je stejný a je roven  $n_c$ .

Máme daný rozhodovací práh  $\varepsilon_{t_0}$ . Číslo  $n_t$  určuje počet správných korespondencí, pro které  $\Delta\varepsilon < \varepsilon_{t_0}$  a  $n_f$  počet falešných korespondencí s  $\Delta\varepsilon > \varepsilon_{t_0}$ .

Potom oddělitelnost definujeme jako

$$S = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{n_t + n_f}{n_c}. \quad (12.2)$$

Z rovnice 12.2 je zřejmé, že  $S \in \langle 0, 1 \rangle$  a v ideálním případě, kdy prahem oddělíme všechny správné a špatné korespondence, je  $S$  rovno 1. Optimální práh  $\varepsilon_t$  určujeme pro  $S$  maximální. Oddělitelnosti kandidátských korespondencí budeme dále uvažovat pouze pro optimální práh.

## ■ 12.5 Rozdělení svazků do množin

Množiny optimalizovaných a kriteriálních korespondencí jsme se rozhodli sestavit z korespondencí deseti tříd **1A**, **3A**, **6A**, **6B**, **6C**, **6D**, **7A**, **7B**, **8A** a **9A**. Korespondence svazků třídy **1A** a **3A** nalezneme spolehlivě (kapitoly 11.2.1 a 11.2.2).

Svazky tříd **6A**, **6B**, **6C**, **6D**, **7A** a **7B** dobře určují ocásky a zářivý tok. Jejich korespondence jsou s vysokou pravděpodobností správné.

Hustota ostatních svazků v blízkém okolí svazků tříd **8A** a **9A** je nízká, proto pro mě snadněji nalezneme korespondující svazky.

V době, kdy jsme testovali tuto metodu, jsme nebyli schopni spolehlivě nalézt korespondence svazků třídy **5D**. Sběr dat je extrémně časově náročný, proto jsme tuto třídu zařadili pouze do množiny kriteriálních korespondencí. Kriteriální množina obsahuje dalších 26 tříd svazků, které lze často detektovat v našich experimentech a mají ve své cestě maximálně 9 dopadových faset.

## ■ 12.6 Vhodné zvolení optimalizační a kriteriální množiny

Připravili jsme experiment hodnotící vhodnost kombinace tříd svazků v optimalizované a kriteriální množině. Máme na výběr z 10-ti tříd. Pokud chceme, aby v každé množině byla alespoň jedna třída svazků, dostaneme 1022 možných kombinací. Pro tolik kombinací nejsme z časového omezení schopni provést dostatečný počet výpočtů, abychom mohli zjistit, která z kombinací je nejhodnější.

Počet kombinací omezíme. Množina optimalizovaných korespondencí bude obsahovat 6 tříd svazků a kriteriální množina zbývající 4 třídy svazků. Optimalizované korespondence vybereme tak, abychom zajistili, že optimalizační úloha bude dobré podmíněna a my bychom mohli při optimalizaci uvolnit všechny fasety. V optimalizační množině tak bude minimálně jedna třída z dvojice tříd **1A** a **3A**, minimálně 3 třídy ze čtveřice **6A**, **6B**, **6C** a **6D** a minimálně minimálně jedna ze čtveřice **7A**, **7B**, **8A** a **9A**. Tímto způsobem je možné sestavit 72 kombinací optimalizované a kriteriální množiny.

Data sbíráme podle bodu 12.3. Jeden stejný *deformovaný* model a simulované měřené svazky použijeme pro všechny možné kombinace optimalizované a kriteriální množiny. Pro každou kombinaci získáme hodnoty  $\Delta\varepsilon$  pro správné a špatné korespondence a určíme oddělitelnost  $S$ . Po výpočtu pro všechny kombinace vypočítáme nový *deformovaný* model a simulované měřené svazky a výpočet opakujeme.

Celkem jsme provedli výpočet pro 10 *deformovaných* modelů a dostali 10 hodnot  $S$  pro každou kombinaci. Při použití procesoru o frekvenci 2.4 GHz je doba výpočtu přibližně 42 dní.

Střední hodnota  $S$  pro jednotlivé kombinace je zapsána v tabulkách 12.1 a 12.2 a znázorněna v grafu 12.1. Mezi výslednými hodnotami  $S$  není u jednotlivých korespondencí výrazný rozdíl. Z tabulky lze vyzorovat, že korespondence třídy **1A** je dobré umístit do optimalizované množiny a třídu **3A** do množiny kriteriálních korespondencí. Nejméně vhodná se zdá kombinace č. 47.

