

# Část I

## Úvod a motivace

Drahé kameny jsou lidstvem od pradávna vyhledávány. Jsou znakem krásy, bohatství a moci. Z počátku se kameny leštily do oblých tvarů a stávaly se součástí šperků. S vývojem civilizace se začaly drahé kameny brousit, aby se zvýraznil lom světla a lesk minerálu. Broušením vznikaly rovinné fasety. Kombinací faset s definovanou velikostí a sklonem se vyvinuly standardní tvary jako brilliant, brilliant, rosette, baguette apod. Drahé a velmi cenné suroviny jako diamant se brousí pouze ručně. Méně významné kameny jsou převážně opracovány automatickými stroji.

Cenu broušených kamenů určují čtyři základní parametry. Mezi ně patří čistota, barva, hmotnost a kvalita brusu.

Čistotu určuje množství příměsí v materiálu kamene a praskliny či vzduchové bublinky, které mohou vzniknout při tvorbě krystalu.

Broušené kameny dělíme do široké řady odstínů. Barva kamene závisí jeho chemickém složení. Důležitá je jednotnost barvy celého kamene.

Hmotnost souvisí s velikostí kamene. U diamantů se hmotnost určuje v karátech a je natolik důležitá, že se v některých případech volí kompromis mezi hmotností a kvalitou brusu.

Brus je důležitá mechanická úprava kamene. Ideálně opracovaný kámen má dokonalý soulad mezi brilancí, ohněm a jiskřením. Mezi parametry hodnotící kvalitu brusu patří kvalita povrchového opracování faset. Fasety se brousí rovinnými brusnými kotouči. Broušením mohou vzniknout rýhy, škrábance, prohlubně, abraze na hranách (zbroušení přechodu mezi fasetami), povrchová oxidace a nové fasety. Kámen je třeba brousit s vysokou přesností. Každá odchylka velikosti a úhlu fasety od ideálního tvaru zhorší optické vlastnosti kamene. Orientace faset je důležitým parametrem pro zhodnocení kvality brusu.

Jedním z nástrojů ke zkoumání optických vlastností broušeného kamene je nasvícení jeho povrchu světelným svazkem. Na fasetách broušeného kamene dochází ve zjednodušeném případě k odrazu a lomu světelného svazku. Z toho důvodu se dopadající svazek roztríší na řadu světelných svazků různých tvarů. Svazky jsou definovány směrem šíření, plochou, zářivým tokem a elektromagnetickými parametry.

Barva, čistota a kvalita brusu se promítou na geometrii svazků. Ta je jednoznačným popisem broušeného kamene. Zhodnocením vystupujících svazků můžeme určit kvalitu kamene.

Tato práce navazuje na dlouhodobý výzkum v Centru strojového vnímání na katedře kybernetiky Elektrotechnické fakulty ČVUT.

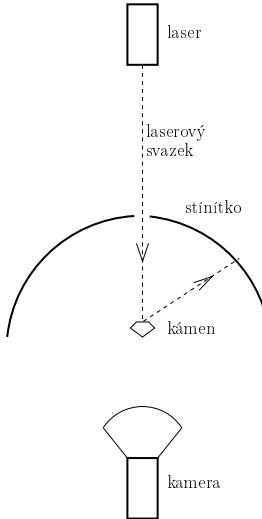
Základním kamenem je software LADOK [8] od Petra Pohla. Simulační program LADOK zavádí pro broušený kámen geometrický model ve formě konvexního mnohostěnu s rovnými fasetami. Na povrch kamene dopadá svazek nerozbíhajících se paprsků světla z definovaného směru. LADOK řeší odrazy, lomy a dělení svazků na povrchu kamene. Svazky po opuštění kamene mají definovaný směr, zářivý tok, plochu a tvar. Tento software rozšířil Igor Bodlák [4] o výpočet elektromagnetické vlastnosti svazků. Matematický model kamene obohatil Martin Straka [9]. Přechody mezi fasetami modeloval jako posloupnost většího počtu menších faset s nenulovým poloměrem křivosti.

LADOK je matematickým řešením experimentu na obr. 1. V tomto experimentu je zdrojem světla laser. Laserový svazek dopadá na broušený kámen, kde se roztríší na mnoho menších svazků. Ty jsou po opuštění kamene zachyceny na stínítku. Stínítko snímáme kamerou a získáváme obraz svazků na stínítku ve formě digitálního obrazu.

Experimentální soustavu máme sestavenou a zkalibrovanou [5]. Známe transformaci mezi obrazem svazku na stínítku a směrem, ve kterém opouští kámen.

O možnost porovnání dat reálného experimentu s výsledky počítačové simulace se postaral Igor Bodlák [3]. Navrhl optimalizaci kritéria hodnotící rozdíl vzdálenosti stop z experimentu a odrazů stop simulace na stínítku. Optimalizovaly se parametry faset kamene a kámen se tak deformaoval, aby se dosáhlo co nejlepší shody v zadaném kritériu. Software pro řešení inverzní úlohy nazval zkratkou LAM.

LAM byl použitelný pouze pro broušený kámen čtvercového tvaru. Z důvodu složitosti při-



Obrázek 1: Nákres principu experimentu. Laser produkuje svazek světla, který dopadá na celou plochu kamene. V kameni se svazek roztríští na mnoho svazků. Svazky vystupující z kamene v horní polovině dopadnou na stínítko. Stínítko snímá kamera. Převzato z [5].

řazení stop z experimentu k obrazům simulovaných svazků při osvětlení celého kamene se v LAMu zaměřil vstupní laserový svazek pouze do určitých míst kamene. Tím vzniklo redukované množství svazků a korespondence se simulovanými svazky se výrazně zjednodušila. Nevýhodou tohoto přístupu jsou rozměry kamene, které musí být několikanásobně větší než průměr laserového svazku. Metoda je prakticky nepoužitelná pro kameny o rozmezích v jednotkách milimetru.

V této práci osvítíme laserovým svazkem celý kámen. Zaměříme se na kameny šatnové růže s plochým spodkem a 12-ti bočními fasetami. Tyto kameny se ve zkratce nazývají *viva12*. Rozměry kamenů budou v rádech milimetrů.

K robustní detekci obrazu svazků z digitálního obrazu použijeme MSER detektor [6]. Z výsledku detekce určíme parametry stop. Sestavíme program, pomocí kterého bude možno manuálně párovat obrazy svazků broušeného kamene se simulovanými stopami. Optimalizací z LAMu získáme náklony faset. Parametry svazků prozkoumáme pomocí cílených experimentů. Navrhнемe algoritmus pro *viva12*, který určí automaticky orientaci faset kamene. Výstupem programu budou odchylky úhlů faset kamene od jejich ideální pozice.

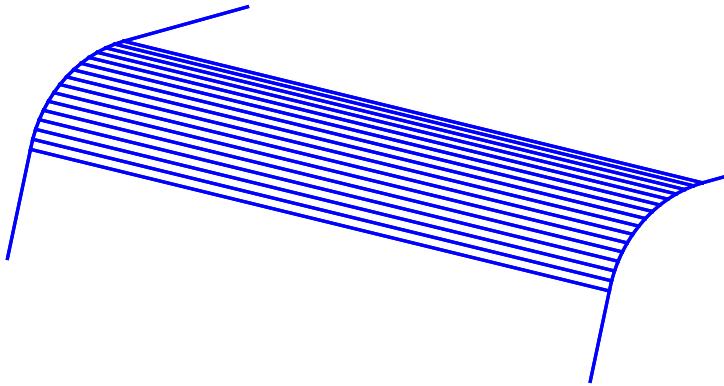
# Část II

## Fyzikální model

## 0.1 Model kamene

Broušený kámen je modelován jako konvexní mnohostěn [8]. Brusné kotouče považujeme za dokonale rovinné. Uchycení kamene při broušení zjednodušíme na absolutně tuhé bez známek pružnosti či ohybu. Fasety potom můžeme modelovat jako rovné plochy. Orientace a umístění fasety získáme z výkresu nebo předchozího měření.

Přechody mezi fasetami jsou v ideálním případě ostré hrany. Z důvodu abraze hran v procesu výroby kamene jsou hrany obroušeny do přibližně oblého tvaru. K přiblížení modelu reálnému obroušení hran approximujeme hranu množstvím rovinných faset se vzájemnou polohou odpovídající poloměru křivosti hrany.



Obrázek 2: Detail aproximace přechodu mezi fasetami.

## 0.2 Model svazku

Svazek světla v LADOKU reprezentuje nerozbíhající se konvexní hranol. Vlivem odrazu a lomu se konvexní tvar zachová. Fasety jsou také konvexní, proto se konvexitá zachová i při štěpení svazku. Po opuštění kamene jsou svazky definovány zářivým tokem, plochou a směrem, které lze vyjádřit pomocí azimutu a elevace. Stokesovy koeficienty definují elektromagnetické vlastnosti svazku.

Zaznamenána je celá cesta svazku. V každém bodě trasy máme k dispozici posloupnost směrů a tvaru svazku vyjádřeném pomocí polygonu.

Model nepostihuje situace, při kterých nastává rozbíhavost světla.

- Pokud jsou v materiálu přítomné nečistoty, praskliny, vzduchové bubliny apod., světelny svazek se rozptýlí.
- Rozptyl světelny svazků vzniká vlivem nedokonalého vyleštění faset a to jak při lomu tak při odrazu.
- Vlivem oxidace při leštění mohou vzniknout místa s jiným indexem lomu než je index lomu materiálu. Podobný případ nastane pokud má kámen nejednotný odstín.
- Přítomnost hran v kameni způsobí ohyb světla (difrakci).

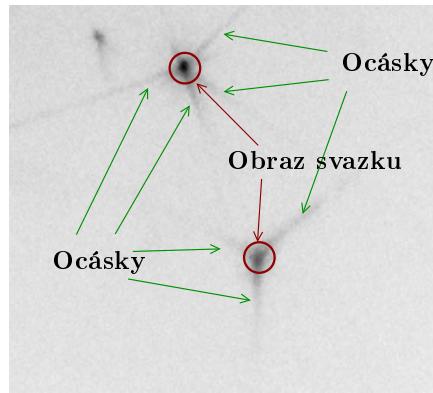
## 0.3 Model stínítka

Po dopadu laserového svazku na stínítko se záření difuzně odrazí. Odrazivé vlastnosti materiálu závisí na úhlu odpadajícího světla a lze je matematicky popsat pomocí modelu zvaného BRDF (Bidirectional reflectance distribution function). Odražené světlo zvýší intenzitu světla nejen v místě dopadu světelny svazku, ale i v jeho okolí.

Odražené světlo zároveň putuje do kamene a od něj zpět na stínítko.

## Ocásky v obraze

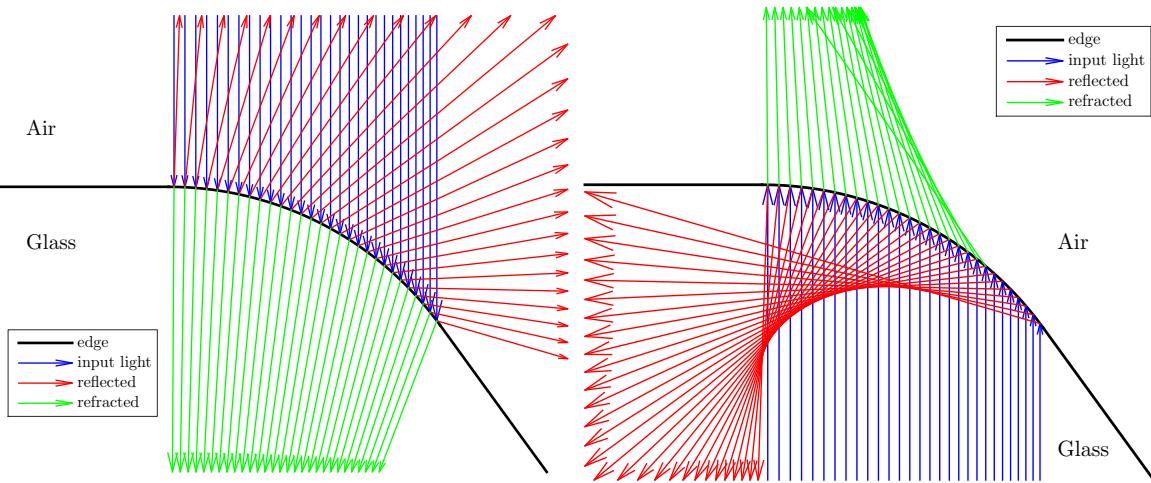
V ideálním případě lze ve snímaném obraze pozorovat pouze dopady světelných svazků, které vznikly kombinací odrazů a lomů zdrojového svazku od faset broušeného kamene. U reálného kamene ovšem v obraze pozorujeme tenké slábnoucí přímky vycházející ze stopy světelného svazku, ocásky. Tyto ocásky vznikají díky lomu/odrazu světelného svazku od neostrých hran broušeného kamene.



Obrázek 3: Příklad snímaného obrazu s vyznačením obrazů svazků a ocásků.

Vník ocásků si ukážeme při lomu světla na oblé hraně kamene. Situaci budeme uvažovat v 2D prostoru, kde platí obecně stejné principy jako ve 3D. Světlo nahradíme paprsky světla se směrem šíření  $\vec{v}_i$ .

Zvolíme si dvě fasety, které svírají úhel  $45^\circ$ . Ostrý přechod approximujeme. Vznikne posloupnost úseček, které propojují fasety. Každé úsečce přiřadíme normálový vektor  $\vec{n}$ .



Obrázek 4: Dopad světelných paprsků na hranu. Paprsky se lomí vlevo ze vzduchu do skla a vpravo ze skla do vzduchu. Situace pro index lomu vzduchu  $n_a = 1$  a index lomu skla  $n_g = 1.5$ .

Z Fresnelových rovnic víme, že dochází nejen k lomu světla, ale část světla se odrazí. Poměr intenzity odraženého a lomeného světla závisí na polarizaci světla a dopadajícím úhlu. V této ukázce uvažujeme nepolarizované světlo.

Aplikací Snellova zákona a zákona odrazu na  $\vec{n}$  a  $\vec{v}_i$  vypočítáme směr lomu a odrazu světelných paprsků.

Na obr. 4 dopadají paprsky světla ze vzduchu na sklo i ze skla do vzduchu. V odou případech se odražené i lomené paprsky projeví jako ocásy.

Pokusíme se prozkoumat intenzitu ocásů  $I$  v závislosti na vystupujícím úhlu, elevaci  $\varepsilon$ . Pro jednotlivou elevaci určíme intenzitu relevantně ke vstupující intenzitě jako

$$I_\varepsilon = \frac{\rho_{\max}}{\rho_\varepsilon} \cdot R \quad (1)$$

pro odražené paprsky a

$$I_\varepsilon = \frac{\rho_{\varepsilon \max}}{\rho_\varepsilon} \cdot (1 - R) \quad (2)$$

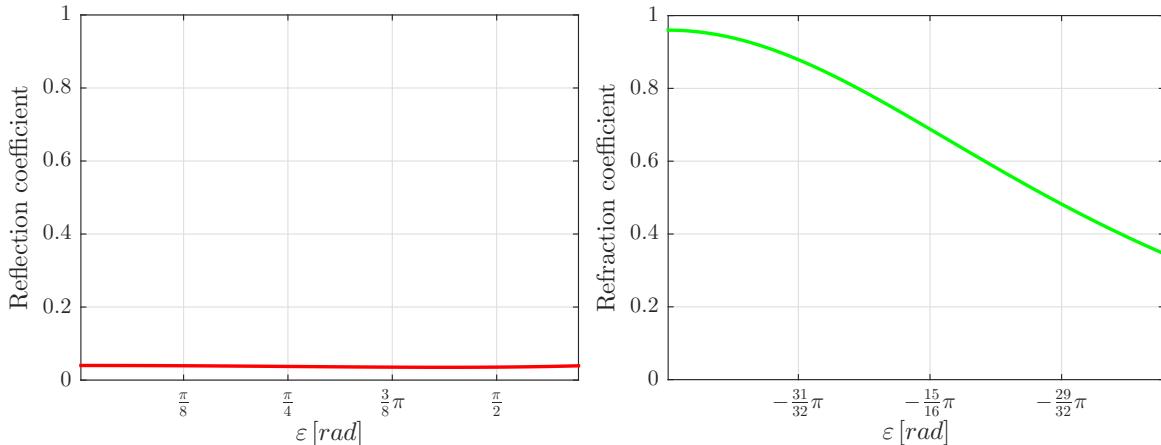
pro lomené paprsky, kde

$\rho_\varepsilon$  - hustota paprsků pro danou elevaci  $\varepsilon$ ,

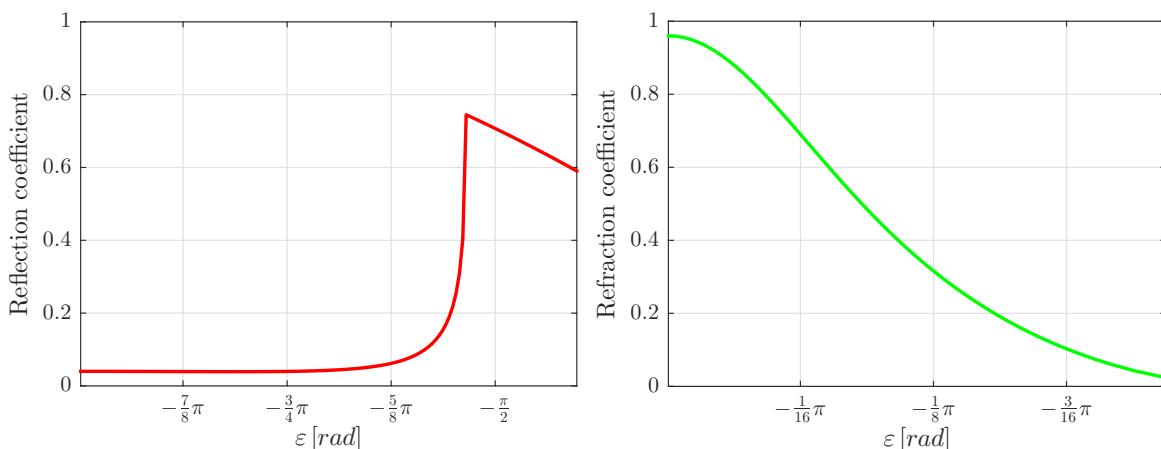
$\rho_{\max}$  - maximální hustota paprsků ve všech elevacích,

$R_\varepsilon$  - odrazivost z Fresnelových rovnic pro  $\varepsilon$ .

Závislost  $I(\varepsilon)$  je označená jako *Reflection coefficient* resp. *Refraction coefficient* na obrázcích 5 a 6.



Obrázek 5: *Reflection coefficient* resp. *Refraction coefficient* v případě když se lomí světlo ze vzduchu do skla (obr. 4).



Obrázek 6: *Reflection coefficient* resp. *Refraction coefficient* v případě když se lomí světlo ze skla do vzduchu (obr. 4).

Z grafů 5 a 6 je patrné, že ocásy budeme pozorovat různě dlouhé a z vysokou variabilitou z hlediska intenzity.

Intenzita a délka ocásku je ovlivněna i dalšími faktory, jako je např. délka hrany, čistota hrany, drsnost povrchu atd. Všechny faktory, které ovlivňují intenzitu ocásku prozatím nejsme schopni v programu LADOK zahrnout do matematického modelu, proto pro prování svazků bude užitečná především informace o směru ocásku.

## 0.4 Model obrazu

Obraz snímaný kamerou je zatížen radiálním zkreslením. Zkreslení odstraníme pomocí kalibrace kamery [5].

## 0.5 Model Kamery

Použitý CCD snímač má  $2050^2$  pixelů. Každému pixelu odpovídá jeden samostatný snímač, který funguje na principu počítání přicházejících fotonů po dobu expozice. Počet přicházejících fotonů v daném časovém intervalu se řídí Poissonovým rozdělením. Pravděpodobnost, že napočítáme  $n$  fotonů je

$$P(X = n) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}, \quad (3)$$

kde  $\lambda$  je střední hodnota a  $X$  náhodná veličina.

# 1. Detekce světelných stop v obraze

Pro analýzu vlastností broušeného kamene je důležité detektovat světelné stopy vzniklé dopadem laserových svazků na stínítko. Zároveň je třeba určit parametry stop, které se budou porovnávat s parametry svazků matematického modelu kamene.

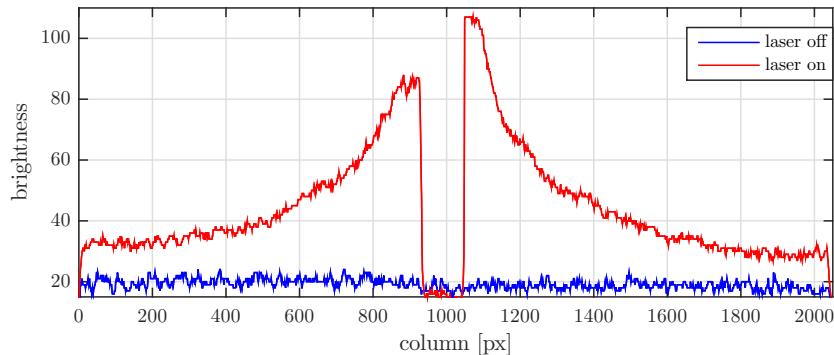
Intenzitu pixelu  $I$  můžeme vyjádřit jako

$$I = I_{beam} + I_{back} + I_{edge} + I_\varepsilon, \quad (1.1)$$

kde  $I_{beam}$  reprezentuje příspěvek světelného svazku,  $I_{back}$  intenzitu pozadí,  $I_{edge}$  intenzitu světelných ocásků a  $I_\varepsilon$  Poissonův šum (kapitola 0.5). Jedním z úkolů detektoru je oddělit pozadí od zbyvajících složek intenzit. Po odečtení pozadí získáme obrazy laserových svazků.

Jednoduchým postupem pro určení intenzity pozadí by bylo prahování obrazu nad konstantní úrovní. V našem obraze však typicky konstantní není (kapitola 0.3).

Rozdílné pozadí se může také vytvořit odrazem zdrojového svazku od jiných předmětů, než broušeného kamene. Hlavním příspěvkem je v tomto případě odraz od podstavce, na který pokládáme broušený kámen (obr. 1.1).



Obrázek 1.1: Jasové úrovně ve vybraném řádku obrazu. Řádek protíná obraz podstavce. V případě červené charakteristiky dopadá na podstavec laserový svazek, rozptyluje se dopadá na stínítko. Modrou charakteristiku pozorujeme, pokud je laser vypnutý.

Hodnotu pozadí potřebujeme znát, abychom ze snímku mohli spočítat světelný tok pro jednotlivé dopadající laserové svazky. Určení intenzity pozadí v každém pixelu komplikují obraz podstavce na kámen a okolí stínítka. Zde je intenzita světla podstatně nižší, než na povrchu stínítka. Vysoká změna jasu v obraze komplikuje určení pozadí.

V okolí stínítka můžeme detektovat falešné svazky, které je třeba odstranit.

Světelné stopy se mohou překrývat. Pro odlišení příspěvků jednotlivých svazků je třeba obraz prahovat v několika úrovních jasu.

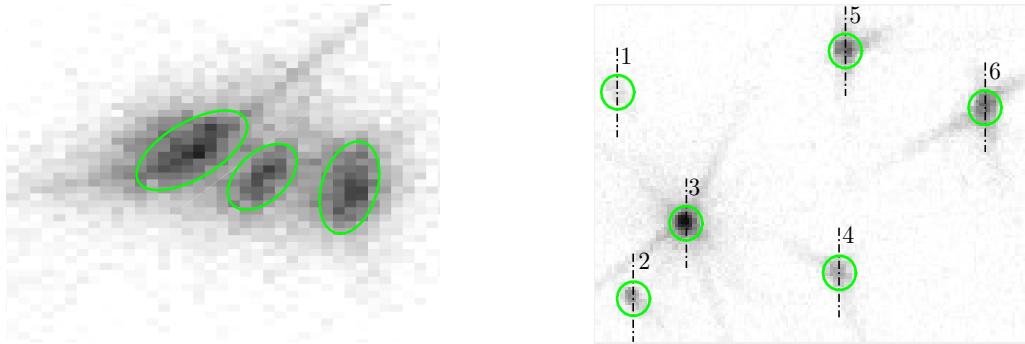
V místě, kde je vysoká koncentrace svazků mohou dokonce svazky dopadnout tak blízko sebe, že splynou v jednu stopu (obr. 1.2).

Obraz je třeba filtrovat. Filtrováním snížíme šum v odraze, ale zároveň zmenšíme kontrast mezi stopami.

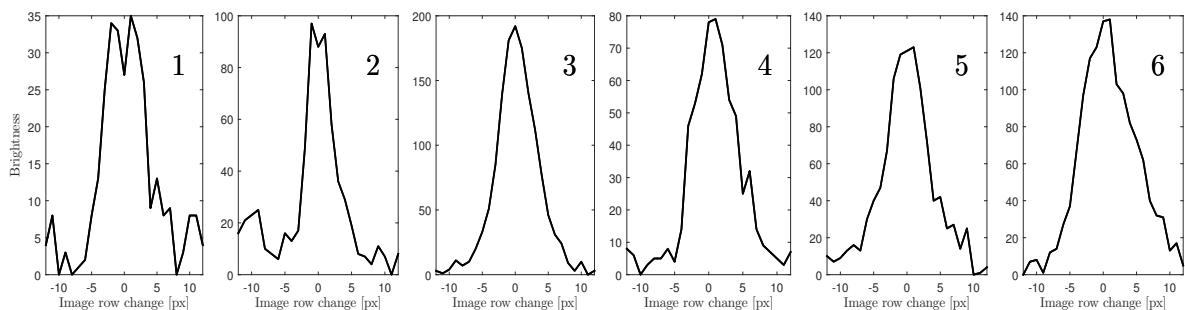
Ne všechny svazky vystupující z kamene je možné detektovat. Svazky s vícenásobným odrazem postupně ztrácí zářivý tok. Po dopadu na stínítko mohou být nerozlišitelné od šumu a jejich detekce je prakticky nemožná. Pro stopy s nízkým jasem bude detekce často selhávat



Obrázek 1.2: Ilustrace slynutí dvou různých svazků. V pravém i levém snímku se nachází typově stejné laserové svazky. Na levém obrázku dopadly na stínítko příliš blízko sebe. V tomto případě nejsme schopni rozlišit příspěvek obou svazků a detekujeme pouze jednu stopu.



Obrázek 1.3: Problémové detekce. Nalevo jsou laserové stopy blízko u sebe. Stopy je nutné od sebe oddělit. Na levém snímku jsou znázorněny výrazné rozdíly mezi velikostí a intenzitou stop. Je nutné použít víceúrovňový detektor.



Obrázek 1.4: Jasové řezy ve totožném sloupci obrazu. Řez protíná pixel s maximální hodnotou jasu ve stopě. Číslování řezů odpovídá indexům stop na obr. 1.3.

## 1.1 Předchozí práce

V předchozí práci [5] jsme neměli možnost detektovat stopy s nízkým jasem. Překrývající se svazky bylo nemožné oddělit.

Bohatší pojetí problému se objevilo v Bodlákové práci [3]. Snímek se prahoval více než jedním prahem, přičemž z oblastí nad prahem se sestavila stromová struktura a světelné stop se určily jako listy stromu s dostatečnou významností. Tento přístup je však pro svou výpočetní náročnost nepoužitelný pro snímky s rozlišením  $2050 \times 2050$ , které máme k dispozici.

Naše úloha detekce je velmi podobná detekci hvězd a galaxií v astronomických snímcích. V oblasti astronomie se hojně používá program s názvem Source Extractor [2]. Tento program má za sebou dlouholetý vývoj, je optimalizován z hlediska rychlosti a odzkoušený širokou veřejností. Tento software lze po naladění parametrů použít i pro nás případ. Nevýhodou však je, že nelze spustit v operačním systému Windows, který využíváme.

Po testu různých detektorů jsme se rozhodli pro detekci laserových stop v obraze využít relativně nový přístup uveden J.Matasem et al. [6] v roce 2002 - MSER detektor.

## 1.2 MSER (maximal stable extremal region) detektor

MSER detektor hledá v obraze maximálně stabilní extrémní oblasti. Původně byl využit pro robustní nalezení korespondencí mezi dvěma snímky stejného objektu pořízených z různého místa a v současné době se používá v mnoha oblastech počítačového vidění.

Princip spočívá v několikaúrovňovém prahování obrazu podle intenzity a nalezení spojitých oblastí, které jsou nad či pod prahovou hodnotou. Mezi úrovněmi jsou nalezeny korespondující oblasti a za MSER oblasti jsou označeny ty, jejichž velikost z předchozí úrovně se se zvyšující úrovní příliš nezměnila.

Výhodou MSER detektoru je invariance vůči afinní transformaci intenzity a vůči změně měřítka, což umožňuje současnou detekci malých a velkých oblastí s různou intenzitou. Podle studie [7], která porovnává MSER detektor s ostatními typy detektorů významných oblastí, dosáhl MSER detektor skvělých výsledků v detekci oblastí s vysokou hustotou a variabilní změnou velikosti. MSER detektor se tedy zdá být vhodným kandidátem pro detekci laserových stop v obraze.

## 1.3 Implementace

### 1.3.1 Filtrace

Nejprve se pokusíme minimalizovat Poissonův šum v obraze. Šum redukujme konvolucí s maskou, která se skládá z prvků odpovídajících Gaussově funkci. Parametry filtru: velikost masky - 3 px, směrodatná odchylka  $\sigma = 0.7$ .

### 1.3.2 Detekce

Dalším krokem je detekce MSER oblastí ve filtrovaném snímku. MSER detektor je již implementován v prostředí MATLAB ve funkci *detectMSERFeatures*. Pro aplikaci této funkce na snímek se světelnými stopami je třeba nastavit základní parametry detektoru. Mezi ně patří frekvence prahování snímku, maximální a minimální velikost MSER oblasti a dostatečná stabilita oblasti.

- **Frekvecne prahování snímku.** - Určuje velikost kroku mezi prahovacími úrovněmi jasu (obr. 1.7). Prahování se používá pro nalezení extrémálních oblastí, na kterých se testuje stabilita.

- Maximální a minimální velikost MSER oblasti.
- Dostatečná stabilita oblasti. - Velkost stabilní oblasti se po změně úrovně prahu intenzity příliš nemění.

### 1.3.3 Okolí stínítka

Okraj obrazu stínítka má tvar kružnice. Kružnici popisuje funkce

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2, \quad (1.2)$$

kde  $[x, y]$  je bod na kružnici,  $[x_0, y_0]$  střed kružnice a  $r$  poloměr. Je zřejmé, že k určení parametrů kružnice potřebujeme nalézt minimálně 3 body ležící na kružnici.

Úpravou rovnice 1.2 dostaneme

$$x^2 - 2x x_0 + x_0^2 + y^2 - 2y y_0 + y_0^2 = r^2, \quad (1.3)$$

$$[-2x \quad -2y \quad 1] \cdot [x_0 \quad y_0 \quad -r^2 + x_0^2 + y_0^2]^T = -(x^2 + y^2). \quad (1.4)$$

Polohu v obraze určujeme podle počtu pixelů v horizontálním (sloupec) a vertikálním (řádek) směru.

Body na kružnici nalezeme pomocí sečen. Sečny sestrojíme ve dvou řádcích snímku a nalezneme sloupce, ve kterých protínáme kružnici.

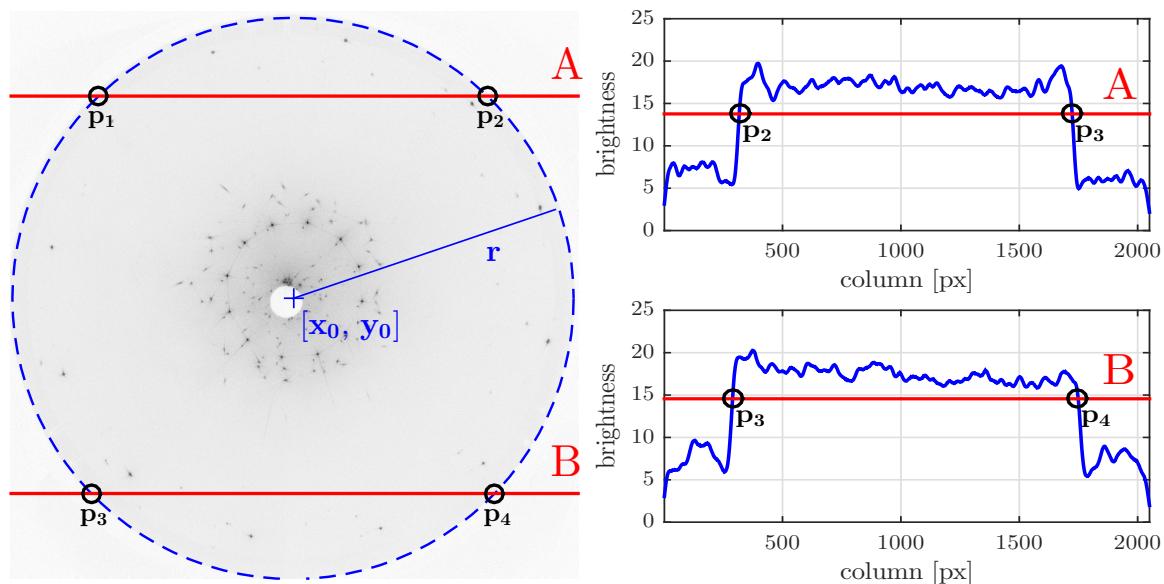
Sestrojením sečny získáme jasový řez v celé šířce snímku. Fotonový šum jasu vyfiltrujeme konvolucí s Gaussovým filtrem. Velikost filtru volíme 21 px a směrodatnou odchylku  $\sigma = 20$ .

Vyfiltrovaný jas oddělíme prahem. Práh určuje střední hodnota jasu v daném řezu. Nalezneme sloupce, kde je jas vyšší než prahové hodnota. Sloupec s minimálním resp. maximálním počtem pixelů určuje bod na kružnici.

Každá sečna protíná kružnici ve dvou bodech, proto dostaneme celkem čtyři body na kružnici. Parametry kružnice určíme metodou nejmenších čtverců.

Okolí stínítka poté definuje funkce

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 > r^2. \quad (1.5)$$



Obrázek 1.5: Jasové řezy A a B. Detekujeme body na kružnici  $p_1, p_2, p_3$  a  $p_4$ . Metodou nejmenších čtverců odhadneme parametry kružnice  $x_0, y_0$  a  $R$ .

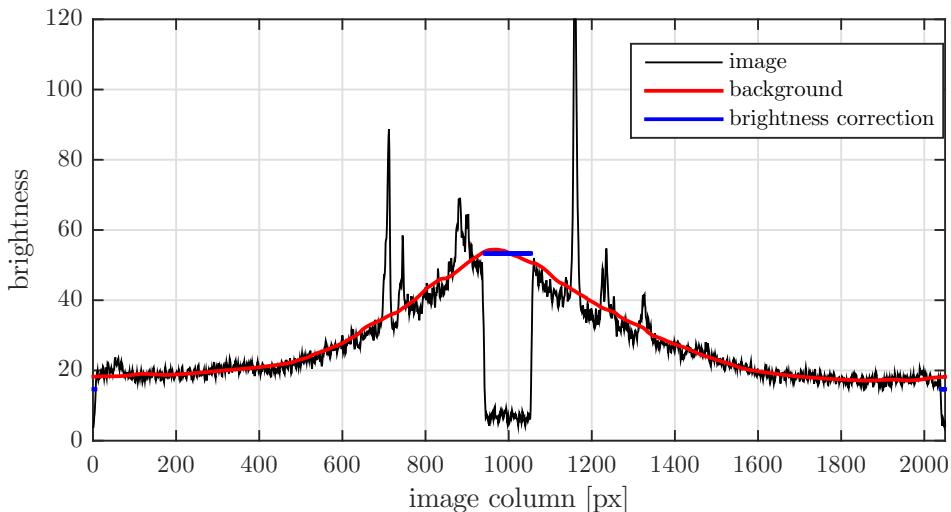
#### 1.3.4 Pozadí snímku

V obraze nalezneme podstavec a okolí stínítka. Podstavec je specifický nízkou střední hodnotou jasu a jeho obraz je téměř ideální kruh. V seznamu MSER oblastí proto podstavec snadno nalezneme. Okolí stínítka již známe (kap. 1.3.3).

Velikost jasu v okolí stínítka nastavíme na hodnotu odvíjející se od střední hodnoty jasu snímku. Jas pixelů v oblasti podstavce nastavíme na střední hodnotu jasu pixelů v blízkém okolí podstavce.

Pozadí následně určíme konvolucí s Gaussovým filtrem. Tento filtr ignoruje vysoké změny jasu v obraze. Parametry filtru: velikost masky - 201 px, směrodatná odchylka  $\sigma = 201$ .

Samotná konvoluce s tímto filtrem by s použitím standardní funkce `conv2` byla příliš časově náročná, proto konvoluci provádime efektivnějším způsobem, který využívá rozkladu masky filtru na singulární čísla.



Obrázek 1.6: Filtrace pozadí v HDR snímku znázorněná v řádku obrazu protínajícím obraz podstavce na kámen.

#### 1.3.5 Odstranění nežádoucích detekcí

Výstupem detektoru je soubor MSER oblastí. U výrazné světelné stopy dostaneme data ve formě pyramidy MSER oblastí podle jednotlivých úrovní intenzity.

MSER detektor však najde nejen oblasti s výrazně vyšší intenzitou, ale i oblasti s nižší intenzitou než okolí. Ty je třeba vyřadit, protože nereprezentují světelnou stopu, kterou hledáme.

K odstranění nežádoucích detekcí použijeme následující postup.

1. Od filtrovaného snímku odečteme pozadí.
2. Ve vzniklé snímku vypočítáme střední hodnotu jasu MSER oblastí.
3. Pokud je střední hodnota jasu záporná, MSER oblast odstraníme.

### 1.4 Určení parametrů svazku

Základním parametrem svazku je směr šíření popsáný azimutem a elevací. Směr šíření svazku snadno dopočítáme, pokud nalezneme jeho obraz. Pozici světelné stopy v obraze lze určit jako polohu pixelu s maximálním jasem v detekované oblasti. Šum v obraze ale situaci komplikuje.

Z obr. 1.4 ale vidíme, že pixel s maximálním jasem nemusí vždy určovat pozici dopadu a navíc nemusí být unikátním maximem.

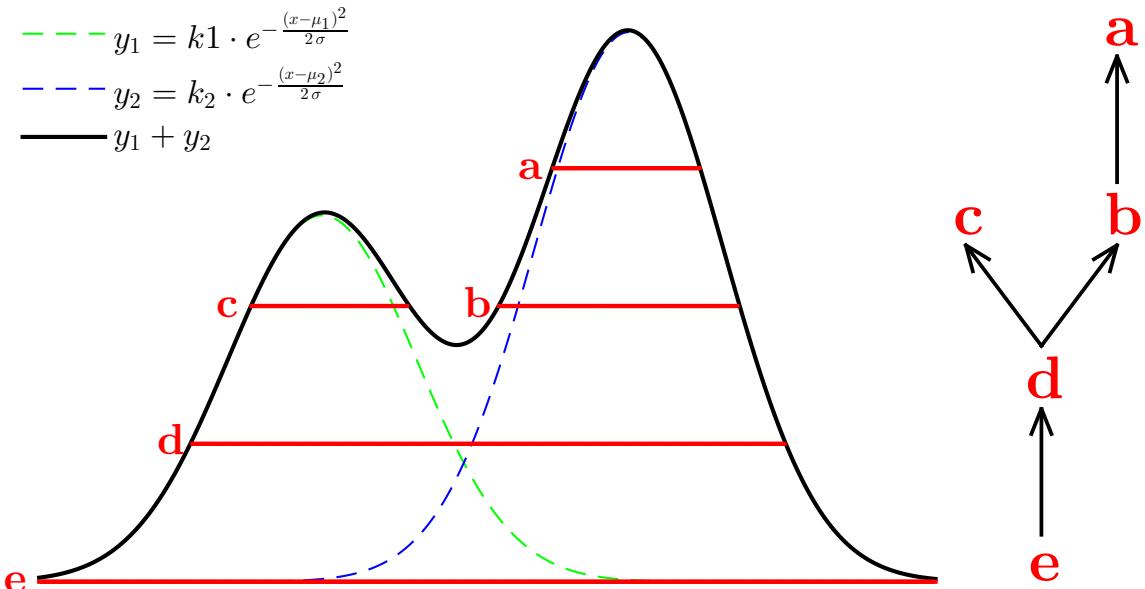
Velikost obrazu měřeného svazku závisí především na jeho rozvíhavosti. Svazek od opuštění kamene do dopadu na stínítko vlivem rozvíhavosti několikanásobně zvýší svoji plochu, a proto nejsme schopni určit plochu svazku. Ze stejného důvodu nemůžeme u měřeného svazku odečítat intenzitu. Za předpokladu, že rozvíhavost svazků není příliš velká se zachová zářivý tok svazku a ten můžeme po odečtení pozadí vypočítat.

V okolí obrazu svazků jsou patrné ocásky. Detekce ocásků a jejich klasifikace je popsána v samostatné kapitole 1.4.2.

Rozvíhavost svazků nemusí být ve všech směrech stejná. Na stínítku tak svazky tvoří stopy různých tvarů. Tvar stopy definujeme pomocí 3 parametrů.

#### 1.4.1 Základní parametry

Máme detekované MSER oblasti. Nalezneme průniky oblastí a sestavíme stromovou strukturu. Kořenem stromu bude oblast s největší plochou a postupně se budou přidávat oblasti menší. Princip je patrný z 2D pohledu na prahovací úrovně MSER detektoru v obr. 1.7, kde vidíme i princip tvorby stromu. Výsledkem bude řada stromů s různým počtem listů. Počet všech listů určuje počet detekovaných stop v obraze.



Obrázek 1.7: Ilustrace překrytí stop v 2D řezu. Výsledná charakteristika je součtem dvou gaussovy funkcií. Červeně jsou zakresleny prahovací úrovně MSER detektoru. Vlevo vidíme stromovou strukturu MSER oblastí a-f. Kořenem stromu je vrstva e. Vrstva d je jediný vnitřní uzel stromu. Listy představují vrstvy c a a. Důležité jsou podstromy  $e \rightarrow d$ ,  $c \rightarrow a$ ,  $b \rightarrow a$ .

Cíleně prohledáváme jednotlivé stromy a nalézáme uzly, ze kterých počítáme parametry svazků.

- **Azimut a elevace** - Pozici dopadu světelné stopy určíme jako střed eliptické approximace oblasti odpovídající listu stromu. Transformací z [5] získáme azimut a elevaci.
- **Zářivý tok** - Od filtrovaného snímku odečteme pozadí (obr. 1.6) a získáme snímek, ze kterého budeme odečítat intenzitu pixelů. Algoritmus výpočtu zářivého toku je následující:

1.  $t_0$  = původní strom;  $i = 0$ ;  $q = 0$ ;  $n_0$  = počet listů v  $t_0$ ;

2. Ve stromu  $t_i$  nalezneme podstromy  $\tau_1, \dots, \tau_n$  maximální velikosti bez vnitřních uzlů stromu  $t_i$  a obsahující jeden list stromu  $t_i$ .
3. Nalezneme křeny  $\xi_1, \dots, \xi_n$  podstromů  $\tau_1, \dots, \tau_n$ . Kořeny odpovídají oblastem s množinou pixelů  $\mathbb{M}_{q+1}, \dots, \mathbb{M}_{q+n}$ .
4. Pokud  $i = 0$  vypočítáme zářivý tok

$$\phi_{e_j} = \frac{\sum_{k \in \mathbb{M}_j} I_k}{N_j}, \quad j \in \{1, \dots, n_0\} \quad (1.6)$$

kde  $I_k$  je jas pixelu  $k$  ve snímku a  $N_j$  je počet pixelů v množině  $\mathbb{M}_j$ . Index  $j$  odpovídá indexu stopy ve stromu  $t_0$ .

Pokud  $i > 0$  nalezneme množiny  $\mathbb{P}_1, \dots, \mathbb{P}_n$ .  $\mathbb{P}_l$  je množina indexů listů, které jsou v  $t_0$  potomkem uzlu  $\xi_l$ , kde  $l \in 1, \dots, n$ . Zářivý tok stop upravíme.

$$\phi_{e_j} = \frac{\phi_{e_j}}{\sum_{q \in \mathbb{P}_l} \phi_{e_q}} \frac{\sum_{\{k \in \mathbb{M}_{q+l} \cap \{\mathbb{M}_1^c \cup \mathbb{M}_2^c \cup \dots \cup \mathbb{M}_q^c\} \mid \{1, 2, \dots, q\} = \mathbb{P}_l\}} I_k}{N_{q+l}} + \phi_{e_j}. \quad j \in \mathbb{P}_l \quad (1.7)$$

5.  $i = i + 1; q = q + n$ ;
6. Pokud  $n \neq 1$  odstraníme podstromy  $\tau_1, \dots, \tau_n$  z grafu  $t_{i-1}$ , získáme strom  $t_i$  a opakujeme od kroku 2.

- **Tvar** - Pro každou MSER oblast je určena elipsa, která uzavírá danou oblast. U této elipsy lze určit orientaci a velikost hlavních poloos.

Každá stopa odpovídá jeden list stromu. Nalezneme cestu  $\mathcal{C}$ , která je cestou od kořene k listu.

Orientace je určena jako medián orientací elips všech MSER oblastí v cestě  $\mathcal{C}$ . Velikosti hlavních poloos jsou určeny podle MSER oblasti, která je uprostřed cesty  $\mathcal{C}$ .

#### 1.4.2 Detektor ocásků

Se znalostí směru a velikosti ocásků detekovaných svazků dostáváme nové informace, které nohou přispět k jejich správnému párování se svazky z matematického modelu kamene.

Ve snímaném obraze nelze rozpozнат všechny vznikající ocásky, ale pouze ty s dostatečně velkou intenzitou.

Princip detektoru ocásků zjednodušeně spočívá v převodu okolí stopy do polárních souřadnic (vzdálenost  $\rho$  a úhel  $\phi$ ) a nalezení oblastí úhlů, ve kterých je patrný výrazný vzestup intenzity oproti okolí. Takovéto oblasti jsou typicky důsledkem přítomnosti ocásků o obraze a lze tímto způsobem ocásky detektovat.

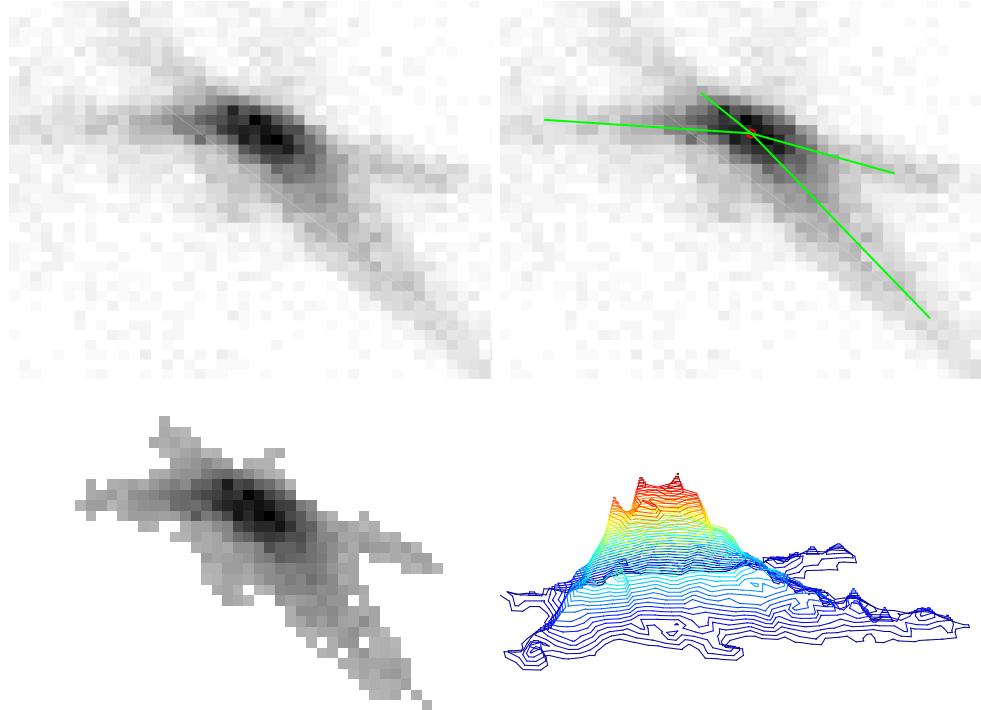
U rozvinutí do polárního grafu si však musíme všimnout překážek, které komplikují detekci ocásků.

- V blízkém okolí jedné stopy se může nacházet další stopa. V polárním grafu se tato blízká stopa jeví jako ocásek a dochází k falešné detekci.
- Stopy a ocásky jsou v obraze různě velké. Je třeba efektivně určovat vzdálenost  $\rho$  do které budeme převádět okolí stopy do polárního grafu. Pokud zvolíme malé  $\rho$  nepokryjeme oblast, kde se vyskytují ocásky a velké  $\rho$  zvýší časovou náročnost výpočtu.

Elegantní řešení přináší použití MSER detektoru, pomocí něhož získáme vymezení oblasti a tím i vzdálenosti  $\rho$ , kde se stopa i s ocásky nachází. Se znalostí oblastí náležící jednotlivým stopám jsme schopni od sebe stopy částečně oddělit a redukovat množství falešných detekcí. Na

druhou stranu sousední stopa muže ležet na pozici ocásku a odstraněním sousední stopy odstraníme současně i ocásek, který prozatím nejsme schopni v případě překrytí oddělit. Vzhledem k rozmanitosti stop, co do velikosti, intenzity, množství a tvaru ocásků apod. není jednoduché stopu matematicky modelovat. Pokud by se podařilo vytvořit dostatečně přesný kompaktní model stopy, je možné uvažovat o situaci, kdy budeme schopni od sebe separovat překrývající se stopy a ocásky.

Pro znázornění postupu a mezinásledků jsme si vybrali laserovou stopu (obr.1.8), která v obraze nekoliduje s další výraznou stopou. Zvolená stopa vznikla dopadem laserového svazku typu ...!!doplňte(až budou popsány všechny třídy svazků)!!.... V obraze jsou patrné čtyři ocásky různě intenzity.

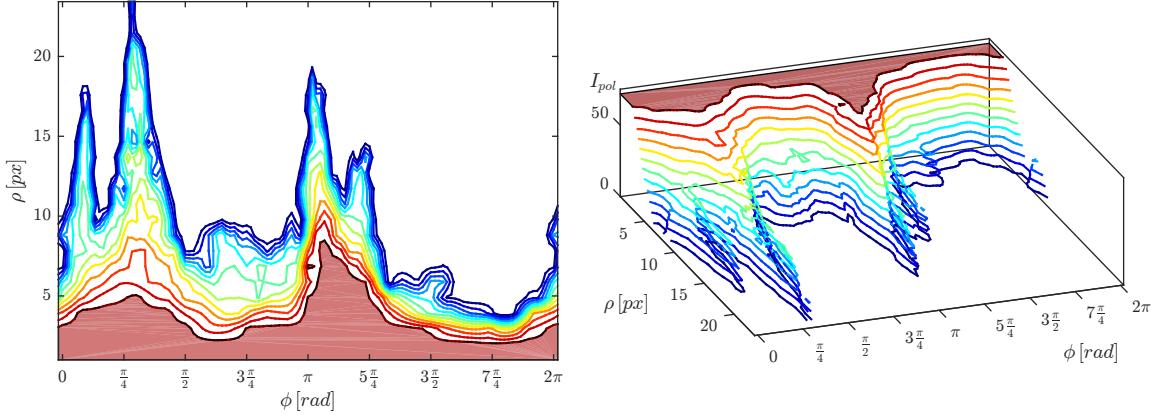


Obrázek 1.8: Zvolená laserová stopa k ilustraci algoritmu detektoru ocásků. Stopa vznikla dopadem svazku typu ..... na stínítko. V měřicí soustavě byl přitom umístěn kámen typu *VIVA* 12 s odstínem *Crystal* a průměrem 4.8 mm. Snímek vpravo nahoře znázorňuje výřez stopy ze snímaného obrazu. Můžeme zde pozorovat čtyři ocásky s různými vlastnostmi. Vlevo nahoře je výsledek detekce popsané níže. Obrázek vpravo dole ukazuje MSER oblast a poslední obrázek znázorňuje 3D pohled na zkoumanou stopu.

Jednotlivé kroky algoritmu:

- Vybereme stopu, u které chceme identifikovat ocásky a ze snímku vybereme oblast (obr.1.8), která náleží zkoumané stopě.
- Po odečtení okolního šumu  $z_{noise}$  prahujeme intenzitu pixelů stopy 2krát střední hodnota intenzity  $z_{mean}$ . Pixely s intenzitou vyšší než zvolený prah nastavíme intenzitu odpovídající prahové hodnotě a posuneme  $z_{noise}$  na hodnotu  $z_{mean}$  tak, že ke všem pixelům přičteme intenzitu  $z_{mean}$ . Důvodem tohoto kroku je snaha odstranit nežádoucí vlastnosti velkého šumu v hodnotách intenzity v blízkém okolí "těžiště" stopy a také to, že se chceme zvětšit relativní příspěvek pixelů s nižší intenzitou do součtového kritéria 1.8.
- Stopu s velikostí okolního šumu  $z_{mean}$  převедeme do polárních souřadnic  $(\rho, \phi)$ . Intenzitu  $I_{pol}$  v polárním grafu  $I_{pol} = f(\phi, \rho)$  určujeme pomocí bipolární interpolace, která pro větší

efektivitu vynechává oblasti mimo oblast stopy, kde  $I_{pol} = 0$ . Důležitým parametrem při interpolaci je velikost vzorkování  $f_\phi$  úhlu  $\phi$  resp. vzorkování  $f_\rho$  vzdálenosti  $\rho$ . Experimentálně jsme zvolili  $f_\phi = 3^\circ$  a  $f_\rho = 1 \text{ px}$ . Interpolaci počítáme v intervalech  $\phi \in \langle 0, 2\pi \rangle$  a  $\rho \in \langle 1, \rho_{max} \rangle$ , kde  $\rho_{max}$  je maximální vzdálenost všech pixelů v oblasti stopy od její pozice.



Obrázek 1.9: Dva pohledy na intenzitu okolí stopy převedené do polárního grafu  $I_{pol}$  zobrazené pomocí vrstevnic.

- Provedeme součet intenzit  $I_{pol}$  pro jednotlivé úhly  $\phi$  od minimální do maximální vzdálenosti  $\rho$  a získáme závislost  $I_\phi = f(\phi)$ , kde

$$I_{\phi_i} = \sum_{j=1}^{\rho_{max}} I_{pol}(i, j) . \quad i \in \left\{ 0, \frac{3}{180}\pi, \dots, 2\pi \right\} \quad (1.8)$$

Následně na  $I_\phi$  aplikujeme kubickou interpolaci sousedních hodnot s 5krát citlivějším vzorkováním  $f_{\phi_2} = \frac{f_\phi}{5}$  a rozšíříme rozsah  $\phi$  na  $\phi \in \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi \rangle$ .

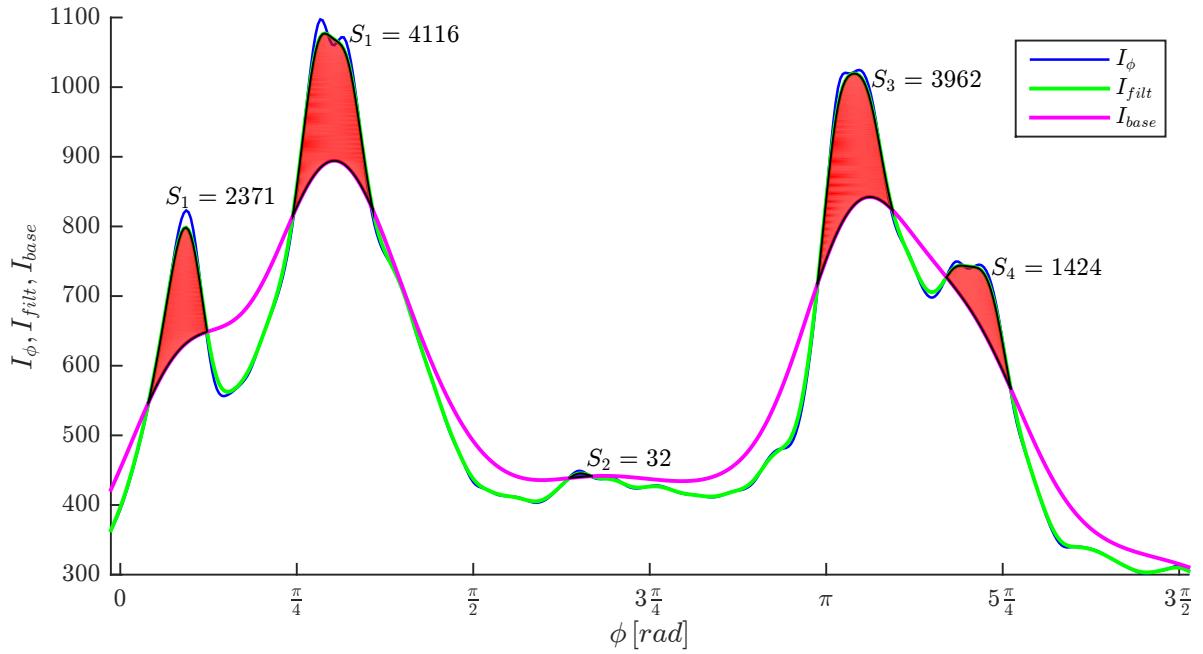
- Graf závislosti  $I_\phi = f(\phi)$  filtruje konvolucí s gausiánem  $g(x)$  se směrodatnou odchylkou  $\sigma = 3$  a získáme referenční závislost  $I_{filt}$ .

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} . \quad (1.9)$$

- Na graf  $I_{filt}$  následně opakovaně aplikujeme konvoluci, tentokrát s gausiánem  $g(x)$  s vyšší směrodatnou odchylkou  $\sigma = 8$ , abychom získali základnu  $I_{base}$ , kterou budeme porovnávat se signálem  $I_{filt}$ .
- Nalezneme souvislé oblasti  $\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_n$ , kde graf  $I_{filt}$  má větší hodnotu než  $I_{base}$  a sečteme rozdíly  $I_{filt}$  a  $I_{base}$  v jednotlivých vzorcích. Velikost součtu  $S_1, \dots, S_n$  závisí na vzorkovací frekvenci  $f_{\phi_2}$ .

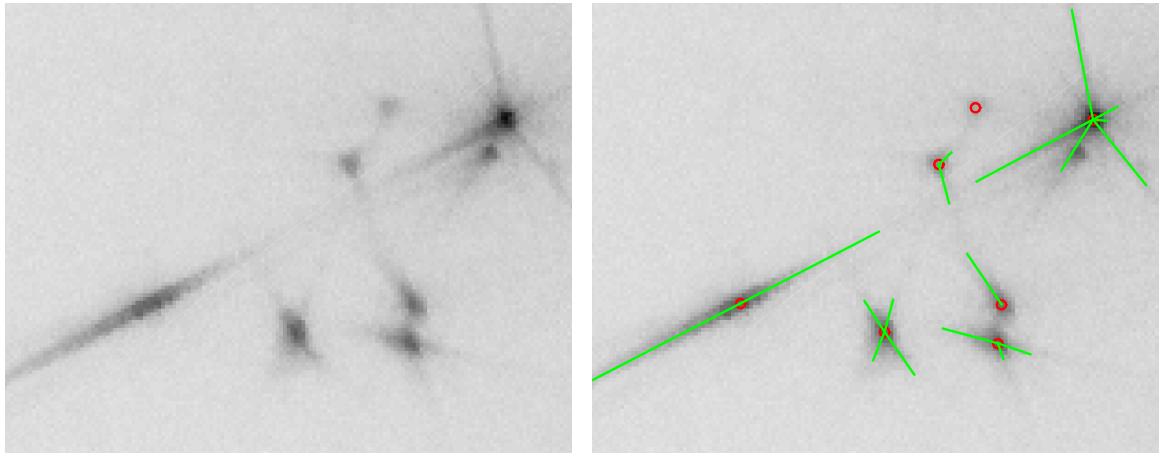
$$S_i = \sum_{\phi_j : \phi_j \in \mathcal{R}_i} I_{filt}(\phi_j) - I_{base}(\phi_j) . \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (1.10)$$

- Za ocásek uvažujeme oblast  $\mathcal{R}_i$ , kde je součet  $S_i$  větší než prahovací úroveň  $s_{th}$  (pro  $f_{\phi_2}$  je  $s_{th} = 500$ ). Směr ocásku  $\varphi$  je určen jako úhel, ve kterém je graf  $I_{filt}$  v dané oblasti maximální a velikost ocásku  $\varrho_i$  určuje  $\rho_{max}$  a poměr součtu  $S_i$  k maximálnímu v pro danou stopu.