## 12.6 VHODNÉ ZVOLENÍ OPTIMALIZAČNÍ A KRITERIÁLNÍ MNOŽINY

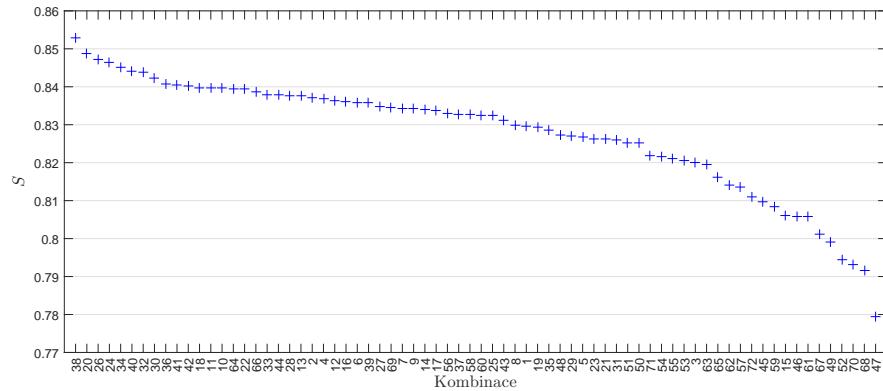
Kombinace č.	Optimalizační množina						Kriteriální množina				<i>S</i>
<b>38</b>	1A	6A	6C	6D	8A	9A	3A	6B	7A	7B	0.853
<b>20</b>	1A	6A	6B	6C	6D	9A	3A	7A	7B	8A	0.849
<b>26</b>	1A	6A	6B	6C	8A	9A	3A	6D	7A	7B	0.847
<b>24</b>	1A	6A	6B	6C	7B	8A	3A	6D	7A	9A	0.846
<b>34</b>	1A	6A	6C	6D	7A	8A	3A	6B	7B	9A	0.845
<b>40</b>	1A	6B	6C	6D	7A	8A	3A	6A	7B	9A	0.844
<b>32</b>	1A	6A	6B	6D	8A	9A	3A	6C	7A	7B	0.844
<b>30</b>	1A	6A	6B	6D	7B	8A	3A	6C	7A	9A	0.842
<b>36</b>	1A	6A	6C	6D	7B	8A	3A	6B	7A	9A	0.841
<b>41</b>	1A	6B	6C	6D	7A	9A	3A	6A	7B	8A	0.841
<b>42</b>	1A	6B	6C	6D	7B	8A	3A	6A	7A	9A	0.840
<b>18</b>	1A	6A	6B	6C	6D	7B	3A	7A	8A	9A	0.840
<b>11</b>	1A	3A	6A	6C	6D	8A	6B	7A	7B	9A	0.840
<b>10</b>	1A	3A	6A	6C	6D	7B	6B	7A	8A	9A	0.840
<b>64</b>	3A	6A	6C	6D	7B	8A	1A	6B	7A	9A	0.839
<b>22</b>	1A	6A	6B	6C	7A	8A	3A	6D	7B	9A	0.839
<b>66</b>	3A	6A	6C	6D	8A	9A	1A	6B	7A	7B	0.839
<b>33</b>	1A	6A	6C	6D	7A	7B	3A	6B	8A	9A	0.838
<b>44</b>	1A	6B	6C	6D	8A	9A	3A	6A	7A	7B	0.838
<b>28</b>	1A	6A	6B	6D	7A	8A	3A	6C	7B	9A	0.838
<b>13</b>	1A	3A	6B	6C	6D	7A	6A	7B	8A	9A	0.838
<b>2</b>	1A	3A	6A	6B	6C	7B	6D	7A	8A	9A	0.837
<b>4</b>	1A	3A	6A	6B	6C	9A	6D	7A	7B	8A	0.837
<b>12</b>	1A	3A	6A	6C	6D	9A	6B	7A	7B	8A	0.836
<b>16</b>	1A	3A	6B	6C	6D	9A	6A	7A	7B	8A	0.836
<b>6</b>	1A	3A	6A	6B	6D	7B	6C	7A	8A	9A	0.836
<b>39</b>	1A	6B	6C	6D	7A	7B	3A	6A	8A	9A	0.836
<b>27</b>	1A	6A	6B	6D	7A	7B	3A	6C	8A	9A	0.835
<b>69</b>	3A	6B	6C	6D	7A	9A	1A	6A	7B	8A	0.834
<b>7</b>	1A	3A	6A	6B	6D	8A	6C	7A	7B	9A	0.834
<b>9</b>	1A	3A	6A	6C	6D	7A	6B	7B	8A	9A	0.834
<b>14</b>	1A	3A	6B	6C	6D	7B	6A	7A	8A	9A	0.834
<b>17</b>	1A	6A	6B	6C	6D	7A	3A	7B	8A	9A	0.834
<b>56</b>	3A	6A	6B	6D	7A	8A	1A	6C	7B	9A	0.833
<b>37</b>	1A	6A	6C	6D	7B	9A	3A	6B	7A	8A	0.833
<b>58</b>	3A	6A	6B	6D	7B	8A	1A	6C	7A	9A	0.833
<b>60</b>	3A	6A	6B	6D	8A	9A	1A	6C	7A	7B	0.833
<b>25</b>	1A	6A	6B	6C	7B	9A	3A	6D	7A	8A	0.832
<b>43</b>	1A	6B	6C	6D	7B	9A	3A	6A	7A	8A	0.831
<b>8</b>	1A	3A	6A	6B	6D	9A	6C	7A	7B	8A	0.830
<b>1</b>	1A	3A	6A	6B	6C	7A	6D	7B	8A	9A	0.830
<b>19</b>	1A	6A	6B	6C	6D	8A	3A	7A	7B	9A	0.829
<b>35</b>	1A	6A	6C	6D	7A	9A	3A	6B	7B	8A	0.829
<b>48</b>	3A	6A	6B	6C	6D	9A	1A	7A	7B	8A	0.827
<b>29</b>	1A	6A	6B	6D	7A	9A	3A	6C	7B	8A	0.827