Obrázek 1.10: Grafické vysvětlení funkce algoritmu pro detekci ocásků.

$$\varphi_i = \arg \max_{\phi_j: \phi_j \in \mathcal{R}_i} I_{filt}(\phi_j), \quad \varrho_i = \frac{S_i}{\max_{j \in 1, \dots, n} S_j} \rho_{max}. \quad (1.11)$$



Obrázek 1.11: Ukázka funkce detektoru ocásků na vybraném vzorku z obrazu.

## 1.5 MSER detector configuration parameter list

Here is a list of the configuration parameters used for beam detection setting. All of them can be used with their default values. This description of the parameters can be useful for understanding the algorithm or debugging.

Name	Default	Description
<i>BackgroundFilt</i>	201	Size of Gaussian filter mask used for background estimation. <i>Sigma</i> of mask is equal to <i>BackgroundFilt</i>
<i>BackgroundKMean</i>	0.15	<i>BackgroundKMean</i> $\times$ <i>mean(image)</i> is added to background estimation.
<i>ComputeAllLayers</i>	1	1 - Divide all layers in marks variable calculation. 0 - Calculate only with upper layers.
<i>ComputeTails</i>	1	1 - Tails of marks are computed. It takes some time. 0 - No tails. Faster.
<i>CleanerAxisRatio</i>	10	MSER regions with upper axis ratio are deleted.
<i>CleanerFilterSigma</i>	5	<i>Sigma</i> of filter mask in image blurring.
<i>CleanerFilterSize</i>	31	Size of filter mask in image blurring.
<i>CleanerMean</i>	0.035	Regions with peak where difference of mean of surrounding intensity is lower than <i>CleanerMean</i> $\times$ <i>mean(image)</i> are deleted.
<i>CleanerSumWide</i>	5	Size of surrounding in cleaning process.
<i>FilterSigma</i>	0.7	<i>Sigma</i> of noise reducing filter mask.
<i>FilterSize</i>	3	Size of noise reducing filter mask.
<i>MSERMaxAreaVar</i>	0.9	This value specifies the step size between intensity threshold levels used in selecting extremal regions while testing for their stability. Decrease this value to return more regions.
<i>MSERegion</i>	[2, 14000]	Two-element vector, [minArea maxArea], which specifies the size of the regions in pixels. This value allows the selection of regions containing pixels between minArea and maxArea, inclusive.
<i>MSERTthresh</i>	1.2	Increase this value to return a greater number of regions at the cost of their stability. Stable regions are very similar in size over varying intensity thresholds.
<i>SurroundThres</i>	0.8	Multiple of <i>mean(image)</i> where surrounding intensity is moved.

## 2. Parametry kamene *viva12*

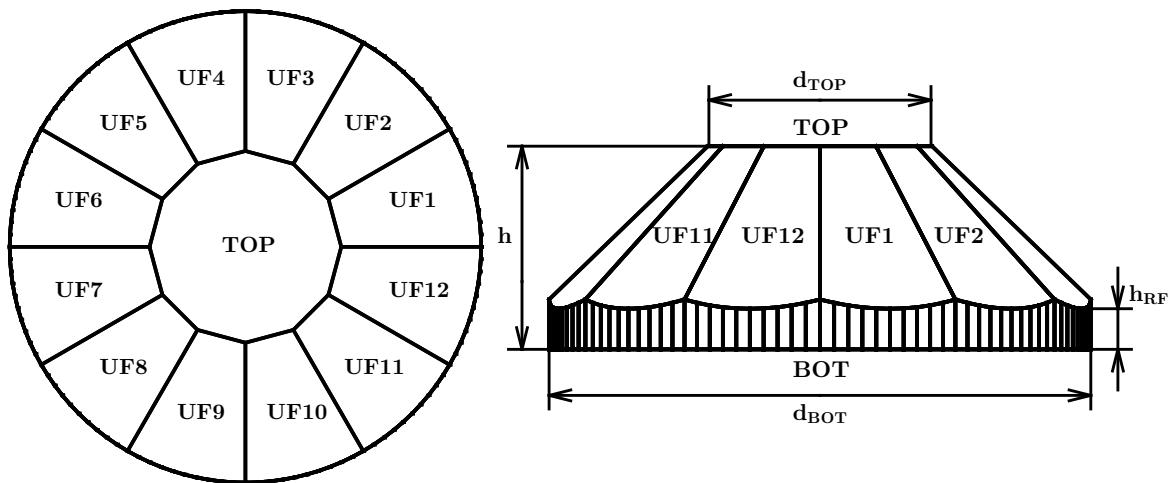
Šatonová růže má 14 rovinných faset. Fasety označujeme zkratkami **TOP**, **BOT** a **UF1-UF12**, kde

- TOP** - tabulka,
- BOT** - spodek,
- UF1-UF12** - 12 bočních faset.

Označené fasety máme na obrázku 2.1 spolu s vyznačenými parametry

- $d_{TOP}$  průměr tabulky,
- $d_{BOT}$  průměr spodku,
- $h$  výška kamene,
- $h_{RF}$  výška lemu.

Poznamenejme, že lem modelujeme množstvím faset, které po spojení approximují oválný tvar. Tyto fasety mají v simulaci absorpční charakter. Světelné svazky, které na ně dopadnou, zaniknou.



Obrázek 2.1: Šatonová růže s označenými fasetami a parametry. Pohled shora je zobrazen vlevo, bokorys vpravo.

### 2.1 Klasifikace svazků do tříd

Typ svazku definujeme podle pořadí dopadových faset. Při opakovaném použití ovšem tento způsob popisu není přehledný.

Pro lepší orientaci si svazky rozdělíme do tříd a budeme pracovat pouze s jejím názvem. Název je u všech tříd dvouciferný.

První cifra udává počet dopadových faset. Zde se pohybujeme od 1 do 9. Svazky s větším počtem dopadových faset než 9 nejsme schopni na stínítku rozpoznat a definovat je nemá smysl.

Na pozici druhé cifry se objevují znaky abecedy A-Z. Svazky s jednotným počtem odrazů se začínají značit od písma A a to tak, že A patří třídě svazků, která má největší zářivý tok. Zářivý tok třídy svazků postupně klesá s abecedním pořadím. Svazky, které nemají dostatečný zářivý tok a nelze je spařit na stínítku neuvádíme.

Svazky popisujeme pro situaci, kdy směrový vektor zdrojového svazku je přibližně kolmý k rovině spodku. Pokud bychom kámen orientovali jinak, řada tříd by přestala existovat a zároveň by se objevily i nové nepopsané třídy.

Rozdělení svazků do tříd je zapsáno v tabulkách 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 a 2.6.

Třída	Dopadové fasety									Počet
<b>1A</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
<b>1B</b>	TOP									1
<b>3A</b>	UF1 BOT TOP	UF2 BOT TOP	UF3 BOT TOP	UF4 BOT TOP	UF5 BOT TOP	UF6 BOT TOP	UF7 BOT TOP	UF8 BOT TOP	...	12
<b>3B</b>	TOP-BOT-TOP									1
<b>3C</b>	BOT TOP UF1	BOT TOP UF2	BOT TOP UF3	BOT TOP UF4	BOT TOP UF5	BOT TOP UF6	BOT TOP UF7	BOT TOP UF8	...	12
<b>5A</b>	UF1 BOT TOP BOT UF6	UF2 BOT TOP BOT UF7	UF3 BOT TOP BOT UF8	UF4 BOT TOP BOT UF9	UF5 BOT TOP BOT UF10	UF6 BOT TOP BOT UF11	UF7 BOT TOP BOT UF12	UF8 BOT TOP BOT UF1	...	12
<b>5B</b>	UF1 BOT TOP BOT UF7	UF2 BOT TOP BOT UF8	UF3 BOT TOP BOT UF9	UF4 BOT TOP BOT UF10	UF5 BOT TOP BOT UF11	UF6 BOT TOP BOT UF12	UF7 BOT TOP BOT UF1	UF8 BOT TOP BOT UF2	...	12
<b>5C</b>	UF1 BOT TOP BOT UF8	UF2 BOT TOP BOT UF9	UF3 BOT TOP BOT UF10	UF4 BOT TOP BOT UF11	UF5 BOT TOP BOT UF12	UF6 BOT TOP BOT UF1	UF7 BOT TOP BOT UF2	UF8 BOT TOP BOT UF3	...	12
<b>5D</b>	UF1 BOT TOP BOT TOP	UF2 BOT TOP BOT TOP	UF3 BOT TOP BOT TOP	UF4 BOT TOP BOT TOP	UF5 BOT TOP BOT TOP	UF6 BOT TOP BOT TOP	UF7 BOT TOP BOT TOP	UF8 BOT TOP BOT TOP	...	12
<b>5E</b>	TOP-BOT-TOP-BOT-TOP									1
<b>6A</b>	UF1 BOT UF1 UF6 BOT UF8	UF2 BOT UF2 UF7 BOT UF9	UF3 BOT UF3 UF8 BOT UF10	UF4 BOT UF4 UF9 BOT UF11	UF5 BOT UF5 UF10 BOT UF12	UF6 BOT UF6 UF11 BOT UF1	UF7 BOT UF7 UF12 BOT UF2	UF8 BOT UF8 UF1 BOT UF3	...	12
<b>6B</b>	UF1 BOT UF12 UF6 BOT UF7	UF2 BOT UF1 UF7 BOT UF8	UF3 BOT UF2 UF8 BOT UF9	UF4 BOT UF3 UF9 BOT UF10	UF5 BOT UF4 UF10 BOT UF11	UF6 BOT UF5 UF11 BOT UF12	UF7 BOT UF6 UF12 BOT UF1	UF8 BOT UF7 UF1 BOT UF2	...	12

Tabulka 2.1: Dopadové fasety svazků třídy 1A-6B.

Třída	Dopadové fasety										Počet
<b>6C</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
<b>6D</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
<b>6E</b>	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
<b>6F</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...		
<b>7A</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
<b>7B</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
<b>7C</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
<b>7D</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...		
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		

Tabulka 2.2: Paths of rays with count of rays in class. Classes 6D-7D.

Třída	Dopadové fasety										Počet
<b>7E</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...		
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
<b>7F</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
<b>7G</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
<b>7H</b>	TOP-BOT-TOP-BOT-TOP-BOT-TOP										1
<b>8A</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
<b>8B</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
<b>8C</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		

Tabulka 2.3: Paths of rays with count of rays in class. Classes 7E-8C.

Třída	Dopadové fasety									Počet
<b>8D</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
<b>9A</b>	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	TOP	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
<b>9B</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
<b>9C</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
<b>9D</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
<b>9E</b>	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...

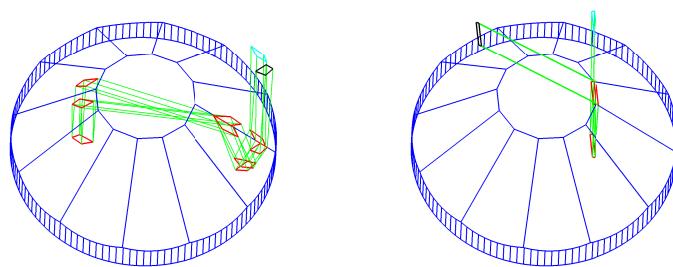
Tabulka 2.4: Paths of rays with count of rays in class. Classes 8D-9D.

Třída	Dopadové fasety									Počet
<b>9E</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
<b>9F</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
<b>9G</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	UF3	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	UF9	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
<b>9H</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
<b>9I</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...	
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...	
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...	

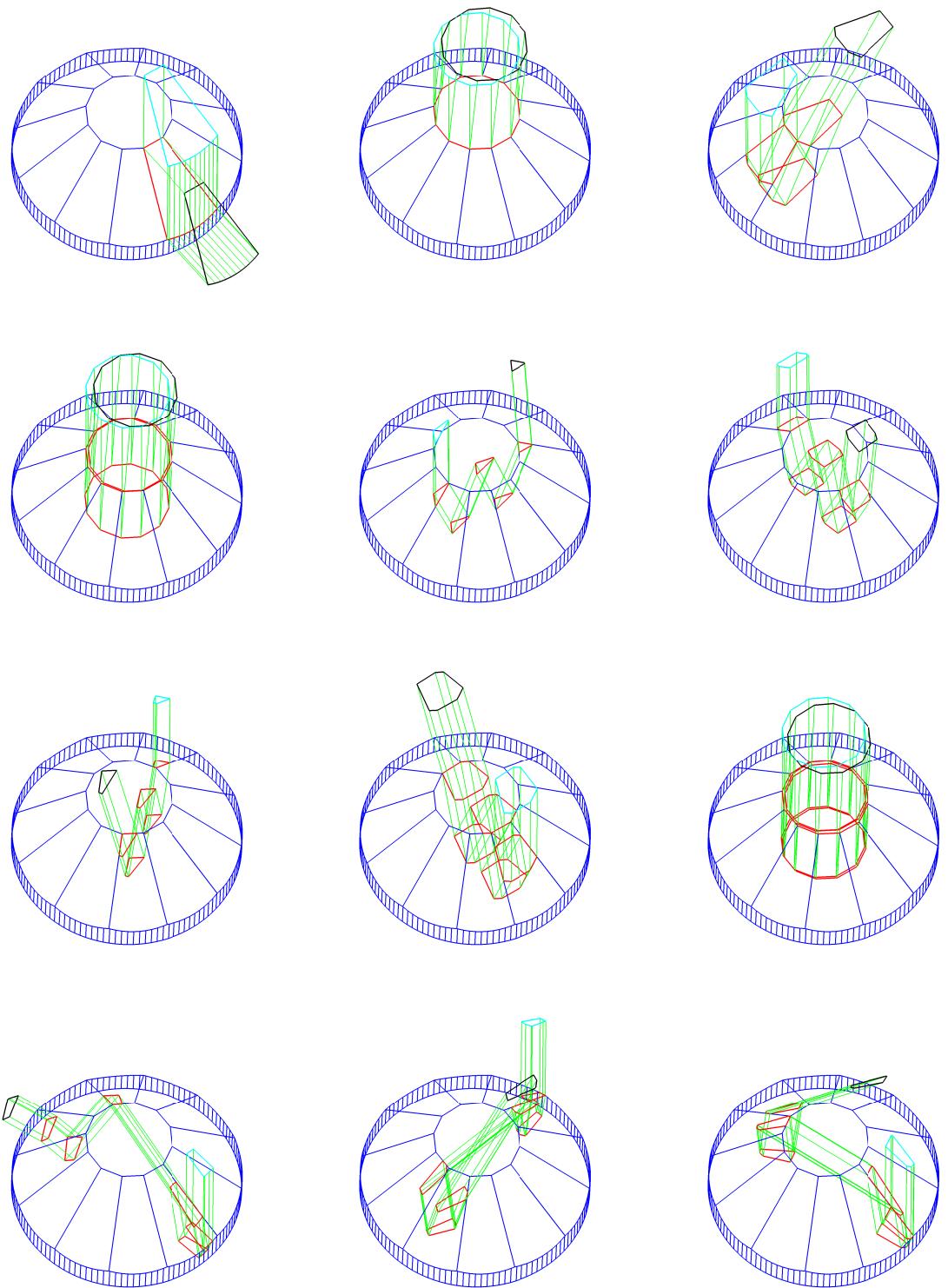
Tabulka 2.5: Paths of rays with count of rays in class. Classes 9E-9I.

Třída	Dopadové fasety										Počet
<b>9J</b>	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...	12	
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
	UF6	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF7	UF8	UF9	UF10	UF11	UF12	UF1	UF2	...		
	UF12	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	...		
	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	BOT	...		
	UF1	UF2	UF3	UF4	UF5	UF6	UF7	UF8	...		

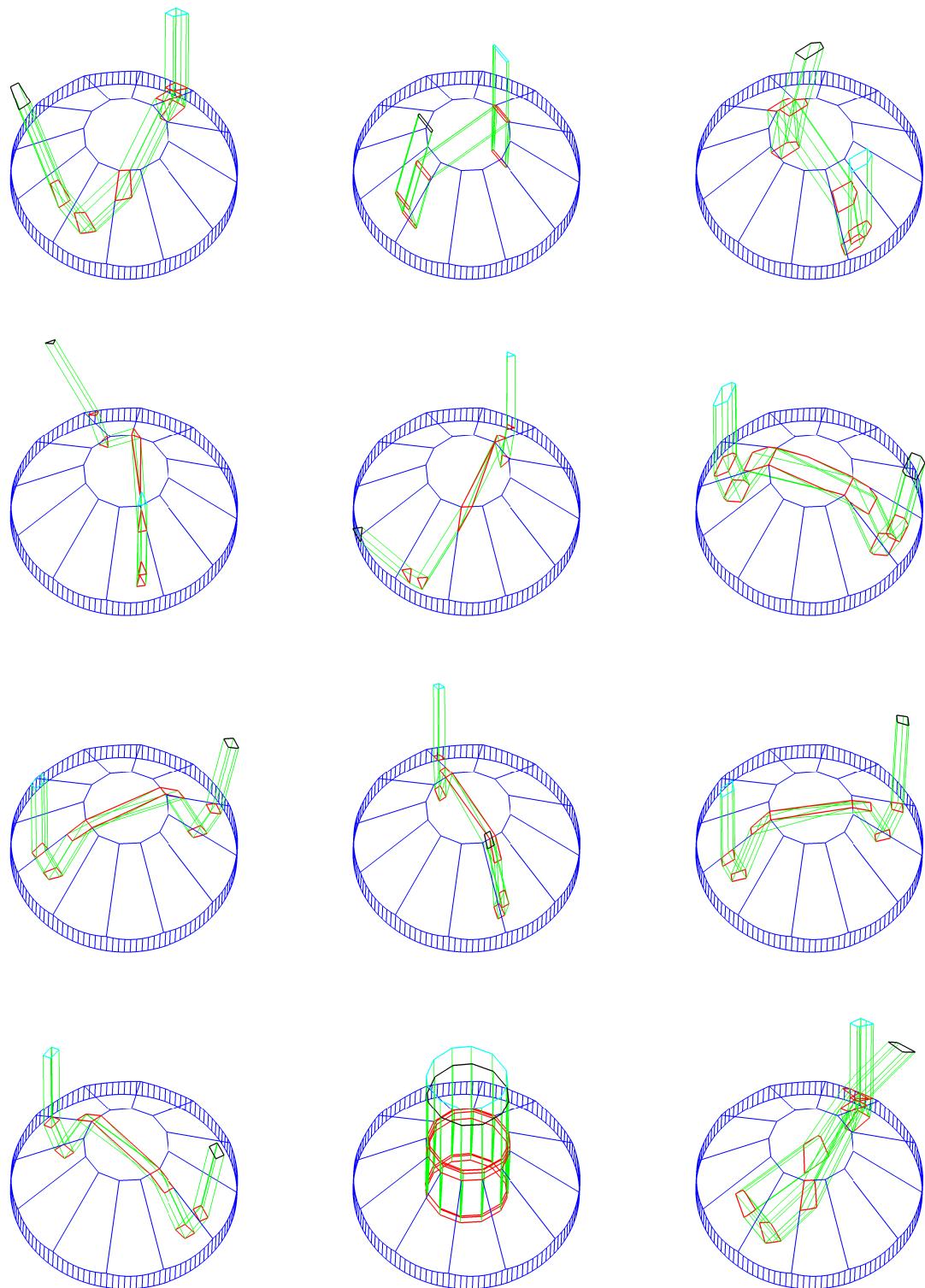
Tabulka 2.6: Paths of rays with count of rays in class 9J.



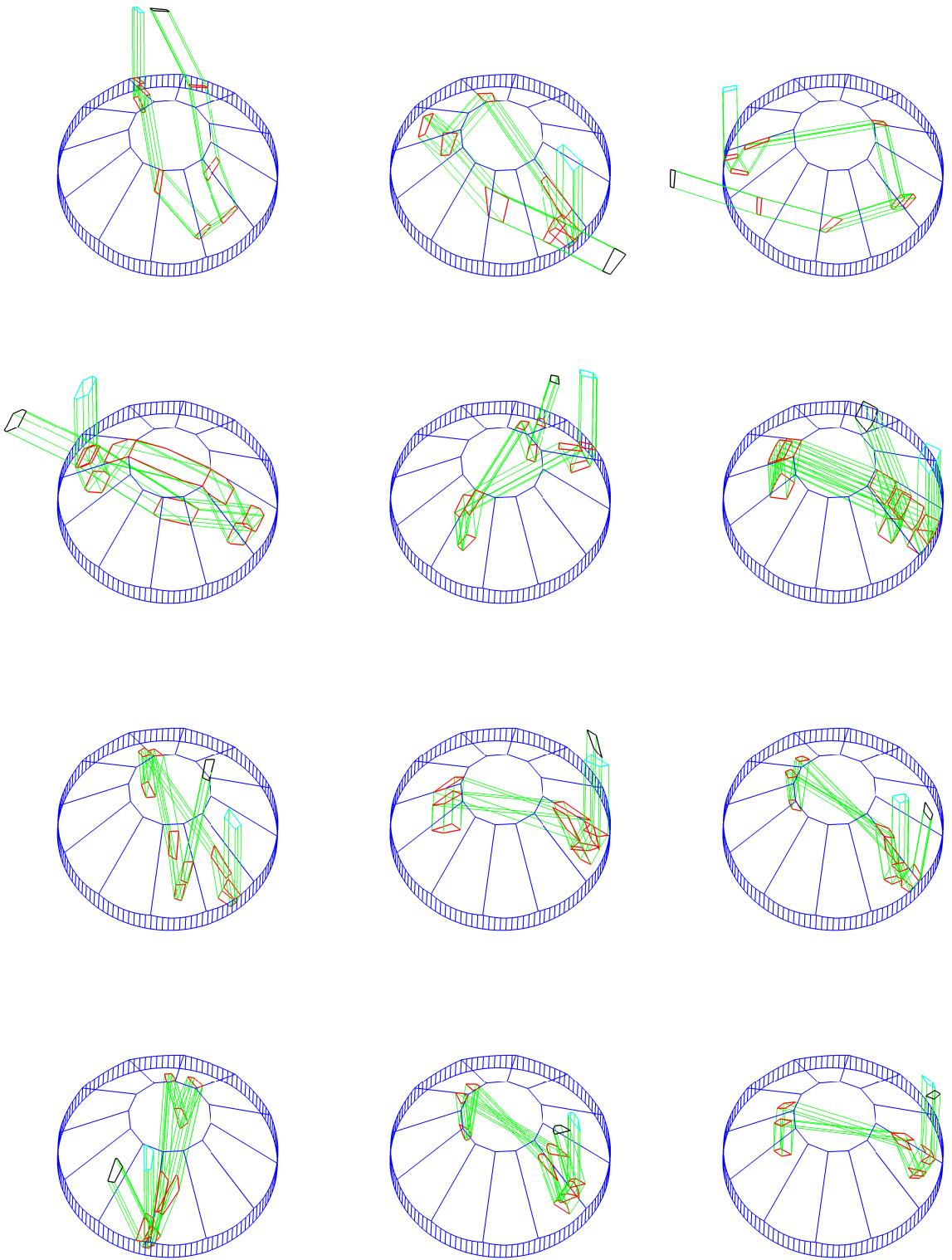
Obrázek 2.2: 3D view of ray example in classes 3C,9J.



Obrázek 2.3: 3D view of ray example in classes 1A, 1B, 3A, 3B, 5A, 5B, 5C, 5D, 5E, 6A and 6B.



Obrázek 2.4: 3D view of ray example in classes 6D, 6E, 6F, 7A, 7B, 7C, 7D, 7E, 7F, 7G, 7H, 8A.



Obrázek 2.5: 3D view of ray example in classes 8B, 8C, 8D, 9A, 9B, 9C, 9D, 9E, 9F, 9G, 9H, 9I.

## Část III

# Optimalizace orientace faset

## 2.2 Postup optimalizace

Před tím, než přistoupíme k problému optimalizace, je třeba získat potřebná data. Důležité jsou informace o parametrech svazků, které lze rozdělit na *simulované* a *měřené*.

### Simulované svazky

1. Získáme potřebné parametry kamene, který zkoumáme. Zdrojem může být technický výkres, nebo předchozí měření.
2. Sestavíme model, který bude přibližně určovat tvar kamene. Tento model budeme považovat za *referenční*.
3. V programu LADOK simulujeme průlet svazku *referenčním* modelem. Pro simulaci je důležité znát elektromagnetické vlastnosti laserového svazku a index lomu kamene.
4. Výsledkem simulace jsou parametry *simulovaných* svazků.

### Měřené svazky

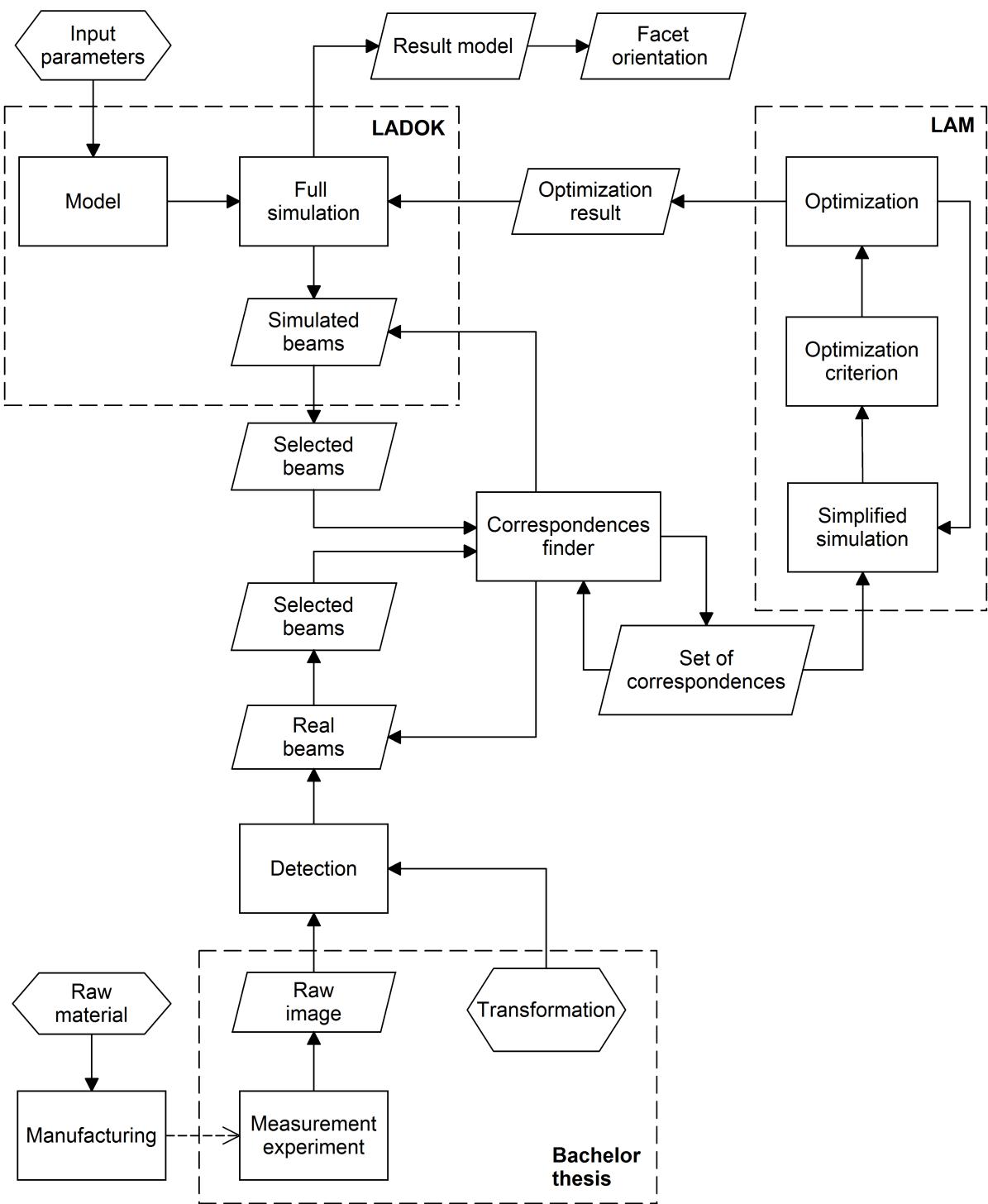
Předpokladem pro získání parametrů měřených svazků je sestavení a kalibrace měřicí soustavy podle [5].

1. Opracovaný kámen umístíme do měřicí soustavy.
2. Provedeme experiment průchodu svazku kamenem podobný situaci v simulačním programu LADOK.
3. Získáme obraz dopadu svazků na stínítko.
4. V obraze detekujeme světelné stopy (kapitola 1).
5. Z detekovaných stop vypočítáme parametry *měřených* svazků (kapitola 1.4).

Přecházíme k situaci, kdy máme dostupné informace o *simulovaných* i *reálných* svazcích. Mezi těmito dvěma množinami je třeba nalézt korespondence. Korespondující svazky si odpovídají seznamem faset kamene, na které při své cestě dopadají.

Pro korespondující páry určíme chybovou funkci a parametry budeme optimalizovat. Optimalizační algoritmus odhadne takové nastavení parametrů, aby bylo optimalizované kritérium co nejmenší.

Optimalizované parametry použijeme k výpočtu *optimalizovaného* modelu kamene. Orientace faset broušeného kamene odečteme z *optimalizovaného* modelu.



Obrázek 2.6: Diagram with princip of cut stone facet orientation estimator.

## 2.3 Korespondence

Kámen vložený do měřicí soustavy vytvoří na stínítku specifický obrazec. Pokud vytvoříme vhodný matematický model této situace a aplikujeme na něj optické zákony, dostaneme stejný obrazec.

Úloha optimalizace náklonu faset spočívá v nalezení korespondujících svazků. Korespondence je uspořádaná dvojice měřeného a referenčního svazku. Korespondující svazky mají společnou posloupnost dopadových faset.

### 2.3.1 Orientace kamene

Kámen je do měřicí soustavy umístěn ručně tak, aby se vertikální osa kamene nacházela v těžišti dopadajícího zdrojového svazku. Takto je zajištěna poloha kamene, ovšem rotace kamene okolo vertikální osy může být libovolná.

Podle plochy, na kterou pokládáme kámen nemůžeme automaticky určit orientaci fasety BOT. Podstavec není pevně přichycen a mezi fasetou BOT a podstavcem je navíc reflexní vrstva. Pokud není reflexní vrstva nanesena rovnoměrně je kámen v měřicí soustavě nakloněn.

Rotace a náklon kamene musí být nalezeny před optimalizací parametrů faset.

### 2.3.2 Složitost úlohy

Korespondence nelze nalézt všechny najednou. Ve snímku 2.7 jsou zobrazeny vzdálenosti korespondujících svazků po optimalizaci náklonu a rotace kamene. Vzdálenost většiny korespondujících svazků je příliš vysoká na to, abychom mohli korespondence nalézt. Situace je navíc komplikována tím, že řada referenčních svazků, kterým v odraze odpovídá měřený svazek neexistuje. Ve fázi optimalizace na obrázku 2.7 neexistuje 36 % referenčních svazků, k nimž později přiřadíme korespondující měřený svazek.

V prvním kroku lze nalézt korespondence pouze pro vybrané třídy svazků. Jedná se o třídy **1A**, **3A** a ne vždy detekované třídy **3B** a **5D** viz obr. 2.13.

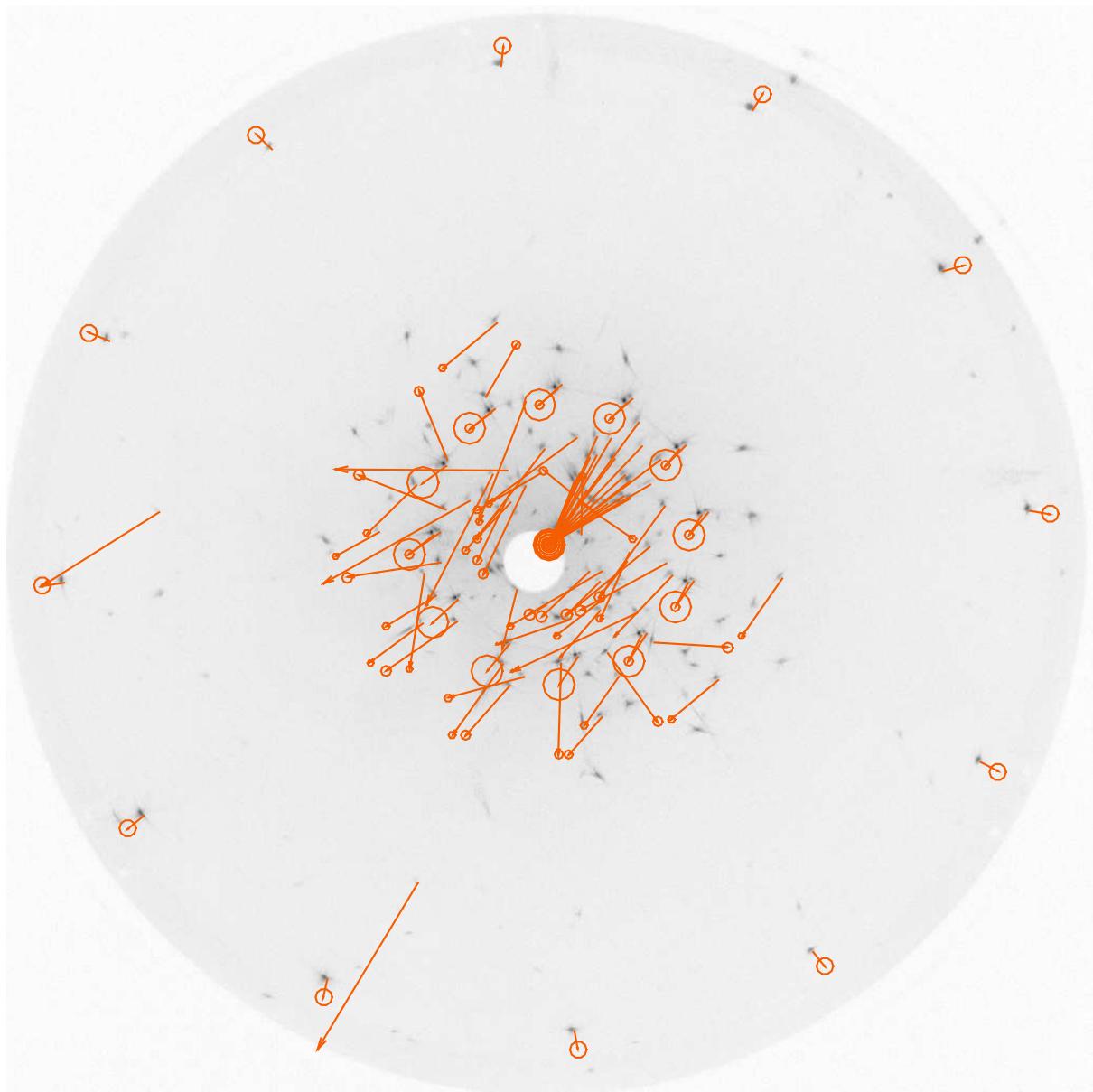
Čekali bychom, že pokud optimalizujeme náklon faset s korespondencemi svazků, které lze určit v počátku, budou obrazy ostatních korespondujících svazků téměř totožné. Na obr. 2.8 ovšem vidíme, že ani v tomto případě nelze určit všechny korespondence. Vzdálenosti obrazů korespondujících svazků stále znatelné. Zvláště pak máme problém nalézt korespondence v oblastech s vysokou hustotou svazků. Je zřejmé, že korespondence budeme muset nacházet ve více krocích a postupně parametry faset přibližovat ke konečnému výsledku náklonu.

Indikátorem, zda jsme nastavili správné parametry faset kamene, je vzdálenost měřených a referenčních svazků. Po optimalizaci náklonu faset podle korespondujících svazků (obr. 2.9) vidíme, že směry korespondujících svazků v mnoha případech nesouhlasí. Navíc můžeme pozorovat měřené svazky, ke kterým neexistuje vhodný referenční svazek a naopak vidíme také volné referenční svazky. Na tyto nepřesnosti má vliv zakřivení faset, neurčitost vzdálenosti faset, nepřesná kalibrace, detekce atd.

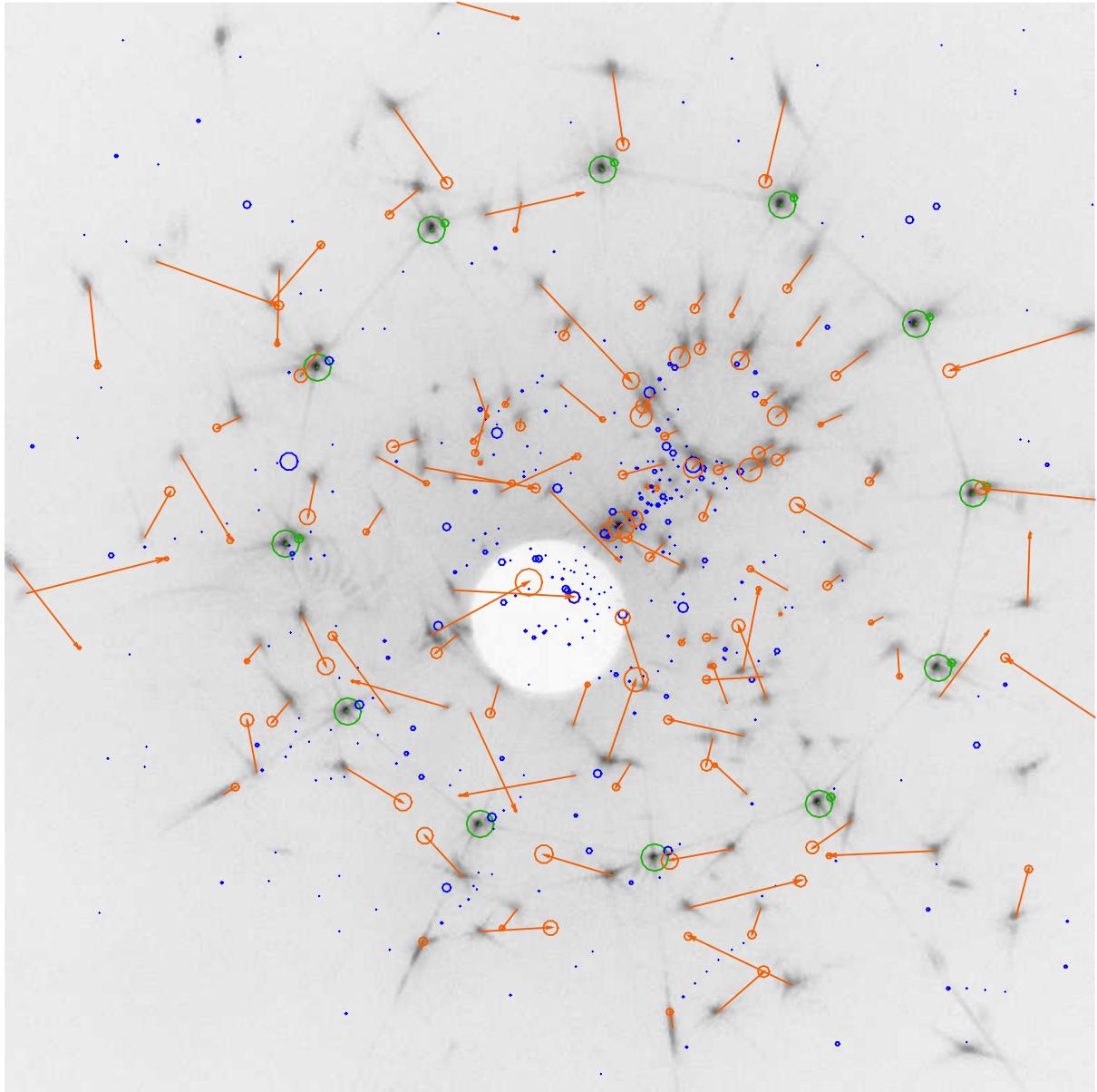
## 2.4 Zakřivení faset

Kameny se brousí rovinými brusnými kotouči, proto předpokládáme, že fasety jsou ideálně rovné a lze je popsat pomocí normály. Svazky nemusí dopadat na celou plochu fasety, ale pouze na vymezenou část fasety. Pokud dochází k zakřivení fasety, může se normála popisující tento element plochy lišit od normály fasety. Zakřivení fasety kamene vzniká, a to především kvůli pružnému uchycení kamene.

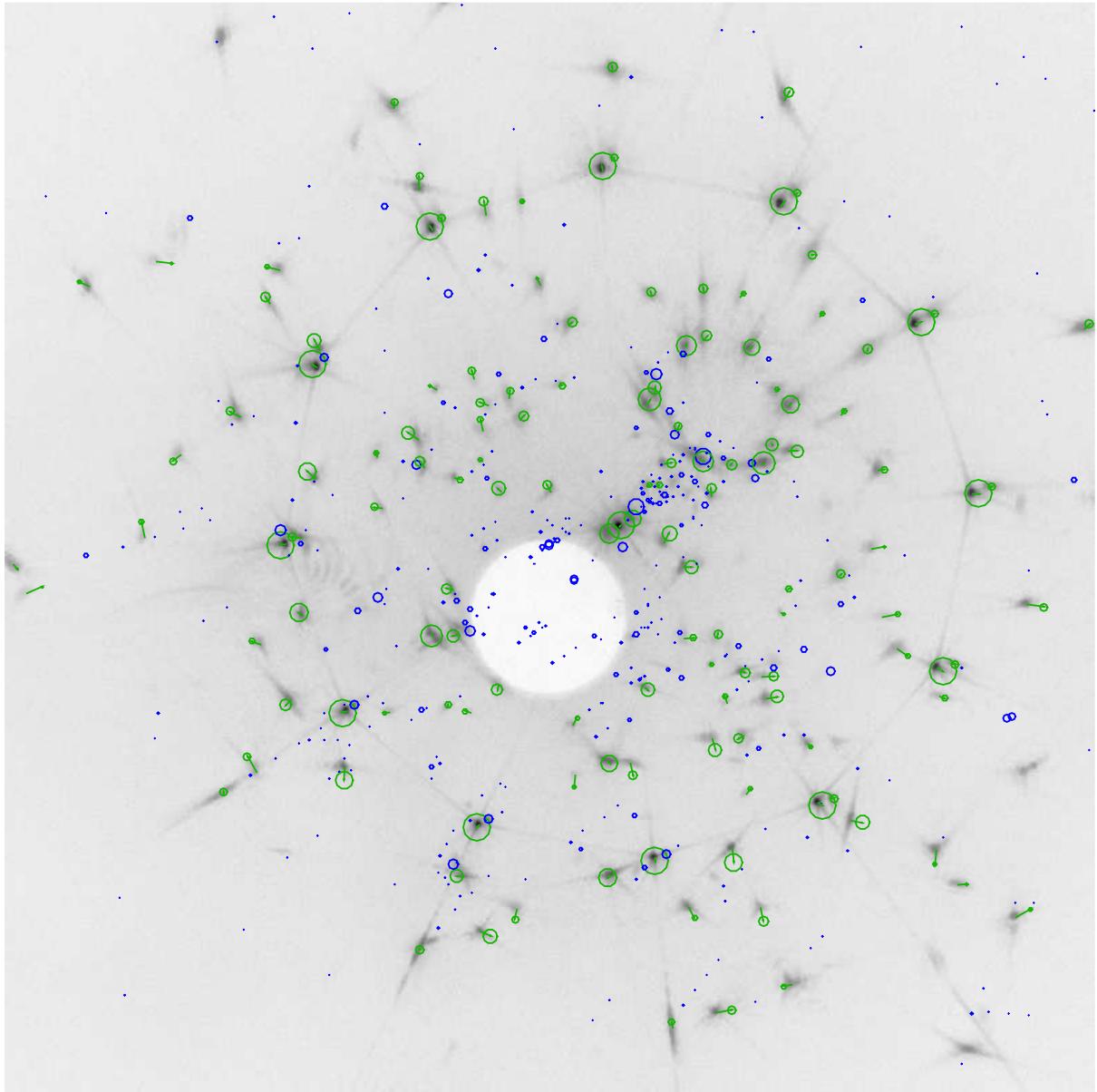
Pokud vzdálenost fasety od souřadnicového systému klesne, zvýší se plocha fasety. Plocha sousedních faset naopak klesne. Řada svazků dopadá pouze na okraj faset. Posun fasety doprovází změnu zářivého toku některých svazků, které mohou i zcela zaniknout.



Obrázek 2.7: Vzdálenost korespondujících svazků po optimalizaci náklonu a rotace kamene *viva12*. Kružnice znázorňují referenční svazky. Čím vyšší je zářivý tok svazku, tím vyšší je poloměr kružnice. Vektory směřují od obrazu měřeného svazku k obrazu korespondujícího referenčního svazku. Modrou barvou jsou zobrazeny referenční svazky, pro které nebyl nalezen korespondující měřený svazek.



Obrázek 2.8: Vzdálenost korespondujících svazků po optimalizaci náklonu faset podle korespondencí, které lze spolehlivě nalézt. Kružnice znázorňují referenční svazky. Čím vyšší je zářivý tok svazku, tím vyšší je poloměr kružnice. Vektory směřují od obrazu měřeného svazku k obrazu korespondujícího referenčního svazku. Zelenou barvou jsou zobrazeny korespondence použité při optimalizaci parametrů kamene. Modrou barvou jsou zobrazeny referenční svazky, pro které nebyl nalezen korespondující měřený svazek. Detail na střední část snímku.



Obrázek 2.9: Vzdálenost korespondujících svazků po optimalizaci náklonu faset podle všech korespondujících svazků. Kružnice znázorňují referenční svazky. Čím vyšší je zářivý tok svazku, tím vyšší je poloměr kružnice. Vektory směřují od obrazu měřeného svazku k obrazu korespondujícího referenčního svazku. Zelenou barvou jsou zobrazeny korespondence použité při optimalizaci parametrů kamene. Modrou barvou jsou zobrazeny referenční svazky, pro které nebyl nalezen měřený svazek. Detail na střední část snímku.

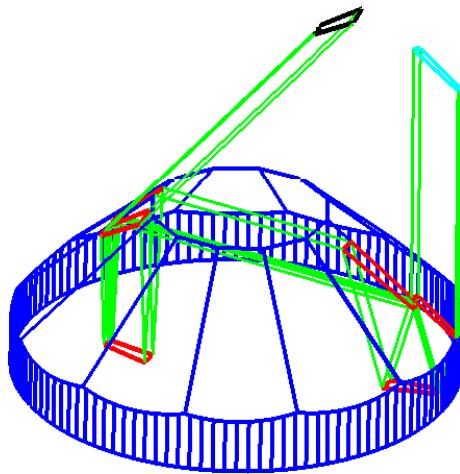
Zakřivenou fasetu můžeme approximovat jako část kolové či válcové plochy s vysokým poloměrem křivosti.

Tato metoda je zdá se necitlivá na vzdálenost fasety. Vliv vzdálenosti fasety od souřadnicového systému můžeme pozorovat na změně zářivého toku svazků. Jedná se především o svazky s nízkým zářivým tokem. Při posunu fasety dochází ke změně zářivého toku svazků, které jsou omezeny minimálně jednou hranou fasety.

V současné době nedokážeme vliv vzdálenosti rozlišit. Je ale možné, že informace o změně zářivého toku se vzdáleností fasety může v budoucnu vést ke vzniku vhodné metody, pomocí které určíme vzdálenost fasety.

#### 2.4.1 Svazky s vysokou citlivostí

Existují svazky, které dopadají na fasetu pod téměř kritickým úhlem, např. svazek na obr. 2.10. Výstupní směr těchto svazků je vysoce citlivý náklon fasety. Tyto svazky dobře určují náklon elementu plochy fasety, na kterou dopadají. Při minimalizaci optimalizačního kritéria mají tyto svazky výrazně vyšší vliv na náklon fasety než ostatní. Pokud je faseta zakřivená, mohou tyto svazky negativním způsobem ovlivnit náklon fasety a oddálit od sebe korespondující svazky dopadající na jinou část plochy fasety. Tento problém by mohl být odstraněn s použitím vhodnější parametrizace faset.

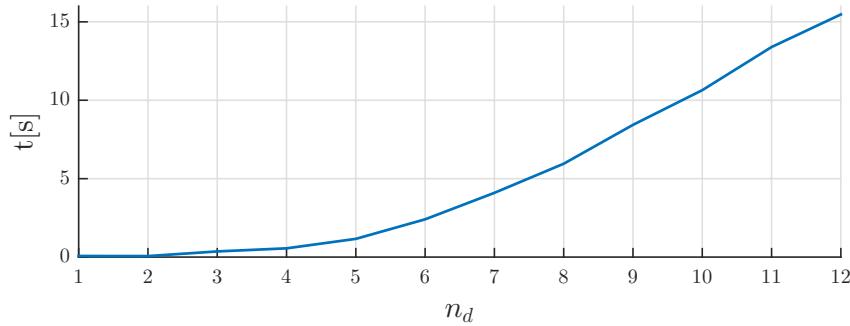


Obrázek 2.10: Svazek třídy **6B**. Na poslední fasetu dopadá blízko kritického úhlu, proto je citlivější na náklon fasety než většina ostatních svazků.

#### 2.4.2 Časová náročnost simulace v LADOKu

U matematická simulace programu LADOK můžeme nastavit do jaké hloubky budou simulovány měřené svazky. Při řešení se můžeme omezit svazky s maximálním počtem dopadových faset  $n_d$ . V grafu 2.11 je zakreslena časová závislost programu LADOK při výpočtu referenčních svazků kamene *viva12* po různý počet dopadových faset.

Vzhledem ke strmému nárůstu časové náročnosti simulace programu LADOK budeme před každým výpočtem volit minimální  $n_d$ , tak abychom získali informace o všech referenčních svazcích, které v dané situaci potřebujeme.



Obrázek 2.11: Výpočetní doba simulace referenčních svazků v programu LADOK v závislosti na počtu dopadových faset svazků.

### 2.4.3 Podmíněnost

Základní otázkou optimalizačního problému je, zda je systém dostatečně podmíněný. První podmítku, kterou musíme splnit je získat minimálně stejný počet nezávislých rovnic, jako je počet optimalizovaných parametrů.

V optimalizačním kritériu máme celkem  $2r + q$  nezávislých rovnic. Základní podmírkou je, že počet korespondencí musí být minimálně  $s + q$ .

#### 2.4.3.1 Třída 1A a 1B

Od tříd **1A** a **1B** lze obecně čekat velmi dobrou podmíněnost. Jednotlivý svazek z těchto tříd dopadne pouze na jednu fasetu a směr odraženého svazku jednoznačně určuje parametry fasety, od které se svazek odrazil. Pokud by měl matematický model přesně odpovídal reálnému experimentu, potom postačí nalézt korespondence třídy **1A 1B**, abychom určili parametry všech faset kromě spodku. Tyto třídy nepodmiňují index lomu kamene, pokud bychom chtěli zjistit index

#### 2.4.3.2 Třída 3A

Teoreticky korespondencí svazků třídy **3A** (např. UF1-TOP-BOT) získáme 2 rovnice  $\Delta e$  a  $\Delta\alpha$ , které jsou závislé na parametrech dopadových faset UF1, TOP a BOT. Problém spočívá v tom, že tato korespondence určuje pouze vzájemnou polohu dopadových faset a nelze u této třídy očekávat dobrou podmíněnost.

### 2.4.4 Pozorování

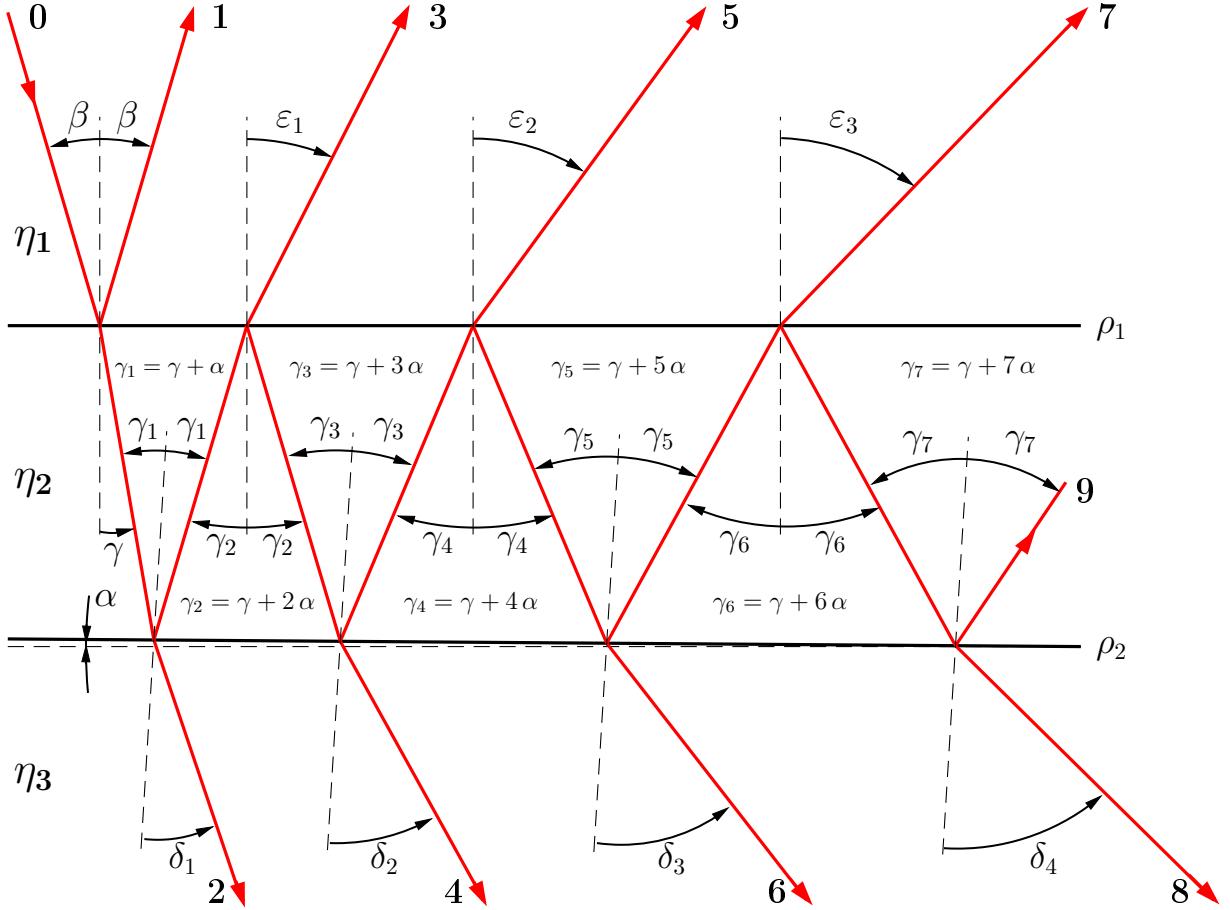
Simulujeme průlet světelného svazku optickým klínem (obr. 2.12). Prostředí s indexy lomu  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  a  $\eta_3$  oddělují rozhraní  $\rho_1$  a  $\rho_2$ . Tyto rozhraní mezi sebou svírají úhel  $\alpha$ .

$$\gamma = \arcsin \left( \frac{\eta_1}{\eta_2} \sin \beta \right). \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_1 = \arcsin \left( \frac{\eta_2}{\eta_1} \sin (\gamma + 2\alpha) \right) \rightarrow \begin{cases} \alpha > 0, & \varepsilon_3 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1 > \beta \\ \alpha = 0, & \varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = \beta \\ \alpha < 0, & \varepsilon_3 < \varepsilon_2 < \varepsilon_1 < \beta \end{cases} \quad (2.2)$$

Svazek dopadá na rozhraní  $\rho_1$  pod úhlem  $\beta$ . Na obrázku 2.12 je tento svazek reprezentován paprsek č.0.

Svazek světla můžeme charakterizovat velikostí zářivého toku  $\phi_e$ . Z Fresnelových rovnic víme, že pokud na rozhraní  $\rho_1$  nedochází k totálnímu odrazu, tak po dopadu svazku na rozhraní vznikne



Obrázek 2.12: Lom a odraz paprsku v optickém klínku.

odražený a lomený svazek. Jaká bude velikost zářivého toku odraženého svazku  $\phi_{e_{reflect}}$  závisí na polarizaci světla, dopadajícím úhlu a poměrem mezi indexy lomu prostředí, které odděluje rozhraní  $\rho_1$ .

$$\phi_e = \phi_{e_{reflect}} + \phi_{e_{refract}}. \quad (2.3)$$

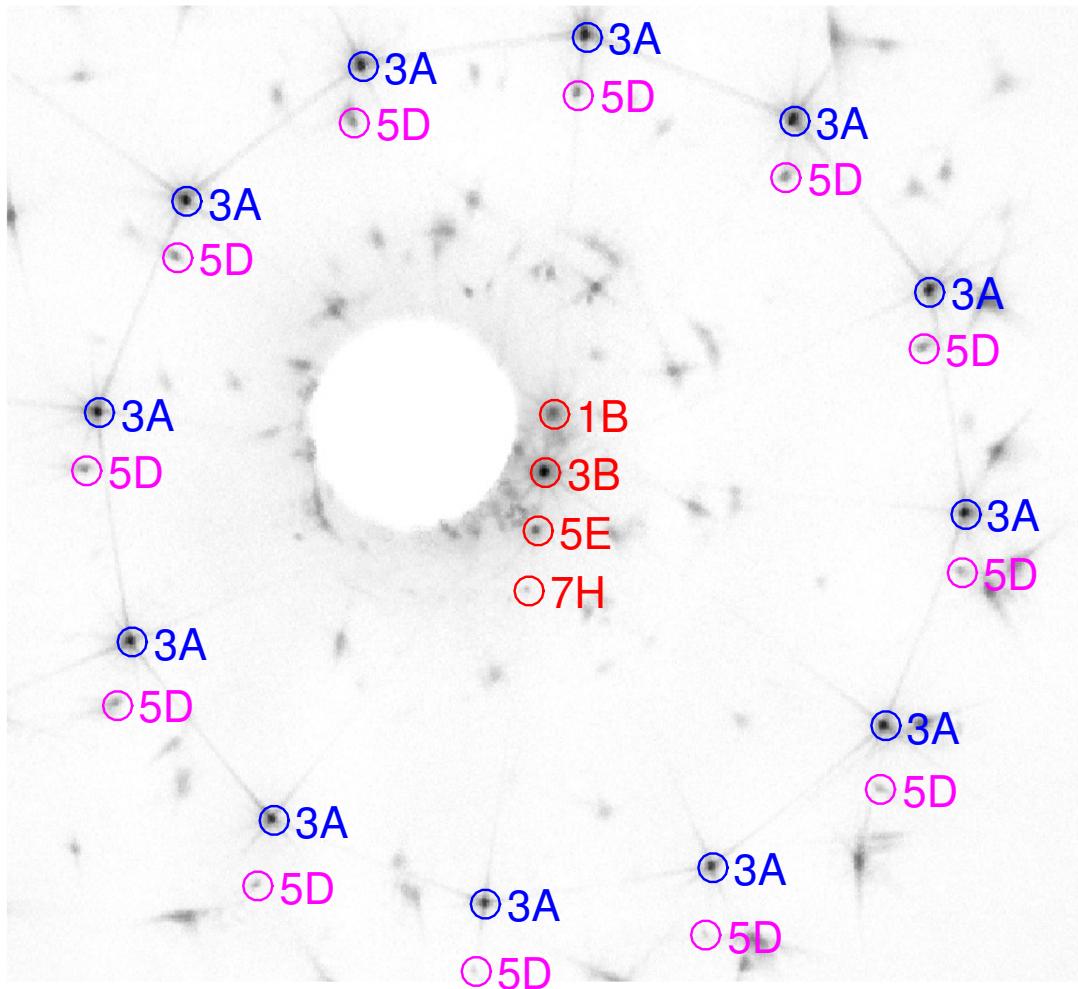
Při dopadajícím úhlu  $\beta = 0^\circ$  a indexech lomu  $\eta_1 = 1$ ,  $\eta_2 = 1.5$  se 4 % dopadajícího zářivého toku odraží.  $\frac{\phi_{e_{reflect}}}{\phi_e} = 0.04$ ,  $\frac{\phi_{e_{refract}}}{\phi_e} = 0.96$ .