**Tabulka 12.1:** Tabulka středních hodnot oddělitelnosti *S* pro kombinace optimalizované a kriteriální množiny č. 1.

## 12.6 VHODNÉ ZVOLENÍ OPTIMALIZAČNÍ A KRITERIÁLNÍ MNOŽINY

Kombinace č.	Optimalizační množina						Kriteriální množina				$S$
<b>29</b>	1A	6A	6B	6D	7A	9A	3A	6C	7B	8A	0.827
<b>5</b>	1A	3A	6A	6B	6D	7A	6C	7B	8A	9A	0.827
<b>23</b>	1A	6A	6B	6C	7A	9A	3A	6D	7B	8A	0.826
<b>21</b>	1A	6A	6B	6C	7A	7B	3A	6D	8A	9A	0.826
<b>31</b>	1A	6A	6B	6D	7B	9A	3A	6C	7A	8A	0.826
<b>51</b>	3A	6A	6B	6C	7A	9A	1A	6D	7B	8A	0.825
<b>50</b>	3A	6A	6B	6C	7A	8A	1A	6D	7B	9A	0.825
<b>71</b>	3A	6B	6C	6D	7B	9A	1A	6A	7A	8A	0.822
<b>54</b>	3A	6A	6B	6C	8A	9A	1A	6D	7A	7B	0.822
<b>55</b>	3A	6A	6B	6D	7A	7B	1A	6C	8A	9A	0.821
<b>53</b>	3A	6A	6B	6C	7B	9A	1A	6D	7A	8A	0.820
<b>3</b>	1A	3A	6A	6B	6C	8A	6D	7A	7B	9A	0.820
<b>63</b>	3A	6A	6C	6D	7A	9A	1A	6B	7B	8A	0.820
<b>65</b>	3A	6A	6C	6D	7B	9A	1A	6B	7A	8A	0.816
<b>62</b>	3A	6A	6C	6D	7A	8A	1A	6B	7B	9A	0.814
<b>57</b>	3A	6A	6B	6D	7A	9A	1A	6C	7B	8A	0.813
<b>72</b>	3A	6B	6C	6D	8A	9A	1A	6A	7A	7B	0.811
<b>45</b>	3A	6A	6B	6C	6D	7A	1A	7B	8A	9A	0.810
<b>59</b>	3A	6A	6B	6D	7B	9A	1A	6C	7A	8A	0.809
<b>15</b>	1A	3A	6B	6C	6D	8A	6A	7A	7B	9A	0.806
<b>46</b>	3A	6A	6B	6C	6D	7B	1A	7A	8A	9A	0.806
<b>61</b>	3A	6A	6C	6D	7A	7B	1A	6B	8A	9A	0.806
<b>67</b>	3A	6B	6C	6D	7A	7B	1A	6A	8A	9A	0.801
<b>49</b>	3A	6A	6B	6C	7A	7B	1A	6D	8A	9A	0.799
<b>52</b>	3A	6A	6B	6C	7B	8A	1A	6D	7A	9A	0.794
<b>70</b>	3A	6B	6C	6D	7B	8A	1A	6A	7A	9A	0.793
<b>68</b>	3A	6B	6C	6D	7A	8A	1A	6A	7B	9A	0.792
<b>47</b>	3A	6A	6B	6C	6D	8A	1A	7A	7B	9A	0.780

**Tabulka 12.2:** Tabulka středních hodnot oddělitelnosti  $S$  pro kombinace optimalizované a kriteriální množiny č. 2.



**Obrázek 12.1:** Graf oddělitelnosti  $S$  z tabulky 12.1 a 12.2.

## 12.7 VÝBĚR KRITERIÁLNÍ MNOŽINY

### ■ 12.7 Výběr kriteriální množiny

Data z experimentu v kapitole 12.6 použijeme, abychom prozkoumali, které třídy svazků jsou vhodné pro výpočet referenčního kritéria  $\varepsilon_0$ .

Postupujeme pro všechny jednotlivé třídy svazků. Vybereme případy, kdy daná třída svazků byla použita k výpočtu  $\varepsilon_0$ . Pro správné i nesprávné korespondence vypočítáme novou hodnotu  $\Delta\varepsilon$ , kde je kriteriální množina omezená pouze na danou třídu. Pro všechny nově vypočítané  $\Delta\varepsilon$  určíme celkovou oddělitelnost  $S$ . Výsledky jsou znázorněny v tabulce 12.3.

Z výsledků vyplývá, že nejméně vhodné třídy pro zařazení do množiny kriteriálních korespondencí jsou třídy **6A** a **6B**.

Třída	<b>1A</b>	<b>3A</b>	<b>6A</b>	<b>6B</b>	<b>6C</b>	<b>6D</b>	<b>7A</b>	<b>7B</b>	<b>8A</b>	<b>9A</b>
$S$	0.778	0.795	0.795	0.676	0.644	0.791	0.794	0.793	0.716	0.804

**Tabulka 12.3:** Tabulka oddělitelnosti  $S$  pro třídy svazků v kriteriální množině.

#### ■ 12.7.1 Výběr množiny kandidátů

K nejzajímavějším výsledkům se dostaneme pokud se podíváme na výsledky z hlediska vhodnosti třídy svazků v kandidátské množině.

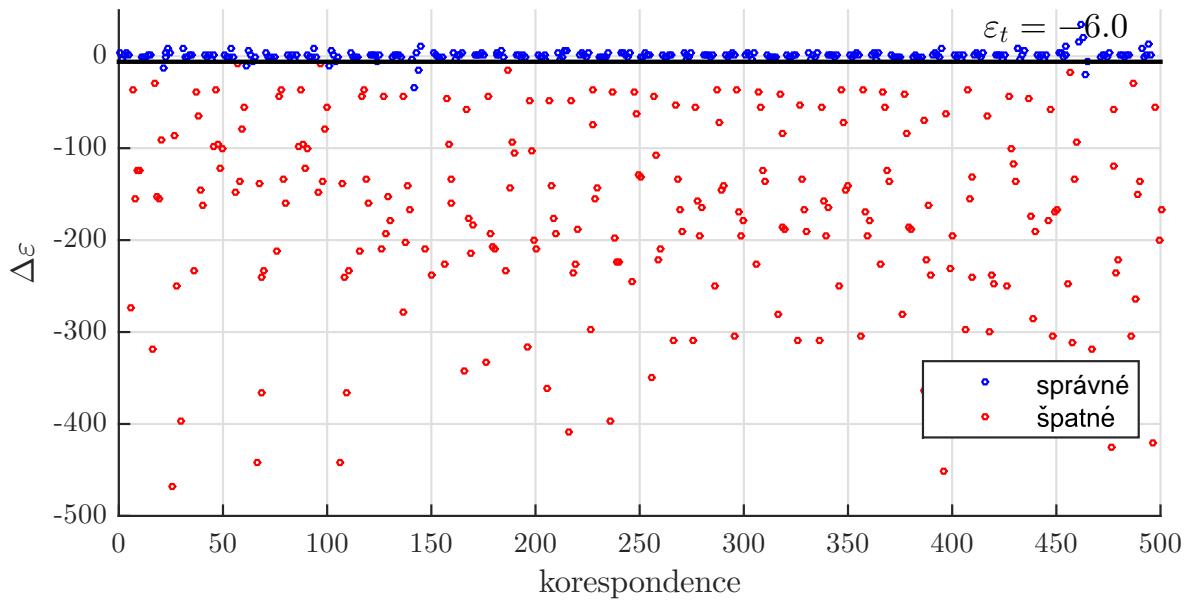
Postupujeme jednotlivě pro třídy svazků v kandidátské množině. Vezmeme data z experimentu 12.6 a vybereme pouze taková  $\Delta\varepsilon$ , která odpovídají dané třídě svazků.

Opět tedy dostaneme data s  $\Delta\varepsilon$  pro správné a špatné korespondence, ze kterých spočítáme oddělitelnost  $S$ . Nyní jsou tyto data rozděleny podle tříd svazků v množině kriteriálních korespondencí.

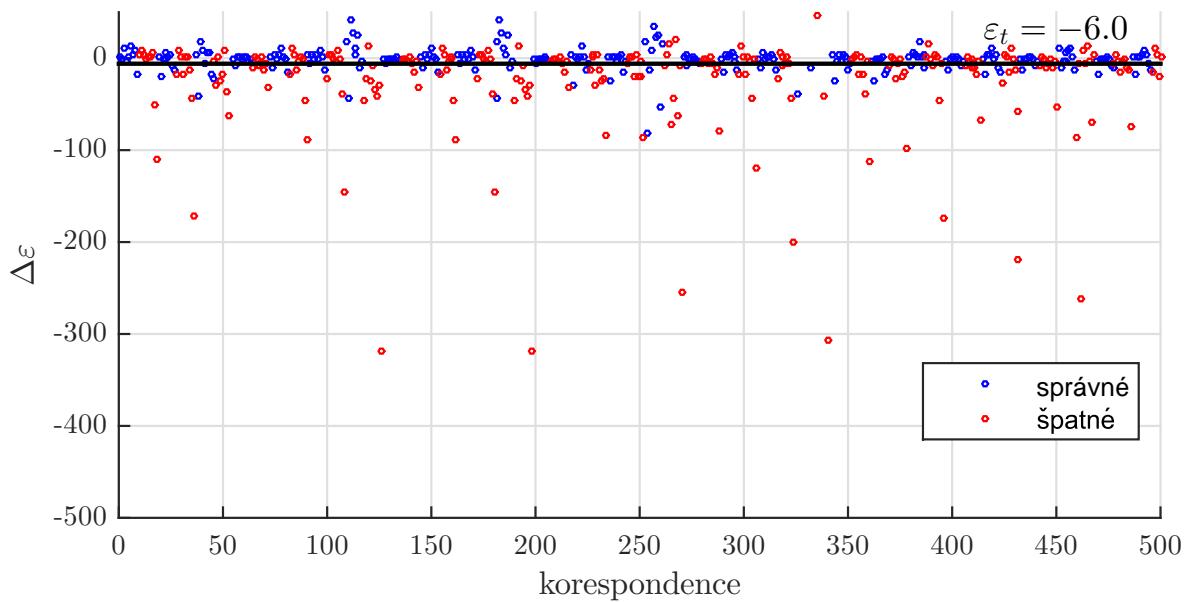
Velikosti  $S$  pro jednotlivé třídy svazků jsou zapsány v tabulce 12.4. Z výsledků je zřejmé, že korespondence některých tříd lze prahováním  $\Delta\varepsilon$  spolehlivě rozdělit na správné a špatné korespondence (třídy **8B**, **8C**, **8D** a **9D**). Naopak pro korespondence třídy **5B**, **7C** a **7D** tato metoda nevede k efektivnímu třídění korespondencí.

Třída	<b>1B</b>	<b>3B</b>	<b>5A</b>	<b>5B</b>	<b>5C</b>	<b>5D</b>	<b>5E</b>	<b>6E</b>	<b>6F</b>	<b>7C</b>
$S$	0.982	0.924	0.954	<b>0.454</b>	0.936	0.975	0.614	0.912	0.925	0.583
Třída	<b>7D</b>	<b>7E</b>	<b>7F</b>	<b>7G</b>	<b>7H</b>	<b>8B</b>	<b>8C</b>	<b>8D</b>	<b>9B</b>	<b>9C</b>
$S$	0.594	0.914	0.940	0.671	0.829	<b>1.000</b>	0.996	0.998	0.963	0.935
Třída	<b>9D</b>	<b>9E</b>	<b>9F</b>	<b>9G</b>	<b>9H</b>	<b>9I</b>	<b>9J</b>			
$S$	<b>1.000</b>	0.883	0.914	0.949	0.972	0.925	0.932			

**Tabulka 12.4:** Tabulka oddělitelnosti  $S$  pro třídy svazků z množině kandidátů.



**Obrázek 12.2:** Graf  $\Delta\epsilon$  pro prvních 500 korespondencí třídy **9G**. Správné a špatné korespondence oddělíme prahem  $\varepsilon_t = -9.0$ . Výsledná oddělitelnost  $S = 0.949$ .



**Obrázek 12.3:** Graf  $\Delta\epsilon$  pro prvních 500 korespondencí třídy **7D**. Třídění korespondencí podle prahu  $\varepsilon_t = -6.0$  nevede ke uspokojivému výsledku. Výsledná oddělitelnost  $S = 0.594$ .

# Kapitola 13

## Výsledky

### ■ 13.1 Vybrané kameny

Navržené algoritmy jsme použili pro automatickou optimalizaci kamenů tvaru *viva12* podle algoritmu v kapitole 11.3. Vybrali jsme 14 kamenů pěti odstínů. Nejčastěji je zastoupený odstín *Crystal*, průhledné sklo. Soupis použitých kamenů je v tabulce 13.1.

### ■ 13.2 Uložení broušených kamenů při měření

Každý z kamenů jsme do měřicí soustavy umístili minimálně  $3\times$ . Uložení kamene při dalším měření se lišilo v rotaci kamene kolem svislé osy.

Abychom mohli porovnat výsledky optimalizace parametrů faset u jednotlivých kamenů, potřebujeme znát uložení kamene. Snažili jsem se o to, aby byly kameny otočeny přibližně o  $120^\circ$  v případě tří vzorků a  $90^\circ$  pro čtyři vzorky. Přesnou rotaci kamene však neznáme.

Za ideálního stavu, kdy je orientace všech faset ideální, nejsme schopni dobře odhadnout vzájemnou rotaci uložení kamene při opakovém měření. U použitých kamenů jsou fasety nerovnoměrně vychýleny od ideálního náklonu a vzájemnou rotaci kamene proto odhadneme, pokud docílíme maximální shody parametrů faset.