Z principu šíření světla optickým prostředím pozorujeme svazky 0 až 9, se specifickým směrem šíření.

- V šatonové růži nastává stejný optický jev mezi tabulkou (TOP) a spodem (BOT), kde
- $\eta_1$  index lomu vzduchu,
- $\eta_2$  index lomu materiálu kamene,
- $\eta_3$  index lomu odrazivé vrstvy,
- $\rho_1$  tabulka
- $\rho_2$  spodek
- 0** zdrojový svazek,
- 1** svazek třídy **1B** - TOP,
- 3** svazek třídy **3B** - TOP-BOT-TOP,
- 5** svazek třídy **5E** - TOP-BOT-TOP-BOT-TOP,
- 7** svazek třídy **7H** - TOP-BOT-TOP-BOT-TOP-BOT-TOP,
- 2,4,6,8** tyto svazky nevznikají - na rozhraní  $\rho_2$  dochází pouze k odrazu.

V reálné situaci nejsou fasety TOP a BOT rovnoběžné. Důsledkem toho svazky **1B**, **3B**, **5E** a **7H** svírají s normálou tabulky různý úhlem. Svazek třídy **3B** bude mít vždy největší zářivý tok. Zajímavé je, že tyto svazky leží ve stejné rovině. Tato rovina je určena vzájemnou orientací mezi normálou tabulky a normálou spodku.

Po dopadu svazků **1B**, **3B**, **5E** a **7H** na stínítko můžeme v obraze pozorovat stopy ležící na jedné přímce obr. 2.13.



Obrázek 2.13: Zvýraznění obrazů svazků ve snímku. Svazky třídy **1B**, **3B**, **5E** a **7H** dopadají pouze na fasetu TOP a BOT. Svazky třídy **3A** a **5D** dopadnou nejprve na boční fasetu a poté následuje jeden resp. dva dopady na dvojici faset BOT-TOP.

Pokud bychom byli schopni přiřadit alespoň 2 tyto stopy ke svazkům můžeme určit orientaci tabulky a spodku. Situaci ovšem komplikuje fakt, že ne vždy můžeme nalézt obrazy těchto stop, protože jsou zastíněny podstavcem, na který pokládáme kámen.

U svazků třídy **3A** a **5D** dochází k podobnému optickému jevu pouze s tím rozdílem, že svazek do kamene nevstupuje tabulkou, ale boční fasetou. Můžeme si všimnout stejně orientace obrazů dvojice svazků se stejnou vstupující fasetou. Tato dvojice také určuje vzájemnou orientaci mezi normálou tabulky a normálou spodku. Pro jednoznačné této orientace je však nutné znát orientaci bočních faset.

## 2.5 Optimalizované kritérium

Optimalizační algoritmus je převzat z práce [3]. Některé části byly pozměněny. Ukážeme si stručný přehled metody optimalizace a zvýrazníme provedené úpravy. Optimalizační algoritmus používáme nejen k odhadu parametrů faset kamene, ale také k odhadu indexu lomu kamene a jeho orientace kamene v měřené soustavě.

Definujeme kriteriální funkci, kterou budeme optimalizovat. Funkci lze popsat vztahem

$$\vec{\varepsilon} = h(\vec{x}, \vec{v}, \vec{l}, \vec{p}), \quad (2.4)$$

- $\vec{p}$  Obsahuje směrové vektory *reálných* svazků. Směr popisujeme pomocí souřadnic azimutu a elevace. Pokud pro výpočet optimalizačního kritéria použijeme s *reálných* svazků, bude mít vektor  $\vec{p}$  délku 2 s.
- $\vec{l}$  Obsahuje seznam dopadových faset svazku. Tento seznam je využit pro výpočet směru výstupního svazku. Délka seznamu se musí rovnat  $s$ .
- $\vec{v}$  Popisuje směr zdrojového svazku světla
- $\vec{x}$  Vektor parametrů, které nastavuje optimalizační algoritmus.

**Parametry faset, index lomu** Jedná se převážně o parametry  $r$  uvolněných faset. Každou fasetu lze parametrisovat pomocí úhlové změny normálového vektoru  $\vec{n}$  (2 parametry) a změny vzdálenosti  $d$  fasety od souřadného systému (1 parametr).

Optimalizační metoda nemá dostatečnou citlivost na změnu vzdálenosti  $d$  fasety [3]. Tento parametr proto považujeme za konstantu.

Nově lze mezi optimalizované parametry přidat index lomu kamene  $n_i$ . Celkově máme  $2r + q$  parametrů, kde  $q$  je 1 pokud je mezi  $\vec{x}$  parametr  $n_i$ , jinak je  $q$  rovno 0.

**Orientace** Orientaci kamene popisujeme rotací kolem vertikální osy  $R_z$  a dvou parametrů definujících náklon kamene  $R_x, R_y$ .

- $\vec{\varepsilon}$  Představuje vektor odchylek v elevaci a azimutu *simulovaných* a *reálných* svazků.  
V práci [3] byla tato odchylka měřena jako chyba v pozici dopadu laserového svazku na stínítku. Důvodem proč bylo využíváno toto kritérium byla citlivější odezva při změně vektoru svazku. Hlavním důvodem volby azimutu a elevace pro výpočet optimalizačního kritéria je vyšší rychlosť. Odpadá totiž potřebný výpočet, který transformuje směrový vektor do souřadnic na stínítku.  
Vektor  $\vec{\varepsilon}$  má 2 s prvků.

## 2.6 Plná vs. zjednodušená simulace

V optimalizačním cyklu je použito dvou simulací, které simulují průlet světla broušeným kamenem

### 2.6.1 Plná simulace

Plnou simulací rozumíme klasický program LADOK, který modeluje odraz a lom svazků v konvexním tělese. Nevýhodou algoritmu je ale to, že simulace trvá příliš dlouho na to, aby mohla být úspěšně použita v optimalizačním procesu.

### 2.6.2 Zjednodušená simulace

Základní myšlenkou je, že se optimalizované parametry  $\vec{x}$  příliš nemění. Za tohoto předpokladu si podstatná část svazků zachová posloupnost dopadových faset. Vynecháme proto kontrolu vzniku či zániku svazků.

Zjednodušená simulace vyřadí z plné simulace zbytečné výpočty, které v procesu optimalizace nevyžíváme. Jediné, co potřebujeme znát je směr výstupních svazků. Pro výpočet směru nahradíme svazky nekonečně tenkými paprsky a můžeme s nimi pracovat jako s vektory. Fasety kamene reprezentujeme pomocí normálového vektoru.

Zjednodušená simulace přistupuje k paprsku jednotlivě. Funkci pro výpočet vektoru výstupního paprsku  $\vec{v}_o$  lze vyjádřit jako

$$\vec{v}_o = g(\vec{v}_i, \vec{N}), \quad (2.5)$$

kde  $\vec{v}_i$  je vektor vstupního paprsku. Vektor  $\vec{N}$  obsahuje normály  $\vec{n}_1, \dots, \vec{n}_m$  faset na které svazek dopadá. Normály jsou seřazeny v pořadí odpovídající dopadovým fasetám při šíření paprsku od zdroje ke stínítku.

Při výpočtu musíme vědět, která faseta svazek odráží a která lomí. Situace je jednoduchá. Pokud  $m = 1$ , potom muselo dojít k odrazu. Pokud  $m > 1$  odpovídají normály  $\vec{n}_1$  a  $\vec{n}_m$  fasetám, přes které se svazek lomí. Na ostatních fasetách se svazek odrazí.

Zjednodušená simulace v LAMu pracuje s jinou funkcí. Základním rozdílem je to že navíc počítá polohu, kam paprsek na fasetu dopadl. Výpočet odrazu a jsou v LAMu pomalejší přibližně o 15 %.

## 2.7 Klasifikace příznaků

## 2.8 Implementace

Uvedeme algoritmy využité pro hledání korespondencí měřených a referenčních svazků a popíšeme jejich aplikaci pro automatické určení náklonu faset broušených kamenů. Předtím, než se začneme zabývat navrženými přístupy, je třeba sjednotit značení jednotlivých parametrů svazků.

Referenční svazky dělíme do tří množin.

- $\mathcal{R}_c$  - uspořádaná  $r_c$ -tice svazků, pro které byl nalezen korespondující měřený svazek,
- $\mathcal{R}$  - uspořádaná  $r$ -tice svazků, ke kterým můžeme přiřadit korespondující měřený savek,
- $\mathcal{R}_o$  - uspořádaná  $r_o$ -tice svazků, které není možné přidat do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$ .

Pro tyto množiny platí  $\mathcal{R}_c \cap \mathcal{R} = \emptyset$ ,  $\mathcal{R} \cap \mathcal{R}_o = \emptyset$ ,  $\mathcal{R}_c \cap \mathcal{R}_o = \emptyset$ , kde  $\mathcal{R} = (\mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_r)$ . Dále definujeme uspořádanou  $r'$ -tici  $\mathcal{R}' = \mathcal{R} \cup \mathcal{R}_o$ .  $r' = r + r_o$ .

Podobně dělíme měřené svazky na  $\mathcal{M}_c$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{M}_o$  a  $\mathcal{M}'$ , kde  $\mathcal{M} = (\mathbf{M}_1, \dots, \mathbf{M}_m)$ .

Algoritmy pracují s informacemi o směru, obrazu a zářivém toku  $\phi_e$  svazků. Směr vyjadřujeme pomocí azimutu  $\alpha$  a elevace  $\varepsilon$ . Polohu obrazu svazku určuje  $x$ -ová a  $y$ -ová souřadnice.

Parametry referenčních svazků označujeme  $\vec{\alpha}_r$ ,  $\vec{\varepsilon}_r$ ,  $\vec{\phi}_{e_r}$ ,  $\vec{x}_r$  a  $\vec{y}_r$ . Pro měřené svazky platí označení  $\vec{\alpha}_m$ ,  $\vec{\varepsilon}_m$ ,  $\vec{\phi}_{e_m}$ ,  $\vec{x}_m$  a  $\vec{y}_m$ . Platí, že  $\vec{\alpha}_r = \alpha_r(\mathcal{R})$ ,  $\vec{\alpha}_m = \alpha_m(\mathcal{M})$  apod.

Množinu korespondujících svazků značíme  $\mathcal{C}$ . Jednotlivá korespondence  $C_i$  je uspořádaná dvojice  $(\mathbf{R}_j, \mathbf{M}_k)$ ,  $C_i \subseteq \mathcal{C}$ .  $\alpha_r(C_i)$  označuje azimut referenčního svazku  $\mathbf{R}_j$ , kde  $\mathbf{R}_j \subset C_i$  a  $\alpha_r(\mathcal{C})$  vektor  $(\alpha_r(C_1), \dots, \alpha_r(C_n))$ , kde  $n$  je počet uspořádaných dvojic v množině  $\mathcal{C}$ .

## 2.8.1 Použité algoritmy

Korespondence hledáme buď pro specifickou třídu třídu svazků nebo pro svazky, které splní požadované parametry.

### 2.8.1.1 Korespondence svazků třídy 1A

Víme, že svazky třídy **1A** se odráží od faset **UF1 - UF2**. Úhlová odchylka normály referenční fasety skutečné normály se projeví dvojnásobnou úhlovou odchylkou referenčního svazku od měřeného. Očekáváme, že rozdíl mezi referenčními a reálnými parametry faset není příliš velký. Proto lze očekávat, že měřené svazky třídy **1A** budou mít velmi podobný směr jako referenční. Přibližně tedy známe směr těchto svazků.

V blízkém okolí stop třídy **1A** se mohou nacházet pouze stopy s řádově nižším zářivým tokem. Tato vlastnost je zajištěna geometrií kamene *viva12* a provedením experimentu. Pokud známe zářivý tok stop, můžeme v obraze snadno nalézt svazek třídy **1A**.

#### Parametry algoritmu

$d_{max}$  - kvadrát maximální vzdálenosti měřeného svazku od referenčního,

$n_{min}$  - minimální počet měřených svazků, v blízkém okolí referenčního svazku, s nižším zářivým tokem

#### Popis algoritmu

1. Definujeme proměnné  $\alpha_c = 0$ ,  $\varepsilon_c = 0$ ,  $\mathcal{C} = \emptyset$ ,  $\mathcal{C}_l = \emptyset$ .
2.  $i = 0$ .
3. Vypočítáme kritérium hodnotící vzdálenost mezi svazky
$$\vec{d} = (\alpha_r(\mathbf{R}_i) \cdot \vec{\mathbf{1}} - \vec{\alpha}_m - \alpha_c \cdot \vec{\mathbf{1}})^2 + (\varepsilon_r(\mathbf{R}_i) \cdot \vec{\mathbf{1}} - \vec{\varepsilon}_m - \varepsilon_c \cdot \vec{\mathbf{1}})^2.$$
4. Vybereme uspořádanou  $k$ -tici svazků  $\mathcal{N}$  z  $\mathcal{M}$ , která odpovídá rostoucí posloupnosti  $\vec{d}$  a omezení na  $\vec{d} < d_{max}$ .  $\mathcal{N}_1 \sim \arg \min(d)$  tak, že  $\mathcal{N} = (\mathbf{M}_a, \dots, \mathbf{M}_b)$ , kde  $a = \arg \min(\vec{d})$  a  $b = \arg \min\left(\frac{1}{\vec{d} - d_{max}}\right)$ . Dále bude platit, že  $\mathbf{N}_1 = \mathbf{M}_a$  a  $\mathbf{N}_k = \mathbf{M}_b$  apod.
5. Nalezneme uspořádanou  $k$ -tici  $\mathcal{O}$  takovou, že  $\mathcal{O} = (\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_e, \mathbf{N}_f, \dots, \mathbf{N}_g)$ , kde  $e = \arg \min(\phi_{e_m}(\mathbf{N}_1), \phi_{e_m}(\mathbf{N}_2))$ ,  $f = \arg \min(\phi_{e_m}(\mathbf{N}_1), \phi_{e_m}(\mathbf{N}_2), \phi_{e_m}(\mathbf{N}_3))$  a  $g = \arg \min(\phi_{e_m}(\mathbf{N}_1), \dots, \phi_{e_m}(\mathbf{N}_k))$ .
6. Určíme vektor  $\vec{n}_{\mathcal{O}}$  o velikosti  $k$  udávající četnost prvků z množiny  $\mathcal{N}$  v množině  $\mathcal{O}$ . Pokud  $\mathbf{O}_q = \mathcal{O}_s$ , tak  $n_{\mathcal{O}}(q) = n_{\mathcal{O}}(s)$ , pro  $q = \{1, \dots, k\}$  a podobně  $s = \{1, \dots, k\}$ .
7. Určíme minimální  $l$ , které splňuje alespoň jednu z podmínek  $n_{\mathcal{O}}(l) > n_{min}$  a  $l = k$ . Do množiny  $\mathcal{C}$  přidáme korespondenci  $(\mathbf{R}_i, \mathbf{N}_l)$ .
8. Pokud  $i \neq r$ , tak  $i = i + 1$  a opakujeme body 3) až 7).
9. Pokud  $\mathcal{C}_l \neq \mathcal{C}$ , vypočítáme korekční parametry  $\alpha_c = median(\alpha_r(\mathcal{C}) - \alpha_m(\mathcal{C}))$ ,  $\varepsilon_c = median(\varepsilon_r(\mathcal{C}) - \varepsilon_m(\mathcal{C}))$ , položíme  $\mathcal{C}_l$  rovno  $\mathcal{C}$  a opakujeme body 2) až 8).
10. Z  $\mathcal{C}$  odstraníme prvky, ve kterých se obraz referenčního svazku nachází mimo obraz stínítka.
11. Optimalizujeme náklon kamene (kapitola 2.5).
12. Podle výsledku optimalizace upravíme model kamene a přepočítáme parametry referenčních svazků. Opakujeme bod 1) až 10). V příští iteraci tento bod vynecháme.
13. Z  $\mathcal{C}$  odstraníme prvky, ve kterých se obraz referenčního svazku nachází mimo obraz stínítka.

### 2.8.1.2 Korespondence svazků třídy **3A**

Po optimalizaci podle třídy **1A** máme dobře odhadnuté parametry faset **UF1 - UF12**. Pomocí rotace a náklonu kamene odhadneme přibližně parametry faset **TOP** a **BOT**. Podstatné je, že svazek třídy **3A** dopadá na tabulkou **TOP** pod výrazně menším úhlem, než je kritický úhel. To zajišťuje přijatelnou citlivost směru svazků na změnu parametrů dopadových faset.

Referenční svazky třídy **3A** mají po třídě **3B** druhý nejvyšší zářivý tok. Ostatní třídy se vyznačují řádově nižším zářivým tokem. Podle zářivého toku  $\phi_{er}$  lze tedy snadno oddělit svazky se třemi dopadovými fasetami od ostatních svazků. Referenčních svazků třídy **3A** a **3B** je celkem 13. Často nastává situace, že svazek třídy **3B** nedetekujeme, protože je jeho obraz zakrytý podstavcem na kámen.

Separaci podle zářivého toku však nelze s jistotou použít u měřených svazků. Pokud dojde k překrytí obrazu svazků jiných tříd, může být zářivý tok tohoto shluku větší. Spolehlivý způsob, jak oddělit měřené svazky třídy **3A** a **3B** od ostatních, je porovnat maximální úrovně jasu v obrazech svazků.

Další vlastnost, která dobře charakterizuje svazky třídy **3A** jsou dlouhé a intenzivní ocásky. Při hledání korespondencí můžeme využít párování svazků podle charakteru ocásků (kapitola 2.8.1.5). Výhodou algoritmu je to, že dokážeme za vhodného nastavení nalézt korespondující svazky, a to i v případě vysokých směrových odchylek svazků. Nevýhodou je necitlivost na ostatní parametry svazků.

#### Popis algoritmu

1. Redukujeme počet měřených svazků a vytvoříme uspořádanou 13-tici  $\mathcal{M}$  obsahující prvních 13 měřených svazků s nejvyšší hodnotou jasu v obrazu.
2. Podle podobnosti ocásků nalezneme počáteční odhad množiny korespondencí  $\mathcal{C}$  (kapitola 2.8.1.5)). Parametry algoritmu:  $\sigma = 0.2$ ,  $L_{min} = 2$ ,  $\Delta\alpha_{max} = 35^\circ$ ,  $\Delta\varepsilon_{max} = 15^\circ$ .
3. Uvolníme pouze parametry faset **TOP** a **BOT**. V tomto kroku prohlásíme parametry těchto dvou faset za totožné a optimalizujeme parametry uvolněných faset (kapitola 2.5). Pokud neznáme dostatečně přesně index lomu kamene optimalizujeme také index lomu.
4. Podle výsledku optimalizace upravíme model kamene a přepočítáme parametry referenčních svazků. Pro finální odhad množiny korespondencí  $\mathcal{C}$  použijeme algoritmus v kapitole 2.8.1.1 od bodu 1) do bodu 10).  $\mathcal{R}$  bude uspořádaná 24-tice referenčních svazků třídy **1A** a **3A**.  $\mathcal{M}$  bude obsahovat všechny měřené svazky.
5. K optimalizovaným parametrům přidáme parametry faset **UF1** až **UF12** a optimalizujeme.

### 2.8.1.3 Korespondence svazků třídy 5D

Svazky třídy **5D** můžeme v obraze pozorovat, pokud existuje úhlová odchylka mezi fasetou **TOP** a **BOT**. Předpokládáme, že pokud nějaká odchylka vznikne, bude max.  $1^\circ$ . Také předkládáme, že normálny faset **UF1** až **UF12** nejsou vůči pravidelnému tvaru *vivy12* příliš vychýleny.

Podstatné je, že známe polohu svazků třídy **3A**. Za výše uvedených okolností lze pozorovat vzor určující vzájemnou polohu dvojice svazků třídy **3A** a **5D**, které mají v seznamu stejné dopadové fasety např. dvojice (UF1-TOP-BOT, UF1-TOP-BOT-TOP-BOT). Vzájemnou polohu mezi všemi těmito páry lze popsat pomocí polárních souřadnic vzdáleností  $\rho$  a úhlem  $\varphi$ .

Polohu j-tého měřeného svazku popisujeme souřadnicemi  $x_m(M_j)$  a  $y_m(M_j)$ . Měřené svazky rozdělíme na uspořádanou  $n$ -tici  $\mathcal{N}$  obsahující 12 svazků třídy **3A** a uspořádanou  $o$ -tici  $\mathcal{O}$  obsahující zbylé svazky.

#### Parametry algoritmu

- $\rho_{max}$  - maximální vzdálenost obrazu svazků třídy **3A** a **5D** v pixelech,
- $\Delta\rho$  - maximální absolutní odchylka úhlu v obraze mezi párem svazků třídy **3A** a **5D**,
- $\Delta\varphi$  - maximální absolutní odchylka vzdálenosti v obraze mezi párem svazků třídy **3A** a **5D**,
- $p_{min}$  - minimální počet nalezených dvojic.

#### Algoritmus

1. Vypočítáme Euklidovu vzdálenost obrazů jednotlivých svazků

$$\rho_{j,k} = \sqrt{(x_m(N_j) - x_m(O_k))^2 + (y_m(N_j) - y_m(O_k))^2}$$

pro  $j = \{1, \dots, n\}$  a  $k = \{1, \dots, o\}$ .

$$\text{Směrový úhel určíme podle vztahu } \varphi_{j,k} = \arctan \frac{y_m(N_j) - y_m(O_k)}{x_m(N_j) - x_m(O_k)}.$$

2. Vybereme svazky vzdálené méně než  $\rho_{max}$  a dostaneme vektor vzdáleností  $\vec{\rho}$  a směrových úhlů  $\vec{\varphi}$ .

$$\{\varphi_{j,k} \subseteq \vec{\varphi}, \rho_{j,k} \subseteq \vec{\rho} \mid \rho_{j,k} < \rho_{max}\} \text{ pro } j = \{1, \dots, n\} \text{ a } k = \{1, \dots, o\},$$

kde  $\vec{\varphi} = (\varphi_{j_1,k_1}, \dots, \varphi_{j_s,k_s}) = (\varphi_1, \dots, \varphi_s)$  a  $\vec{\rho} = (\rho_{j_1,k_1}, \dots, \rho_{j_s,k_s}) = (\rho_1, \dots, \rho_s)$ .

3. Definujeme funkce  $g(x) \rightarrow \begin{cases} 1, & |x| < \Delta\rho \\ 0, & jinak \end{cases}$ ,  $h(x) \rightarrow \begin{cases} 1, & |x| < \Delta\varphi \\ 0, & jinak \end{cases}$ .

Pro vektor  $\vec{x}$  délky  $n$  platí  $g(\vec{x}) = (g(x_1), \dots, g(x_n))$  a  $h(\vec{x}) = (h(x_1), \dots, h(x_n))$ .

$$\text{Nechť } a = \arg \max_{q=\{1, \dots, s\}} \sum_{i=1}^s g(\varphi_i - \varphi_q), \quad b = \arg \max_{q=\{1, \dots, s\}} \sum_{i=1}^s h(\rho_i - \rho_q), \text{ potom}$$

$$\vec{v} = g(\vec{\varphi} - \varphi_a \cdot \vec{1}) + h(\vec{\rho} - \rho_b \cdot \vec{1}).$$

4. Nalezeme množinu potenciálních korespondencí  $\mathcal{C}'$ .  $\{(R_t, O_{k_q}) \subseteq \mathcal{C}' \mid v_q > 1\}$ , pro  $q = \{1, \dots, s\}$ , kde  $R_t$  je referenční svazek třídy **5D** se stejným seznamem dopadajících faset jako měřený svazek  $N_{j_q}$ .

5. Pokud  $\mathcal{C}'$  obsahuje alespoň  $p_{min}$  prvků, přidáme  $\mathcal{C}'$  do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$ .

#### 2.8.1.4 Korespondence svazků podle polohy v obraze a zářivého toku

Tento algoritmus se snaží o to nalézt dvojici svazků, které se promítou na podobnou pozici v obraze a mají vysoký zářivý tok. Snažili jsme se nalézt funkci, která by charakterizovala závislost mezi zářivým tokem  $\phi_{e_r}$  referenčních stop a zářivým tokem  $\phi_{e_m}$  měřených stop. Jednoduchou funkci jsme však nenašli. Ke korespondenci svazků budeme místo absolutního zářivého toku využívat jeho relativní velikost vzhledem k ostatním svazkům v blízkém okolí.

#### Parametry algoritmu

- $d_{m_{max}}$  - maximální vzdálenost měřených svazků v pixelech  $d_{m_{max}} = 80 \text{ px}$ ,
- $d_{r_{max}}$  - maximální vzdálenost referenčního svazku od měřeného svazku v pixelech  $d_{r_{max}} = 50 \text{ px}$ ,
- $\mathbf{L}_{max}$  - maximální velikost kritéria  $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{r' \times m'}$  pro přidání dvojice svazků do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$

#### Algoritmus

1.  $j = 1$ ,  $\vec{w}_{m'} = \vec{1}$ ,  $\vec{w}_{r'} = \vec{1}$ .
2. Nalezneme 3 svazky  $(M'_a, M'_b, M'_c) \subset \{\mathcal{M}' \setminus M'_j\}$  s nejmenší Euklidovou vzdáleností obrazu  $(d_a, d_b, d_c)$  od svazku  $M'_j$ .
$$d_a = \sqrt{(x_m(M'_j) - x_m(M'_a))^2 + (y_m(M'_j) - y_m(M'_a))^2}.$$
3. Necht  $f(M'_x) \rightarrow \begin{cases} \phi_{e_m}(M'_x), & d_x < d_{m_{max}}, \phi_{e_m}(M'_j) > 1 \text{ potom} \\ 1, & jinak \end{cases}$ 

$$\phi_{m'_{max}} = \max(\phi_{e_m}(M'_j), f(M'_a), f(M'_b), f(M'_c)).$$
4. Nastavíme váhy měřených svazků.
$$w_{m'_q} = \frac{\phi_{max}}{f(M'_q)} \text{ pro } q = \{j, a, b, c\}.$$
5. Nalezneme uspořádanou s-tici  $\mathcal{S} = (S_1, \dots, S_s)$  referenčních svazků z  $\mathcal{R}'$ .
$$\{R'_i \subseteq \mathcal{S} \mid d_{i,j} < d_{r_{max}}\} \text{ pro } i = \{1, \dots, r'\}, \text{ kde}$$

$$d_{i,j} = \sqrt{(x_m(M'_j) - x_r(R'_i))^2 + (y_m(M'_j) - y_r(R'_i))^2}.$$
6.  $w_{r'_j} = \max(\phi_{e_r}(\mathcal{S}))$ .
7. Dokud  $j \neq n'$ ,  $j = j + 1$  a opakujme body 2) až 6).
8. Necht  $g(x) \rightarrow \begin{cases} x, & x > 1 \\ 1, & jinak \end{cases}$ , potom můžeme určit kriteriální funkci
$$\mathbf{L}(i, j) = d_{i,j} \cdot w_{m'_j} \cdot g\left(\frac{\phi_{r_i}(\mathcal{R}'_i)}{w_{r'_j}}\right). \quad (2.6)$$
9. Potenciální korespondence  $\mathcal{C}'$  nalezneme podle vzájemně nejnižší velikosti kritéria v  $\mathbf{L}$ , které nepřekročí hodnotu  $L_{max}$ . Korespondující dvojice  $(R'_i, M'_j) \subseteq \mathcal{C}'$ , pokud
$$i = \arg \min_{q=\{1, \dots, r'\}} \mathbf{L}(q, j), \quad j = \arg \min_{q=\{1, \dots, m'\}} \mathbf{L}(i, q) \text{ a } \mathbf{L}(i, j) < L_{max}.$$
10. Vybereme korespondence z  $\mathcal{C}'$ , které můžeme přidat do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$ .
$$\{C'_l \in \mathcal{C} \mid C'_l \subseteq \{\mathcal{R}_f \cup \mathcal{M}_f\}\}.$$

### 2.8.1.5 Korespondence svazků podle ocásků

Ocásky svazků definujeme pomocí velikosti a směrového úhlu.

Počet ocásků referenčního svazku závisí na počtu stran polygonu, kterým popisujeme tvar svazku. Intenzitu ocásku v simulaci určuje zářivý tok svazku a na velikost hrany, na které ocásek vzniká.

Velikost  $\vec{\xi}_r(R_i)$  a směrový úhel  $\vec{\psi}_r(R_i)$  ocásků  $i$ -tého referenčního svazku  $R_i$  určuje vektor o délce  $n_i$ .

$\vec{\xi}_r(R_i) = (\xi_{r_1}(R_i), \dots, \xi_{r_{n_i}}(R_i))$ ,  $\vec{\psi}_r(R_i) = (\psi_{r_1}(R_i), \dots, \psi_{r_{n_i}}(R_i))$ , kde  $n_i$  je počet ocásků  $R_i$ .

Detekce ocásků měřeného svazku je popsána v kapitole 1.4.2. Obecně platí, že v obraze jsou detekovatelné ocásy, pro které byla v odpovídající simulaci vypočítána vysoká intenzita.

Velikost ocásků  $j$ -té měřené stopy značíme  $\vec{\rho}_m(M_j)$ , směrový úhel  $\vec{\varphi}_m(M_j)$ .

Podobnost ocásků hodnotíme podle kritéria, a to především na základě podobnosti směru ocásků. Velikost ocásků určuje váhu jednotlivých příspěvků.

#### Parametry algoritmu

$\Delta\alpha_{max}$  - maximální absolutní odchylka azimutu měřeného svazku od referenčního,

$\Delta\varepsilon_{max}$  - maximální absolutní odchylka elevace měřeného svazku od referenčního,

$\sigma$  - citlivost kriteriální funkce na úhlovou odchylku ocásků,

$L_{min}$  - minimální velikost kritéria  $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{r \times m}$  pro přidání dvojice svazků do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$ .

#### Algoritmus

1.  $i = 1$

2. Normujeme velikost referenčních ocásků  $\vec{\xi}_r(R_i) = \frac{\vec{\xi}_r(R_i)}{\max(\vec{\xi}_r(R_i))}$ .

3. Z referenčních ocásků vybereme pouze ty s dominantní intenzitou a získáme vektor velikost  $\vec{\rho}_r(R_i)$  a směr  $\vec{\varphi}_r(R_i)$  o délce  $n_k$ .

$\{\psi_{r_k}(R_i) \subseteq \vec{\varphi}_r(R_i), \xi_{r_k}(R_i) \subseteq \vec{\rho}_r(R_i) \mid \xi_{r_k}(R_i) > \xi_{min}\}$ , kde  $k = \{1, \dots, n_i\}$ .

4. Nalezneme uspořádanou  $n$ -tici  $\mathcal{N}$  z měřených svazků  $\mathcal{M}$ .

$\{M_j \subseteq \mathcal{N} \mid |\alpha_r(R_i) - \alpha_m(M_j)| < \Delta\alpha_{max}, |\varepsilon_r(R_i) - \varepsilon_m(M_j)| < \Delta\varepsilon_{max}\}$ , kde  $j = \{1, \dots, m\}$ .

5. Pokud  $M_j \subseteq \mathcal{N}$ ,

$$\mathbf{L}(i, j) = \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{l=1}^{n_l} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(\varphi_{r_k}(R_i) - \varphi_{m_l}(M_j))^2}{2\sigma^2}} \cdot \sqrt{\rho_{r_k}(R_i) \rho_{m_l}(M_j)}, \quad (2.7)$$

jinak  $\mathbf{L}(i, j) = 0$ , pro  $j = \{1, \dots, m\}$ , kde  $n_l$  je počet ocásků  $M_j$ .

6. Pokud  $i \neq r$ ,  $i = i + 1$  a opakujeme kroky 2) až 5).

7. Korespondující svazky nalezneme podle vzájemně nejvyššího kritéria v  $\mathbf{L}$  s minimální velikostí  $L_{min}$ . Korespondující dvojice  $(R_i, M_j) \subseteq \mathcal{C}$ , pokud  $i = \arg \max_{q=\{1, \dots, r\}} \mathbf{L}(q, j)$ ,

$$j = \arg \max_{q=\{1, \dots, m\}} \mathbf{L}(i, q) \text{ a } \mathbf{L}(i, j) > L_{min}.$$

## 2.8.2 Automatická optimalizace

Náklon kamene určíme při hledání korespondencí svazků třídy **1A**.

U jednotlivých algoritmů budeme uvádět použité množiny referenčních  $\mathcal{R}$  a měřených  $\mathcal{M}$  svazků, a maximální počet odrazů  $n_b$  referenčních svazků při jejich výpočtu na novém modelu. Referenční svazky se přepočítávají vždy, když dojde ke změně parametrů kamene. Dále uvádíme parametry použitých algoritmů.

Před zahájením optimalizace je třeba změřit zkoumaný kámen a určit parametry kamene  $d_{TOP}$ ,  $d_{BOT}$ ,  $h$  a  $h_{RF}$  (viz kapitola 2).

Pokud neuvedeme, které fasety optimalizujeme, budou optimalizovány stejné parametry jako v předchozím kroku.

Pokud nalezneme dvojici korespondujících svazků, automaticky ji přidáme do množiny korespondencí  $\mathcal{C}$ .

### Postup optimalizace

1. Detekujeme měřené svazky v obraze a určíme jejich parametry.
2. Podle naměřených parametrů sestavíme model kamene a vyřešíme referenční svazky jednou dopadovou fasetou.
3. Požijeme algoritmus uvedený v kapitole 2.8.1.1 a nalezneme korespondence svazků třídy **1A**. Optimalizujeme nejdříve náklon a rotaci kamene a poté parametry faset **UF1-UF12**.  $\mathcal{R}$  - referenční svazky třídy **1A**.  $\mathcal{M}$  - všechny měřené svazky. Pro první optimalizaci  $n_b = 1$ , pro druhou optimalizaci  $n_b = 4$ . Parametry algoritmu jsou následující  $d_{max} = 0.051 \text{ rad}^2$ ,  $n_{min} = 5$ .
4. Požijeme algoritmus uvedený v kapitole 2.8.1.2 a nalezneme korespondence svazků třídy **3A**. Optimalizujeme parametry faset **UF1-UF12**, **TOP** a **BOT**, u faset **TOP** a **BOT** zachováme rovnoběžnost.  $\mathcal{R}$  - referenční svazky třídy **3A**.  $\mathcal{M}$  - všechny volné měřené svazky.  $n_b = 5$ . Parametry algoritmu jsou popsány v kapitole 2.8.1.2.
5. Nalezneme svazky třídy **5D** podle algoritmu v 2.8.1.3. Pokud je detekce svazků třídy **5D** neúspěšná, zachováme rovnoběžnost faset **TOP** a **BOT** a optimalizujeme parametry faset.  $\mathcal{R}$  - referenční svazky třídy **5D**.  $\mathcal{M}$  - všechny volné měřené svazky.  $n_b = 7$ . Parametry algoritmu:  $\rho_{max} = 35 \text{ px}$ ,  $\Delta\rho = 2.5 \text{ px}$ ,  $\Delta\varphi = 0.3 \text{ rad}$ ,  $p_{min} = 5$ .
6. Pokud existují referenční svazky třídy **3C** nalezneme k nim odpovídající měřené svazky. Použijeme algoritmus pro hledání korespondencí podle ocásků 2.8.1.5. Pokud jsme nalezli nějakou korespondenci, optimalizujeme parametry faset.  $\mathcal{R}$  - referenční svazky třídy **3C**.  $\mathcal{M}$  - všechny volné měřené svazky.  $n_b = 7$ . Parametry algoritmu:  $\Delta\alpha_{max} = 2^\circ$ ,  $\Delta\varepsilon_{max} = 5^\circ$ ,  $\sigma = 0.05$ ,  $L_{min} = 10$ . Máme množinu korespondujících dvojic svazků  $\mathcal{C}$  obsahující svazky třídy **1A**, **3A**, **3C** a **5D**. Tyto korespondence jsou ve většině případů bezchybné, proto zavedeme referenční množinu korespondencí  $\mathcal{C}_{ref} = \mathcal{C}$ .
7. Položíme  $C = C_{ref}$ . Nalezneme korespondence svazků tříd **6A**, **6B**, **6C** a **6D**. Postup lze rozdělit na více kroků.
  - a) Nalezneme potenciální množinu korespondencí  $\mathcal{C}'$ . Použijeme algoritmus 2.8.1.4 s parametrem  $\mathbf{L}_{max} = 30$ .

- b) Pro potenciální korespondence  $\mathcal{C}'$  vypočítáme kritérium podobnosti  $\mathbf{L}$  podle ocásků 2.7. Pokud je pro danou dvojici svazků kritérium větší než 10, přidáme korespondenci do množiny  $\mathcal{C}$ .
  - c) Pro zbylé referenční svazky tříd **6A**, **6B**, **6C** a **6D** nalezneme korespondence podle ocásků 2.8.1.5. Nastavení parametrů algoritmu:  $\Delta\alpha_{max} = 7^\circ$ ,  $\Delta\varepsilon_{max} = 5^\circ$ ,  $\sigma = 0.05$ ,  $L_{min} = 10$ .
8. Nalezneme obraz referenčních svazků třídy **7C** a **7D**. Tyto svazky jsou v ideálním případě rovnoběžné. Pokud bude nastavení faset takové, že se tyto svazky dostatečně rozvíhají, pokusíme se k nim nalézt korespondující svazky podle bodu 7a) a 7b).
9. Pokud v bodě 7) a 8) nalezneme méně než tři korespondující svazky, vybereme volné referenční svazky s  $\phi_{er} > 1\%$  a elevací větší než  $15^\circ$ . Pro vybrané referenční svazky nalezneme korespondující svazky podle ocásků 2.8.1.5 s parametry  $\Delta\alpha_{max} = 25^\circ$ ,  $\Delta\varepsilon_{max} = 10^\circ$ ,  $\sigma = 0.2$ ,  $L_{min} = 8$ .
10. Optimalizujeme parametry faset a  $2\times$  opakujeme body 7) až 9), po nichž opět proběhne optimalizace faset.
11. Hledáme korespondence v oblastech, kde je malá hustota měřených svazků. Nalezneme měřené svazky, které mají v obraze nejbližší sousední měřený svazek dále než 50 px. Vybereme referenční svazky se zářivým tokem minimálně  $0.1\%$  a elevací minimálně  $\min(\varepsilon_r(\mathcal{C}))$ . Pro nalezení korespondencí použijeme algoritmus 2.8.1.4 s parametrem  $\mathbf{L}_{max} = 50$  a optimalizujeme parametry faset. Opakujeme  $2\times$ .
12. Současnou množinu korespondencí budeme uvažovat pouze jako potenciální  $\mathcal{C}' = \mathcal{C}$  a necháme si pouze referenční korespondence  $\mathcal{C} = \mathcal{C}_{ref}$ .
13. Vybereme referenční svazky se zářivým tokem minimálně  $0.1\%$  a elevací minimálně  $\min(\varepsilon_r(\{\mathcal{C} \cup \mathcal{C}'\})) - 3^\circ$ . Svazky spárujeme pomocí algoritmu 2.8.1.4 s parametrem  $\mathbf{L}_{max} = 20$ .
14. Bod 13)  $2\times$  opakujeme a poté optimalizujeme parametry faset.
15. Určení korespondencí a optimalizaci podle bodů 12), 13) a 14) dvakrát a dostaneme konečný výsledek náklonu faset broušených kamenů.

## 2.9 Výsledky

### 2.9.1

## 2.10 Klasifikace příznaků

Nalézt korespondující dvojice měřených a referenčních svazků pouze pomocí směru svazků je prakticky nemožné. Víme, že u měřených svazků můžeme kromě směru určit zářivý tok a detektovat ocásky (kapitola 1.4).

Prozkoumáme parametry referenčních a měřených svazků s cílem definovat závislost parametrů pomocí jednoduché funkce. Nalezení závislosti parametrů zjednoduší úlohu korespondence svazků.

### 2.10.1 Ground truth

Abychom mohli hledat závislosti mezi parametry měřených a referenčních svazků, potřebujeme získat data s korespondujícími svazky. Toho dosáhneme tak, že ručně upravujeme množinu korespondencí a optimalizujeme náklon faset. Proces ručního přiřazování svazků ukončíme, když nalezneme optimální náklon faset, který zajišťuje maximální shodu měřených a referenčních svazků. Tyto korespondence považujeme za správné.

Ručně určené korespondence označujeme výrazem "*ground truth*" podobně jako v oblasti strojového učení, kde slouží jako přesná data v trénovací množině pro určení statistických modelů. Použití výrazu "*ground truth*" je ovšem v našem případě sporné, neboť určení množiny korespondencí závisí na osobě, která tato úlohu provádí. To, co v našem případě označujeme jako "*ground truth*", je množina, o které se domníváme, že by měla obsahovat správné korespondence svazků, ale v našem případě nemůžeme s naprostou jistotou tvrdit, že tomu tak je.

### 2.10.2 Změna zářivého toku se změnou parametrů kamene

Chceme zjistit, jak je zářivý tok svazků závislý na změně parametrů faset.

Máme k dispozici 27 snímků, které zachycují 9 různých kamenů typu *viva12*. Při určení "*ground truth*" jsme zároveň našly optimální matematické modely kamenů. Vezmeme si postupně každý s těchto modelů a měníme náklon normály vybrané fasety o jeden stupeň ve čtyřech kolmých směrech. Nakonec normálu vrátíme zpět na původní hodnotu. Takto nakloníme normály všech 14-ti faset kamene.

Nakloněním normály fasety vznikne nový model kamene. Pro tento model pomocí LADOKu vyřešíme parametry svazků. Pokud se zářivý tok svazku od původního modelu změnil, zapamatujeme si jeho hodnotu. Pro jednotlivý svazek dostaneme vektor hodnot zářivého toku  $\vec{\phi}_e$ .

Abychom mohli porovnat změnu zářivého toku, který se může u svazků řádově lišit, vyjádříme změnu toku pomocí variačního koeficientu  $c_v$ . Variační koeficient je výsledkem podílu směrodatné odchylky a střední hodnoty vektoru  $\vec{\phi}_e$ .

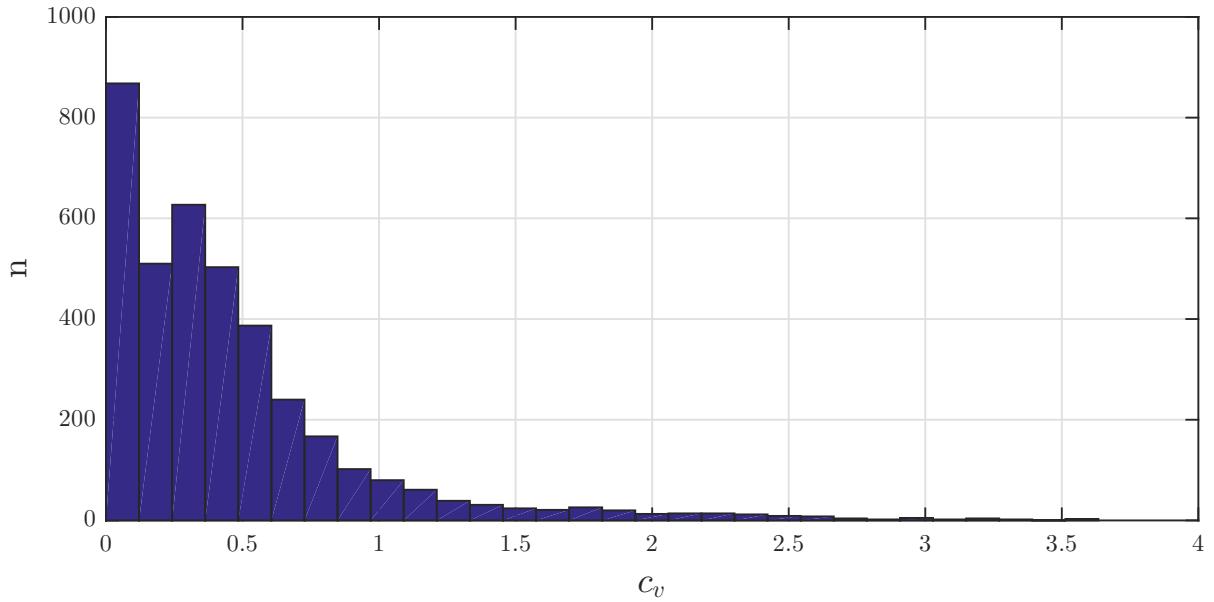
$$c_v = \frac{\sigma(\vec{\phi}_e)}{E(\vec{\phi}_e)}. \quad (2.8)$$

Určíme variační koeficient všech referenčních svazků se známými korespondujícími svazky a výsledek zaneseme do histogramu 2.14. V histogramu vidíme, že existuje nezanedbatelný počet svazků, pro které změna náklonu fasety o  $1^\circ$  znamená změnu zářivého toku o více než polovinu původní hodnoty. Je zřejmé, že obdobně se bude měnit zářivý tok svazků při posunu fasety.

Výsledek naznačuje, že nebude snadné nalézt funkci, která by definovala vztah mezi zářivým tokem referenčních a měřených svazků.

### 2.10.3 Závislost zářivého toku

Broušený kámen je ozářen laserovým svazkem o vlnové délce 670 nm. Při průchodu světelného svazku kamenem se část záření absorbuje a přemění se na teplo. Absorpce záření závisí na odstínu



Obrázek 2.14: Histogram variačního koeficientu zářivého toku svazků pro data z 27 snímků kamene *viva12*.

kamene, proto si vybereme kameny stejného odstínu. V našem případě zvolíme odstín *Hyacint*, který se vyznačuje nízkou absorpcí zdrojového svazku.

Korespondující svazky jsme určili pro 4 kameny odstínu *Hyacint*, kde každý svazek byl  $3 \times$  s různou rotací umístěn do měřicí soustavy. S korespondencemi z 12 snímků pracujeme jako s celkem a dostaneme množinu uspořádaných dvojic měřených a referenčních svazků.

Měřené svazky charakterizuje zářivý tok  $\vec{\phi}_{e_m}$  a referenční svazky zářivý tok  $\vec{\phi}_{e_r}$ . Cílem je nalézt funkci  $h$ , pro kterou

$$\phi_{e_r} = h(\phi_{e_m}) . \quad (2.9)$$

Abychom mohli porovnat data z více měření, vyjádříme si zářivý tok měřených svazků jako jejich poměr ku součtu zářivého toku všech měřených svazků v jednotlivém snímku.

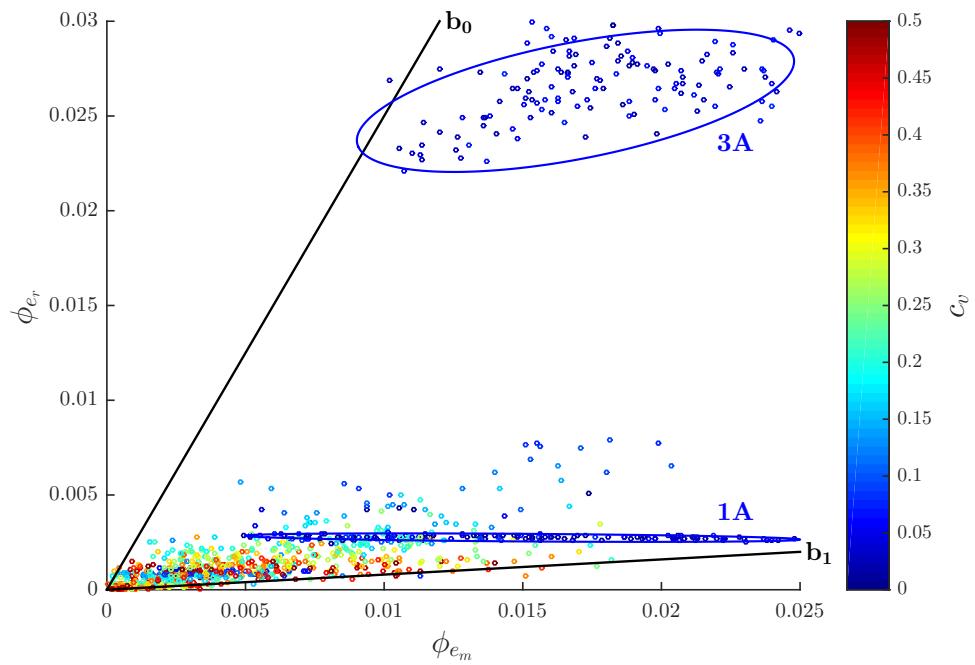
Závislost  $\phi_{e_r} = f(\phi_{e_m})$  vyneseme do grafu 2.15, kde jsou vykresleny pouze svazky s variačním koeficientem  $c_v$  menším než 0.5. Do grafu zároveň zakreslíme hranice  $\mathbf{b}_0$  a  $\mathbf{b}_1$  vymezující oblast, kde se nachází většina svazků.

Výsledek není příliš optimistický. Data v grafu jsou příliš rozptylena na to, abychom mohli nalézt spolehlivou funkci popisující závislost 2.9. Důvodů může být hned několik.

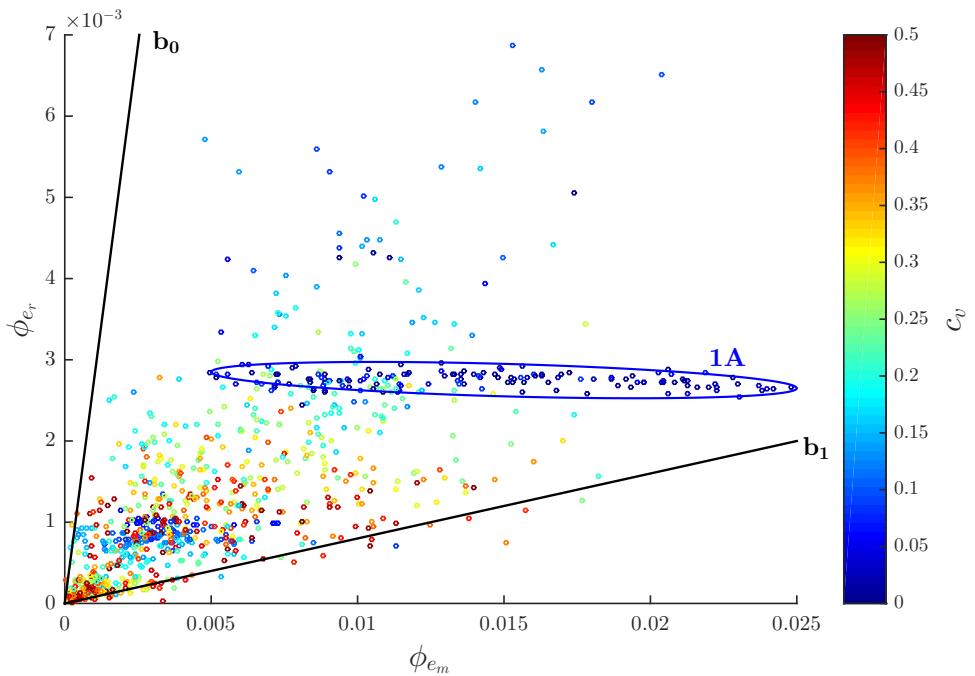
Víme, že v modelu kamene nejsou postihnutý všechny skutečnosti ovlivňující velikost zářivého toku stop. Můžeme zmínit například to, že v modelu není zahrnuta čistota materiálu, která nemusí a prakticky ani není v celém materiálu konstantní. Nedokonalé proleštění fasety ovlivňuje rozptylové parametry světelného svazku. Změna parametrů fasety vede ke změně plochy fasety, tedy i ke změně plochy svazku, který je omezen hranou této fasety. Malá změna parametrů fasety může vést k velké změně zářivého toku svazku, což jsme si ukázali v kapitole 2.10.2. Tyto a další vlastnosti v konečném důsledku vyústí v chybu údaje na y-ové ose grafu 2.15.

Na druhé straně musíme počítat s nejistotou určení zářivého toku detekovaných svazků vznikající při extrakci parametrů svazků z obrazu. Mezi zásadní problémy patří šum, překrývání stop, difuzní odrazivost svazků či odhad pozadí snímku.

Ve grafu 2.15 jsou patrné shluky bodů, které přesto, že mají referenční zářivý tok podobné velikosti se velikost detekovaného zářivého toku znatelně liší. Při detailnějším pohledu zjistíme, že se jedná o stopy třídy (**1A** a **3A**). Tyto svazky se navíc vyznačují téměř nulovým variačním koeficientem zářivého toku. Pro třídu **1A** můžeme velké odchylky vysvětlit tím, že povrch kamene



Obrázek 2.15: Závislost zářivého toku referenčních svazků na velikosti zářivého toku měřených svazků. Zobrazeny jsou pouze svazky s variačním koeficientem zářivého toku větším než 0.5. Zakresleny jsou vymezővací hranice  $\mathbf{b}_0$  a  $\mathbf{b}_1$ . Výsledky pro odstín *Hyacint*.



Obrázek 2.16: Detail obrázku 2.15. Vynechány jsou svazky třídy **3A**.

byl až matný a odrážel tak více světla, než jsme očekávali.

#### 2.10.4 Závislost parametrů ocásků

Zajímáme se to, jak může přispět znalost ocásků měřených s referenčních svazků k nalezení korespondující dvojice.

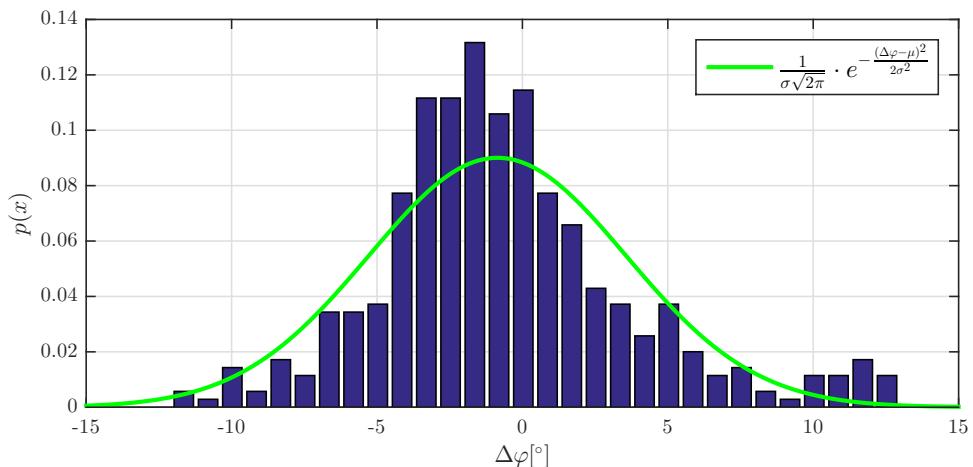
Korespondující ocásky nalezeme pomocí jednoduchého algoritmu založeného na podobnosti směru ocásků korespondujících stop a výsledek ručně upravíme. Máme k dispozici data korespondujících ocásků pro 25 snímků celkem deseti kamenů *viva12*.

Ocásky parametruzujeme pomocí velikosti  $\rho$  a směrového úhlu  $\phi$ . Z korespondujících ocásků získáme parametry měřených ocásků  $\vec{\rho}_m$  a  $\vec{\varphi}_m$  a k nim odpovídající parametry  $\vec{\rho}_r$  a  $\vec{\varphi}_r$ .

#### 2.10.5 Směrový úhel

U směrového úhlu potřebujeme vědět, do jaké míry souhlasí směr měřeného a směr referenčního svazku. Vypočítáme rozdíl směrových úhlů  $\Delta\vec{\phi}$  a vyneseme do grafu 2.17 rozložení pravděpodobnosti.

$$\Delta\vec{\phi} = \vec{\varphi}_m - \vec{\varphi}_r. \quad (2.10)$$



Obrázek 2.17: Odhad pravděpodobnostní funkce rozdílu směrového úhlu mezi měřenými a referenčními ocásky. Aproximace Gaussovou křivkou s parametry  $\sigma = 4.43^\circ$  a  $\mu = -0.86^\circ$ .

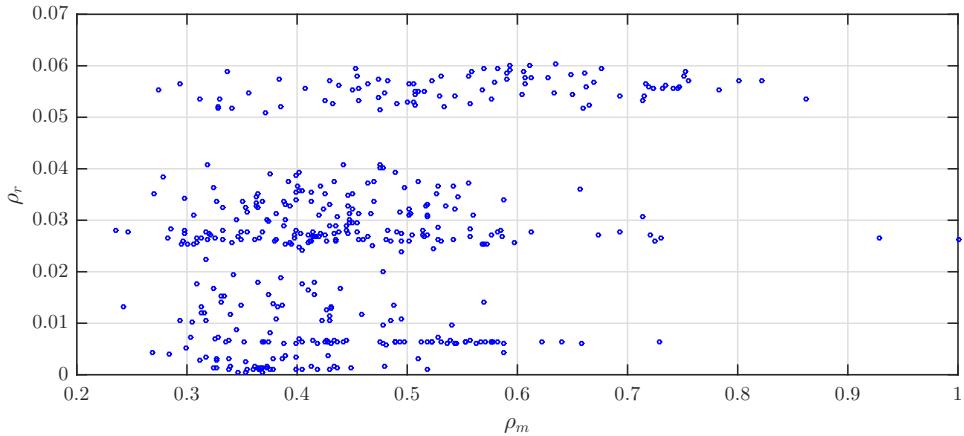
Pravděpodobnostní rozdělení na obr. 2.17 lze approximovat Gaussovou funkcí

$$f(\Delta\varphi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\Delta\varphi-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.11)$$

s rozptylem  $\sigma = 4.43^\circ = 0.077$  rad a střední hodnotou  $\mu = -0.86^\circ = -0.15$  rad. Tato funkce může sloužit jako základ pro určení podobnostní ocásků.

#### 2.10.6 Velikost

Vykreslili jsme si závislost velikosti referenčních ocásků na velikosti měřených ocásků. V grafu 2.18 jsou pouze náhodně vybrané vzorky závislosti  $\rho_r = f(\rho_m)$ , kde  $\rho_m = \frac{\rho_m}{\max \vec{\rho}_m}$ . Naměřené velikosti ocásků se zdají být v souvislosti s velikostí referenčních ocásků takřka nahodilé. Nejsme schopni nalézt funkci  $f$ , která by popisovala závislost  $\rho_r = f(\rho_m)$ .



Obrázek 2.18: Závislost velikosti referenčních ocásků  $\rho_r$  na velikosti měřených ocásků  $\rho_m$  pro náhodně vybranou podmnožinu korespondujících ocásků.

## 2.11 Vizualizace

### 2.11.1 Ovládací menu

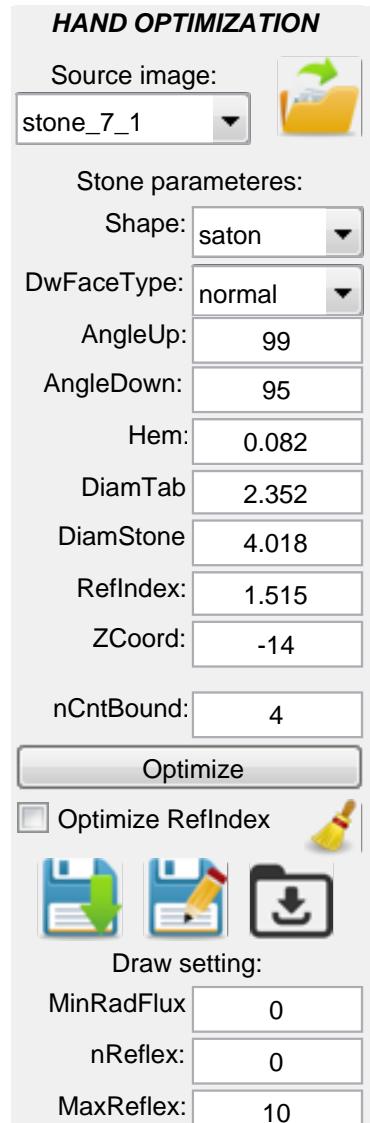
GUI program, který umožňuje ruční optimalizace kamene spustíme příkazem ***handOptimization***. V prvé řadě je zapotřebí vybrat snímek kamene optimalizovaného kamene. Pokud je snímek ve výchozím adresáři (složka *samples* v kořenovém adresáři programu), lze snímek vybrat z rozbalovacího menu *Source image*. V opačném případě je možnost vybrat snímek ručně přes ikonu . Po výběru snímku se zobrazí zdrojový snímek 2.11.2.