Výsledky automatické optimalizace kamene upravíme na shodnou rotaci kamene.

### ■ 13.3 Přesnost počátečního odhadu

Na výsledek optimalizace orientace faset má vliv počáteční odhad parametrů faset. Chyba počátečního odhadu orientace faset nesmí být příliš vysoká, abychom byli schopni odhadnout základní třídy svazků (**1A**, **3A** a **5D**). Při optimalizaci sklonu faset podle základních tříd svazků poté optimalizační algoritmus nalezne zpravidla stejně lokální minimum nezávisle na počátečním odhadu orientace.

Na výsledek optimalizace má v dalším postupu zásadní vliv počáteční odhad vzdáleností faset. Optimalizační algoritmus vzdálenost faset nemění. Chyba odhadu vzdáleností faset se promítne nejen velikosti zářivého toku simulovaných svazků, ale také na existenci některých svazků, což může snadno vést k nesprávnému určení korespondujících svazků. Bohužel nemáme k dispozici přístroj, kterým bychom vzdálenost faset změřili, proto může být chyba počátečního odhadu vysoká.

## ■ 13.4 Hodnotící parametry

### Azimut a Elevace

Normály faset **UF1-UF12** převedeme do azimutu a elevace. Pro jednotlivé fasety vypočítáme směrodatnou odchylku azimutů a elevací. Střední hodnota směrodatných odchylek azimutů je v tabulce 13.1 značena jako  $E(\sigma_\alpha)$  a pro elevaci jako  $E(\sigma_\varepsilon)$ . Pro fasety **TOP** a **BOT** nemá cenu určovat azimut a elevaci, protože tyto normály jsou blízko singulárního bodu azimutu.

### Směr normál

Pro každé dva výsledky optimalizace náklonu faset nalezneme úhel, který mezi sebou svírají normály faset. Pro  $n$  měření fasety dostaneme  $(n - 1)!$  hodnot s velikostí úhlového rozdílu. Střední hodnota úhlových rozdílů pro všechny kombinace a pro všechny fasety je v tabulce 13.1 zapsána ve sloupci  $E(\delta_n)$ .

**Počáteční odhad orientace faset** U jednotlivých kamenů aplikujeme vektorový součet na všechny 3 resp. 4 výsledky normál fasety. Nalezneme úhel  $\Delta\varphi$ , který svírá vektor vzniklý vektorovým součtem s počáteční normálou fasety. Střední hodnota úhlu  $\Delta\varphi$  pro všech faset kamene je v tabulce 13.1 zapsána ve sloupci  $E(\Delta\varphi)$ .

Kámen č.	Odstín	$d_{BOT}$ [mm]	$h$ [mm]	$d_{TOP}$ [mm]	$n$	$E(\sigma_\alpha)$ [°]	$E(\sigma_\varepsilon)$ [°]	$E(\delta_n)$ [°]	$E(\Delta\varphi)$ [°]
1	Hyacint	2.90	1.24	1.10	3	0.159	0.073	0.159	1.388
2	Violet	2.82	1.16	1.15	3	0.331	0.160	0.356	3.722
3	Citrine	2.86	1.14	1.20	3	0.169	0.119	0.226	3.025
4	Hyacint	2.90	1.24	1.10	3	0.185	0.099	0.202	5.094
5	Hyacint	2.90	1.28	1.10	3	0.182	0.142	0.244	6.153
6	Hyacint	2.88	1.28	1.00	4	0.202	0.210	0.324	1.011
7	Crystal	2.88	1.26	1.10	3	0.233	0.379	0.483	2.879
8	Crystal	2.88	1.26	1.15	3	0.216	0.218	0.329	4.360
9	Light Amethyst	2.82	1.10	1.10	3	0.441	0.310	0.533	3.529
10	Crystal	4.80	1.90	1.86	3	0.247	0.234	0.350	1.634
11	Crystal	4.78	1.80	2.10	3	0.355	0.216	0.391	2.614
12	Crystal	3.96	1.60	1.60	4	0.387	0.321	0.478	1.482
13	Crystal	2.00	0.94	0.80	3	0.242	0.462	0.574	3.132
14	Crystal	2.00	0.92	0.80	3	0.404	0.404	0.602	3.917

**Tabulka 13.1:** Popis rozměrů a barvy kamenů typu *viva12* použitých při experimentech s výsledky automatické optimalizace orientace faset.