Dalším postupem je nastavení optimalizovaného kamene. V současné době jsou implementovány broušené kameny tvaru **viva12**, **šaton** a **čtverec**. V první řadě vybereme tvar kamene v kolonce *Shape*. Pod touto kolonkou se zobrazí parametry kamene, které je třeba před optimalizací vyplnit. V případě kamene **viva12** se jedná o výšku, průměr tabulky a průměr kamene resp. *High*, *DiamTab* a *DiamStone*. Pro kameny **šaton** a **čtverec** nastavujeme shodné parametry: typ dolních faset, vrcholový úhel mezi horními a dolními fasetami, velikost lemu (ideálně 0), průměr kamene a průměr tabulky resp. *DwFaceType*, *AngleUp*, *AngleDown*, *Hem*, *DiamTab* a *DiamStone*. Pro všechny typy broušených kamenů nastavujeme navíc index lomu a *z* souřadnici kamene v souřadné soustavě zkalirované měřicí soustavy resp. *RefIndex* a *ZCoord*. Jednotky rozměrů a souřadnice jsou uváděny v milimetrech, úhly ve stupních.

Všechny parametry brusu lze měnit i v průběhu optimalizačního procesu. Touto metodou je tedy možné dodatečně určovat neznámé parametry kaneme, úspěch však nelze zaručit.

Položka *nCntBound* určuje počet odrazů laserového svazku, které se počítají v matematickém modelu. Doporučení je začít s malým číslem a postupně jej navýšovat.

Tlačítkem *Optimize* spustíme optimalizaci náklonu faset kamene, která gradientní metodou naleze nejlepší model kamen tak, aby směry výstupních svazků modelu odpovídaly směrům přiřazených svazků z experimentálního měření. Ruční přiřazení korespondencí je popsáno v kapitole 2.11.2. V případě potřeby se

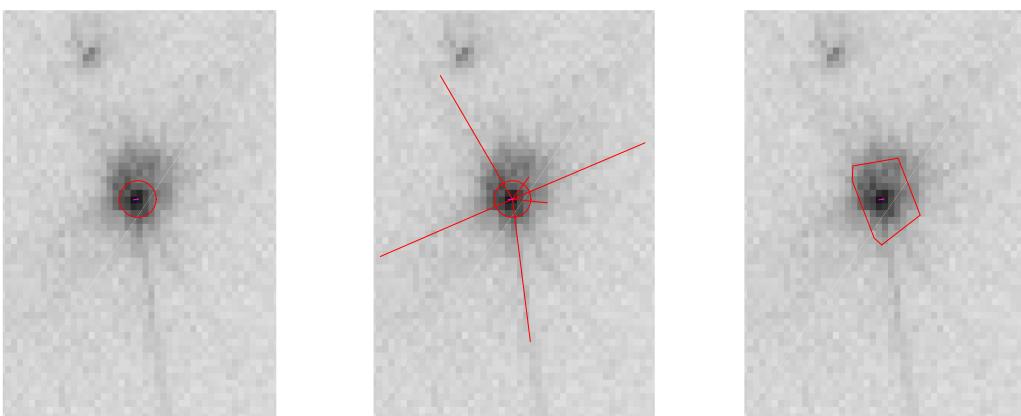


stiskem tlačítka  $Z$  vrátíme k modelu před optimalizací.

Výběrem kolonky *Optimize RefIndex* dovolíme optimalizačnímu procesu měnit index lomu kamene. V případě, že je index lomu předem určen doporučuje se index lomu neuvolňovat.

Nalezených korespondence a parametry modelu lze pomocí ikony uložit do stejného adresáře jako vzorový snímek nebo přes ikonu vybrat umístění ručně. Uložené výsledky načteme volbou ikony . V průběhu optimalizace můžeme využít užitečné ikony , která odstaní přiřazené korespondence, pro které v modelu kamene není přítomen odpovídající svazek.

V ovládacím menu se dále nachází sekce s nastavením hodnot pro vykreslení svazků z modelu kamene do snímku z kamery. Doba vykreslení svazků z modelu kamene závisí na počtu svazků. Pro zmenšení doby vykreslení lze vybrat určitou část svazků, které jsou v oblasti našeho zájmu. Nejen, že se zrychlí doba vykreslení, ale získáme větší přehled mezi modelovanými svazky.



Obrázek 2.20: Porovnání vykreslovacích stylů. Zleva *RadFlux*, *Tails* a *Polygon*.

Pomocí kolonky *MinRadFlux* se můžeme omezit pouze na svazky, které mají větší zářivý tok než je určena hranice. Hranici lze nastavovat v intervalu od 0 do 10000, což odpovídá odrazu celého laserového svazku od zrcadla. Hodnota *nReflex* určuje výběr svazků s přesným počtem odrazů. Pokud *nReflex* roven 0 vykreslení není tímto parametrem omezeno. Dále se lze u vykreslení omezit maximálním počtem odrazů svazků, což je omezeno velikostí *MaxReflex*.

Svazky lze vykreslit třemi různými styly. Výchozí styl *RadFlux* vykresluje velikost svazků podle hodnoty zářivého toku. Styl *Tails* k tému navíc přidává ocásy, které vzniknou průchodem svazku přes hranu kamene. Posledním vykreslovacím stylem je styl *Polygon*. Zde je na pozici dopadu světelného svazku pomocí polygonu znázorněn tvar svazku po jeho lomu z kamene. Vykreslené svazky kterýmkoliv stylem lze zvětšovat či zmenšovat pomocí klávesnice + resp. -.

Kolonka *Draw Model* slouží k vykreslení aktuálního modelu kamene.

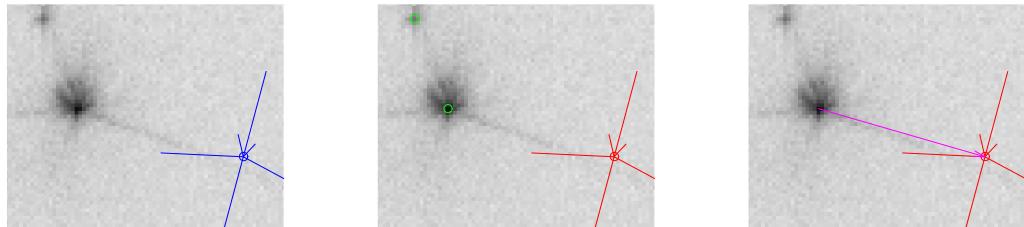
### 2.11.2 Zdrojový snímek

Po výběru snímku v ovládacím menu 2.11.1 se pozadí nového okna zobrazí odpovídající snímek. Přes snímek jsou odpovídajícím stylem (2.11.1) nakresleny místa dopadu zvolených světelných svazků 2.11.1 z aktuálního matematického modelu kamene.

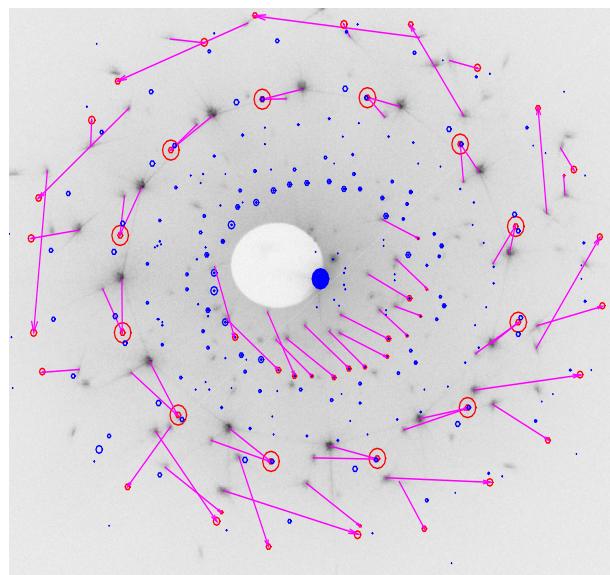
Okno je nastaveno tak, že reaguje na akce ovládacích prvků na optické myši. Stisknutí levého tlačítka na myši znamená výběr nejbližšího vykresleného svazku. Zobrazí se detekované stopy a vybraný svazek. Opětovným stiskem tlačítka vybereme nejbližší stopu, která spolu se svazkem utvoří korespondující pár. Po spárování se zobrazí opět pouze svazky, kde jsou však barevně odděleny svazky tvorící korespondující páry. Opětovným výběrem svazku, který již byl spárován, odstraníme odpovídající korespondující páry.

Stiskem pravého tlačítka myši vykreslíme aktuální modle kamene s vyznačenou cestou vybraného svazku.

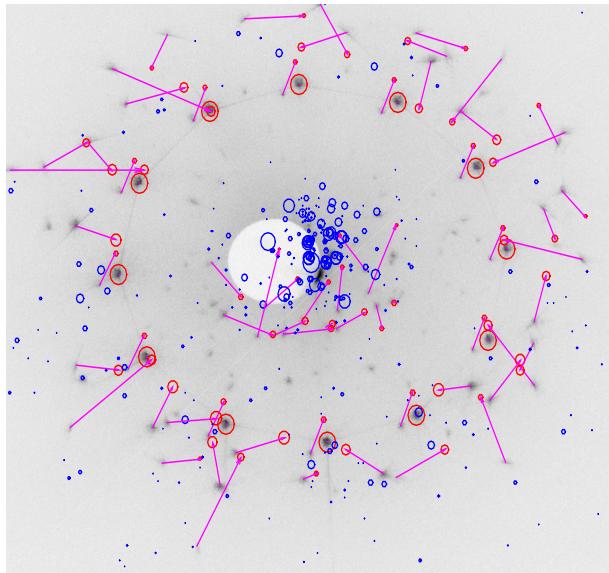
Změnou polohy kolečka optické myši lze snímek přiblížit či oddálit, což umožňuje snadné zaměření na detaily snímku.



Obrázek 2.21: Ilustrace přiřazení svazku ke stopě. Vlevo volný svazek, uprostřed vybraný svazek a vpravo vytvořený pár svazek/stopa. Vykresleno stylem *Tails*



Obrázek 2.22: Vzdálenosti stop od svazků u počátečního modelu. Určit všechny korespondující páry v jednom kroku je prakticky nemožné.



Obrázek 2.23: Vzdálenosti stop po prvním kroku optimalizace. Situace se od obrázku 2.22 změnila, ovšem stále lze spolehlivě přiřadit pouze některé páry.

### 3. Nový příznak svazků

Jedním z nástrojem ke zkoumání vlastností broušeného kamene je nasvícení jeho povrchu světelným svazkem. Na fasetách broušeného kamene dochází ve zjednodušeném případě k odrazu a lomu světelného svazku. Z toho důvodu se dopadající světelný svazek roztríští na řadu světelných svazků, které z kamene vystupují v různých směrech, s rozdílným zářivým tokem a dalšími typickými vlastnostmi, jako je například polarizace. Vystupující světelné svazky lze zachytit na stínítku. Obrazec vzniklý na stínítku jednoznačně charakterizuje broušený kámen.

Pro tento experiment nasvícení kamene již vznikla řada programů obsahující více či méně věrohodný matematický model. Máme tedy možnost průlet světelného svazku kamenem simuloval.

V našem případě využíváme program LADOK, který vznikl v Centru strojového vnímání na katedře Kybernetiky ČVUT v Praze. Simulační program LADOK dostatečně přesně určuje matematický model experimentu.

Cestou, jak určit tvar a další typické vlastnosti kamene, je rozpoznat vystupující paprsky a nalézt takový matematický model, jehož výstup by odpovídal reálné situaci (obrazci na stínítku).

Problém však tkví v rozpoznání světelných svazků. V tomto případě jde o to ke každému svazku, viditelnému na stínítku, přiřadit správnou posloupnost faset kamene, přes které se světelný svazek lomil nebo odrážel. Parametry svazku, které nám pomáhají rozpoznat jeho cestu jsou směr (azimut, elevace), zářivý tok, intenzita, plocha, velikost a směr světelných šmouh, dále nazývaných ocásky, vznikajících při průchodu světelného svazku přes hranu kamene.

Cílem experimentu je pokusit se nalézt další parametr světelného svazku, jenž by v kombinaci s ostatními parametry pomohl svazek správně rozpoznat.

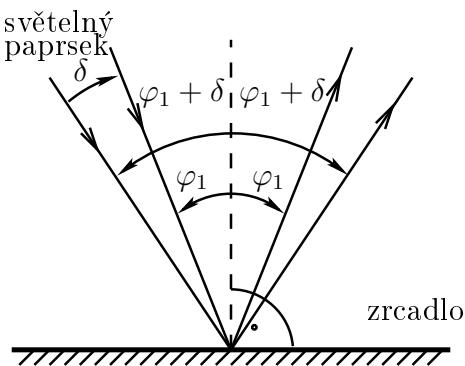
Pokusíme se naleznout směr či velikost posunu světelných svazků při rotaci kamene nebo při naklonění zdroje dopadajícího světelného svazku.

### 3.1 Popis problému

Rotace kamene kolem osy způsobí změnu vlastností vystupujících světelných svazků (směru, zářivého toku, intenzity, vlastnosti ocásků atd.). Za určitých okolností může světelný svazek zcela vymizet. Tato situace nastává například při lomu světelného svazku z kamene do okolí. Když vlivem rotace překročíme kritický úhel, nedochází k vylomení světelného svazku, ale k totálnímu odrazu na fasetě. Světelný svazek také postupně zmizí při posunu světelného svazku mimo fasetu, a to jak při odrazu, tak při lomu. Ze stejných důvodů, proč mohou světelné svazky vymizet, mohou naopak vzniknout svazky nové.

Uvažujeme zjednodušenou situaci. Světelný svazek nahradíme světelným paprskem ležícím v jeho pomyslném těžišti.

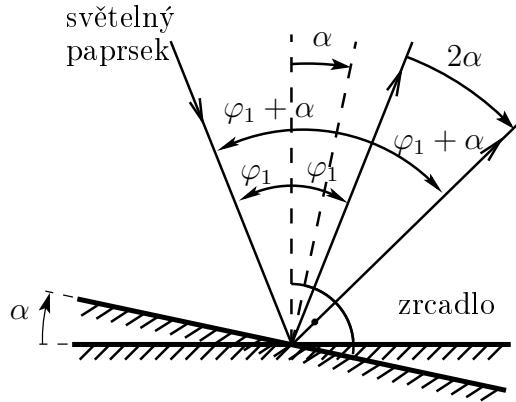
Světelný paprsek necháme dopadat na zrcadlo pod úhlem  $\varphi_1$  a od nějž se odráží podle známého zákona odrazu pod úhlem  $\varphi_1$ . Při vychýlení světelného paprsku o úhel  $\delta$  v kladném směru úhlu  $\varphi_1$  je odražený úhel  $\varphi_1 + \delta$ . Odražený paprsek se otočí o úhel  $\delta$ .



Obrázek 3.1: Odraz laseru od zrcadla. Změna úhlu dopadajícího světelného paprsku vyvolá stejně velkou změnu úhlu odraženého paprsku.

Jiná situace nastává při rotaci zrcadla kolem osy o úhel  $\alpha$  v záporném směru. Světelný paprsek dopadá na zrcadlo pod úhlem  $\varphi_1 + \alpha$ . Odráží se pod úhlem  $\varphi_1 + \alpha$ , ale vzhledem k tomu, že vstupní paprsek je ve stejné pozici, se výstupní paprsek otočí o úhel  $2\alpha$ .

Důsledkem toho dostaneme identické výsledky experimentu při rotaci kamene, jako při natočení světelného zdroje o dvojnásobný úhel v opačném směru. Dále budeme tedy uvažovat pouze rotaci kamene.

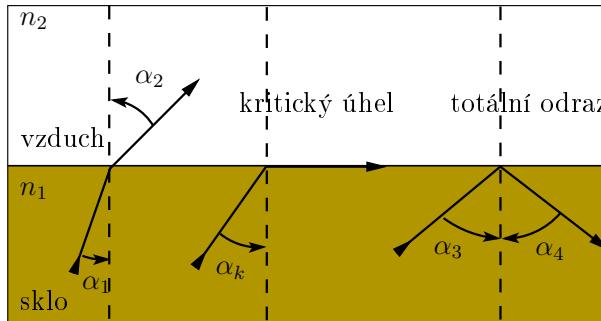


Obrázek 3.2: Odraz laseru od rotujícího zrcadla. Rotace zrcadla vyvolá dvojnásobnou změnu velikosti úhlu odraženého paprsku.

Pokud by docházelo pouze k odrážení od zrcadel v dvojrozměrné rovině, tak by naše zkoumání postrádalo smysl. Výstupní parsek by se vždy otočil o dvojnásobek úhlu rotace kamene, a to ve stejném směru.

S uvažováním materiálu kamene s konstantním indexem lomu  $n_1 > 1$  a okolí s indexem lomu  $n_2 = 1$  se situace dramaticky mění. Vezměme si příklad lomu světelného paprsku z kamene přes rovinnou fasetu. Úhel dopadajícího paprsku na fasetu označme  $\alpha_1$  a úhel lomeného svazku  $\alpha_2$ , pak můžeme podle Snellova zákona psát:

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2) = \sin(\alpha_2).$$



Obrázek 3.3: Tři případy, které mohou nastat při dopadu světelného paprsku na fasetu. Zleva lom paprsku z kamene, dopad pod kritickým úhlem a totální odraz.

Zkoumejme změnu výstupního úhlu  $\alpha_2$  na změně úhlu  $\alpha_1$ . Nejprve si vyjádříme úhel  $\alpha_2$  následně zderivujeme podle  $\alpha_1$ .

$$\alpha_2 = \arcsin(n_1 \sin \alpha_1) \implies \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = \frac{n_1 \cos \alpha_1}{\sqrt{1 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}}. \quad (3.1)$$

Pokud se dostáváme ke kritickému úhlu  $\alpha_k$ , kdy dochází k totálnímu odrazu, potom

$$\sin \alpha_2 = 1 \implies \sin \alpha_1 = \frac{1}{n_1}.$$

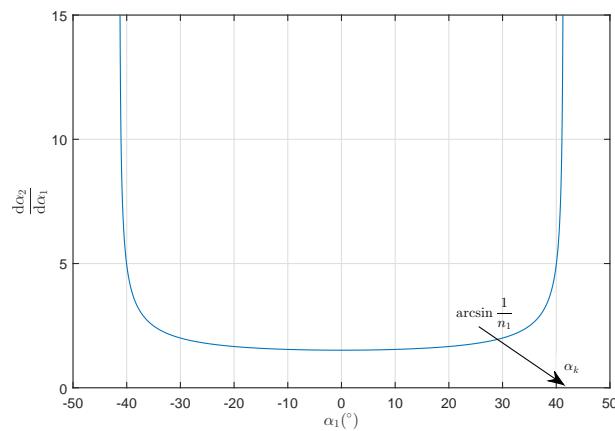
Změnu výstupního úhlu  $\alpha_2$  a vypočtením limity v okolí kritického úhlu pro  $n_1 > 1$  dostaneme

$$\lim_{n \rightarrow \alpha_k} \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = \frac{n_1 \cos(\arcsin \frac{1}{n_1})}{\sqrt{1 - n_1^2 \frac{1}{n_1^2}}} \rightarrow \infty. \quad (3.2)$$

Z grafu 3.4 zjistíme, že minimum funkce  $\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1}$  vychází pro  $\alpha_1 = 0^\circ$ . Po dosazení

$$\left. \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} \right|_{\alpha_1=0^\circ} = \frac{n_1}{\sqrt{1-0}} = n_1. \quad (3.3)$$

Velikost změny posunu světelného svazku tedy může být teoreticky libovolně větší než je index lomu  $n_1$ .



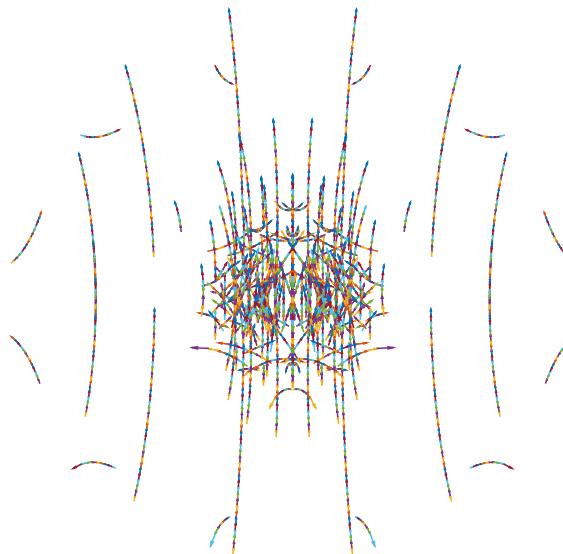
Obrázek 3.4: Závislost změny lomeného úhlu na velikosti dopadajícím úhlu. Pro kritický úhel roste k nekonečnu. Graf funkce popsané vzorcem 3.2.

## 3.2 Modelování pohybu světelných svazků v programu LADOKU

V programu pro simulaci průchodu světelného paprsku konvexním objektem jsme provedli experiment s rotací broušeného kamene. Pro svoji jednoduchost jsme vybrali kámen ve tvaru šatonové růže s 12 bočními fasetami, tabulkou a spodkem ideálního tvaru (VIVA12).

Rotací kamene okolo osy kolmé ke spodku kamene dostaneme pouze soustředné kružnice. Kámen jsme tedy rotovali kolem vodorovné osy procházející středem spodku kamene o konstantní úhel v každém kroku. Zaznamenali jsme směry vystupujících svazků při různých pozicích kamene. Výsledek jsme vykreslili do polárního grafu. Ze dvou po sobě následujících pozic kamene jsme šipkou spojili pozici svazků se stejnou historií odrazu a lomů od faset kamene. Výsledný obrazec je znázorněn a grafu 3.5.

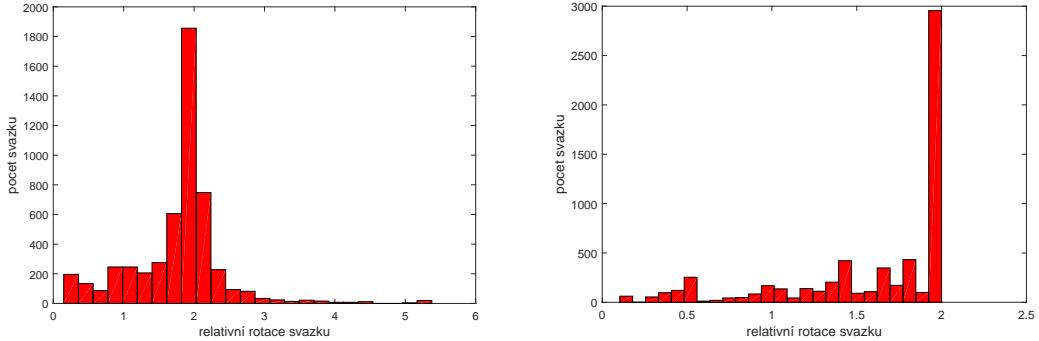
Z praktického hlediska nás potom mohou pouze svazky, jejichž stopy lze na stínítku detektovat.



Obrázek 3.5: Dráhy jednotlivých světelných stop svazků vycházejících z kamene VIVA12 získané pomocí simulačního programu LADOK. Zobrazeny jsou pouze svazky s významnou energií vycházející v horního poloprostoru kamene.

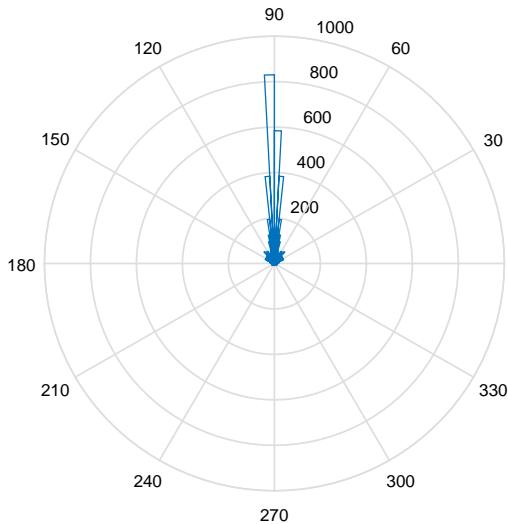
Pro lepší představu o změně natočení jednotlivých svazků nám může být užitečný kruhový histogram znázorňující směr jejich pohybu (obr. 3.5). Na něm vidíme, že větší část se pohybuje ve směru rotace kamene. Podstatná většina svazků se posouvá ve směru rotace kamene, což ovšem není příliš nápomocné při jejich identifikaci.

Existují však svazky, které jsou svým pohybem charakteristické a lze je tedy oddělit od ostatních. Kritériem pro rozpoznání svazků nemusí být pouze směr pohybu, ale jak vidíme na obr. 3.5 i velikost. V neposlední řadě přichází v úvahu i změna zářivého toku svazků, změna velikosti ocásků a další.



Obrázek 3.6: Vlevo histogram velikosti natočení světelných svazků kamene VIVA12 z obrázku 3.5. Vlivem lomu je relativní natočení v mnoha případech větší než 2. V okolí kritického úhlu roste změna k nekonečnu. Pokud ztotožníme indexy lomu kamene a okolí, tak relativní natočení nebude větší než 2. To lze vidět na histogramu vpravo.

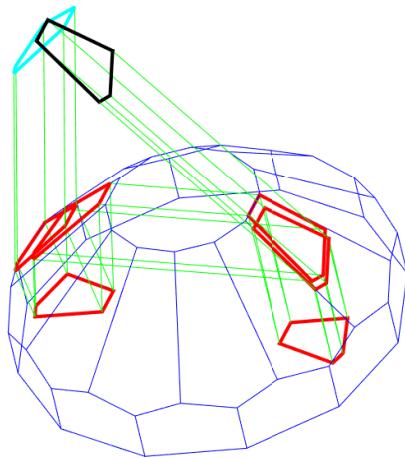
Vykresleme si histogram (obr. 3.6 vlevo) relativní velikosti natočení vystupujících svazků. Z něj je patrné, že řada svazků rotuje o více než dvojnásobek úhlu rotace kamene  $\alpha$ , což potvrzuje teorii o relativní změně velikosti natočení z rovnice 3.2.



Obrázek 3.7: Kruhový histogram směru pohybu jednotlivých svazků kamene VIVA12 z obrázku 3.5. Většina stop se pohybuje ve směru rotace kamene.

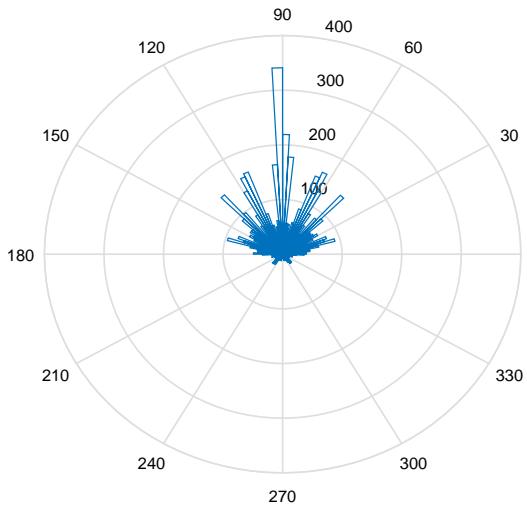
Pokud vezmeme teoreticky kámen o stejném indexu lomu, jako je okolí, neměl by se v kameni lom objevovat. Potom by se velikost rotace výstupního svazku úhel větší než  $2\alpha$ , způsobená právě rozdílným indexem lomu, neměla vůbec objevovat. Pro potvrzení této teorie jsme provedli

stejnou simulaci jako v předchozím případě. Indexy lomu kamene a jeho okolí jsme ztotožnili a výsledek simulace ukázal, že rotace výstupních svazků úhel větší než  $2\alpha$  se již nevyskytuje. To nám dokládá zhotovený histogram (obr. 3.6 vpravo).



Obrázek 3.8: Průlet světelného svazku kamenem VIVA12. Příklad s velkou změnou vystupujícího úhlu. Dopad světelného svazku na fasetu kamene je znázorněn hranolem s modrým okrajem. Svazek vystupující z kamene je hranol s černým okrajem. Svazek kamenem putuje následovně: 1. lom do kamene, 2. odraz od spodku, 3. odraz od fasety, 4. odraz od fasety na protější straně, 5. odraz od spodku, 6. dopad na fasetu pod úhlem blízkým kritickému úhlu a lom z kamene.

Téměř konstantní směrovost rotace svazků u kamene VIVA12 zmenšuje význam příspěvku této vlastnosti k lepšímu rozpoznání světelných stop. Pokud ovšem provedeme stejný experiment na broušeném kameni jiného tvaru, dostaneme rozdílný výsledek. Například u šatona, svým tvarem složitějším než VIVA12, je směr rotace svazků rozmanitější. Velká část z nich samozřejmě rotuje ve směru rotace kamene. Jak ale vidíme z kruhového histogramu (obr. 3.9), lze rozlišovat i velké množství stop pohybujících se např. pod úhlem  $45^\circ$ . U šatona tedy může směr pohybu svazků nemalou měrou pomoci v jejich rozpoznání.



Obrázek 3.9: Kruhový histogram směru rotace jednotlivých světelných svazků u šatona. Svazky se natáčí různými směry, kterými lze svazky charakterizovat.

# 4. Ověření správnosti korespondencí

Máme k dispozici algoritmy, pomocí kterých jsme schopni nalézt korespondující svazky. U některých, zvlášť u algoritmů 2.8.1.4 a 2.8.1.5, můžeme kromě správných korespondencí nalézt řadu falešných dvojic svazků.

Chceme nalézt metodu schopnou rozhodnout, zda jsou korespondence správné či falešné.

## 4.1 Množiny korespondencí

Přicházíme s nápadem rozdělit množiny na čtyři disjunktní množiny.

- **Optimalizované** - Do množiny optimalizovaných korespondencí patří korespondence, o kterých jsme si velmi jisti, že jsou správné. Tato množina korespondencí je použita pro optimalizaci parametrů kamene.
- **Kriteriální** - Kriteriální množina korespondencí složí k výpočtu hodnotícího kritéria. Do této množiny patří, stejně jako do množiny optimalizovaných korespondencí, spolehlivě určitelné korespondence.
- **Kandidátské** - Korespondence, o kterých chceme rozhodnout, zda jsou či nejsou falešné.
- **Ostatní** - Ostatní korespondence nehodící se ani do jedné z předchozích množin. Typicky svazky příliš vzdálené a svazky s nízkým zářivým tokem.

### 4.1.1 Rozhodovací algoritmus

Množina optimalizovaných korespondencí určujme model kamene. Pro tento model je pro kriteriální množinu korespondencí vypočítáno optimalizační kritérium 2.4 (dále pouze jako *kritérium*) a určen jeho součet  $\varepsilon_0 = \sum \vec{\varepsilon}$ .

Vybereme jednu korespondenci z množiny kandidátů a přidáme ji do množiny optimalizovaných korespondencí. Podle množiny optimalizovaných korespondencí odhadneme nový model kamene. Na tomto modelu vypočítáme srovnávací optimalizační kritérium pro množinu kriteriálních korespondencí  $\varepsilon_c = \sum \vec{\varepsilon}$ .

Změna optimalizačního kritéria je potom

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_0 - \varepsilon_c. \quad (4.1)$$

Pokud je  $\Delta\varepsilon > \varepsilon_t$ , kde  $\varepsilon_t$  je rozhodovací práh, prohlásíme tuto korespondenci za správnou a ponecháme v množině optimalizačních korespondencí. V opačném případě korespondenci odstraníme.

### 4.1.2 Účinnost metody

Čekali bychom, že optimální práh  $\varepsilon_t$  by měl být roven nule. Po přidání správné korespondence do množiny optimalizovaných bude  $\varepsilon_0 < \varepsilon_c$  a pokud přidáme falešnou korespondenci, tak  $\varepsilon_0 < \varepsilon_c$ .

### 4.1.3 Simulace dat

Pro ověření vhodnosti metody použijeme simulační programu LADOK.

Vytvoříme ideální model kamene *viva12*. Změníme náhodně náklon faset ideálního modelu a z faset vytvoříme *deformovaný* model kamene. Změna náklonu je náhodně vybrána z normálního rozdělení se střední hodnotou  $\mu = 0$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma = 0.5^\circ$ .

Pro deformovaný model vypočítáme pomocí programu LADOK výstupní svazky s maximálně 11-ti dopadovými fasetami. Svazky promítneme do obrazu. Pozici svazků v obraze zašumíme náhodným výběrem z normálního rozdělení se střední hodnotou  $\mu = 0$  a směrodatnou odchylkou, která odpovídá polovině maximální citlivosti dopadových faset svazku výstupního úhlu. Odrazová faseta má citlivost 2. U lomu za citlivost fasety dosazujeme  $\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1}$  tj. změnu lomeného úhlu  $\alpha_2$  na změně dopadového úhlu  $\alpha_1$  (kapitola ....). Zašuměné pozice svazků představují obraz simulovaných měřených svazků.

Vybereme korespondence do optimalizované množiny korespondencí. Podle množiny optimalizovaných korespondencí optimalizujeme kámen a dostaneme referenční optimalizovaný model.

Zvolíme množinu kriteriálních korespondencí a vypočítáme  $\varepsilon_0$ .

Vybereme množinu kandidátských korespondencí a ke každému kandidátovi nalezneme podle kritéria 2.6 nejbližší falešnou korespondenci.

Do optimalizované množiny přidáváme jednotlivě správné či falešné kandidátské korespondence. Podle rozšířené množiny optimalizovaných korespondencí optimalizujeme náklon faset kamene, určíme  $\varepsilon_c$  a následně  $\Delta\varepsilon$ .

Metoda předpokládá, že po optimalizaci se model nezmění natolik, aby se mohlo stát to, že zaniknou některé svazky, obsaženy v kriteriální množině.

#### 4.1.3.1 Oddělitelnost

Ke každé správné kandidátské korespondenci máme určenou jednu falešnou. Počet správných a špatných korespondencí je stejný a je roven  $n_c$ .

Máme daný rozhodovací práh  $\varepsilon_{t_0}$ . Číslo  $n_t$  určuje počet správných korespondencí, pro které  $\Delta\varepsilon < \varepsilon_{t_0}$  a  $n_f$  počet falešných korespondencí s  $\Delta\varepsilon > \varepsilon_{t_0}$ .

Potom oddělitelnost definujeme jako

$$S = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{n_t + n_f}{n_c}. \quad (4.2)$$

Z rovnice 4.2 je zřejmé, že  $S \in \langle 0, 1 \rangle$  a v ideálním případě, kdy prahem oddělíme všechny správné a špatné korespondence, je rovno 1. Optimální práh  $\varepsilon_t$  určujeme pro  $S$  maximální. Oddělitelnosti kandidátských korespondencí budeme dále uvažovat pouze pro optimální práh.

### 4.1.4 Rozdělení svazků do množin

Do množiny optimalizačních a kriteriálních korespondencí jsme se rozhodli sestavit s korespondencí deseti tříd **1A**, **3A**, **6A**, **6B**, **6C**, **6D**, **7A**, **7B**, **8A** a **9A**. Korespondence svazků třídy **1A** a **3A** nalezneme spolehlivě (kapitoly 2.8.1.1 a 2.8.1.2).

Svazky tříd **6A**, **6B**, **6C**, **6D**, **7A** a **7B** dobře určují ocásky a zářivý tok. Jejich korespondence jsou s vysokou pravděpodobností správné.

Směrové hustota ostatních svazků v blízkém okolí svazků tříd **8A** a **9A** je nízká, proto pro mě snadněji nalezneme korespondující svazky.

V době, kdy jsme testovali tuto metodu, jsme nebyli schopni spolehlivě nalézt korespondence svazků třídy **5D**. Sběr dat je extrémně časově náročný, proto jsme tuto třídu zařadili pouze do množiny kriteriálních korespondencí i s dalšími 26 třídami svazků, které lze často detektovat v reálném experimentu a mají ve své cestě maximálně 9 dopadových faset.

#### 4.1.5 Vhodné zvolení optimalizační a kriteriální množiny

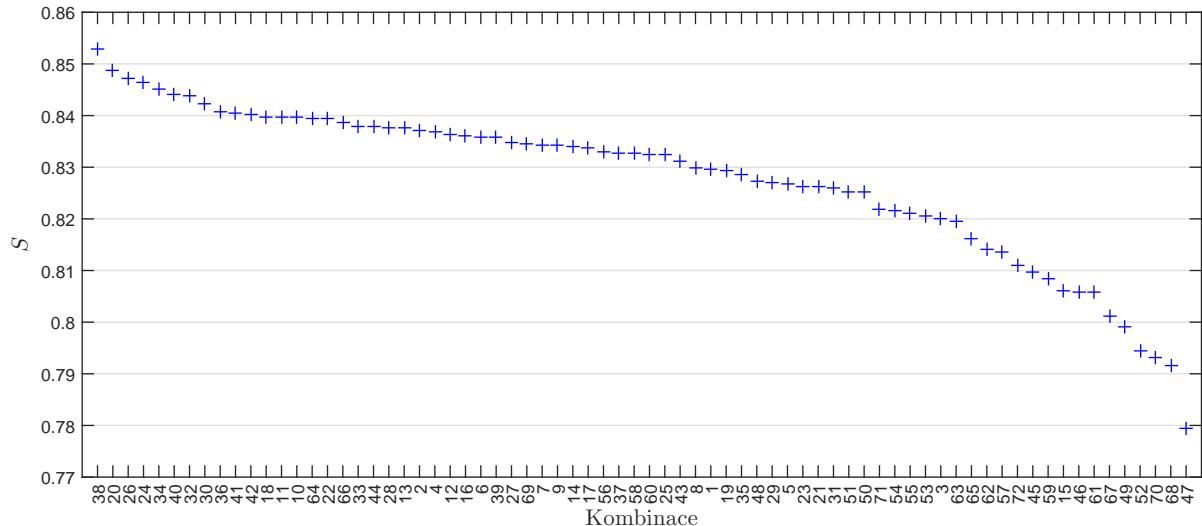
Připravili jsme experiment hodnotící vhodnost kombinace tříd svazků v optimalizační a kriteriální množině. Máme na výběr z 10 tříd. Pokud chceme, aby v každé množině byla alespoň jedna třída svazků, dostaneme 1022 možných kombinací. Pro tolik kombinací nejsme z časového omezení schopni provést dostatečný počet výpočtů, abychom mohli zjistit, která z kombinací je nevhodnější.

Počet kombinací omezíme. Množina optimalizovaných korespondencí bude obsahovat 6 tříd svazků a kriteriální množina zbývající 4 třídy svazků. Optimalizované korespondence vybereme tak, abychom zajistili, že optimalizační úloha bude dobře podmíněna a mohli při optimalizaci uvolnit všechny fasety. V optimalizační množině tak bude minimálně jedna třída z dvojice tříd **1A** a **3A**, minimálně 3 třídy ze čtveřice **6A**, **6B**, **6C** a **6D** a minimálně minimálně jedna ze čtveřice **7A**, **7B**, **8A** a **9A**. Tímto způsobem je možné sestavit 72 kombinací optimalizační a kriteriální množiny.

Data sbíráme podle bodu 4.1.3. Jeden stejný deformovaný model a simulované měřené svazky použijeme pro všechny možné kombinace optimalizační a kriteriální množiny. Pro každou kombinaci získáme hodnoty  $\Delta\varepsilon$  pro správné a falešné korespondence a určíme oddělitelnost  $S$ . Po výpočtu pro všechny kombinace spočítáme nový deformovaný model a simulované měřené svazky a výpočet opakujeme.

Celkem jsme provedli výpočet pro 10 deformovaných modelů a dostali 10 hodnot  $S$  pro každou kombinaci. Při použití procesoru o frekvenci 2.4 GHz je doba výpočtu přibližně 42 dní.

Střední hodnota  $S$  pro jednotlivé kombinace je zapsána v tabulkách 4.1 a 4.2 a znázorněna v grafu 4.1. Mezi výslednými hodnotami  $S$  není u jednotlivých korespondencí výrazný rozdíl. Z tabulky lze vyzorovat, že korespondence třídy **1A** je dobré umístit do optimalizační množiny a třídu **3A** do množiny kriteriální. Nejméně vhodná se zdá kombinace č. 47.



Obrázek 4.1:

#### 4.1.6 Kriteriální množina

Data z experimentu 4.1.5 použijeme, abychom prozkoumali, které třídy svazků jsou vhodné pro výpočet referenčního kritéria  $\varepsilon_0$ .

Postupujeme pro všechny jednotlivé třídy svazků. Vybereme případy, kdy daná třída svazků byla použita k výpočtu  $\varepsilon_0$ . Pro správné i falešné korespondence vypočítáme novou hodnotu  $\Delta\varepsilon$ , pro kriteriální množinu omezenou pouze na danou třídu. Pro všechny nově vypočítané  $\Delta\varepsilon$  určíme celkovou oddělitelnost  $S$ . Výsledky jsou znázorněny v tabulce 4.3.

Kombinace č.	Optimalizační množina						Kriteriální množina				<i>S</i>
<b>38</b>	1A	6A	6C	6D	8A	9A	3A	6B	7A	7B	0.853
<b>20</b>	1A	6A	6B	6C	6D	9A	3A	7A	7B	8A	0.849
<b>26</b>	1A	6A	6B	6C	8A	9A	3A	6D	7A	7B	0.847
<b>24</b>	1A	6A	6B	6C	7B	8A	3A	6D	7A	9A	0.846
<b>34</b>	1A	6A	6C	6D	7A	8A	3A	6B	7B	9A	0.845
<b>40</b>	1A	6B	6C	6D	7A	8A	3A	6A	7B	9A	0.844
<b>32</b>	1A	6A	6B	6D	8A	9A	3A	6C	7A	7B	0.844
<b>30</b>	1A	6A	6B	6D	7B	8A	3A	6C	7A	9A	0.842
<b>36</b>	1A	6A	6C	6D	7B	8A	3A	6B	7A	9A	0.841
<b>41</b>	1A	6B	6C	6D	7A	9A	3A	6A	7B	8A	0.841
<b>42</b>	1A	6B	6C	6D	7B	8A	3A	6A	7A	9A	0.840
<b>18</b>	1A	6A	6B	6C	6D	7B	3A	7A	8A	9A	0.840
<b>11</b>	1A	3A	6A	6C	6D	8A	6B	7A	7B	9A	0.840
<b>10</b>	1A	3A	6A	6C	6D	7B	6B	7A	8A	9A	0.840
<b>64</b>	3A	6A	6C	6D	7B	8A	1A	6B	7A	9A	0.839
<b>22</b>	1A	6A	6B	6C	7A	8A	3A	6D	7B	9A	0.839
<b>66</b>	3A	6A	6C	6D	8A	9A	1A	6B	7A	7B	0.839
<b>33</b>	1A	6A	6C	6D	7A	7B	3A	6B	8A	9A	0.838
<b>44</b>	1A	6B	6C	6D	8A	9A	3A	6A	7A	7B	0.838
<b>28</b>	1A	6A	6B	6D	7A	8A	3A	6C	7B	9A	0.838
<b>13</b>	1A	3A	6B	6C	6D	7A	6A	7B	8A	9A	0.838
<b>2</b>	1A	3A	6A	6B	6C	7B	6D	7A	8A	9A	0.837
<b>4</b>	1A	3A	6A	6B	6C	9A	6D	7A	7B	8A	0.837
<b>12</b>	1A	3A	6A	6C	6D	9A	6B	7A	7B	8A	0.836
<b>16</b>	1A	3A	6B	6C	6D	9A	6A	7A	7B	8A	0.836
<b>6</b>	1A	3A	6A	6B	6D	7B	6C	7A	8A	9A	0.836
<b>39</b>	1A	6B	6C	6D	7A	7B	3A	6A	8A	9A	0.836
<b>27</b>	1A	6A	6B	6D	7A	7B	3A	6C	8A	9A	0.835
<b>69</b>	3A	6B	6C	6D	7A	9A	1A	6A	7B	8A	0.834
<b>7</b>	1A	3A	6A	6B	6D	8A	6C	7A	7B	9A	0.834
<b>9</b>	1A	3A	6A	6C	6D	7A	6B	7B	8A	9A	0.834
<b>14</b>	1A	3A	6B	6C	6D	7B	6A	7A	8A	9A	0.834
<b>17</b>	1A	6A	6B	6C	6D	7A	3A	7B	8A	9A	0.834
<b>56</b>	3A	6A	6B	6D	7A	8A	1A	6C	7B	9A	0.833
<b>37</b>	1A	6A	6C	6D	7B	9A	3A	6B	7A	8A	0.833
<b>58</b>	3A	6A	6B	6D	7B	8A	1A	6C	7A	9A	0.833
<b>60</b>	3A	6A	6B	6D	8A	9A	1A	6C	7A	7B	0.833
<b>25</b>	1A	6A	6B	6C	7B	9A	3A	6D	7A	8A	0.832
<b>43</b>	1A	6B	6C	6D	7B	9A	3A	6A	7A	8A	0.831
<b>8</b>	1A	3A	6A	6B	6D	9A	6C	7A	7B	8A	0.830
<b>1</b>	1A	3A	6A	6B	6C	7A	6D	7B	8A	9A	0.830
<b>19</b>	1A	6A	6B	6C	6D	8A	3A	7A	7B	9A	0.829
<b>35</b>	1A	6A	6C	6D	7A	9A	3A	6B	7B	8A	0.829
<b>48</b>	3A	6A	6B	6C	6D	9A	1A	7A	7B	8A	0.827
<b>29</b>	1A	6A	6B	6D	7A	9A	3A	6C	7B	8A	0.827

Tabulka 4.1: Tabulka středních hodnot oddělitelnosti *S* pro kombinace optimalizované a kriteriální množiny č.1.

Kombinace č.	Optimalizační množina						Kriteriální množina				<i>S</i>
<b>29</b>	1A	6A	6B	6D	7A	9A	3A	6C	7B	8A	0.827
<b>5</b>	1A	3A	6A	6B	6D	7A	6C	7B	8A	9A	0.827
<b>23</b>	1A	6A	6B	6C	7A	9A	3A	6D	7B	8A	0.826
<b>21</b>	1A	6A	6B	6C	7A	7B	3A	6D	8A	9A	0.826
<b>31</b>	1A	6A	6B	6D	7B	9A	3A	6C	7A	8A	0.826
<b>51</b>	3A	6A	6B	6C	7A	9A	1A	6D	7B	8A	0.825
<b>50</b>	3A	6A	6B	6C	7A	8A	1A	6D	7B	9A	0.825
<b>71</b>	3A	6B	6C	6D	7B	9A	1A	6A	7A	8A	0.822
<b>54</b>	3A	6A	6B	6C	8A	9A	1A	6D	7A	7B	0.822
<b>55</b>	3A	6A	6B	6D	7A	7B	1A	6C	8A	9A	0.821
<b>53</b>	3A	6A	6B	6C	7B	9A	1A	6D	7A	8A	0.820
<b>3</b>	1A	3A	6A	6B	6C	8A	6D	7A	7B	9A	0.820
<b>63</b>	3A	6A	6C	6D	7A	9A	1A	6B	7B	8A	0.820
<b>65</b>	3A	6A	6C	6D	7B	9A	1A	6B	7A	8A	0.816
<b>62</b>	3A	6A	6C	6D	7A	8A	1A	6B	7B	9A	0.814
<b>57</b>	3A	6A	6B	6D	7A	9A	1A	6C	7B	8A	0.813
<b>72</b>	3A	6B	6C	6D	8A	9A	1A	6A	7A	7B	0.811
<b>45</b>	3A	6A	6B	6C	6D	7A	1A	7B	8A	9A	0.810
<b>59</b>	3A	6A	6B	6D	7B	9A	1A	6C	7A	8A	0.809
<b>15</b>	1A	3A	6B	6C	6D	8A	6A	7A	7B	9A	0.806
<b>46</b>	3A	6A	6B	6C	6D	7B	1A	7A	8A	9A	0.806
<b>61</b>	3A	6A	6C	6D	7A	7B	1A	6B	8A	9A	0.806
<b>67</b>	3A	6B	6C	6D	7A	7B	1A	6A	8A	9A	0.801
<b>49</b>	3A	6A	6B	6C	7A	7B	1A	6D	8A	9A	0.799
<b>52</b>	3A	6A	6B	6C	7B	8A	1A	6D	7A	9A	0.794
<b>70</b>	3A	6B	6C	6D	7B	8A	1A	6A	7A	9A	0.793
<b>68</b>	3A	6B	6C	6D	7A	8A	1A	6A	7B	9A	0.792
<b>47</b>	3A	6A	6B	6C	6D	8A	1A	7A	7B	9A	0.780

Tabulka 4.2: Tabulka středních hodnot oddělitelnosti *S* pro kombinace optimalizované a kriteriální množiny č.2.

Třída	1A	3A	6A	6B	6C	6D	7A	7B	8A	9A
$S$	0.778	0.795	0.795	0.676	0.644	0.791	0.794	0.793	0.716	0.804

Tabulka 4.3: Tabulka oddělitelnosti  $S$  pro třídy svazků v kriteriální množině.

Třída	1B	3B	5A	5B	5C	5D	5E	6E	6F	7C
$S$	0.982	0.924	0.954	<b>0.454</b>	0.936	0.975	0.614	0.912	0.925	0.583
Třída	7D	7E	7F	7G	7H	8B	8C	8D	9B	9C
$S$	0.594	0.914	0.940	0.671	0.829	<b>1.000</b>	0.996	0.998	0.963	0.935
Třída	9D	9E	9F	9G	9H	9I	9J			
$S$	<b>1.000</b>	0.883	0.914	0.949	0.972	0.925	0.932			

Tabulka 4.4: Tabulka oddělitelnosti  $S$  pro třídy svazků z množině kandidátů.

Z výsledků vyplývá, že nejméně vhodné třídy pro zařazení do množiny kriteriálních korespondencí jsou třídy **6B** a **6A**.

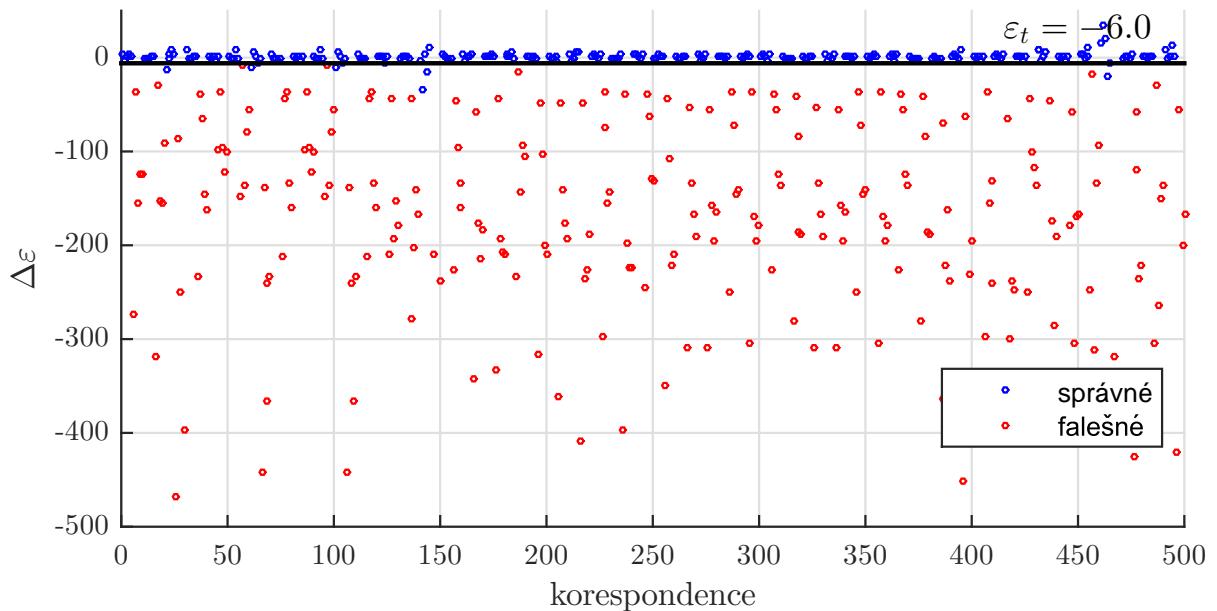
#### 4.1.7 Množina kandidátů - vhodné svazky

K nejzajímavějším výsledkům se dostaneme pokud se podíváme na výsledky z hlediska vhodnosti třídy svazků v kandidátské množině.

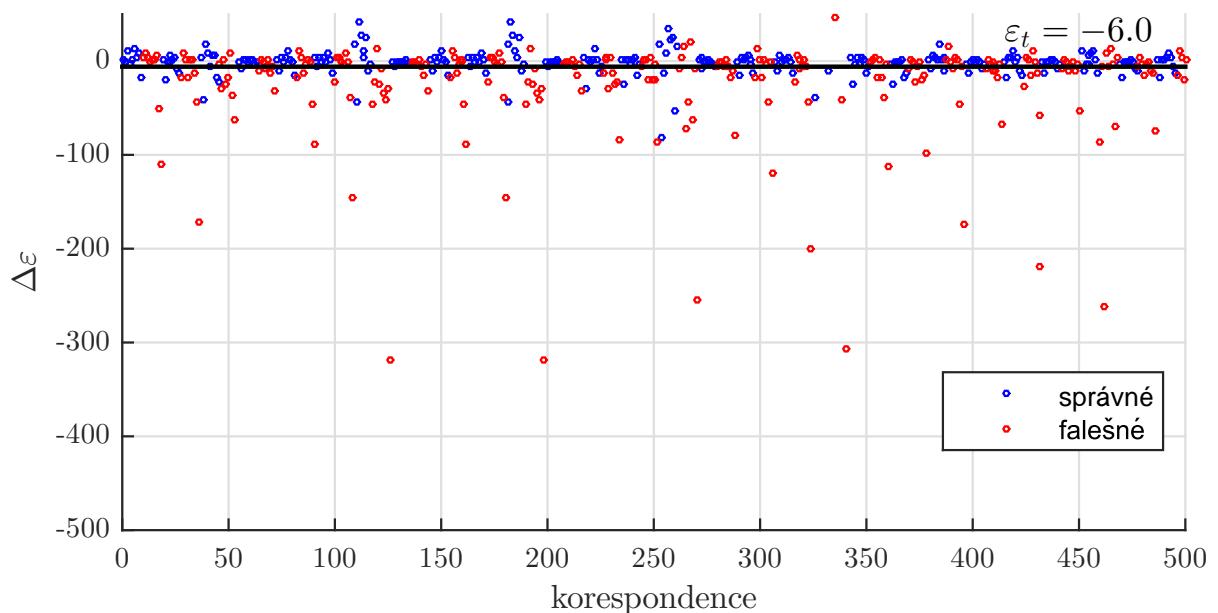
Postupujeme jednotlivě pro třídy svazků v kandidátské množině. Vezmeme data z experimentu 4.1.5 a vybereme pouze taková  $\Delta\epsilon$ , která odpovídají dané třídě svazků.

Opět tedy dostaneme data s  $\Delta\epsilon$  pro správné a falešné korespondence, ze kterých spočítáme oddělitelnost  $S$ . Nyní jsou tyto data rozděleny podle tříd svazků v množině kriteriálních korespondencí.

Velikosti  $S$  pro jednotlivé třídy svazků jsou zapsány v tabulce 4.4. Z výsledků je zřejmé, že korespondence některých tříd lze prahováním  $\Delta\epsilon$  spolehlivě rozdělit na správné a falešné korespondence (třída **8B**, **8C**, **8D** a **9D**). Naopak pro korespondence třídy **5B**, **7C** a **7D** tato metoda nevede k efektivnímu třídění korespondencí.



Obrázek 4.2: Graf  $\Delta\omega$  pro prvních 500 korespondencí třídy **9G**. Správné a falešné korespondence oddělíme prahem  $\varepsilon_t = -9.0$ . Výsledná oddělitelnost  $S = 0.949$ .



Obrázek 4.3: Graf  $\Delta\epsilon$  pro prvních 500 korespondencí třídy **7D**. Třídění korespondencí podle prahu  $\epsilon_t = -6.0$  nevede ke uspokojivému výsledku. Výsledná oddělitelnost  $S = 0.594$ .

## 5. Výsledky

Navržené algoritmy jsme použili pro automatickou optimalizaci kamenů tvaru *viva12* podle algoritmu v kapitole 2.8.2. Vybrali jsme kameny se šesti odstíny. Nejčastěji je zastoupený odstín *Crystal*, průhledné sklo. Soupis použitých kamenů je v tabulce 5.1.

Kámen č.	Odstín	$d_{BOT}$ [mm]	$h$ [mm]	$d_{TOP}$ [mm]	$n$	$E(\sigma_\alpha)$ [°]	$E(\sigma_\varepsilon)$ [°]	$E(\delta_n)$ [°]	$\sigma(\delta_n)$ [°]
1	Hyacint	2.90	1.24	1.10	3	0.089	0.051	0.101	0.071
2	Violet	2.82	1.16	1.15	3	0.363	0.237	0.451	0.204
3	Citrine	2.86	1.14	1.20	3	0.882	0.598	1.092	0.819
4	Hyacint	2.90	1.24	1.10	3	0.172	0.076	0.175	0.108
5	Hyacint	2.90	1.28	1.10	3	0.490	0.356	0.561	0.497
6	Hyacint	2.88	1.28	1.00	4	0.269	0.190	0.298	0.248
7	Crystal	2.88	1.26	1.10	3				
8	Crystal	2.88	1.26	1.15	3				
9	Light Amethyst	2.82	1.10	1.10	3				
10	Crystal	4.80	1.90	1.86	3				
11	Crystal	4.78	1.80	2.10	3				
12	Crystal	3.96	1.60	1.60	4				
13	Crystal	4.00	1.66	1.50	3				
14	Amethyst	2.00	1.00	0.80	3				
15	Crystal	2.00	0.94	0.80	3				
16	Crystal	2.00	0.92	0.80	3				

Tabulka 5.1: Popis rozměrů a barvy snímaných kamenů typu VIVA12 použitých při experimentech.

Všechny kameny jsem do měřicí soustavy umístili minimálně  $3 \times$ . Uložení kamene při dalším měření se lišilo v rotaci kamene kolem svislé osy.

Abychom mohli porovnat výsledky optimalizace parametrů faset u jednotlivých kamenů, potřebujeme znát uložení kamene. Snažili jsem se o to, aby byly kameny otočeny přibližně o  $120^\circ$  v případě tří vzorků a  $90^\circ$  pro čtyři vzorky. Přesnou rotaci kamene však neznáme.

Za ideálního stavu, kdy je orientace všech faset ideální, nejsme schopni dobře odhadnout vzájemnou rotaci uložení kamene při opakovém měření. U použitých kamenů jsou fasety nerovnoměrně vychýleny od ideálního náklonu a vzájemnou rotaci kamene proto odhadneme, pokud docílíme maximální shody parametrů faset.

Výsledky automatické optimalizace kamene upravíme na shodnou rotaci kamene.

Normálny faset **UF1-UF12** přivedeme do azimutu a elevace. Pro jednotlivé fasety vypočítáme směrodatnou odchylku azimutů a elevací. Střední hodnota směrodatných odchylek azimutů je v tabulce 5.1 značena jako  $E(\sigma_\alpha)$  a pro elevaci jako  $E(\sigma_\varepsilon)$ . Pro fasety **TOP** a **BOT** nemá cenu určovat azimut a elevaci, protože tyto normály jsou blízko singulárního bodu azimutu.

Pro každé dva výsledky optimalizace náklonu faset nalezneme úhel, který mezi sebou svírají normály faset. Pro  $n$  měření fasety dostaneme  $(n - 1)!$  hodnot s velikostí úhlového rozdílu. Střední hodnota úhlových rozdílů pro všechny kombinace a pro všechny fasety je v tabulce 5.1 zapsána ve sloupci  $E(\delta_n)$  a směrodatná hodnota pro stejná data ve sloupci  $\sigma(\delta_n)$ .