## Literatura

- [1] Michael Bass et al. *Handbook of Optics, Third Edition Volume I: Geometrical and Physical Optics, Polarized Light, Components and Instruments(Set) - chapter 12. Polarization.* 3. vyd. New York, NY, USA: McGraw-Hill, Inc., 2010. ISBN: 0071498893, 9780071498890.
- [2] Michael Bass et al. *Handbook of Optics, Third Edition Volume I: Geometrical and Physical Optics, Polarized Light, Components and Instruments(Set) - chapter 3. Diffraction.* 3. vyd. New York, NY, USA: McGraw-Hill, Inc., 2010. ISBN: 0071498893, 9780071498890.
- [3] E. Bertin. *SExtractor v2.5 User's Manual.* Institut d'Astrophysique & Observatoire de Paris. URL: <http://terapix.iap.fr/IMG/pdf/sextor.pdf>.
- [4] E. Bertin a S. Arnouts. "SExtractor: Software for source extraction." In: 117 (červ. 1996), s. 393–404.
- [5] Igor Bodlák. "Modelování a analýza broušeného kamene". Dis. Czech Republic: Czech Technical university in Prague, 2005.
- [6] Igor Bodlák. *Rozšíření toolboxu LADOK, Semester project.* Czech Technical University in Prague, 2004.
- [7] Jakub Drápela. "Měření barevných broušených kamenů". Dis. Czech Republic: Czech Technical university in Prague, 2015.
- [8] Katsushi Ikeuchi a Daisuke Miyazaki. "Shape Estimation of Transparent Objects by Using Inverse Polarization Ray Tracing". In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence* 29 (2007), s. 2018–2030. ISSN: 0162-8828. DOI: [doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/TPAMI.2007.1117](https://doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/TPAMI.2007.1117).
- [9] Kiriakos N. Kutulakos a Eron Steger. "A Theory of Refractive and Specular 3D Shape by Light-Path Triangulation". In: *International Journal of Computer Vision* 76.1 (2008), s. 13–29. ISSN: 1573-1405. DOI: [10.1007/s11263-007-0049-9](https://doi.org/10.1007/s11263-007-0049-9). URL: <http://dx.doi.org/10.1007/s11263-007-0049-9>.
- [10] J. Matas et al. "Robust Wide Baseline Stereo from Maximally Stable Extremal Regions". In: *Proc. BMVC.* 2002, s. 36.1–36.10. ISBN: 1-901725-19-7.
- [11] K. Mikolajczyk et al. "A comparison of affine region detectors". In: *International Journal of Computer Vision* (2005).
- [12] Petr Pohl. "Simulace průletu paprsků transparentním objektem". Dis. Czech Republic: Czech Technical university in Prague, 2002.
- [13] Sarine. *DiaScan S+.* <http://files.jewellerynetasia.com/FileUpload/migrateddata/UserUploadImage>Showroom/Product/400/102ce128-4d0f-4402-8c92-4fb7be884d8a.jpg>. JewellyNetAsia, [Online; accessed 2017-05-18], Obrázek ve formátu PNG.
- [14] Cut & Symmetry Archives Sarine. *Sarine - A World leading company in the diamond industry new - Sarine.* [http://sarine.com/?product\\_category=cut-symmetry](http://sarine.com/?product_category=cut-symmetry). Copyright ©2017 Sarine [cit. 17.05.2017].
- [15] Matěj Straka. *Tails of beam simulation in LADOK, Semester project.* Czech Technical University in Prague, 2013.

# Přílohy

## A Rozdělení svazků do tříd

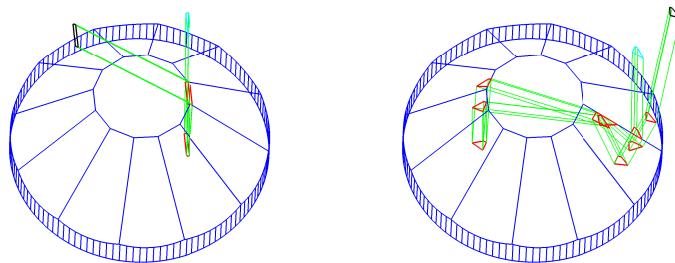
Typ svazku definujeme podle pořadí dopadových faset, pro svazky s vyšším počet dopadových faset popis podle dopadových faset nepřehledný. Pro lepší orientaci v textu dělíme svazky do tříd.

Název je u všech tříd dvouciferný. První cifra udává počet dopadových faset. Zde se pohybujeme od 1 do 9. Svazky s větším počtem dopadových faset než 9 nejsme schopni na stínítku rozpoznat a definovat je nemá smysl.

Na pozici druhé cifry se objevují znaky abecedy *A-Z*. Svazky s jednotným počtem odrazů se začínají značit od písmene *A*. Svazky, které nemají dostatečný zářivý tok a nelze je spařit na stínítku neuvádíme.

Svazky popisujeme pro situaci, kdy směrový vektor zdrojového svazku je přibližně kolmý k rovině spodku. Pokud bychom kámen orientovali jinak, řada svazků by přestala existovat a zároveň by se objevily i nové nepopsané třídy svazků.

Rozdělení svazků do tříd je zapsáno v tabulkách A.1, A.2, A.3, A.4, A.5 a A.6.



Obrázek A.1: Příklad 3D pohledu na svazek třídy 3C vlevo a třídy 9J vpravo.

## A ROZDĚLENÍ SVAZKŮ DO TRÍD

Třída	Dopadové fasety									Počet
<b>1A</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
<b>1B</b>	TOP									1
<b>3A</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
<b>3B</b>	TOP-BOT-TOP									1
<b>3C</b>	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
<b>5A</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
<b>5B</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
<b>5C</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
<b>5D</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
<b>5E</b>	TOP-BOT-TOP-BOT-TOP									1

Tabulka A.1: Dopadové fasety svazků tříd 1A-5E.

A ROZDĚLENÍ SVAZKŮ DO TŘÍD

Třída	Dopadové fasety									Počet
<b>6A</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
<b>6B</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
<b>6C</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
<b>6D</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
<b>6E</b>	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
<b>6F</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
<b>7A</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	

Tabulka A.2: Dopadové fasety svazků tříd 6A-7A.

## A ROZDĚLENÍ SVAZKŮ DO TRŘÍD

Třída	Dopadové fasety									Počet
<b>7B</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
<b>7C</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
<b>7D</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
<b>7E</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
<b>7F</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
<b>7G</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
<b>7H</b>	TOP-BOT-TOP-BOT-TOP-BOT-TOP									1

Tabulka A.3: Dopadové fasety svazků tříd 7B-7H.

Třída	Dopadové fasety										Počet
<b>8A</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
<b>8B</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
<b>8C</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
<b>8D</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...		
<b>9A</b>	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		

Tabulka A.4: Dopadové fasety svazků tříd 8A-9A.

## A ROZDĚLENÍ SVAZKŮ DO TRŘÍD

Třída	Dopadové fasety										Počet
<b>9B</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	...	
<b>9C</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	
<b>9D</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	...	
<b>9E</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	
<b>9F</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	...	

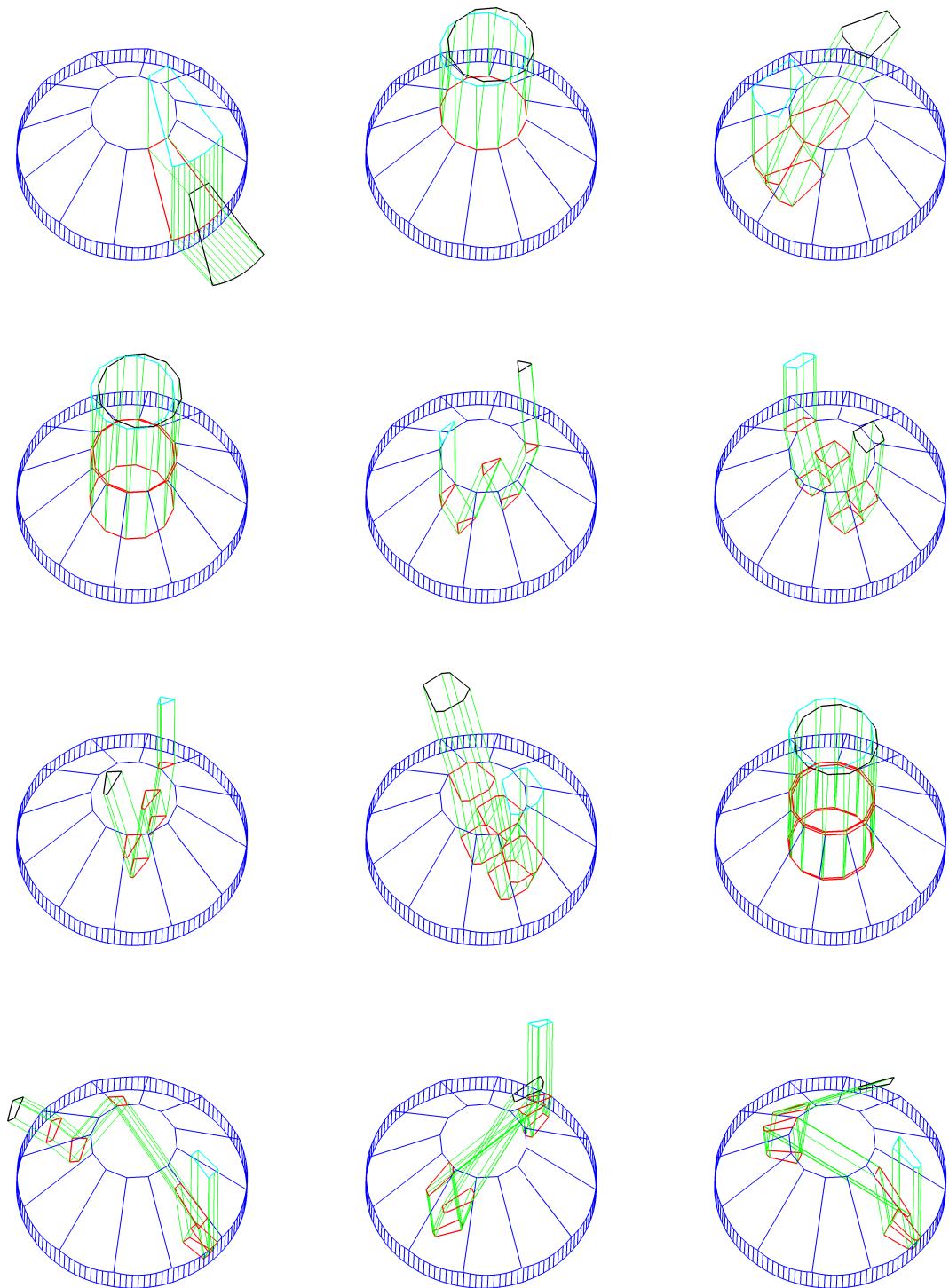
Tabulka A.5: Dopadové fasety svazků tříd 9B-9F.

## A ROZDĚLENÍ SVAZKŮ DO TŘÍD

Třída	Dopadové fasety										Počet
<b>9G</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
<b>9H</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
<b>9I</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
<b>9J</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		

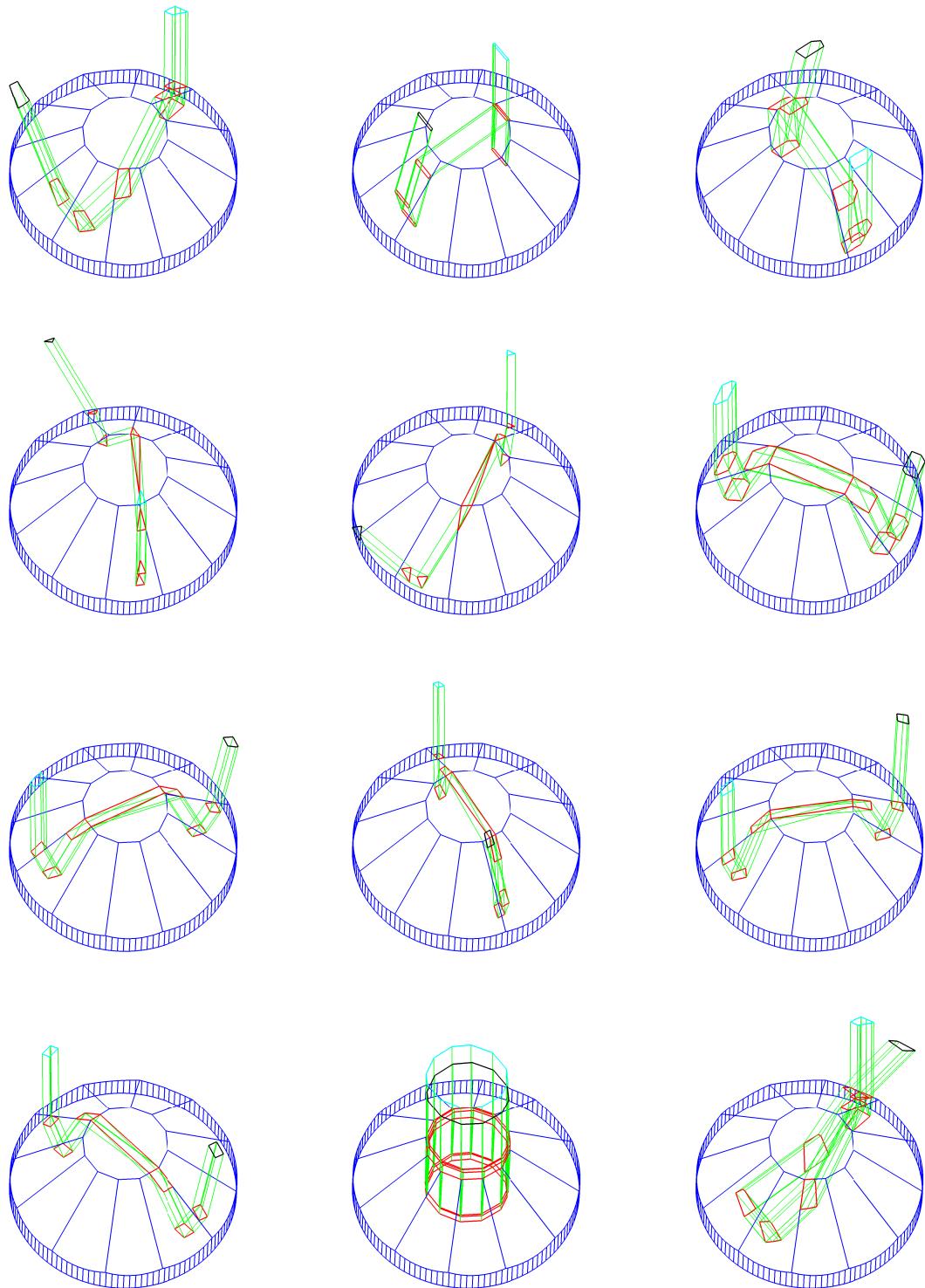
**Tabulka A.6:** Dopadové fasety svazků tříd 9G-9J.

## A ROZDĚLENÍ SVAZKŮ DO TRÍD



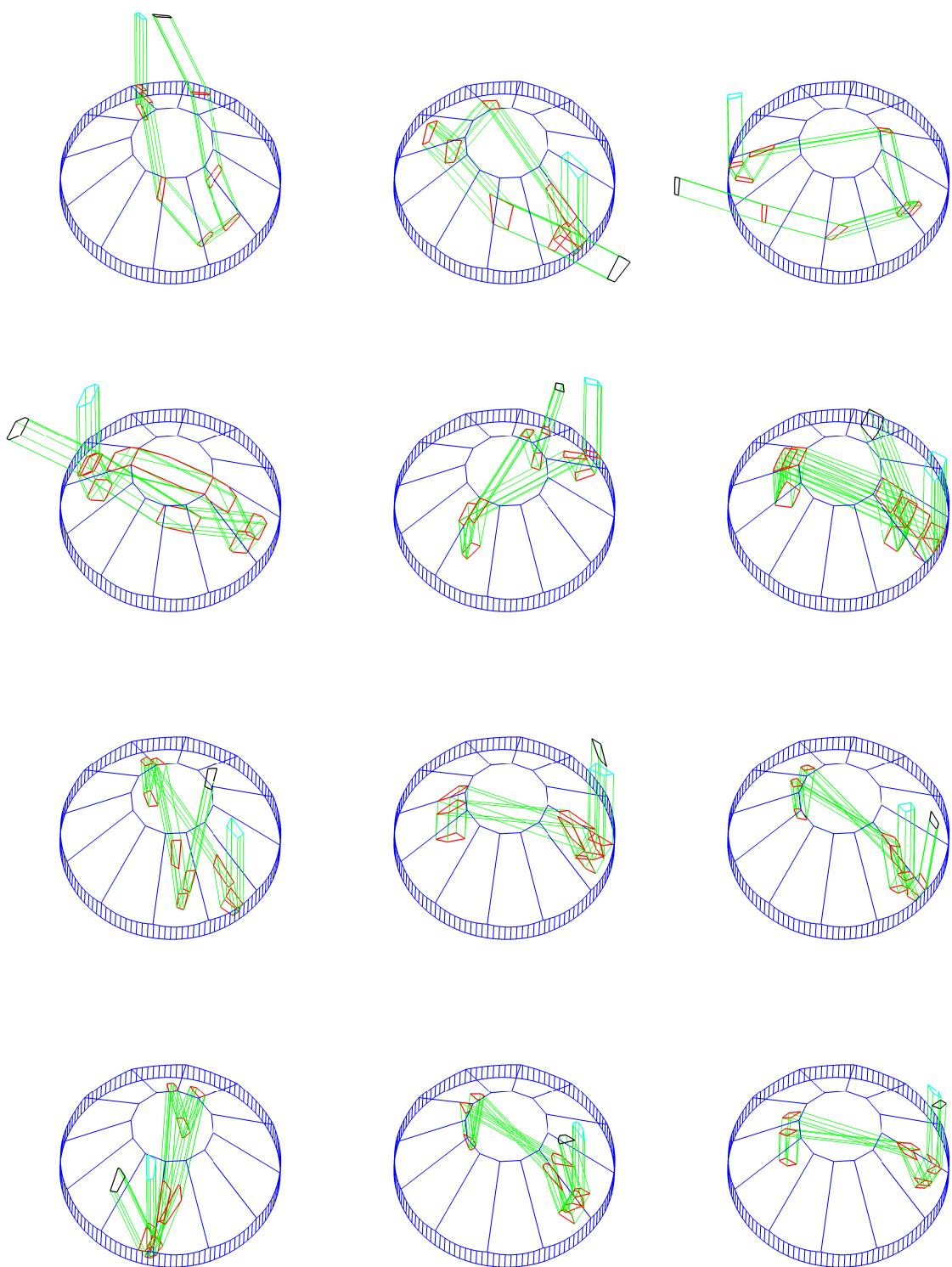
**Obrázek A.2:** Příklad 3D pohledu na svazek tříd 1A, 1B, 3A, 3B, 5A, 5B, 5C, 5D, 5E, 6A a 6B.  
Značeno zleva doprava a shora dolů.

## A ROZDĚLENÍ SVAZKŮ DO TŘÍD



**Obrázek A.3:** Příklad 3D pohledu na svazek tříd 6D, 6E, 6F, 7A, 7B, 7C, 7D, 7E, 7F, 7G, 7H a 8A. Značeno zleva doprava a shora dolů.

## A ROZDĚLENÍ SVAZKŮ DO TRÍD



Obrázek A.4: Příklad 3D pohledu na svazek tříd 8B, 8C, 8D, 9A, 9B, 9C, 9D, 9E, 9F, 9G, 9H a 9I.